

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ АСИМПТОТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В НЕСЕКВЕНЦИАЛЬНОЙ ПОСТАНОВКЕ ¹

© А. Г. Ченцов

Рассматриваются задачи асимптотического анализа в топологических пространствах, связанные с построением обобщенных пределов и множеств притяжения (МП). Один из таких вариантов МП доставляет множество точек прикосновения (МТП) образа фильтра (МТП такого вида широко используются в общей топологии); см. [1, гл. I]. К модели на основе МТП сводятся некоторые построения в задачах прикладной математики и, в частности, в задачах теории управления. Будем, однако, использовать термин МП; точки МП будем называть элементами притяжения (ЭП). Содержательные постановки, приводящие к МП, связаны, в частности, с задачами управления при наличии типичных ограничений (краевые и промежуточные условия, фазовые ограничения и др.). При ослаблении ограничений возникают асимптотические конструкции решений, в идейном отношении подобные секвенциальным приближенным решениям (СПР) Дж. Варги [2, гл. III]. Возникают, однако, постановки, в рамках которых использование только СПР приводит к потере ЭП. В частности, имеются примеры, для которых СПР (соблюдающие ограничения асимптотического характера) отсутствуют, в то время как несеквенциальные их аналоги существуют, что приводит к появлению несеквенциальных ЭП; см. [3, 4]. Известны также классы задач об асимптотической достижимости, которые допускают исчерпывающее представление ЭП в классе СПР (можно сказать, что в принципе МП реализуется секвенциально), однако построение требуемых СПР использует счетную аксиому выбора. В то же время построение несеквенциальных приближенных решений удается в целом ряде таких случаев реализовать конструктивно (имеется в виду построение фильтров или направленностей). В этой связи предлагается формализация, в рамках которой асимптотические (несеквенциальные приближенные) решения определяются в виде ультрафильтров (у/ф) основного пространства, удовлетворяющих следующему ограничению: требуется, чтобы данный у/ф содержал семейство множеств, определяющих ограничения асимптотического характера. Рассматриваются примеры задач о достижимости в условиях ограничений асимптотического характера, для которых существенно применение несеквенциальных версий приближенных решений.

Исследуются конструкции расширений с использованием волмэнковского компакта [5] и пространства стоуновского представления [6, с. 26]; в последнем случае роль обобщенных элементов исполняют у/ф измеримого пространства с алгеброй множеств, пространство оценок (результатов) отождествляется с полным метрическим пространством, а целевое отображение предполагается ярусным, т.е. допускающим равномерное приближение ступенчатыми отображениями.

Общие конструкции расширений абстрактных задач управления см. также в [2, 7, 8]. В [7, 8] рассматриваются также специализированные версии расширений с использованием конечно-аддитивных (к.-а.) мер со свойством слабой абсолютной непрерывности [9] относительно заданной неотрицательной к.-а. меры; в частности, для целей расширения абстрактных задач управления использовались векторные к.-а. меры (см. [8, гл. 4], [10, 11]). Общий

¹Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 06-01-00414, № 07-01-96088).

подход к построению обобщенных задач управления с импульсными ограничениями предложен Н.Н. Красовским [12]. Отметим также конструкции с использованием обобщенных управлений-мер в игровых задачах управления [13–15].

Наряду с построением общих конструкций расширения неустойчивых задач о достижимости при наличии импульсных и моментных ограничений, в [7, 8, 10] установлены легкопроверяемые конкретные условия асимптотической нечувствительности при ослаблении части ограничений. Эти условия охватывают постановки, в которых не удастся осуществить компактификацию пространства обычных решений. Были указаны [8] классы некомпактифицируемых, вообще говоря, задач управления с импульсными и моментными ограничениями, для которых расширения с применением к.-а. мер позволяют построить обобщенные задачи управления и указать варианты ослабления части условий, не влияющие на асимптотику достижимых состояний. Построены [7, 8] конструкции расширения многокритериальных задач и задач оптимизации по конусу, реализуемые с использованием к.-а. мер с упомянутым свойством слабой абсолютной непрерывности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бурбаки Н. Общая топология. Основные структуры. М.: Наука, 1968. 272 с.
2. Варга Дж. Оптимальное управление дифференциальными и функциональными уравнениями. М.: Наука, 1977. 624 с.
3. Ченцов А.Г. Несеквенциальные конструкции приближенных решений в абстрактных задачах управления // Теория упр. и теория обобщ. решений уравнений Гамильтона–Якоби: тез. докл. Междунар. семинар, посвящ. 60-летию академика А.И. Субботина, Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2005. С. 168–170.
4. Ченцов А.Г. Несеквенциальные приближенные решения в абстрактных задачах управления // Труды Института математики и механики УрО РАН. Екатеринбург, 2006. Т. 12, № 1. С. 216–241.
5. Энгелькинг Р. Общая топология. М.: Мир, 1986. 751 с.
6. Неве Ж. Математические основы теории вероятностей. М.: Мир, 1969. 309 с.
7. Chentsov A.G. Finitely Additive Measures and Relaxations of Extremal Problems. New York: Plenum., 1996.
8. Chentsov A.G. Asymptotic attainability. Dordrecht etc.: Kluwer Acad. Publ., 1997. 322 с.
9. Rao, K.P.S.B. and Rao, M.B. Theory of charges. A study of finitely additive measures. L.: Academic Press, 1983.
10. Ченцов А.Г. Векторные конечно-аддитивные меры и вопросы регуляризации задачи о построении множеств асимптотической достижимости // Труды Института математики и механики УрО РАН. Екатеринбург, 1996. Т. 4. С. 266–295.
11. Морина С.И. О расширении линейной задачи управления с фазовыми ограничениями // Дифференц. уравнения. 2005. Т. 41, № 4. С. 490–499.
12. Красовский Н.Н. Теория управления движением. М.: Наука, 1968. 475 с.
13. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
14. Красовский Н.Н. Управление динамической системой: задача о минимуме гарантированного результата. М.: Наука, 1985. 518 с.
15. Субботин А.И., Ченцов А.Г. Оптимизация гарантии в задачах управления. М.: Наука, 1981. 287 с.

Ченцов Александр Георгиевич
Институт математики и механики УрО РАН
Россия, Екатеринбург
e-mail: chentsov@imm.uran.ru

Поступила в редакцию 30 апреля 2007 г.