УДК 519.92

ДИНАМИКА КОНТИНУУМА И ФИЗИЧЕСКИЙ ВАКУУМ

© С. Векшенов

Vekshenov S. Continuum dynamics and physical vacuum. The article puts to scrutiny different aspects of the issue. Special foci are placed on such issues as a theoretically multiple model of continuum, a dual one.

Сыну Алексею –
студенту-физику

ВВЕДЕНИЕ

Современная физическая картина мира базируется, как известно, на двух основополагающих концепциях универсальной среды: многомерного пространства – времени и физического, квантового вакуума.

Если исходить из единства физической картины, то названные концепции предполагают ту или иную форму объединения. Кроме того, существует значительное число твердо установленных экспериментальных фактов, которые могли бы органически вписаться в искомую объединенную теорию. Эта ситуация во многом напоминает положение в физике на момент создания специальной теории относительности. Фоном механики Ньютона было, как известно, евклидово пространство-время, в то время как фоном электродинамики выступал эфир.

Хорошо известное решение Эйнштейна, получившее колоссальную поддержку в математике со стороны «программы Бурбаки», на долгое время стало эталоном для решения подобных задач.

Суть его, в двух словах, сводится к сближению или объединению аксиом, отражающих фундаментальное свойства движения по отношению к данной среде. В случае классического пространства и времени в роли такой аксиомы выступал принцип относительности Галилея. Свойства движения в эфире отражал принцип постоянства скорости света. Возможным результатом совмещения этих принципов явилась новая метрика пространства-времени, в которую «встроена» идея постоянства скорости света.

Теоретически возможно симметрическое решение, когда эфир наделяется необходимыми геометрическими атрибутами. В математическом плане этот путь не столь естественно укладывался в набирающую силу аксиоматику и на некоторое время был оставлен (при этом не оставлена была сама идея эфира, что отмечал, как известно, и сам Эйнштейн).

На сегодняшний день мы имеем очень схожую ситуацию, поскольку имеются две совершенно различные вещи: многомерное риманово пространство, служащее «ареной» всех физических взаимодействий, и физический вакуум, являющийся источником всех элементарных частиц.

Несмотря на внушительное разнообразие подходов (см., например, [1]), общая методология объединения этих концепций не выходит за рамки обрисованных выше идей. При этом выяснилось, что объединить пространство-время и квантовый вакуум без дополнительных гипотез ad hoc в рамках аксиоматики, по-видимому, невозможно. Радикальный путь решения проблемы был предложен Ю.С. Владимировым, который предложил вообще отказаться от названных концепций универсальной среды и заменить их единой математической структурой, – системой бинарных комплексных отношений [1, 2]. Анализ возможностей этой теории еще не завершен, но, по-видимому, идея симметрии и теоретико-множественной аксиоматики, лежащая в ее основе, в большей степени играет роль систематизирующего, чем эвристического, начала.

В настоящей работе предпринята попытка объединить названные концепции фона на принципиально иной методологической основе путем сближения не аксиом, которые нам могут быть неизвестными, а их носителей. Это требует привлечения существенно нового математического аппарата.

Будем исходить из следующих свойств любой среды, в которой происходит движение:

1. Статичность. Без понятия внутренней статичности среды невозможно мыслить движение. Понятие траектории движения возможно лишь по отношению к такой среде. В квантовой механике между движением и средой возникает посредник – волновая функция $\Psi(x,y,z,t)$. Теперь уже параметры этой функции соотносятся со статичной средой. Ниже мы детально обсудим вопрос: насколько столь необходимая идея статичности соответствует действительному положению дел.

2. Непрерывность. Среда не имеет областей разрыва, поскольку такие области уже не являются средой, что приводит к значительным метафизическим осложнениям.

Разумеется, «очевидность» этих свойств относительна, поскольку нигилистическое отношение современных теорий к подобным «наивным» утверждениям общеизвестно. Однако, именно «наивные» утверждения, в данном случае, могут оказаться самыми глубокими.

Как будет показано в дальнейшем, этих свойств окажется достаточно для построения новой концепции пространства-времени, в которую естественным образом войдет идея физического вакуума (аналогично тому, как идея эфира вошла в концепцию пространства-времени Минковского – Эйнштейна).

§ 1. ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННАЯ МОДЕЛЬ КОНТИНУУМА

Общепринятая точечная модель континуума опирается, как известно, на теоретико-множественную концепцию Г. Кантора. Эта модель внешне идеально сопряжена с основной физической абстракцией – материальной точкой. Существенной особенностью этой модели является использование актуальной (завершенной) количественной бесконечности, представленной бесконечным множеством. Такая модель континуума служит идеальной основой для развития всевозможных геометрических формализмов. При этом она несостоятельна в своем прямом назначении – как среды, в которой осуществляется движение.

Дело в том, что согласно аксиомам теории множеств существует механизм (т. н. «диагональный метод»), согласно которому каждое бесконечное множество можно всегда расширить за счет добавления нового элемента. Этот механизм лежит в основе таких фундаментальных результатов, как несчетность множества действительных чисел, теорема Геделя о неполноте и т. д. Этот механизм de facto превращает теоретико-множественный континуум в среду, обладающую самодвижением. На эту особенность теории множеств обращали внимание многие авторы, причастные к исследованиям оснований математики: П. Коэн, П. Вопенка, О. Беккер и др. Именно в этом факте самодвижения следует искать истоки континуум-проблемы, – едва ли не самой знаменитой проблемы математики XX века.

Поскольку идея динамики в корне противоречит исходным посылкам теории множеств, она теми или иными средствами подавлялась (см. замечание 2 в конце следующего параграфа). В результате возникла современная статическая теория, за которой тянется шлейф разнообразных парадоксов (Рассела, Бурали-Форти, Ришара и пр.), происходящих от невозможности вложить текущее время в статические конструкции.

Тем не менее, теория множеств позволила построить беспрецедентную теорию математических структур, охвативших всю математику и теоретическую физику. Парадоксы были отодвинуты в тень, и теория множеств, в частности, теоретико-множественная модель континуума, на сегодняшний день считается вполне благополучной теорией.

Между тем, скрытая динамика этого континуума создает принципиальные трудности для адекватного описания движения, особенно в микро- и мега-мирах, когда оно недоступно непосредственному наблюдению.

§ 2. ДУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ КОНТИНУУМА

Чтобы превратить теоретико-множественную модель континуума в настоящую статическую структуру и тем самым сделать непротиворечивой «ареной» движения, нужно каким-либо способом «запретить» диагональную процедуру, т. е. «запретить» само понятие «следующего элемента». В рамках теории множеств такой вопрос не может быть даже поставлен. Если имеется множество, то всегда можно построить еще большее в смысле порядка множество и так до парадокса Бурали – Форти, констатирующего, что совокупность всех упорядоченных множеств не является множеством.

Глубинной причиной этой тупиковой ситуации является теоретико-множественная деформация понятия числа. Согласно изначальным, арифметическим представлениям, натуральное число является единством количества и порядка (например, «2» – это «два элемента» и «вторая засечка» от начала отсчета). Можно сказать, что число n является функцией двух независимых аргументов: количества и порядка $n = f(x, y)$, где x – мера количества, а y – мера порядка. Теория множеств принципиально меняет ситуацию. С ее точки зрения существует одно лишь количество, которое имеет своим носителем множество. Порядок же моделируется с помощью линейно упорядоченного множества. («2» – это «два элемента» и «два упорядоченных элемента»). Таким образом, в теории множеств число n становится функцией одной переменной – «количества».

