УДК 517.988

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ ВКЛЮЧЕНИЙ С НАКРЫВАЮЩЕЙ ЛЕВОЙ ЧАСТЬЮ

© С. Е. Жуковский

Ключевые слова: $\alpha-$накрываемость; включение; задача управления.

Аннотация: Для заданного отображения G и множества V рассматривается включение $G(\xi,\sigma,x)\in V$ с параметрами ξ, σ и неизвестным x. В предположении $\alpha-$накрываемости отображения G по переменной x построена зависимость от параметров множества решений, являющаяся компактнозначным, полунепрерывным сверху по совокупности аргументов и непрерывным по σ в наперед заданной точке σ_0 при любом ξ многозначным отображением.

Пусть даны метрические пространства Ξ, Σ, X, Y, относительно которых будем предполагать, что любое их ограниченное подмножество предкомпактно. Пусть, кроме того, даны точки $\xi_0\in\Xi$, $\sigma_0\in\Sigma$, $x_0\in X$, замкнутое множество $V\subset Y$ и отображение $G:\Xi\times\Sigma\times X\to Y$.

Рассмотрим включение

$$G(\xi,\sigma,x)\in V.$$

Решение данного включения при каждых $\xi\in\Xi$, $\sigma\in\Sigma$ обозначим через $M(\xi,\sigma)$, т.е.

$$M(\xi,\sigma)=\{x\in X\,|\,G(\xi,\sigma,x)\in V\}\ \ \forall\,\xi\in\Xi,\ \sigma\in\Sigma.$$

При решении некоторых задач управления возникает необходимость в построении многозначного отображения $\widetilde{M}:\Xi\times\Sigma\to 2^X$, которое удовлетворяет следующим условиям:

(C1) множество $\widetilde{M}(\xi,\sigma)$ не пусто, компактно и $\widetilde{M}(\xi,\sigma)\subset M(\xi,\sigma)$ при любых $\xi\in\Xi$, $\sigma\in\Sigma$;

(C2) многозначное отображение $\widetilde{M}$ полунепрерывно сверху;

(C3) многозначное отображение $\widetilde{M}(\xi,\cdot)$ непрерывно в точке σ_0 при любом $\xi\in\Xi$.

Введем определение накрывающего отображения, несколько расширяющее понятие накрываемости (см., например [1]). Для произвольного $y\in Y$ обозначим $\rho(y,V)=\inf\limits_{v\in V}\rho_Y(y,v)$.

О п р е д е л е н и е. Будем говорить, что отображение $g:X\to Y$ *на множестве* $U\subset X$ $\alpha-$*накрывает множество* $V\subset Y$, если

$$\forall\,u\in U\ \ \exists\,x\in X:\ \ g(x)\in V\ \ \text{и}\ \ \rho_X(u,x)\leqslant\frac{1}{\alpha}\,\rho(g(u),V).$$

Предположим, что $G(\xi_0,\sigma_0,x_0)\in V$. При каждом $\xi\in\Xi$, $\sigma\in\Sigma$ обозначим

$$N(\xi)=\left\{x\in M(\xi,\sigma_0)\ \middle|\ \rho_X(x,x_0)\leqslant\frac{1}{\alpha}\rho(G(\xi,\sigma_0,x_0),V)\right\},$$

$$\widetilde{M}(\xi,\sigma)=\bigcup_{x'\in N(\xi)}\left\{x\in M(\xi,\sigma)\ \middle|\ \rho_X(x,x')\leqslant\frac{1}{\alpha}\rho(G(\xi,\sigma,x'),V)\right\}. \qquad (1)$$

Т е о р е м а. *Пусть отображение G непрерывно, и при любом $\xi \in \Xi$, $\sigma \in \Sigma$ отображение $G(\xi, \sigma, \cdot)$ на множестве $B\left(x_0, \dfrac{1}{\alpha}\rho(G(\xi, \sigma_0, x_0), V)\right)$ $\alpha-$накрывает множество V (здесь $B(x, r)$ – замкнутый шар в метрическом пространстве X с центром в точке x, радиуса r). Тогда определенное равенством (1) многозначное отображение $\widetilde{M} : \Xi \times \Sigma \to 2^X$ удовлетворяет условиям* **(C1)** – **(C3)**.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Арутюнов А.В.* Накрывающие отображения в метрических пространствах и неподвижные точки. Докл. РАН, 2007. Т. 416, №2. С. 151–155.

Abstract: For a given function G and a set V the inclusion $G(\xi, \sigma, x) \in V$ with parameters ξ, σ and an unknown variable x is considered. A compact, upper semi-continuous, continuous for any ξ with respect to σ at a given point σ_0 dependence of a solutions set on parameters is constructed for the case when G is $\alpha-$covering with respect to x function.
Keywords: $\alpha-$covering; inclusion; control problem.

Жуковский Сергей Евгеньевич
аспирант
Российский университет дружбы народов
Россия, Москва
e-mail: zukovskys@mail.ru

Sergey Zhukovskiy
post-graduate student
Russian University of Nations Friendship
Russia, Moscow
e-mail: zukovskys@mail.ru

УДК 517.977.1

УПРАВЛЕНИЕ СПЕКТРОМ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ БИЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

© **В. А. Зайцев**

Ключевые слова: управляемая система; согласованность; управление спектром; билинейная система.
Аннотация: Получены новые необходимые и достаточные условия глобальной управляемости спектра собственных значений стационарных билинейных управляемых систем, в частности, систем с неполной обратной связью.

Рассмотрим линейную систему управления

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad y = C^*(t)x, \quad (t, x, u, y) \in \mathbb{R}^{1+n+m+k}, \tag{1}$$

в которой управление строится в виде $u = U(t)y$. Замкнутая система принимает вид

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t)C^*(t))x, \quad x \in \mathbb{R}^n. \tag{2}$$