Пусть для уравнения (1) нелинейный оператор F дуйствует из пространства $\hat{M}_p^{\gamma}$ в пространство B, где $\hat{M}_p^{\gamma}$ пополнение пространства M_p^{γ}. Тогда имеет место следующая теорема.

Т е о р е м а. *Пусть для уравнения (3) допустима пара* (M_p^{γ}, B) *и для любого* $l > 0$ *найдется такое* $\delta > 0$, *что*

$$||Fx||_B \leqslant l||x||_{M_p^{\gamma}}$$

при всех $x \in M_p^{\gamma}$, $||x||_{M_p^{\gamma}} \leqslant \delta$. *Тогда уравнение (1)* M_p^{γ}*-устойчиво.*

На основе предыдущей теоремы исследуются вопросы p-устойчивости тривиального решения для различных классов уравнений вида (1).

Abstract: the quastions of p-stability of nonlinear stochastic functional-differential equations trivial solution; sufficient conditions of stability are obtained by the method of auxiliary equations.

Keywords: stability of solutions; stochastic differential equations; method of auxiliary equations.

Кадиев Рамазан Исмаилович
д. ф.-м. н., профессор
Дагестанский государственный университет
Россия, Махачкала
e-mail: kadiev_r@mail.ru

Ramazan Kadiev
doctor of phys.-math. sciences, professor
Dagestan State University
Russia, Mahachkala
e-mail: kadiev_r@mail.ru

УДК 517.977.8

ПОСТРОЕНИЕ НЭШЕВСКИХ РЕШЕНИЙ В НЕАНТАГОНИСТИЧЕСКОЙ ПОЗИЦИОННОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ ДВУХ ЛИЦ [1]

© А. Ф. Клейменов

Ключевые слова: неантагонистическая позиционная дифференциальная игра двух лиц; решение по Нэшу; алгоритм построения.

Аннотация: В работе предлагается модификация предложенного ранее автором подхода к задаче численного построения нэшевских решений в неантагонистической позиционной дифференциальной игре двух лиц; модификация позволяет приближенно найти не только некоторые нэшевские решения, но и все нэшевские решения, оптимальные по Парето.

В работе [1] представлен один подход к построению решений нэшевского типа (N– решений) в неантагонистической позиционной дифференциальной игре двух лиц. Этот подход основан на использовании принципа неухудшения гарантированных выигрышей игроков вдоль траектории, порождаемой решением, и на использовании правила максимального сдвига в направлениях, определяемых решениями некоторых вспомогательных биматричных игр. На основе этого подхода был разработан и программно реализован алгоритм численного построения соответствующих

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 09-01-00313) и Федеральной программы Президиума РАН №29 «Математическая теория управления».

N-решений. В то же время построенные таким образом N-решения, вообще говоря, не являются неулучшаемыми по Парето на множестве всех N-решений.

В данной работе предлагается модификация упомянутого подхода, предполагающая введение семейства вспомогательных биматричных игр, каждая из которых ориентирована на построение приближенного N-решения, являющегося неулучшаемым по Парето.

Пусть динамика игры описывается уравнением

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + C(t)v, \quad t \in [t_0, \vartheta], \ x(t_0) = x_0, \tag{1}$$

где фазовый вектор $x \in R^2$, управления $u \in P \in comp\, R^k$ и $v \in Q \in comp\, R^l$ подчинены игроку 1 и игроку 2 соответственно, а ϑ – фиксированный момент окончания игры. Игрок i стремится максимизировать терминальный показатель качества

$$I_i = \sigma_i(x(\vartheta), \quad i = 1, 2, \tag{2}$$

где функции $\sigma_i(x)$ непрерывны и вогнуты.

Формализация чистых позиционных стратегий игроков и движений системы (1), ими порождаемых, производится как в [2, 3], за исключением технических деталей [4]. Далее, для каждого $i \in 1, 2$ вводится вспомогательная антагонистическая дифференциальная игра Γ_i с динамикой (1), в которой игрок i максимизирует показатель I_i (2), а игрок $3 - i$ ему противодействует. В обеих играх Γ_1 и Γ_2 существуют универсальные седловые точки и непрерывные функции цены $\gamma_1(t, x)$ и $\gamma_2(t, x)$ [2,3].

Опишем процедуру численного построения N–решений. Пусть фиксирована позиция (t_*, x_*) игры. На отрезке $[t_*, t^*]$, $t^* = t_* + h$, h – шаг дискретной схемы, определим постоянные управления $u(t) \equiv u^*$ и $v(t) \equiv v^*$ следующим образом. Обозначим через $G(t^*; t_*, x_*)$ множество достижимости системы (1) в момент t^* для позиции (t_*, x_*), взятой в качестве начальной. Введем множества $W_1^{m_1}(t^*; t_*, x_*)$ и $W_2^{m_2}(t^*; t_*, x_*)$:

$$W_i^{m_i}(t^*; t_*, x_*) = \{x \in R^2 : \gamma_i(t_*, x_*) \leqslant \gamma_i(t^*, x) \leqslant \gamma_i(t_*, x_*) + m_i\delta_i,$$
$$\gamma_{3-i}(t_*, x_*) \leqslant \gamma_{3-i}(t_*, x)\}, \quad i = 1, 2$$

.