Совершенно очевидно, что при теоретико-множественном понимании числа никакое завершение диагонального процесса невозможно. Попробуем выйти за пределы теоретико-множественного универсума. Будем считать число функцией двух независимых переменных. Области изменения этих переменных определяют две существенно различные бесконечности: количественную – ω и порядковую – Ω. Основное свойство бесконечных чисел ω и Ω состоит в том, что бесконечность в смысле количества ω по определению не изменяется при добавлении к ней нового элемента счета, то есть $\omega + 1 = \omega$. Но, поскольку любое число изменяется на единицу при последовательном пересчете элементов, то в смысле порядка $\omega + 1 \neq \omega$. В то же время $\Omega + 1 = \Omega$ уже в смысле порядка (и, разумеется, в смысле количества). Отсюда, в частности, следует, что $\Omega > \omega$. Это принципиально важное соотношение можно понимать следующим образом: <u>порядковых чисел больше, чем количественных</u>. Или в более свободной форме: количественно измеримых вещей меньше, чем нумеруемых. Это значит, что существует «вещь», которой можно приписать порядок, но нельзя приписать количество. В работе [3] показано, что именно такой «вещью» является теоретико-множественная модель континуума. Парадоксальный вывод заключается в том, что с точки зрения теории множеств континуум de facto является *переменной величиной*, т. е. для любого кардинала $\aleph : \aleph < C$, где C – мощность континуума. Это, в частности, говорит о принципиальной некорректности континуум-гипотезы.

Построение теории бесконечности, исходя из двойственной природы числа, выливается в одну из ключевых проблем современной математики. Это связано с идейным исчерпыванием в теоретико-множественной концепции и, как следствие, – внутренним кризисом всей теоретико-множественной математики. Развернутое изложение основ теории двойственной бесконечности (количество – порядок; множество – сверхмножество) предпринято в [3, 4].

Введение новой, порядковой бесконечности кардинально меняет структуру континуума. Наряду с «точками», отражающими его количественную, множественную составляющую, появляются новые сущности, выходящие за рамки теоретико-множественного универсума и которые естественно назвать «не-точками».

Наглядно ситуацию двойственного восхождения от числа к континууму можно изобразить следующим образом:

$$\text{число (количество, порядок)}$$
$$\downarrow$$
$$\text{бесконечное число } \begin{Bmatrix} \text{(количественная} & \text{(порядковая} \\ \text{бесконечность } \omega), & \text{бесконечность } \Omega) \end{Bmatrix}$$
$$\downarrow$$
$$\text{континуум } A = X\,(\text{«точки»})\ \&\ Y\,(\text{«не-точки»}).$$

В какой мере дуальный континуум А позволяет решить проблему статичности среды движения?

Теоретико-множественная модель континуума, т. е. модель, построенная «из точек», взятая в целом, является переменной величиной. Мы не можем полностью избавиться от динамики, поскольку она исходит от порядковой бесконечности (бесконечности времени), которая больше количественной (пространственной) бесконечности. Однако динамику можно локализовать, «упаковать» в «не-точки» и тем самым сделать дуальный континуум глобально статичным.

Следует подчеркнуть, что дуальная структура континуум: «точки» – «не-точки» имеет более продолжительную и продуктивную историю, чем теоретико-множественный, точечный континуум. Еще Аристотель говорил, что непрерывность нельзя постичь только на основе «неделимых», т. е. точек. В его понимании точки есть только внешнее проявление континуума и всегда существует нечто, дополняющее множество неделимых до континуума.

Г.В. Лейбниц придал этой идее форму рабочего инструмента, введя конкретный вид «не-точек» – бесконечно-малые и бесконечно-большие величины.

Как известно, философской основой дуалистического континуума Лейбница явилась его теория монад-протяженных динамических сущностей, составляющих фундаментальную основу мироздания. В течение длительного времени оставалось неясным: каким образом придать этой весьма плодотворной идее точный смысл. В какой-то мере это удалось сделать в рамках т.н. «нестандартного анализа», созданного в 1961 г. А. Робинсоном. Его основу составляет множество $^*R$, в котором присутствуют как обычные, «стандартные» действительные числа, так и числа «нестандартные» – бесконечно-малые и бесконечно-большие, мыслимые как постоянные. Нестандартный анализ целиком вкладывается в теоретико-множественную концепцию и, следовательно, реализует замысел Лейбница лишь частично. Собственно динамику континуума, заключенную в «не-точках», можно строго ввести лишь на основе принципиально новой абстракции – порядковой бесконечности.

Отметим, что физика постоянно испытывала тяготение к «не-точкаи». Достаточно вспомнить модель «вихревого атома» лорда Кельвина или современные струнные теории.

Замечание 1. «Не-точки» представляют собой существенно динамические структуры, хотя их динамика и является внутренней. Их нельзя трактовать как «точки», наделенные собственной структурой, а дуальный континуум не является одним из видов расслоенного пространства.

Замечание 2. Следует обратить внимание на следующий примечательный факт.

В период работы над построением точечного континуума Г.Кантор, как известно, изобрел (открыл?) диагональную процедуру. Тем самым он получил в руки все «ингредиенты» для построения дуального континуума. Однако настроенность на создание статической унифицированной теории, в которой нет места динамическим «не-точкам», заставила его трансформировать диагональную процедуру порождения в «диагональный метод» доказательства. Однако «обман» не получился. За весь период существования теории множеств с критикой диагонального метода доказательства выступили десятки авторов, начиная с Б. Рассела. Последним по времени был, по-видимому, А.А. Зенкин, который отметил в коротком, на ½ страницы доказательстве Кантора семь (!) ошибок. При условии того, что диагональный метод является несущей конструкцией канторовской теории, остается загадочным длительное молчание «большой математики» о столь фундаментальном дефекте в ее идейных основах.

Объяснением этому может быть только то, что математика все же интуитивно не отождествляла себя с теорией множеств. Например, ни один разумный геометр не будет понимать сферу как множество точек, хотя в нужный момент он охотно переходил на теоретико-множественный язык.

В работах [5, 6] строго показано, что в качестве «не-точек» можно взять следующие объекты:

- всевозможные отношения $r_{ij} \dots r_{kl}$ между всеми точками континуума $i, j \dots k, l$, сохраняющие соотношение для некоторой функции n аргументов $\Phi\,(r_{ij} \dots r_{kl}) = 0$ при любых заменах отношений $r_{ij} \dots r_{kl}$.
- волны «непрерывности»: $\Psi_1 \dots \Psi_n \dots$, обусловленные вложением времени бесконечности Ω в пространство бесконечности ω.

Следует сказать, что названные «не-точки» не являются чистой абстракцией, а имеют прямое отношение к происходящим в мире процессам. Отношения $\{r_{ij}\}$ являются формальным выражением идеи дальнодействия, приверженцами которой были Э. Мах, Р. Фейман, Ю. Владимиров, Я. Френкель, Д.А. Уилер и многие другие. В этом контексте «принцип Маха» о взаимосвязи всех частиц во Вселенной является одной из форм принципа непрерывности (заметим, что именно так понимал непрерывность такой безупречный мыслитель как св. Фома Аквинский).

Что касается «волн непрерывности» $\{\Psi_i\}$, то их можно рассматривать как инструмент установления связей (через когерентность), что соответствует общей интуиции непрерывного. С другой стороны, «волны непрерывности» фиксируют все без исключения дисциплины: от физики до экономики (Н.Д. Кондратьев) и языка (Бодуэн де Куртене).

2.1

Рассмотренный выше взгляд на число является проявлением общего принципа, который естественно назвать принципом двойственности. Суть его в первом приближении можно отобразить следующей схемой:

$$\begin{tikzcd} & \gamma\ldots \arrow[dr] & \\ A \arrow[ur] \arrow[dr] & & A' \\ & \delta\ldots \arrow[ur] & \end{tikzcd}$$

В объекте A выделяются два свойства γ и δ, которые независимым образом развиваются. На последнем этапе они «нераздельно и неслиянно» вновь соединяются в объекте A, который в этом случае логичнее считать новым объектом A'.

