

Главный процессор получает корневую вершину дерева, входные данные и список дополнительных процессоров ДП, содержащий все процессоры кластера:  $1, 2, \dots, n$ .

Пусть поддерево, полученное процессором  $s$ , ( $s=1..n$ ), начинается с вершины  $V$  с флагом 0 и списком ДП, содержащим  $g$  процессоров, включая  $s$ . Пусть  $1..h$  - веса ребер, исходящих из вершины  $V$ . Производится параллельное вычисление поддеревьев, начинающихся со всех ребер, исходящих из вершины  $V$  и имеющих вес  $i$  ( $i=1..h$ ). Сначала вычисляются все поддеревья с весом 1, затем - с весом 2, и так далее - до веса  $h$ . При этом каждый раз вычисляются только те поддеревья, у которых флаги равны нулю.

Если число процессоров  $g$  в списке ДП не превосходит числа ребер  $u(i)$  веса  $i$ , то каждому процессору  $z$  из списка ДП передается по одной вершине и список ДП, состоящий из одного процессора  $z$ . Если  $g > u(i)$ , то список ДП делится на  $u(i)$  частей так, чтобы  $s$  был первым процессором в первой части. Первому процессору в  $j$ -той ( $j=1..u(i)$ ) части списка ДП передается  $j$ -тая вершина и вся  $j$ -тая часть списка ДП, если передаваемая вершина не листовая. Если передаваемая вершина является листовой, то передается только сам первый процессор.

Установка флагов ребер и перераспределение в списке ДП происходит следующим образом.

Когда процессор  $s$  получил листовую вершину, которая связана входным ребром  $R$  с вершиной  $V$ , то флаг ребра  $R$  устанавливается равным 1. Когда он заканчивает вычисление этой вершины, тогда флаг ребра  $R$  устанавливается равным 2 и номер процессора  $s$  дописывается в список ДП вершины  $V$ . Когда изменяется флаг вершины, то его новое значение присваивается флагу ребра, входящему в эту вершину. Если вершина  $V$  не корневая вершина дерева алгоритма, флаг вершины  $V$  не равен 0 и ее список ДП не пуст, то ее список ДП дописывается в список ДП вершины, с которой она связана входным ребром.

Предполагается реализовать такую схему организации вычислительного процесса, как альтернативную для схемы LLP. Обе схемы предполагается сравнить на реальных вычислительных задачах на кластере ТГУ им.ГРДержавина и на кластере МСЦ АН.

Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ (проект 08-07-97507).

#### Список литературы

1. Малашинок Г.И., Валеев Ю.Д. Организация параллельных вычислений в рекурсивных символично-численных алгоритмах. Труды конференции ПаВТ'2008 (Санкт-Петербург). Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2008. С. 153-165.

Поступила в редакцию 17 ноября 2008 г.

## ПРИЛОЖЕНИЕ БАЗИСОВ ГРЕБНЕРА В РОБОТОТЕХНИКЕ

© А.Г. Поздникин

**Ключевые слова:** стандартные базисы полиномиальных идеалов, базисы Гребнера, робототехника.

#### Аннотация

Статья посвящена обзору современных работ, в которых рассматривается проблема управления роботами с использованием стандартных базисов полиномиальных идеалов или базисов Гребнера.

Управление такими сложными механизмами, как многозвенные манипуляторы, может оказаться довольно трудоемким. Даже при выполнении простейшей операции - перемещение вершины многозвенного манипулятора из точки  $A$  в точку  $B$  - для расчета управляющей информации требуется выполнить большой объем вычислений [1]. В настоящее время для анализа сложных задач механики манипуляторов используется векторный метод, метод матриц, метод винтов [2]. Состав, параметры и классификация роботов по различным признакам описываются в работах Юревича Е. И. [3] и [4].

Одной из основных задач робототехники является задача об инверсной кинематике [5]. Эта проблема связана с определением значений параметров манипулятора робота в движущихся соединениях, таким образом, чтобы была достигнута специфическая позиция и ориентация манипулятора. Эта задача и близкие к ней по постановке задачи робототехники сводятся к решению систем нелинейных алгебраических уравнений.

Базис Гребнера идеала предоставляет сильные алгоритмические методы [6], [7] для решения систем алгебраических уравнений.

Приведем конкретные примеры проектов, в которых использованы базисы Гребнера для решения задач управления роботами.

Пример простого робота с двумя степенями свободы рассмотрен в работе [8]. Задача состоит в том, чтобы найти уравнения движения манипулятора робота, а затем узнать может ли он достигнуть прямой, расположенной от него на некотором расстоянии.

В работе Renno [9] подробно изложены этапы разработки манипулятора TELBOT, предназначенного для перемещения опасных веществ. Описывается разработка скелета TELBOT, основанная на модульном принципе, а также математическое описание его работы.

В проекте Кохена [5] подробно рассмотрены многозвенные манипуляторы с тремя и шестью степенями свободы, показано, как использовать различные методы, включая методы построения стандартных полиномиальных идеалов, для решения полученной алгебраической системы уравнений.

В проекте Чибисова [10] обсуждается движение робота с шестью вращающимися соединениями. Содержится описание технологии для того, чтобы вычислить оптимальный набор движений робота. Так как скорость задана, то время, необходимое для выполнения общего задания уменьшается, за счет времени движения между короткими задачами.

Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ (проект 08-07-97507) и программы "Развитие потенциала высшей школы" (проект 2.1.1/1853).

#### Список литературы

1. Накано Э. Введение в робототехнику. М.: Мир, 1988.
2. Фролов К. В., Воробьев В. И. Механика промышленных роботов. М.: Высшая школа, 1989.
3. Юревич Е. И. Основы робототехники. Л.: Машиностроение, 1985.
4. Юревич Е. И. Управление роботами и робототехническими системами: Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2001.
5. Cohen A. M., Cuypers H., Sterk H. (eds.) Some tapas of computer algebra. Springer, 1999.
6. Кохен Д., Литтл Дж., О'Шиу Д. Идеалы, многообразия и алгоритмы. М.: Мир, 2000.
7. Аржанцев И. В. Базисы Гребнера и системы алгебраических уравнений. М.: МЦНМО, 2003.
8. Gathen J., Gerhard J. Modern Computer Algebra. Cambridge University Press, 1999.
9. Renno J. M. Virtual design and modeling of various manufacturing processes for remote fabrication of transmuter fuel: Thesis, 2005.
10. Chibisov D., Mayr E. W. Computing Minimum Time Motion for 6R Robots with Applications to Industrial Welding, in Proc. of the 4th Int. Workshop Computer Algebra Systems in Teaching and Research: CASTR, 2007.
11. Gerdt V. P., Blinkov Y. A. and Mozhilkin V. V. Grobner Bases and Generation of Difference Schemes for Partial Differential Equations, 2006.
12. Латышев В. Н. Комбинаторная теория колец. Стандартные базисы. М.: Изд. Моск. ун-та, 1988.
13. Фундаментальная и прикладная математика. Центр новых информационных технологий МГУ. Издательский дом "Открытые системы" 2004, том 10, N 3, С. 23—71.
14. Предко М. 123 эксперимента по робототехнике. М.: ИТ Пресс. 2007.
15. Платонов А. К. Программное обеспечение промышленных роботов. М.: Наука, 1986.

Поступила в редакцию 20 ноября 2008 г.