Здесь δ_1 и δ_2 – заданные положительные числа; $m_1, m_2 \in N \bigcup \{0\}$, причем

$$m_i \leqslant \frac{1}{\delta_i} \max_{x \in G(\vartheta; t_0, x_0)} (\gamma_i(\vartheta, x) - \gamma_i(t_0, x_0)) = M_i,$$

$\gamma_1(\cdot)$ и $\gamma_2(\cdot)$ – функции цены игр Γ_1 и Γ_2.

Пусть индекс $i \in \{1, 2\}$ и число $m_i \in \{0, 1, ...M_i\}$ фиксированы. Введем множество

$H(t^*; t_*, x_k | i, m_i) = G(t^*; t_*, x_*) \bigcap W_i^{m_i}(t^*, t_*, x_*)$.

Заметим, что множества $W_i^{m_i}$ могут быть найдены приближенно с использованием алгоритмов построения максимальных стабильных мостов в специальных играх сближения – уклонения. Обозначим через $w^k(t^*; t_*, x_* | i, m_i)$ точку максимума функции $\gamma_k(t^*, x)$ на множестве $H(t^*; t_*, x_k | i, m_i), k = 1, 2$. Рассмотрим векторы $s^k(t^*; t_*, x_* | i, m_i) =$
$= w^k(t^*; t_*, x_* | i, m_i) - x_*, \quad k = 1, 2$.
Найдем управления u_{10}, u_{20}, v_{10}, v_{10} из условий

$$\max_{u \in P, v \in Q} s^{kT} \left[B(t^*)u + C(t^*)v \right] = s^{kT} \left[B(t^*)u_{i0} + C(t^*)v_{i0} \right], \quad k = 1, 2.$$

Вводится вспомогательная биматричная 2×2 игра (A, B) [5]. В этой игре первый игрок имеет две стратегии: «выбрать u_{10}» и «выбрать u_{20}». Аналогично, второй игрок имеет две стратегии: «выбрать v_{10}» и «выбрать v_{20}» . Элементы матриц A и B определяются так:

$$a_{ij} = \gamma_1(t^*, x[t^*; t_*, x_*, u_{i0}, v_{j0}]), \quad b_{ij} = \gamma_2(t^*, x[t^*; t_*, x_*, u_{i0}, v_{j0}]), \quad i, j = 1, 2.$$

Биматричная игра (A, B) имеет по крайней мере одно нэшевское равновесие в чистых стратегиях. Выбрав нэшевское равновесие, получаем вектор, в направлении которого игроки осуществляют максимальный сдвиг. Таким образом, получаем постоянные управления
$u(t) \equiv u^*$ и $v(t) \equiv v^*$ на отрезке $[t_*, t^*]$. Описанная процедура позволяет целиком найти аппроксимацию движения, порожденного N-решением.

Перебирая различные $i \in \{1, 2\}$, $m_i \in \{0, 1, ...M_i\}$, получаем множество приближенных траекторий, порожденных N-решениями, причем эти решения будут неулучшаемыми по Парето.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Клейменов А.Ф.* Различные типы решений в позиционной неантагонистической дифференциальной игре. // Вестн. Тамб. ун-та. Сер. Естественные и технические науки. Тамбов, 2007. Вып.4. С. 464-466.

2. *Красовский Н.Н., Субботин А.И.* Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.

3. *Красовский Н.Н.* Управление динамической системой. М.: Наука, 1985.

4. *Клейменов А.Ф.* Неантагонистические позиционные дифференциальные игры. Екатеринбург: Наука, 1993.

5. *Клейменов А.Ф.* О решениях в неантагонистической позиционной игре //ПММ. 1997. Т. 61. Вып. 5. С. 717-723.

Abstract: in this paper modification of early offered approach to the problem of numerical construction of Nash solutions in two-person nonantagonistic positional differential game is offered; the modification permits us to find approximately not only some Nash solutions, but all optimal on Paretto Nash solutions.

Keywords: two-person nonantagonistic positional differential game; Nash solution; constructing algorithm.

Клейменов Анатолий Федорович
д. ф.-м. н., профессор
Институт математики и
механики УрО РАН
Россия, Екатеринбург
e-mail: kleimenov@imm.uran.ru

Anatoliy Kleymenov
doctor of phys.-math. sciences, professor
Institute of Mathematics and
Mechanics of UrD RAS
Russia, Ekaterinburg
e-mail: kleimenov@imm.uran.ru