Смысл этого принципа проясняется, если вспомнить, что ведущим способом образования абстрактного объекта в настоящее время является аксиоматика, которая различает объекты по предикатам, но унифицирует их с точки зрения носителей этих предикатов. «Мир есть совокупность фактов, а не вещей» (Die Welt ist die Gesamtheit der Tatsachen, nicht der Dingen), – утверждал вдохновитель этой концепции Л. Витгенштейн. В современных конструкциях допустима только одна «вещь» – множество, все остальное является «фактами», проявлениями этой «вещи». При таком подходе стираются или становятся непонятными многие эффекты, поскольку Мiр по своей сути все же бесконечно разнообразен.

В данном контексте принцип двойственности является попыткой в какой-то мере восстановить изначальный объект, не сводя его к «факту» универсальной «вещи». Принцип двойственности в дальнейшем будет активно использоваться в качестве рабочего инструмента. Обсуждение же его философских аспектов выходит из круга рассматриваемых в работе проблем.

§ 3. ДВИЖЕНИЕ В КАНТОРОВСКОМ И ДУАЛЬНОМ КОНТИНУУМЕ

Еще Зенон Элейский ясно осознал, что мыслить движение в непрерывной среде как переход от точки к точке без противоречий невозможно. Положение спас Г. Галилей, который перенес центр тяжести проблемы на математическую форму описания движения в интуитивно непрерывном континууме – пространствевремени.

Особенность движения в канторовском континууме состоит в том, что переход от точки к точке всегда сопровождается переходом через их окрестности, которые можно понимать как «не-точки». (Аксиомы топологического пространства как раз вводят «не-точки» – окрестности) (рис. 3.1).

Рис. 3.1.

Можно предположить, что в дуальном континууме переход от точки A к точке B происходит по схеме, представленной на рис. 3.2.

$$\begin{tikzcd} \text{«точка» A} \arrow[r, dashed, no head] \arrow[d] & \text{«точка» B} \\ \text{«не-точка» A} \arrow[r] & \text{«не точка» B} \arrow[u] \end{tikzcd}$$

Рис. 3.2.

Это значит, что движение от A к B распадается на три составляющие:

- замена «точки» A «не-точкой» A;
- переход от «не-точки» A к «не-точке» B;
- возвращение от «не-точки» B к «точке» B.

Сделаем несколько шагов в направлении возможного уточнения этой картины. Цель этих шагов – сформировать некоторую интуицию, предваряющую более формальные рассуждения § 5.

Рассмотрим два оператора U, W, преобразующие, соответственно, «точки» и «не-точки»:

U: «точка» A $\rightarrow$ «точка» B;

W: «не-точка» A $\rightarrow$ «не-точка» B.

Простейшим оператором U можно считать траекторию γ, соединяющую точки A и B. К сожалению, понятие траектории не применимо к протяженным динамическим объектам, «не-точкам». Однако если считать, что «точки» A и B лежат в евклидовом пространстве R^3, можно получить представление об общем виде оператора W, соединяющего «не-точку» A с «не-точкой» B.

«Точкам» A и B можно сопоставить протяженные объекты – радиусы-векторы $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$. Переход от «точки» A к «точке» B в этом случае является переходом от вектора $\overrightarrow{OA}$ к вектору $\overrightarrow{OB}$, т. е. линейным преобразованием. Если превратить совокупность «не-точек» в линейное пространство, то оператор W по аналогии можно считать линейным преобразованием. Заметим, что такой подход является только возможным, но никак не обязательным.

Характер перехода от «не-точки» B к «точке» B также можно понять из общих соображений. Во-первых, из протяженного динамического объекта «не-точки» B надо сделать протяженный статический объект. Это может быть сделано путем комбинации выражений, содержащих величины «t» и «$-t$». Например, неподвижный круг является результатом двух одновременных вращений «по» и «против» часовой стрелки. Во-вторых, при условии того, что «не-точка» не стягивается в «точку» (как это имеет место в случае бесконечно-малых величин), определение «точки» В по протяженной величине может иметь только вероятностный характер (имея фигуру площади S, можно лишь с определенной вероятностью говорить, что данная точка принадлежит этой фигуре).

Приведенные рассуждения, с одной стороны, достаточно точно воспроизводят основные моменты традиционной концепции квантовой механики, с другой – никак не апеллируют к ее общепринятым основам – представлениям о волнах материи. Таким образом, существенным в квантовой механике оказывается, по-видимому, сама идея дуализма «точек» и «не-точек». Это, в свою очередь дает основание сделать парадоксальный вывод, что квантовую механику, во многом, можно считать классической механикой, перенесенной в дуальный континуум. Ниже будут приведены и другие подтверждения этого тезиса.

Подчеркнем еще один принципиальный момент, связанный с движением в дуальном континууме.

Переход от точки А к точке В можно осуществить, с одной стороны, по траектории γ, с другой – по схеме: А $\rightarrow$ «не-точка» А $\rightarrow$ «не-точка» В $\rightarrow$ В (рис.3.3).

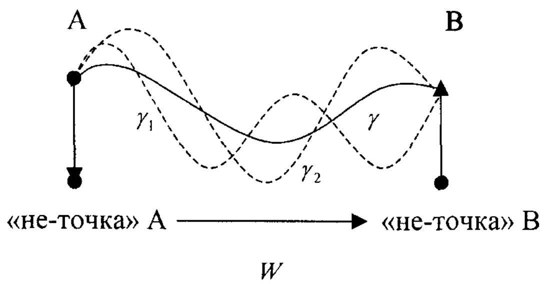

Рис. 3.3.

В этом случае траектории γ соответствует линейный оператор W. Представим его в виде бесконечной суммы базисных линейных операторов:

$$W = \sum_{i=1}^{\infty} W_i .$$

Каждому оператору W_i должна соответствовать своя траектория γ_i. Таким образом, движение от точки А до точки В по траектории γ, если следовать приведенным уточнениям, представляет собой движение по всем траекториям γ_i, соединяющим точки А и В.

Такое «расщепление» траектории движения γ характерно именно для дуального континуума, т. е. там, где существуют «не-точки». В свою очередь, введение «не-точек» целесообразно в тех случаях, когда порядковая составляющая натурального числа доминирует над его количественной составляющей, т. е. в «очень малом» или «очень большом».

Свойством движения сразу по всем траекториям, соединяющим две точки А и В, обладает, как известно, электромагнитная волна. Отсюда следует, что движение от А к В можно трактовать как движение «по лучу света».

Эта мысль кажется не столь парадоксальной в контексте очень старой работы Роберта Гротестеста (1754–1253), епископа Линкольнского «О свете или о начале форм» (De luce seu de inchoatione formarum). С его точки зрения, свет является первоматерией, из которой бесконечным умножением образуется все пространство. При определенном желании в этой работе можно увидеть как релятивистские идеи, так и ряд сформулированных выше представлений.

§ 4. ИЗМЕРЕНИЕ В ДУАЛЬНОМ КОНТИНУУМЕ

Проблема измерения величины, соотнесенной с точечным континуумом, была исчерпывающе обрисована в знаменитой работе Р. Дедекинда «Was sind und sollen die Zahlem» и сегодня видится тривиальной. Согласно аксиоме о вложенных отрезках или аксиоме сечения, две точки можно неограниченно сближать, т. е. измерить величину со сколь угодно большой точностью. В дуальном континууме все обстоит значительно сложнее. Протяженность «не-точек» (если они не стягиваются в точку как бесконечно-малые величины) ставит принципиальный предел точности измерения любой величины. Наличие планковских пределов измерения может быть истолковано именно в этом ключе, хотя ряд авторов понимают их как отсутствие непрерывности или, более того, конечности нашего мира.

Основная проблема измерения величин с дуальной структурой континуума – найти величину X, которую можно было бы проградуировать с фиксированной ценой деления Δ. Более формально это означает, что существует отображение f натурального ряда N в X; $f: N \to X$, такое, что для любого $f(n+1) - f(n) = \Delta$. Из общефилософских соображений такая величина должна существовать, иначе рушится сама идея измерения. С другой стороны, a'priori не очевидно, что величина Δ носит универсальный характер. В следующем параграфе мы попытаемся ответить на эти вопросы.

