В первую очередь, это стимулирование познавательного интереса и выработки общественных умений и навыков, на основе решения одного и того же вопроса интеграции. Второе – это объединение понятийно-информационной сферы учебных предметов. Оно может проводиться в целях наилучшего запоминания каких-либо фактов и сведений, сопутствующего повторения, введения в урок дополнительного материала. При этом необходимо учитывать, являются ли применяемые учащимися знания результатом интегрирования. Третий круг задач связан со сравнительно-обобщающим изучением материала, которое выражается в умении школьников сопоставлять явления и объекты. И четвертый уровень проявляется в деятельности учащихся, когда школьники сами начинают сопоставлять факты, суждения об одних и тех же явлениях, событиях, устанавливать связи и закономерности между ними, применяют совместно выработанные учебные умения.

Элективные курсы связаны с удовлетворением индивидуальных образовательных интересов, потребностей и склонностей каждого школьника. Именно они, по существу, и являются важнейшим средством построения индивидуальных образовательных программ, так как в наибольшей степени связаны с выбором каждым школьником содержания образования в зависимости от его интересов, способностей, последующих жизненных планов.

Элективные курсы компенсируют во многом ограниченные возможности базовых и профильных курсов в удовлетворении разнообразных образовательных потребностей старшеклассников.

Усвоение предметного материала обучения из цели становится средством такого эмоционального, социального и интеллектуального развития ребенка, которое обеспечивает переход от обучения к самообразованию.

Условиями преподавания интегрированных элективных курсов являются обстановка сотрудничества, творческий поиск учителя и учащихся, расширенная самостоятельная работа учащихся, возможность выстраивания учеником собственной, индивидуальной, образовательной траектории, дальнейший рост знаний ученика по какому-либо модулю.

Интегрированные элективные курсы совмещают в себе различные формы организации, моделируют противоречия реальной жизни через их представленность в теоретических концепциях, взаимодействуют на проблемно-организационном материале, позволяют активизировать внимание учащихся, соединяют воедино различные предметы, интересы, способности.

Поступила в редакцию 8 ноября 2006 г.

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИНГУЛЯРНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА В ПРОИЗВОЛЬНОМ НОРМАЛЬНОМ ЦИЛИНДРЕ

© А.Ю. Сазонов

Пусть $\mathbb{R}^{n+1}_+$ полупространство $y > 0$ точек $x = (x_1, ..., x_n, y) = \left(x', y\right)$ евклидова $(n+1)$-мерного пространства $\mathbb{R}^{n+1}$. C^+ и Ω^+ – ограниченные $(n+1)$-мерные области, расположенные в $\mathbb{R}^{n+1}$ и прилегающие к гиперплоскости $y = 0$. Через Γ^0 обозначим часть границы области Ω^+, лежащей на гиперплоскости $y = 0$, а $\overline{\Gamma}^+$ – замыкание оставшейся части границы. Через Q_T обозначим $(n+2)$-мерный цилиндр, равный произведению $\Omega^+ \times (0 \le t \le T)$. В работе рассматривается вопрос о разрешимости в классическом смысле краевой задачи:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - Lu = f(x,t), \ (x,t) \in Q_T \tag{1}$$

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad x \in \Omega^+, \tag{2}$$

$$u(x,t)|_{\Gamma^+\times(0,T)}=0,\quad \left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial y}\right|_{\Gamma^0\times(0,T)}=0, \tag{3}$$

где $\varphi(x)$ – заданная функция, определенная в области C^+, $f(x,t)$ – заданная функция, определенная в цилиндре Q_T, L – определенный в области C^+, дифференциальный B-эллиптический оператор [1]:

$$L=\sum_{i,j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{ij}(x)\frac{\partial}{\partial x_j}\right)+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{k}{y}\frac{\partial}{\partial y}+c(x),\quad c(x)\le 0,\ k>0. \tag{4}$$

Общее решение задачи (1)-(3) представимо рядом Фурье

$$u(x,t)=\sum_{p=1}^{\infty}v_p(x)\left[\varphi_p e^{-\lambda_p t}+\int\limits_0^t f_p(\tau)e^{-\lambda_p(t-\tau)}d\tau\right], \tag{5}$$

в котором $v_p(x)$ – собственные функции, а λ_p – соответствующие собственные значения краевой задачи:

$$Lv+\lambda v=0,\quad x\in\Omega^+,\quad v|_{\Gamma^+}=0,\quad \left.\frac{\partial v}{\partial y}\right|_{\Gamma^0}=0.$$

Через φ_p, и $f_p(\tau)$ обозначены коэффициенты Фурье разложения функций $\varphi(x)$, и $f(x,t)$ по системе $\{v_p(x)\}$. Обозначим через $B_y=\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{k}{y}\frac{\partial}{\partial y}$, $k>0$ дифференциальный оператор Бесселя и через $[\alpha]$ целую часть числа α.

