

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский Н.Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. М.: Физматгиз, 1959.
2. Шиманов С.Н. К теории линейных дифференциальных уравнений с последействием // Дифференц. уравнения. 1965. Т. 1, № 1. С. 102–116.
3. Долгий Ю.Ф. Характеристическое уравнение в задаче асимптотической устойчивости периодической системы с последействием // Тр. Ин-та математики и механики. Екатеринбург: УрО РАН, 2005. Т. 11, № 1. С. 65–96.
4. Долгий Ю.Ф. Определители возмущения в задаче асимптотической устойчивости движений в периодических системах с последействием // Теория управления и теория обобщенных решений уравнений Гамильтона-Якоби: тр. Междунар. семинара, посвящ. 60-летию акад. А.И. Субботина. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2006. Т. 1. С. 82–90.
5. Долгий Ю.Ф. О построении характеристического уравнения для дифференциальных уравнений с кусочно постоянным запаздыванием // Устойчивость и нелинейные колебания. Свердловск. 1979. С. 31–41.
6. Долгий Ю.Ф. О построении характеристического уравнения для системы дифференциальных уравнений с запаздыванием // Изв. вузов. Математика. 1977. № 3. С. 9–19.
7. Долгий Ю.Ф. Представление оператора монодромии в виде суммы конечномерного и вольтеррова операторов // ДАН. 1994. Т. 334, № 2. С. 138–141.
8. Жуковский Е.С. К теории уравнений Вольтерра // Дифференц. уравнения. 1989. Т. 25, № 9. С. 1599–1605.

Долгий Юрий Филиппович
 Уральский государственный ун-т
 Россия, Екатеринбург
 e-mail: Yurii.Dolgi@usu

Поступила в редакцию 5 мая 2007 г.

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ЗАДАЧАХ ИМПУЛЬСНОГО УПРАВЛЕНИЯ ¹

© В. А. Дыхта

Рассматриваются достаточные условия оптимальности для неклассических задач динамической оптимизации, в которых управлениями являются векторные меры, а траектории — функции ограниченной вариации. Предлагаемый подход базируется на использовании семейства решений неравенства Гамильтона-Якоби (в частности, соответствующего уравнения) и развивает идеи, изложенные в [1, 2] применительно к классическим задачам оптимального управления. Заметим, что этот подход можно рассматривать как существенную модификацию известных достаточных условий оптимальности В.Ф. Кротова.

¹Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 07-01-00741, № 05-01-00187).

Суть подхода изложим для следующего варианта задачи оптимального управления гибридной системой (или задачи оптимизации мультипроцессов):

$$\begin{cases} J(\sigma) = l(q) \rightarrow \min, & q \in C, \\ \dot{x}^i = f^i(t, x^i, u^i), & u^i(t) \in U^i, \\ t \in \Delta^i = [t_0^i, t_1^i], & i = \overline{1, k}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь

$$q = \left(\left\{ t_0^i, t_1^i, x^i(t_0^i), x^i(t_1^i) \right\}, i = \overline{1, k} \right) \text{ — концевой мультивектор,}$$

$$\sigma = \left(\left\{ (x^i(t), u^i(t) | t \in \Delta^i) \right\}, i = \overline{1, k} \right) \text{ — мультипроцесс,}$$

состоящий из последовательности процессов подсистем, C, U^i — множества в соответствующих пространствах, $\dim x^i = n_i$, $\dim u_i = m_i$, l — скалярная функция.

К дискретно-непрерывной задаче (1) сводятся многие задачи импульсного управления [3], хотя она представляет и самостоятельный интерес.

Пусть $\bar{\sigma} = \left(\left\{ (\bar{x}^i(t), \bar{u}^i(t) | t \in \bar{\Delta}^i = [\bar{t}_0^i, \bar{t}_1^i]) \right\}, i = \overline{1, k} \right)$ — мультипроцесс, исследуемый

на оптимальность, G^i — открытое множество в пространстве (t, x^i) , содержащее график траектории $\bar{x}^i(t)$ ($i = \overline{1, k}$). Положив $G = G^1 \times \dots \times G^k$, обозначим через $P(G)$ сужение задачи (1) на множество G , получающееся добавлением ограничений $(t, x^i(t)) \in G^i$ для любого $t \in \Delta^i$, $i = \overline{1, k}$. По определению считаем, что $\bar{\sigma}$ — точка сильного минимума в задаче (1), если существует такое открытое множество G (описанной структуры), что $\bar{\sigma}$ является точкой глобального минимума в задаче $P(G)$.