§ 5. ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ ДУАЛЬНОГО КОНТИНУУМА

В этом параграфе мы дадим полное решение основной задачи, поставленной в начале данной работы – построить такое пространство-время, которое одновременно обладало бы свойствами физического вакуума. Очевидно, что топологическая структура этого пространства-времени представляет собой дуальный континуум. Для определенности будем считать, что «не-точками» этого континуума являются «волны непрерывности» $\Psi_1 \ldots \Psi_n$.

Примечательным обстоятельством оказывается то, что искомое пространство-время получается почти автоматически из фундаментального арифметического тезиса: количественных чисел больше, чем порядковых ($\Omega > \omega$).

Философская традиция, идущая от И. Канта, состоит в том, что количественный аспект натурального числа соотносится с пространством, а порядковый аспект – со временем. В более позднее время очень яркую аргументацию этого тезиса дал А. Бергсон в «Essai sur les donnees immediates de la conscience». Из этого тезиса следует, что пространство и время как отдельные сущности обладают различными бесконечностями. Бесконечностью пространства естественно считать количественную бесконечность ω, со временем же целесообразно соотнести порядковую бесконечность Ω.

Соединение этих категорий в единое пространство-время в соответствии с принципом двойственности подразумевает вложение бесконечности Ω в бесконечность ω. Заметим, что аргументы в пользу этого объединения исходят вовсе не из релятивистских идей, а из общефилософских соображений, поскольку мыслить время вне пространства столь же сложно, как и пространство вне времени.

Методология этого объединения основана на т. н. «принципе Дирихле», который в простейшей форме звучит так: «если в *m* клеток посадить *n* кроликов и $n > m$, то хотя бы в одной клетке будут сидеть, по крайней мере, два кролика». К наиболее значимым следствиям этого, казалось бы, тривиального утверждения можно отнести теорему Пуанкаре «о возвращении», эллиптическую геометрию Римана (бесконечная прямая, вложенная в безграничное, но конечное пространство, неизбежно сворачивается) и др.

В данном случае будем считать «клетками» пространство бесконечности ω, а «кроликами» – время бесконечности Ω. Принципиально важным моментом является то обстоятельство, что бесконечность Ω относится к бесконечности ω, как «обычная» бесконечность к конечной величине.

Вложение текущей величины – времени t^{Ω} бесконечности Ω в пространство $\boldsymbol{R}^3$ можно осуществить следующими возможными способами.

Первый из них предполагает, что пространство $\boldsymbol{R}^3$ является конечной «клеткой», в которой необходимо разместить бесконечное время t^{Ω}. В этом случае вложение t^{Ω} в $\boldsymbol{R}^3$ можно понимать как появление волны $\bar{r} = \Psi$, где $\bar{r}$ – радиус-вектор в пространстве $\boldsymbol{R}^3$. В простейшем случае можно считать, что Ψ является монохромной волной $\bar{r} = A_R e^{ivt}$, где *t* есть время t^{Ω}, ограниченное бесконечностью ω. Будем обозначать его через t^{ω}.

Второй способ вложения t^{Ω} в $\boldsymbol{R}^3$ представляет собой сжатие «бесконечной» области изменения t^{Ω} до «конечной» области изменения t^{ω}. Разумеется, такое сжатие необходимо осуществить «внутренним образом», например, изменив масштаб шагов натурального ряда.

Сделать это можно с помощью следующей модели натурального ряда.

Порядок числа *n* будем понимать как шаг от $n - 1$ к *n*, а величину этого шага как «расстояние» $\Delta_n = P(n-1, n)$.

Количество *n* определяется как сумма всех чисел *k*, $k < n$.

Коротко: величина порядка моделируется с помощью общего члена Δ_n некоторого ряда, в то время как количество представляет собой его сумму $\sum \Delta_n$. Искомый ряд должен удовлетворять, очевидно, следующим условиям:

1) $\Delta_n \to$ конечному числу;
2) $\sum \Delta_n \to \infty$.

В этом случае этот «натуральный ряд» будет определять число, которое является бесконечным по количеству, но конечным по порядку.

При этом не происходит замена порядковой бесконечности количественной, как это имеет место в теории множеств, а имеет место именно сжатие бóльшей бесконечности до меньшей.

Сформулированным условиям удовлетворяет, очевидно, гармонический ряд $\Delta_n = \dfrac{1}{n}$ (с добавлением, например, 1 в качестве нулевого члена Δ_0).

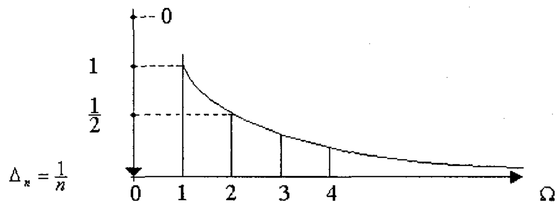

Рис. 5.1.

Этот способ вложения фактически оставляет время t^{ω} независимым от пространства $\boldsymbol{R}^3$.

Время t^{ω}, которое получается в результате первого и второго способов вложения, существенно различно.

В первом случае t^{ω} является элементом пространства-времени, оно пространственно-подобно, что выражается в свойстве **обратимости**, существовании отображения: $t^{\omega} \to (t^{\omega})^{-1}$. Будем обозначать это время как $\overleftrightarrow{t^{\omega}}$. Время t^{ω}, получившееся в результате второго способа вложения, очевидно, **необратимо**, что отражено в его обозначении $\overrightarrow{t^{\omega}}$.

Интересующее нас внутрипространственное время, согласно принципу двойственности, должно совмещать как обратимое, так и необратимое время, ровно так же, как в натуральном числе совмещается порядковый и количественный аспекты. Таким образом, $t^{\omega} = \{\overleftrightarrow{t^{\omega}}, \overrightarrow{t^{\omega}}\}$. В пользу такого совмещения говорит и тот факт, что на практике мы в равной мере пользуемся как обратимым, так и необратимым временем, но очень редко фиксируем, в каком именно времени мы «живем» в данный момент.

Стоит подчеркнуть важный методологический момент. Объединение пространства и времени в единое пространство-время неизбежно должно сопровождаться появлением закономерностей, характер которых нетрудно предвидеть. Если пространство и время считать симметричными по бесконечности ω, то простейшей формой, выражающей эту симметрию, является соотношение $\bar{r} = k\overleftrightarrow{t^{\omega}}$ для любого радиуса-вектора пространства $\boldsymbol{R}^3$. На теоретико-множественном языке это эквивалентно инвариантности релятивистского интервала. При этом $k = c$.

Классический релятивизм, постулируя инвариантность данного интервала, фактически постулирует симметрию по бесконечности пространства и времени. Однако, как мы показали выше, такая симметрия достигается путем вложения t^{Ω} в пространство $\boldsymbol{R}^3$. Таким образом, в объединенном пространстве-времени должны присутствовать не только закономерности, обусловленные симметрией, но и закономерности, проистекающие от «принципа Дирихле». Современная физика учитывает только первый тип закономерностей. Но может оказаться, что «принцип Дирихле» способен дать новый импульс к поиску глубинных свойств пространства-времени, которые не «улавливаются» теоретико-групповым подходом.

Wer nichts ordentlichs kann, macht Methodologie – говорит немецкая поговорка, поэтому вернемся к конкретным вещам.

Пространство-время с топологической структурой дуального континуума целесообразно представить в виде пятимерного пространства с двумя временами $\overleftrightarrow{t^{\omega}}$: обратимым $\overleftrightarrow{t^{\omega}}$ и необратимым $\overrightarrow{t^{\omega}}$, хотя необходимо иметь в виду, что они неравноправны с точки зрения масштаба (рис. 5.2).