Т е о р е м а. *Пусть Ω^+ – произвольная нормальная область, содержащаяся вместе с частью границы Γ^+ в открытой области C^+ и Γ^+ составляет с гиперплоскостью $y=0$ угол, равный $\pi/2$. Коэффициенты оператора L, начальная функция $\varphi(x)$ и правая часть $f(x,t)$ удовлетворяют следующим требованиям:*

1) $a_{ij}(x)$ и (x) удовлетворяют условиям $c(x)\leqslant 0$, $a_{ij}(x)=a_{ji}(x)$, для любого $\alpha=(\alpha_1,...,\alpha_{n+1})$, $|\alpha|\neq 0$ и для любого $\delta>0$ выполнено неравенство

$$\sum_{i,j=1}^{n}a_{ij}(x)\alpha_i\alpha_j+\alpha_{n+1}^2\geqslant\delta|\alpha|^2$$

равномерно по $x\in\overline{C}^+$. $a_{ij}(x)$ имеют непрерывные производные до порядка $\left[\frac{n+k+1}{2}\right]+2$, а коэффициент (x)– до порядка $\left[\frac{n+k+1}{2}\right]+1$ в области C^+ и, кроме того,

$$\left.\frac{\partial^l a_{ij}(x)}{\partial y^l}\right|_{\Gamma^0}=0,\quad \left.\frac{\partial^l c(x)}{\partial y^l}\right|_{\Gamma^0}=0,\quad 1\leqslant l\leqslant\left[\frac{n+k+1}{2}\right]-1;$$

2) $\varphi\in H_k^{\left[\frac{n+k+1}{2}\right]+2}(\Omega^+)$ и, кроме того, φ, $L\varphi,\dots,L^{\left[\frac{n+k+1}{4}\right]}\varphi$ принадлежат пространству $\overset{0}{H}{}_k^1(\Omega^+)$;

3) $f\in H_k^{\left[\frac{n+k+1}{2}\right]+2}(Q_T)$ и, кроме того, $f, Lf,\dots,L^{\left[\frac{n+k+3}{4}\right]}f$ принадлежат пространству $\overset{0}{H}{}_k^1(Q_T)$.

Тогда ряд (5) и ряд полученный однократным почленным дифференцированием ряда (5) по t, сходятся равномерно во всем замкнутом цилиндре Q_T, а ряды, полученные дифференцированием вида $\frac{\partial}{\partial x_i}$, $\frac{\partial^2}{\partial x_i\partial x_j}$, B_y ряда (5) сходятся равномерно в любой строго внутренней подобласти Q_T. При этом сумма ряда (5) определяет классическое решение задачи (1)-(3).

Сформулированная теорема имеет своим классическим аналогом соответствующую теорему В.А. Ильина [2]. Весовые функциональные пространства И.А. Киприянова $H_k^s(\Omega^+)$, $\overset{0}{H}{}_k^s(Q_T)$ введены и изучены в работе [3]. В работе [4] аналогичный результат установлен для гладких границ типа Ляпунова.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Киприянов И.А.* О краевых задачах для уравнений в частных производных с дифференциальным оператором Бесселя // ДАН СССР. 1964. Т.158 §2, С. 275-278.

2. *Ильин В.А.* О разрешимости смешанных задач для гиперболических и параболических уравнений // УМН. 1960. Т.15. Вып.2. С. 97-154.

3. *Киприянов И.А.* Преобразования Фурье-Бесселя и теоремы вложения для весовых классов // Труды МИАН СССР. 1967. Т.89. С. 130-213.

4. *Сазонов А.Ю.* О классическом решении смешанной задачи для сингулярного параболического уравнения // Дифференциальные уравнения. 1990. Т. 26, № 8. С. 1382-1388.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант № 04-01-00324).

Поступила в редакцию 8 ноября 2006 г.