и скорости 1,8–2,6 м/с столкнулись с необходимостью точного совпадения скорости струи и охлаждающей жидкости воды и водных растворов. В наших экспериментах [3, 4] при экструдировании расплавов олова, алюминия, меди, стали струей диаметром 0,5÷1 мм со скоростью 1÷2 м/с в неподвижные среды: в воду, расплавы смеси селитр и смеси хлоридов признаков отрицательного действия торможения со стороны среды на полученных волокнах не обнаружено.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kavesh Sh.* Melt spinning of metal fibers // American Institute of Chemical Engineers. Symposium Series. 1978. V.74. № 180. P. 1-15.

2. Патент 3845805 (США). Liquid Quenching of Free Jet Spun Metal Filaments / Sh. Kavesh.

3. Некоторые особенности тепломассообмена при экструдировании расплавленных металлов для получения литой проволоки / Г.К. Субботин, И.М. Цун, В.П. Петышин, В.И. Лукьянов // Теплотехника процессов выплавки стали и сплавов. Свердловск: Изд-во УПИ, 1977. Вып. 5. С. 31-37.

4. *Цун И.М.* Экспериментальные исследования устойчивости капиллярных струй // Вестн. МаГУ: Периодический научный журнал. Магнитогорск: МаГУ, 2001-2002. Вып. 2-3. С. 225-232.

5. *Эглит М.Э.* Лекции по механике сплошных сред. М.: Изд-во Московского университета, 2008. 318 с.

6. Теплотехнический справочник: в 2 т. М.: Энергия, 1975. Т. 1. 744 с.

Abstract: Investigation the question about a retarding action of the viscous and solid medium on a capillary laminar jet.

Keywords: capillary laminar jet; endless liquid cylinder; viscous and solid medium; mathematical model of motion; solution of boundary-value problem.

Цун Иосиф Менделеевич
к. т. н., профессор
Магнитогорский государственный университет
Россия, Магнитогорск
e-mail: tsoun@masu.ru

Iosif Tsoun
candidate of phys.-math. sciences, professor
Magnitogorsk State University
Russia, Magnitogorsk
e-mail: tsoun@masu.ru

УДК 517.98

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БЕРЕЗИНА В ПОЛИНОМИАЛЬНОМ КВАНТОВАНИИ ДЛЯ ПАРА-ЭРМИТОВЫХ ПРОСТРАНСТВ С ПСЕВДО-ОРТОГОНАЛЬНОЙ ГРУППОЙ ДВИЖЕНИЙ [1]

© С. В. Цыкина

Ключевые слова: симплектические многообразия; псевдо-ортогональные группы; полиномиальное квантование; преобразование Березина.

[1]Работа поддержана грантами: РФФИ 09-01-00325 а, научной программой "Развитие научного потенциала высшей школы" РНП 2.1.1/1474 и Темпланом 1.5.07.

Аннотация: Мы рассматриваем полиномиальное квантование на пара-эрмитовых симметрических пространствах G/H с псевдоортогональной группой движений $G = \mathrm{SO}_0(p, q)$. Мы даем выражение преобразования Березина через операторы Лапласа, находим его собственные числа и находим его асимптотику.

Общая теория полиномиального квантования на пара-эрмитовых симметрических пространствах была предложена в [1], явные вычисления для ранга *один* были проведены в [2]. Для полиномиального квантования ковариантные и контравариантные символы являются многочленами. Центральное место в полиномиальном квантовании занимает преобразование Березина $\mathcal{B}$. Оно сопоставляет контравариантному символу оператора ковариантный символ этого оператора.

Мы рассматриваем полиномиальное квантование на следующих пара-эрмитовых симметрических пространствах G/H. Группа G есть псевдо-ортогональная группа $\mathrm{SO}_0(p, q)$, подгруппа H есть стационарная подгруппа элемента

$$Z_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & E & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

из алгебры Ли g группы G в присоединенном представлении, так что G/H – орбита группы G в g. Связная компонента единицы H_e есть $\mathrm{SO}_0(p-1, q-1) \times \mathrm{SO}_0(1, 1)$. Размерность пространства G/H равна $2n-4$, где $n = p+q$, *ранг равен двум*.

На нашем пространстве G/H имеются два оператора Лапласа, это дифференциальные операторы Δ_2 и Δ_4 порядка 2 и 4, соответственно.