Неравенство Гамильтона-Якоби для i -ой подсистемы на множестве G^i определим в виде

$$\sup_{u^i \in U^i} D^+ \varphi^i \left(t, x^i; \left(1, f^i(t, x^i, u^i) \right) \right) \leq 0 \quad \forall (t, x^i) \in G^i, \quad (2)$$

где $D^+ \varphi^i(z; v)$ означает верхнюю производную Дини функции $\varphi(t, z)$ по направлению v . Решением неравенства (2) будем считать любую функцию $\varphi^i : G^i \rightarrow R$, локально липшицевую по x^i на G^i , и такую, что на любом ограниченном множестве $B^i \subset G^i$ выполняется условие

$$\left[(t_1, x^i) \in B^i, (t_2, x^i) \in B, t_2 > t_1 \right] \implies \varphi^i(t_2, x^i) - \varphi^i(t_1, x^i) \leq g^i(t_2) - g^i(t_1),$$

где $g^i(t)$ — некоторая абсолютно непрерывная функция. В этом случае неравенство (2) гарантирует монотонное невозрастание φ^i вдоль любой траектории $x^i(t)$ с графиком из G^i .

Пусть $\Phi(G)$ — произвольное множество решений $(\varphi^1, \dots, \varphi^k)$ системы неравенств (2) на некотором открытом множестве G . Определим с ее помощью следующую конечномерную задачу $EP(\Phi(G))$:

$$l(q) \rightarrow \min, q \in C, (t_0^i, x_0^i; t_1^i, x_1^i) \in G^i \times G^i, \varphi^i(t_1^i, x_1^i) - \varphi^i(t_0^i, x_0^i) \leq 0 \quad \forall i = \overline{1, k}, \forall \varphi \in \Phi.$$

Т е о р е м а. Пусть для мультипроцесса $\bar{\sigma}$ существует такое множество $\Phi(G)$ решений неравенства Гамильтона-Якоби, что концевой мультивектор $\bar{q} = \left(\left\{ \bar{t}_0^i, \bar{x}(\bar{t}_0^i), \bar{t}_1^i, \bar{x}(\bar{t}_1^i) \right\} \right)$ является точкой глобального минимума в задаче $EP(\Phi(G))$.

Тогда $\bar{\sigma}$ — точка глобального минимума в задаче $P(G)$ и, следовательно, точка сильного минимума в задаче (1).

Используя линейные (по x^i) решения неравенств (2), порожденные траекториями сопряженной мультисистемы с подходящими свойствами, из этой теоремы можно получить довольно общие достаточные оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина.

Реализация данного подхода к задачам импульсного управления, в которых динамика описывается нелинейным уравнением в мерах

$$\begin{cases} dx(t) = f(t, x(t))dt + G(t, x(t))\mu(dt), \\ \mu(A) \in K \quad \forall \text{ борелевского множества } A \in R, \end{cases} \quad (3)$$

где K — выпуклый замкнутый конус, опирается на метод разрывной замены времени, позволяющий корректно определять робастные решения системы (3), и подходящим образом адаптированное понятие неравенства Гамильтона-Якоби, близкое к использованному в [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Milyutin A.A.* Calculus of variations and optimal control. Proc. Internat. Conf. on the Calculus of Variations and Related Topics, Haifa, Chapman and Hall // CRC Research Notes in Mathematics Series, 1999. 411. P. 159–172.
2. *Dykhta V.A.* Lyapunov-Krotov inequality and sufficient conditions in optimal control // Journal of Mathematical Sciences, 2004. V. 121, № 2. P. 2156–2177.
3. *Дыхта В.А., Самсонов О.Н.* Оптимальное импульсное управление с приложениями. 2-е изд. М.: Физматлит, 2003. 256 с.
4. *Pereira F.L. Matos A.C.* Hamilton-Jacobi conditions for a measure differential inclusion control problem // Труды XII Байкальской междунар. конф. Пленарные докл. Иркутск, Байкал, 24 июня - 1 июля 2001 г. С. 237–245.

Дыхта Владимир Александрович
Байкальский государственный
университет экономики и права
Россия, Иркутск
e-mail: dykhta@isea.ru

Поступила в редакцию 5 мая 2007 г.

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ГУМАНИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

© О. Л. Ефанова

До недавнего времени в системе образования доминировал знаниево-ориентированный подход к процессу обучения. При таком подходе основной целью обучения является передача студентам определенной системы знаний, умений и навыков. Развитие способностей и личностных качеств рассматривается как «побочный эффект» процесса усвоения знаний.