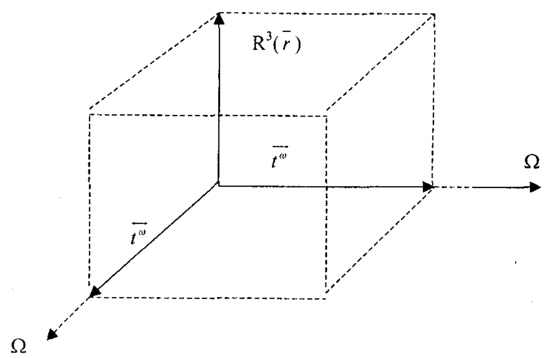

Рис. 5.2.

«Не-точками» в этом пространстве служат «волны непрерывности» $\{\Psi\}$, соотнесенные с обратимым временем $\dot{t}$. Сжатие времени t^{Ω} до $\overrightarrow{t^{\omega}}$ не порождает «не-точек». Тем не менее, необратимое время $\overrightarrow{t^{\omega}}$ играет очень большую роль в топологической структуре данного пятимерного пространства, которое мы будем обозначать как R^{Ψ}.

Неравноправность обратимого и необратимого времени позволяет предположить, что физические законы будут существенно зависеть от вида времени: $\overrightarrow{t^{\omega}}$ или $\overleftrightarrow{t^{\omega}}$. Попытаемся понять общий характер этой зависимости.

5.1

<u>Необратимое время</u>.

Рассмотрим величину $V(t_x)$, представленную временным рядом: $V(t_1), V(t_2)\ldots V(t_n)\ldots$.

Если $t = \overleftrightarrow{t^{\omega}}$, то $\forall n \ \Delta_n = 1$. В этом случае все числа $V(t_k)$ a'priori должны равномерно распределяться по всем Δ_n, т. е. заведомо не существует закономерностей, обусловленных арифметическими причинами.

Переход к необратимому времени $\overrightarrow{t^{\omega}}$ кардинально изменяет картину. Смещение $\Delta_n = \dfrac{1}{n}$ ведет к явно выраженной арифметической закономерности: числа, начинающиеся с «1», должны встречаться в рассматриваемом ряду существенно чаще, чем остальные цифры (например, приблизительно в 6 раз чаще, чем цифра «9»).

Вероятностное распределение $P(n)$ в этом случае, очевидно, будет представлять собой гиперболу (рис. 5.3).

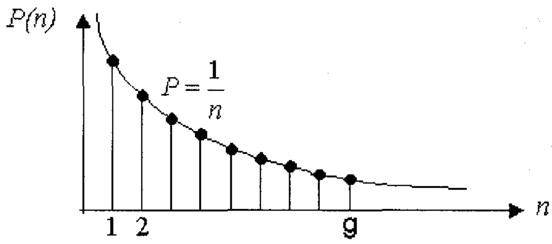

Рис. 5.3.

Такое распределение первых цифр действительно имеет место и проявляется в самых разнообразных последовательностях чисел. С 1938 года оно известно как «закон Бенфорда», хотя еще в 1881 году о нем упоминал астроном С. Ньюкомб. В общем случае этот эмпирический закон представляется в следующей форме. Вероятность $P(d)$ того, что первой цифрой в массиве чисел будет цифра «d», равна:

$$P(d) = \frac{\int_{d}^{d+1} P(x)dx}{\int_{1}^{10} P(x)} = \log_{10}(1 + \frac{1}{d}).$$

В некоторых специальных случаях эта формула была доказана строго. Например, для последовательности чисел вида 2^n это было сделано еще Г. Вейлем.

Красноречивой иллюстрацией закона Бенфорда может служить табл. 1, извлеченная из интернетовского издания www.mathword.wolfram.com:

Таблица 1

		First Digit									Samples
Col.	Title	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
A	Rivers, Area	31.0	16.4	10.7	11.3	7.2	8.6	5.5	4.2	5.1	335
B	Population	33.9	20.4	14.2	8.1	7.2	6.2	4.1	3.7	2.2	3259
C	Constants	41.3	14.4	4.8	8.6	10.6	5.8	1.0	2.9	10.6	104
D	Newspapers	30.0	18.0	12.0	10.0	8.0	6.0	6.0	5.0	5.0	100
E	Specific Heat	24.0	18.4	16.2	14.6	10.6	4.1	3.2	4.8	4.1	1389
F	Pressure	29.6	18.3	12.8	9.8	8.3	6.4	5.7	4.4	4.7	703
G	H.P. Lost	30.0	18.4	11.9	10.8	8.1	7.0	5.1	5.1	3.6	690
H	Mol. Wgt.	26.7	25.2	15.4	10.8	6.7	5.1	4.1	2.8	3.2	1800
I	Drainage	27.1	23.9	13.8	12.6	8.2	5.0	5.0	2.5	1.9	159
J	Atomic Wgt.	47.2	18.7	5.5	4.4	6.6	4.4	3.3	4.4	5.5	91
K	n^{-1}, $\sqrt{n}$	25.7	20.3	9.7	6.8	6.6	6.8	7.2	8.0	8.9	5000
L	Design	26.8	14.8	14.3	7.5	8.3	8.4	7.0	7.3	5.6	560
M	*Reader's Digest*	33.4	18.5	12.4	7.5	7.1	6.5	5.5	4.9	4.2	308
N	Cost Data	32.4	18.8	10.1	10.1	9.8	5.5	4.7	5.5	3.1	741
O	X-Ray Volts	27.9	17.5	14.4	9.0	8.1	7.4	5.1	5.8	4.8	707
P	Am. League	32.7	17.6	12.6	9.8	7.4	6.4	4.9	5.6	3.0	1458
Q	Blackbody	31.0	17.3	14.1	8.7	6.6	7.0	5.2	4.7	5.4	1165
R	Addresses	28.9	19.2	12.6	8.8	8.5	6.4	5.6	5.0	5.0	342
S	$n^1, n^2, \ldots, n!$	25.3	16.0	12.0	10.0	8.5	8.8	6.8	7.1	5.5	900
T	Death Rate	27.0	18.6	15.7	9.4	6.7	6.5	7.2	4.8	4.1	418
	Average	30.6	18.5	12.4	9.4	8.0	6.4	5.1	4.9	4.7	1011
	Probable Error	± 0.8	± 0.4	± 0.4	± 0.3	± 0.2	± 0.2	± 0.2	± 0.3		

Можно предположить, что отклонение от гиперболического распределения связано с внесением в «чистое» необратимое время $\overrightarrow{t^{\omega}}$ элементов обратимости. Дальнейший анализ временных рядов эту гипотезу подтверждает.

В этой связи примечательным оказывается тот факт, что совокупность известных физических констант подчиняется закону Бенфорда. Это можно понимать так, что все константы, с одной стороны, взаимосвязаны, с другой – возникали не «вдруг», а последовательно, с течением времени.

Это означает, в частности, что все фундаментальные константы, например, $G, \hbar, c$ в принципе не являются абсолютно «постоянными» и вполне могут измениться в будущем. Эти очень общие соображения находятся в примечательном согласии с гипотезой «больших чисел» П. Дирака.

Если от априорной вероятности p перейти к частоте ν, т. е. к физическому параметру временного ряда $V(t_1)\ldots V(t_n)\ldots$, то закон Бенфорда трансформируется в универсальное физическое явление – фликкер-шум (мерцающий шум). Его спектральная плотность $S_\nu(t)$ имеет вид $S_V(t) = \dfrac{1}{\nu^k}$, где $k \approx 1$.

Фликкер-шум проявляется в самых разнообразных процессах: химических превращениях, светимости галактик, человеческих биоритмах, вулканической активности, биржевой игре и т. д. и т. п. Диапазон частот, в которых наблюдается фликкер-шум, огромен: от 10^{24} (протон) до 10^{-24} Гц (Вселенная). Особенностью фликкер-шума вида $\dfrac{1}{\nu}$ является стохастическая устойчивость систем, генерирующих этот шум. Это является еще одним аргументом не случайности выбора гармонического ряда в качестве модели сжатия t^{Ω}.

