Одним из основных шагов в доказательстве теоремы служит интегральное представление многочленов из $V_{l,m}$:

$$f(z) = \int_Z K_{l,m}(z,\zeta) F(\zeta)\, d\zeta,$$

здесь F – обобщенная функция на группе Z, сосредоточенная в единице E, в этой точке $c = 0$, $s = 0$, $t = 0$. Ядро $K_{l,m}(z,\zeta)$, $z,\zeta \in Z$, имеет следующее выражение: пусть z имеет параметры c, s, t, см. (1), а ζ имеет параметры a, u, v, пусть J – диагональная матрица порядка $n-2$ с диагональю $\{-1, 1, \ldots, 1\}$, тогда

$$K_{l,m}(z,\zeta) = (1 - sJv + \widehat{a}c)^l (1 - uJt + \widehat{c}a)^m.$$

Таким образом, ядро $K_{l,m}(z,\zeta)$ служит производящей функцией для многочленов из $V_{l,m}$. В частности, дельта-функция $\delta(z)$, сосредоточенная в точке E, переходит в 1.

В работе [1] рассматривались представления $T_{l,m}$ с $l = m$, такие представления используются при изучении полиномиального квантования на G/H.

Литература

1. Н. Б. Волотова. Индикаторные системы для представлений вырожденных серий линейной группы. Вестник Тамбовского унив. Сер.: Естеств. и техн. науки, 2007, том 12, вып. 4, 430–432.

2. Д. П. Желобенко. Компактные группы Ли и их представления. М.: Наука, 1970.

УДК 517.98

Конечномерные пространства функций на двумерных алгебрах, инвариантные относительно движений [1]

© Д. С. Тугарёв

Ключевые слова: двумерные алгебры, группа движений, оператор Лапласа

Описываются конечномерные пространства функций на алгебрах обобщенных комплексных чисел, инвариантные относительно группы движений

A description of finite dimensional spaces of functions on algebras of generalized complex numbers invariant with respect to a motion group is presented

[1]Работа поддержана Научной Программой "Развитие Научного Потенциала Высшей Школы" РНП.2.1.1.351 и Темпланом 1.5.07.

Пусть $\mathcal{A}$ – алгебра обобщенных комплексных чисел $z = x + iy$, $i^2 = \alpha + i2\beta$. Она изоморфна одной из трех алгебр $\mathbb{C}$, $\mathbb{D}$, Λ – алгебре комплексных ($i^2 = -1$), двойных ($i^2 = 1$), и дуальных чисел ($i^2 = 0$), соответственно. Число $\overline{z} = x - iy$ называется сопряженным числу $z = x + iy$. В качестве координат на $\mathcal{A}$ можно взять z и $\overline{z}$.

Показательная функция e^z определяется как сумма ряда $\sum(z^n/n!)$. Пусть G – группа "движений" алгебры $\mathcal{A}$: она порождается параллельными сдвигами и умножениями на e^{it}, $t \in \mathbb{R}$ ("вращениями"). Оператор Лапласа

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial z \partial \overline{z}}$$

инвариантен относительно группы G. В координатах x, y на алгебрах $\mathbb{C}$, $\mathbb{D}$, Λ оператор Лапласа есть соответственно

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\,, \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}\,, \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2}\,.$$

Для алгебры Λ инвариантным оператором является также $\Delta_1 = \partial/\partial x$.

Опишем *конечномерные* пространства V функций $f \in C^\infty(\mathcal{A})$, инвариантные относительно G.

Пространство V, инвариантное относительно группы G, назовем *неразложимым*, если его нельзя представить в виде прямой суммы подпространств V_1 и V_2, инвариантных относительно G.

Назовём неразложимое пространство V, инвариантное относительно группы G, *слабо неразложимым*, если не существует подпространств V_1 и V_2, инвариантных относительно G, с пересечением $V_0 = V_1 \cap V_2$, таких, что $V/V_0 = V_1/V_0 + V_2/V_0$.

Теорема 1.1 *Пусть $\mathcal{A}$ есть $\mathbb{C}$ или $\mathbb{D}$. Всякое конечномерное слабо неразложимое инвариантное относительно G пространство V состоит из многочленов $f(z, \overline{z})$ степени $\leqslant k$ по z и степени $\leqslant m$ по $\overline{z}$. Его размерность равна $(k+1)(m+1)$.*

Таким образом, пространство V есть пространство решений системы уравнений:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)^{k+1} f = 0, \ \left(\frac{\partial}{\partial \overline{z}}\right)^{m+1} f = 0.$$

Возьмем в V базис, состоящий из одночленов $z^r \overline{z}^s$, $r \leqslant k$, $s \leqslant m$. В этом базисе оператор Лапласа Δ имеет жорданову нормальную форму, количество жордановых клеток равно $k+m+1$, все жордановы клетки имеют собственное число 0. Базис для одной клетки образован одночленами $z^r \overline{z}^s$ с фиксированой разностью $r - s$.

Теорема 1.2 *Пусть $\mathcal{A} = \Lambda$. Всякое конечномерное слабо неразложимое инвариантное относительно G пространство V состоит из многочленов $f(x, y)$ степени $\leqslant m$ по y и степени $\leqslant k + m$ по совокупности x, y. Его размерность равна $(k + 1 + m/2)(m + 1)$.*

Таким образом, пространство V есть пространство решений системы уравнений:

$$\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)^{m+1} f = 0, \quad \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\right)^{k+m+1} f = 0.$$

Возьмем в V базис, состоящий из одночленов $x^r y^s$, $r + s \leqslant k + m$, $s \leqslant m$. В этом базисе оператор Δ_1 имеет жорданову нормальную форму. Базис для одной клетки образован одночленами $x^r y^s$ с фиксированным s, количество жордановых клеток равно $m + 1$, для всех клеток собственное число есть 0.

УДК 517.98

Вычисление собственных чисел преобразования Березина [1]

© **С. В. Цыкина**

Ключевые слова: симплектические многообразия, псевдо-ортогональные группы, полиномиальное квантование, преобразование Березина.

Мы рассматриваем полиномиальное квантование на пара-эрмитовых симметрических пространствах G/H с псевдоортогональной группой движений $G = \mathrm{SO}_0(p, q)$. Мы вычисляем собственные числа преобразования Березина на неприводимых конечномерных подпространствах.

We consider polynomial quantization on para-Hermitian symmetric spaces G/H with the pseudo-orthogonal group $G = \mathrm{SO}_0(p, q)$. We compute eigenvalues of the Berezin transform on irreducible finite dimensional subspaces.

Мы рассматриваем полиномиальное квантование на пара-эрмитовых симметрических пространствах G/H с псевдоортогональной группой движений $G = \mathrm{SO}_0(p, q)$. Все такие пространства (с данной G) получаются факторизацией из "самого большого" пространства G/H с $H = \mathrm{SO}_0(p - 1, q - 1) \times \mathrm{SO}_0(1, 1)$. Размерность всех этих пространств G/H равна $2n - 4$, где $n = p + q$, сигнатура

[1]Работа поддержана грантами: РФФИ 07-01-91209 ЯФ_а, Научной Программой "Развитие Научного Потенциала Высшей Школы" РНП.2.1.1.351 и Темпланом 1.5.07.