Мы получили [3] явное выражение преобразования Березина $\mathcal{B}$ через операторы Лапласа. А именно, обозначим $m = (n-4)/2$, тогда

$$\mathcal{B} = \frac{\Gamma(\sigma+n-2+k)\Gamma(\sigma+1-k)}{\Gamma(\sigma+n-2)\Gamma(\sigma+1)} \cdot \frac{\Gamma(\sigma+m+2+l)\Gamma(\sigma+m+1-l)}{\Gamma(\sigma+m+2)\Gamma(\sigma+m+1)}. \tag{11}$$

Здесь σ – параметр полиномиального квантования, k, l – некоторые переменные. Фактически правая часть (1) зависит от λ_2 и λ_4, где $\lambda_2 = 2(a_1+a_2)$, $\lambda_2 = 16(a_1a_2 - ma_1 + m^2a_2)$ и $a_1 = k(k+$ $+n-3)$, $a_2 = l(l+1)$. Вместо λ_2 и λ_4 надо подставить Δ_2 и Δ_4, соответственно.

Эта формула (1) вытекает из формулы для собственных чисел оператора $\mathcal{B}$. На неприводимом подпространстве со старшим весом $(k+l, k-l)$, где $k, l \in \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$, $k \geqslant l$, в пространстве многочленов на G/H собственное число есть

$$b_{k,l} = \frac{(\sigma+n-2)^{[k]}}{\sigma^{(k)}} \cdot \frac{(\sigma+m+2)^{[l]}}{(\sigma+m)^{(l)}} ,$$

где $x^{[r]} = x(x+1)\ldots(x+r-1)$, $x^{(r)} = x(x-1)\ldots(x-r+1)$.

Далее, мы предлагаем формулу для полного асимптотического разложения (при $\sigma \to \infty$) преобразования Березина $\mathcal{B}$ в виде двойного ряда по переменным $s, t \in \mathbb{N}$, $s \geqslant t$:

$$\mathcal{B} = \sum \frac{M_{st}}{\sigma^{(s)}(\sigma+m)^{(t)}},$$

где M_{st} – многочлен от Δ_2 и Δ_4 (δ_{st} – символ Кронекера):

$$M_{st} = P_sQ_t(1-\delta_{st}) + Q_s \sum_{r=0}^{t} \binom{s-r}{t-r} P_r m^{[t-r]}.$$

$$P_s = \frac{1}{s!}\prod_{j=0}^{s-1}\{a_1 - j(j+n-3)\}, \quad Q_t = \frac{1}{t!}\prod_{j=0}^{t-1}\{a_2 - j(j+1)\}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Molchanov V. F., Volotova N. B.* Polynomial quantization on para-Hermitian symmetric spaces // Вестн. Тамб. ун-та. Сер. Естеств. и техн. науки. 2005. Т. 10. Вып. 4. С. 412–424.
2. *Molchanov V. F., Volotova N. B.* Polynomial quantization on rank one para-Hermitian symmetric spaces // Acta Appl. Math. 2004. V. 81. № 1–3. C. 215–232.
3. *Tsykina S. V.* Polynomial quantization on para-hermitian spaces with pseudo-orthogonal group of translations // Int. Workshop "Idempotent and tropical mathematics and problems of mathematical physics". Moscow. Aug. 25–30. V. II. 2007. C. 63–71.

Abstract: We consider polynomial quantization on para-Hermitian symmetric spaces G/H with the pseudo-orthogonal group $G = \mathrm{SO}_0(p,q)$. We express the Berezin transform in terms of Laplacians, compute its eigenvalues and determine its asymtotics.
Keywords: simplectic manifolds; pseudoorthogonal groups; polynomial quantization; Berezin transform.

Цыкина Светлана Викторовна
ассистент
Тамбовский государственный университет
им. Г.Р. Державина
Россия, Тамбов
e-mail: molchano@molchano.tstu.ru

Svetlana Tsykina
assistant
Tambov State University
named after G.R. Derzhavin
Russia, Tambov
e-mail: molchano@molchano.tstu.ru

УДК 517.972.8

К ВОПРОСУ О РАСШИРЕНИИ НЕКОТОРЫХ ИГРОВЫХ ЗАДАЧ В КЛАССЕ КОНЕЧНО-АДДИТИВНЫХ МЕР

© **А. Г. Ченцов, Ю. В. Шапарь**

Ключевые слова: конечно-аддитивная мера; максимин; слабая абсолютная непрерывность.
Аннотация: Рассматривается расширение неустойчивой игровой задачи в классе конечно-аддитивных мер.

Пусть $(I_1, \mathcal{L}_1)$ и $(I_2, \mathcal{L}_2)$ – пара измеримых пространств с полуалгебрами множеств, $I_1 \neq \emptyset$ и $I_2 \neq \emptyset$, η_1 и η_2 — неотрицательные вещественнозначные (в/з) конечно-аддитивные (к.-а.) меры на $\mathcal{L}_1$ и $\mathcal{L}_2$ соответственно. Фиксируем натуральные числа k, l, p, q;

$$(\alpha_i)_{i \in \overline{1,k}} : \overline{1,k} \to B(I_1, \mathcal{L}_1),\ (\beta_j)_{j \in \overline{1,l}} : \overline{1,l} \to B(I_2, \mathcal{L}_2),$$