Очевидно, что фликкер-шум возникает при рассмотрении любого временного ряда $V(t)$, если t будет соотнесено с необратимым временем $\overrightarrow{t^{\omega}}$. В общем виде эту закономерность можно записать так:

$$S_V(\nu) = \frac{1}{\nu^{\lambda}}, \quad 0 \le \lambda \le 1,$$

где $S_V(\nu)$ – спектральная плотность. Значение $\lambda = 0$ соответствует обратимому времени $\overleftrightarrow{t^{\omega}}$. В этом случае мы имеем «белый шум». Значение $\lambda = 1$ определяет необратимое время $\overrightarrow{t_1^{\omega}}$, что соответствует «чистому» фликкер-шуму.

Промежуточные значения $0 \le \lambda \le 1$ можно понимать как «смешанное время», в котором с той или иной долей сочетаются свойства обратимого и необратимого времени. В этом случае спектральная плотность S_V совпадает со спектральной плотностью «цветного» фликкер-шума. Пример такого шума приведен на рис. 5.5.

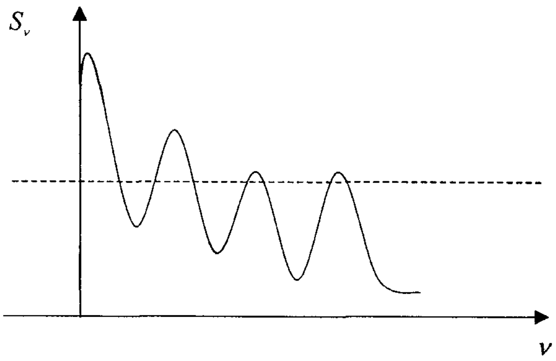

Рис. 5.4.

Таким образом, можно сказать, что с физической точки зрения различие между необратимым и обратимым временем состоит в наличии или отсутствии фликкер-шума. Символически это можно записать так:

$$A(\vec{t}) \sim A(\overset{\leftrightarrow}{t}) \,\&\, (S_V = \frac{1}{\nu^\lambda}),$$

где A – некоторое утверждение, включающее в себя параметр времени t.

Предыдущие рассуждения позволяют также предположить, что различие между обратимым временем $\overleftrightarrow{t^\omega}$ и необратимым временем $\overrightarrow{t^\omega}$ приблизительно такое же, как и между инерциальными и неинерциальными системами отсчета, замкнутыми и открытыми системами, тавтологиями и не-тавтологиями и пр. Смысл этих противопоставлений – в отсутствии или наличии информации о внешнем мире.

В инерциальной системе отсчета внешнего мира как бы нет, поскольку отсутствуют силы инерции. Только при этом условии можно указать конкретную силу – причину движения. Ровно также обстоит дело с замкнутыми системами.

Данная идея является универсальной, что показывает пример логики. Утверждение «идет или не идет дождь» ничего не говорит о внешнем мире, хотя является истинным высказыванием. Утверждение же «идет дождь» подразумевает весь комплекс представлений о дожде, погоде, миропорядке и пр. В этом ряду обратимое время играет роль «инерциальной системы отсчета», тогда как фликкер-шум, свойственный необратимому времени, является своеобразным аналогом сил инерции.

Эти параллели могут прояснить ряд вполне конкретных проблем.

Вспомним методику обработки результатов прямого многократного измерения.

1. По результатам эксперимента вычислить среднее значение измеряемой величины.
2. Найти стандартное отклонение от среднего.
3. Отбросить измерения, в которых отклонение от среднего значения превышает утроенное стандартное отклонение.
4. Повторить вычисления пунктов 1 и 2 для оставшихся результатов.
5. Оценить среднее квадратичное отклонение окончательного результата.
6. Определить коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности $\alpha = 0,68$ и вычислить границы доверительного интервала.
7. Учесть приборную погрешность.
8. Записать окончательный результат с округлением.

Разумеется, все измерения делаются последовательно, т. е. во времени $\overrightarrow{t^\omega}$, но при их обработке неявно переходят ко времени $\overleftrightarrow{t^\omega}$.

Это позволяет нивелировать все закономерности, обусловленные смещением $\Delta_n = \frac{1}{n}$, и получить традиционное нормальное распределение.

Если же изменить методику и анализировать полученные данные без отбрасываний и усреднений, то можно увидеть «лики времени» (выражение С.Э. Шноля). Попробуем, используя рассмотренные выше параллели, понять, что именно может предстать перед глазами.

В инерциальной системе отсчета все силы, как известно, скомпенсированы. Любая информация о внешнем мире «закрыта» для этой системы, в этом ее основное назначение. При переходе же к неинерциальной системе мы получаем две вещи: а) некоторую «постороннюю» силу – силу инерции; б) информацию об окружающем мире в целом, поскольку эта сила является равнодействующей всех сил (вспомним интерпретацию знаменитого опыта Ньютона с ведром).

Переход от обратимого времени $\overleftrightarrow{t^\omega}$ к необратимому $\overrightarrow{t^\omega}$ можно в значительной мере трактовать как переход от инерциальной к неинерциальной системе отсчета.

Действительно, изменение масштаба Δ_n приводит к замедлению течения времени, что, согласно ОТО, эквивалентно наличию гравитационного потенциала. Таким образом, переход от $\dot{t}$ к $\overrightarrow{t^\omega}$ должен сопровождаться двумя основными эффектами:

- появлением закономерностей типа фликкер-шума;
- корреляция этих закономерностей с текущей космологической обстановкой.

Оба эти эффекта подтверждаются многочисленными экспериментами. Наиболее обстоятельными исследованиями этих эффектов проводились С.Э. Шнолем с сотрудниками, начиная с 1951 г. Используя гистограммную технику, ими были получены следующие основные результаты:

- выявлена среднестатистическая инвариантность «квантовых» форм гистограмм, построенных по результатам последовательных измерений (без усреднения) разнообразных биологических, химических и физических процессов;
- установлена повторяемость формы этих гистограмм, в частности, через 24, 27 и 365 суток и зависимость от ряда факторов космической природы (например, новолуний).

Существенный момент состоит в том, что динамика изменения квантованной формы гистограмм может быть с высокой точностью моделируема на компьютере с помощью датчика случайных чисел. Это еще раз подчеркивает арифметическую природу обсуждаемых феноменов.

Данные результаты, в целом, согласуются с ожидаемыми. Что же касается их внешней парадоксальности, то можно вспомнить, сколь непривычным казался в свое время факт одинакового ускорения свинцовой дробинки и птичьего пера. Одинаковая квантованная форма гистограмм процессов, отличающихся друг от друга на несколько энергетических порядков, по-видимому, более удивительна, чем названный факт.

5.2

Перейдем к рассмотрению обратимого времени $\overleftrightarrow{t^{\omega}}$.

В этой модели, «не-точки», как уже говорилось выше, образованы вложением времени t^{Ω} в пространство $\boldsymbol{R}^3$ бесконечности ω. Можно образно сказать, что «остаток» времени t^{Ω} «длиной» $\Omega-\omega$ целиком ушел в динамику «не-точек».

В отношении общих свойств «не-точек» могут быть высказаны два основных предположения:

- «не-точки» являются образованиями, подобными монадам Г.В. Лейбница, т. е. сущностями, которые «не имеют окон» для взаимодействия друг с другом и с внешним миром;
- «не-точки» могут не только взаимодействовать, но и переходить друг в друга. Более того, процесс взаимного перехода «не-точек» происходит постоянно.

В первом случае мы имеем *метафизический* дуальный континуум в точном соответствии с идеями Лейбница.

Во втором случае мы, в определенной мере, отступаем от его замысла, но получаем вполне *физический* дуальный континуум, в гораздо большей степени отражающий фундаментальные физические процессы. Убедимся, что это действительно так.

Вспомним схему движения в дуальном континууме, приведенную в § 3 (рис. 5.5):

$$\begin{tikzcd}
\text{«точка» A} \arrow[r, dash, dashed] \arrow[d] & \text{«точка» B} \\
\text{«не-точка» A} \arrow[r] & \text{«не-точка» B} \arrow[u]
\end{tikzcd}$$

Рис. 5.5.

Если «не-точки» постоянно переходят друг в друга, то этот переход индуцирует соответствующий взаимный переход точек, т. е. движение.

Если считать «не-точками» волны $\bar{r} = \Psi(x,y,z,t) = A_R(x,y,z,t)e^{-i\nu t}$, где $\bar{r}$ – радиус-вектор в пространстве $\boldsymbol{R}^3$, то приведенное выше замечание в точности соответствует основному постулату де Бройля о дуализме волны и частицы. Примечательно то, что этот дуализм распространяется на все виды «не-точек».

Таким образом, континуум, состоящий из точек и «не-точек», для которых существует возможность взаимного перехода, становится в общем случае *динамической системой.*

Основными компонентами этой системы, очевидно, являются пространство $\boldsymbol{R}^3$ и время $\overleftrightarrow{t^{\omega}}$. Характер движения материальной частицы в этом континууме определяется динамикой «не-точек». В случае, когда «не-точками» являются волны Ψ, этот факт был, как известно, обоснован Р. Фейнманом, показавшим квантовую природу «принципа наименьшего действия». Таким образом, в дуальном континууме масса играет приблизительно ту же роль, что и заряд в электрическом поле, т. е. является способом проявления скрытой динамики (которые в случае поля отождествляются с его силовыми характеристиками). Принципиально важный момент заключается в том, что динамическая длина пути, т. е. функция действия S «пробной» массы m должна быть синхронизирована с динамической длиной соответствующего отрезка времени $\overleftrightarrow{t^{\omega}}$. Интуитивно это означает синхронизацию динамики пространства и времени, что является необходимым условием выполнения законов сохранения. Строго говоря, этот вопрос возникает сразу, когда становится очевидной скрытая динамика пространственно-временного континуума.

В рамках рассматриваемой модели обратимого времени $\overleftrightarrow{t^{\omega}}$, время t^{Ω} невозможно линейным образом вложить в пространство $\boldsymbol{R}^3$. Оно неизбежно становится либо колебанием, либо вращением. Заметим, что схожая ситуация имеет место в эллиптической геометрии Римана: бесконечная прямая линия размещается в конечном пространстве и неизбежно изгибается, более того, становится замкнутой линией.

Это означает, что «динамической длиной времени» целесообразно считать фазу φ соответствующего колебания или вращения. Взаимное превращение «не-точек» – колебаний или вращений друг в друга приводит к динамике «точек», которая проявляется при внесении в пространство «пробной» массы m. Это значит, что динамика «не-точек» приводит к появлению действия S. Необходимая синхронизация выполняется, очевидно, при следующем соотношении: $\frac{S}{\varphi} = \text{const} = h$. Это, в свою очередь, дает соотношения: $E = h\nu$ и $p = \frac{h}{\lambda}$.

Константа h по своему смыслу не зависит от свойств конкретной «не-точки». Она выражает принципиальное свойство несимметрии пространства и времени и, следовательно, должна быть независимой ни от какого физического процесса, в нем протекающего. Естественно отождествить эту константу с постоянной Планка $\hbar$!

Эта постоянная выражает фундаментальный факт несимметрии по бесконечности пространства и времени, поскольку именно эта несимметрия является причиной появления «не-точек». Таким образом, квантовый постулат $E = \hbar\nu$ получил свое обоснование в рамках топологии дуального континуума!

Эта метаморфоза удивительна только на первый взгляд.

Введение постоянной Планка $\hbar$ через длинную цепь построений и рассуждений привело к теории физического вакуума – универсальной динамической среды. С другой стороны, к такой же динамической среде, но гораздо более общего вида, ведет идея вложения бесконечности Ω в бесконечность ω.

Обернув цепь рассуждений в обратную сторону, мы вполне естественно приходим к ее логическому началу: квантовому постулату.

Действие $S=\hbar\varphi=\hbar\nu t$ является функцией двух переменных: обратимого времени $\overleftrightarrow{t^{\omega}}$ и «не-точки» Ψ - монохромной волны, которая характеризуется своей частотой ν. Зафиксируем какую-либо «не-точку», т. е. частоту ν_0, тогда действие S будет пропорционально времени $\overleftrightarrow{t^{\omega}}$: $S\sim\overleftrightarrow{t^{\omega}}$. В этом случае пространство R^{Ψ} можно представить в координатах: $\vec{r}$, $\overrightarrow{t^{\omega}}$, S. Будем обозначать это пространство через R^{S}.

Очевидно, пространство R^{S} компактифицировано, т. е. свернуто по координате S (рис. 5.6).

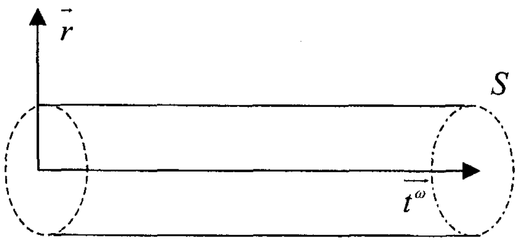

Рис. 5.6.

Эта конструкция приводит в круг идей 5-оптики Ю.Б. Румера. Дуальная структура континуума и расщепление времени на $\overrightarrow{t^{\omega}}$ и $\overleftrightarrow{t^{\omega}}$ выявляют их скрытый смысл.

5.3

Введение пространства R^{Ψ} позволяет продолжить работу, начатую в § 3, по анализу проблем движения в дуальном континууме и в § 4 – по измерению величин, соотнесенных с этим континуумом.

I. Попытаемся вначале определить общий вид уравнения, описывающего динамику «не-точки». Ограничимся конкретным видом «не-точек» – волнами Ψ. Соберем воедино все основные «ингредиенты» будущего уравнения.

1. Как известно, условие, выражающее в «точках» однородность и изотропность пространства R^{Ψ}, может быть выражено через инвариантность оператора Лапласа $\Delta=\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$.

Соответственно уравнения, удовлетворяющие условиям однородности и изотропности пространства, могут быть записаны только в одном из следующих видов:

$\Delta\Psi=f$, где f – некоторая функция;

$\Delta\Psi=a\dfrac{\partial\Psi}{\partial t}$;

$\Delta\Psi=b\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$, где a и b – постоянные.

2. Операторы, описывающие динамику «не-точек» – волн Ψ должны быть линейными. В частности, таковыми являются операторы дифференцирования: $\dfrac{\partial}{\partial t};\dfrac{\partial}{\partial x};\dfrac{\partial}{\partial y};\dfrac{\partial}{\partial z}$. При этом можно считать, что

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^2=\frac{\partial^2}{\partial t^2};\qquad \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2};$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)^2=\frac{\partial^2}{\partial y^2};\qquad \left(\frac{\partial}{\partial z}\right)^2=\frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

3. Выбор соответствующего уравнения определяется выбором модели времени. Возможны следующие решения:

- в качестве t выбирается $\overleftrightarrow{t^{\omega}}$, тогда, очевидно, нужно взять уравнение $\Delta\Psi=a\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$;

- взять в качестве t время t^{Ω}, имея при этом в виду, что его размещение в пространстве $\boldsymbol{R}^3$ сопровождается появлением потенциальной энергии $V(x,y,z,t)$. В этом случае можно взять второе из приведенных выше уравнений, дополнив его левую часть функцией V, т. е. $\Delta\Psi+V=a\dfrac{\partial\Psi}{\partial t}$.

Очевидно, что время $\overrightarrow{t^{\omega}}$ в решении этой задачи не участвует, поскольку оно образовано путем изменения масштаба времени t^{Ω}, что не приводит к образованию «не-точек».

Полученные уравнения (без соответствующих коэффициентов) являются хорошо известными уравнениями квантовой теории. В первом случае это уравнение Клейна – Фока, которое в силу обратимости времени $\overleftrightarrow{t^{\omega}}$ является релятивистски инвариантным. Во втором случае получается традиционное уравнение Шредингера, в котором t^{Ω} и координаты x, y, z входят несимметричным образом.

Замена «не-точек» Ψ другим видом «не-точек», разумеется, не меняет существа дела, но, в смысле формализма, может резко усложнить картину.

С другой стороны, поиск приемлемых уравнений для различных типов «не-точек» мог бы существенно продвинуть нас в понимании физических процессов, протекающих в дуальном континууме.

II. Перейдем к вопросу *измерения* в дуальном континууме. Основная проблема, как уже подчеркивалось, состоит в поиске величины X, для которой существует сохраняющее расстояние отображение f: $N\to X$. В этом случае можно корректно осуществлять измерение. При этом оставался открытым вопрос: что это за величины и какова цена деления искомой шкалы?

Формула $S = \hbar\varphi$ дает ответ на оба вопроса. Искомой величиной является действие *S*, а цена деления – квант действия $\hbar$.

Из существования минимального кванта действия немедленно вытекает принцип неопределенности Гейзенберга. Схема рассуждений выглядит следующим образом.

В общем случае *S* определяется формулой $S = pq - Et$ и цена деления шкалы $\Delta S_{\min} = \hbar$. Следовательно, справедливы следующие соотношения:

$$\Delta S \geq \Delta p \Delta q \geq \Delta S_{\min} = \hbar;$$
$$\Delta S \geq \Delta E \Delta t \geq \Delta S_{\min} = \hbar.$$

Если иметь в виду, что наличие «не точек» любого вида есть следствие вложения времени t^{Ω} в пространство R^3, то принцип неопределенности Гейзенберга пополняет список нетривиальных утверждений, в основе которых лежит принцип Дирихле.

Соотношение неопределенностей Гейзенберга наводит на мысль, что переход к каноническим переменным *p, q* является не столь уж формальной процедурой. Переменная *p*, с одной стороны, обладает внутренней динамикой, с другой – подразумевает некую протяженность, – в противном случае не имеет смысла само понятие импульса. Это позволяет предположить, что фазовое пространство с переменными *p, q* в действительности является дуальным континуумом. В этом случае «не-точечный» характер переменной *p* проявляется именно через соотношение неопределенностей.

5.4

В этой заключительной части работы мы приведем последний, по-видимому, наиболее значимый аргумент того, что пространство-время $R^{\Psi} = R^3 \,\&\, \{\Psi\} \,\&\, \{\overrightarrow{t^{\omega}}\} \,\&\, \{\overleftrightarrow{t^{\omega}}\}$ действительно обладает свойствами физического вакуума, и тем самым решим исходную задачу.

Прежде всего, заметим, что предположение о монохромности волны Ψ является лишь начальным приближением. В общем же случае естественно считать Ψ волной, в которой встречаются все частоты. В этом случае при вычислении энергии *E* какого-либо объекта в пространстве R^{Ψ}, взаимодействующего с «не-точкой» Ψ, должен возникнуть интеграл:

$$E \sim \int_0^{\infty} d\nu,$$

где ν – частота. С другой стороны, числа, которые интересуют квантовую теорию – порядковые. Поэтому при вычислении упомянутого интеграла в соответствии с принципом двойственности необходимо опираться не только на обратимое время $\overleftrightarrow{t^{\omega}}$ (что дает саму формулу $E = \hbar\nu$), но и на необратимое время $\overrightarrow{t^{\omega}}$. Это значит, что необходимо учесть также сдвиг $\Delta_n = \frac{1}{n}$ или, иначе говоря, фликкер-шум со спектральной плотностью $\frac{1}{\nu}$. Таким образом, энергия *E* определяется уже интегралом: $E \sim \int_0^{\infty} \frac{d\nu}{\nu}$. Произведя обрезание частот до $\nu_{\max}$, получаем: $E \sim \int_0^{\nu_{\max}} \frac{d\nu}{\nu} = \ln(\nu_{\max})$. Этот логарифмический компонент можно понимать как лэмбовский сдвиг уровней энергии, обусловленный взаимодействием частицы с физическим вакуумом! Таким образом, можно считать, что топология пространства R^{Ψ} действительно определяет свойства физического, квантового вакуума.

ОБЩИЕ ВЫВОДЫ

Основная проблема всякого нововведения состоит в том, чтобы придать ему форму рабочего инструмента, а не эзотерического текста.

Представленная концепция (которую очень условно можно назвать «теорией двойственности») по-видимому, этим свойством все же обладает, поскольку даже в начальном приближении допускает развитие по многим направлениям. Наиболее принципиальными из них представляются следующие направления:

- теории «не-канторовской» бесконечности, как теории двойственной к теории множеств Кантора. Шаги в этом направлении сделаны в работах [3–5];
- физика и метафизика обратимого и необратимого времени в контексте концепции «открытых систем»;
- феномен случайности в естественных и социальных процессах (человеческий фактор как источник «истинной» случайности?);
- развитие формализмов, связанных с дуальным континуумом;
- методология «принципа Дирихле»;
- углубление представлений о реальной структуре пространства – физического вакуума путем поиска адекватных «не-точек» дуального континуума.

Наиболее интригующим, в данный момент, представляется именно последнее направление. Дело в том, что «не-точки» – волны Ψ, несомненно, отражают реальность, но за понятием волны стоит более фундаментальное понятие – вращение, которое тоже можно считать «не-точками». Изучение дуального континуума именно с этими «не-точками» может, по-видимому, привести к осознанию более тонкой, «нитевидной» структуре пространства-времени, напоминающей структуру твердого тела (о чем загадочно упомянул недавний Нобелевский лауреат Р.Д. Лаффлин). В пользу этой гипотезы говорят и многочисленные экспериментальные данные.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Владимиров Ю.С.* Метафизика. М.: Бином; Лаборатория знаний, 2002.
2. *Владимиров Ю.С.* Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. М.: Изд-во МГУ. Ч. 1, 1996. Ч. 2. 1998.

3. *Векшенов С.А.* Является ли «множество действительных чисел множеством»? // Вестн. ТГУ. Сер. Естеств. и техн. науки. Тамбов, 2000. Т. 5. Вып. 5. С. 519-535.
4. *Векшенов С.А.* Некανторовская бесконечность в математике и богословии // *Два грода: Диалог науки и религии*: сб. М.: Ин-т философии РАН, 2002. С. 257-276.
5. *Векшенов С.А.* Проблемы и парадоксы континуума // Вестн. ТГУ. Сер. Естеств. и техн. науки. Тамбов, 2004. Т. 9. Вып. 2. С. 268-283.
6. *Векшенов С.А.* Непрерывность и квантовая теория // Вестн. ТГУ. Сер. Естеств. и техн. науки. Тамбов, 2004. Т. 9. Вып. 2. С. 284-288.
7. *Векшенов С.А.* Аксиоматический метод и теоретико-множественный априоризм // Дельфис. Ежегодник. М., 2003. С. 140-143.
8. *Векшенов С.А.* Математика множеств или математика длительности? // Культура. Математика. Практика. 2001. № 2. С. 11-43.
9. *Vecshenov S.A.* Geometrical interpretation of Schrodinger equation // Gravitation & Cosmology. 2002. V. 8. Supplement. P. 233-235.

БЛАГОДАРНОСТИ: Жене Елене и сыну Алексею за неизменное присутствие во всех начинаниях. Профессору Б.У. Родионову за исключительную и постоянную поддержку. Друзьям: С.А. Ракитину и Е.А. Ракитиной за понимание и заботу. Л.В. Беляевой за бесконечное терпение и трогательное отношение к становящемуся тексту данной работы.

Поступила в редакцию 1 октября 2004 г.