раздела курса математики дают целостную картину процесса изучения этого курса в каждом семестре. Авторами этих тезисов разработаны методические указания для студентов электротехнических специальностей Воронежского государственного технического университета, которые представляют собой планы-графики для каждого семестра, включающие в себя тематический план и содержание разделов дисциплины; объем всего курса и соотношение лекционных, практических и лабораторных занятий; программы лекционных и практических занятий; темы, выносимые на самостоятельное изучение; перечень контрольных мероприятий, тематика и сроки их проведения; темы курсовых работ и список рекомендуемой литературы; примеры решения задач прикладного характера. Планы-графики содержат также нормативы на проработку теоретического материала, домашнего задания и самостоятельное изучение темы, объем заданий и трудоемкость за неделю. На наш взгляд, такие методические указания позволят повысить эффективность управления учебным процессом и создать у студентов целостную картину изучения разделов математических дисциплин, а также помогут студентам оптимально и равномерно спланировать время для самостоятельной работы, интенсифицировать внеаудиторную работу.

Катрахова Алла Анатольевна
Воронежский государственный
технический ун-т
Россия, Воронеж
e-mail: kafedra@vmfmm.vorstu.ru

Дежин Виктор Владимирович
Воронежский государственный
технический ун-т
Россия, Воронеж
e-mail: kafedra@vmfmm.vorstu.ru

Поступила в редакцию 30 апреля 2007 г.

РАЗЛИЧНЫЕ ТИПЫ РЕШЕНИЙ В ПОЗИЦИОННОЙ НЕАНТАГОНИСТИЧЕСКОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ [1]

© А. Ф. Клейменов

Динамика управляемой системы описывается уравнением

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^{m} f_i\left(t, x, u_i\right), \qquad x(t_0) = x_0,$$

$$x \in R^n, \quad t \in \left[t_0, \vartheta\right], \quad u_i \in U_i \in compR^{p_i}, \quad i = 1, ..., m.$$

Функционал качества i-го игрока, распоряжающегося управлением u_i, имеет вид

$$I_i = \sigma_i(x(\vartheta)), \quad i = 1, ..., m.$$

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 06-01-00436).

Здесь f_i — непрерывны по совокупности аргументов, липшицевы по x, удовлетворяют условию продолжимости на $[t_0, \vartheta]$, σ_i — непрерывны.

Формализация стратегий и движений аналогична формализации в антагонистических позиционных дифференциальных играх [1], [2] с введением дополнительных технических деталей [3].

Примем обозначения [3]: позиционная стратегия i-го игрока $U_i \div \{u_i(t, x, \varepsilon),\ \beta_i(\varepsilon)\}$, ε — параметр точности; аппроксимационное движение $x\,[t, t_0, x_0, U_1, \Delta_1, \varepsilon_1, ..., U_m, \Delta_m, \varepsilon_m]$, $\delta(\Delta_i) \leqslant \beta_i(\varepsilon_i)$, $i = 1, 2, ...m$; предельное движение $x(t, t_0, x_0, U_1, ...U_m)$; пучок предельных движений $X(t, t_0, x_0, U_1, ...U_m)$.

Вводятся следующие понятия решения игры [3].

Набор стратегий $(U_1^N, ...U_m^N)$ называется равновесным по Нэшу решением (N-решением), если $\forall x^*(\cdot) \in X(t_0, x_0, U_1^N, ...U_m^N)$, $\forall\ \tau \in [t_0, \vartheta), \forall i \in \overline{1, m}$ выполнено неравенство

$$\max \sigma_i(x(\vartheta, \tau, x^*(\tau), U_1^N, ...U_{i-1}^N, U_i, U_{i+1}^N, ...U_m^N)) \leqslant \min \sigma_i(x(\vartheta, \tau, x^*(\tau), U_1^N, ..., U_i^N, ...U_m^N)).$$

Неулучшаемое (по Парето) N-решение назовем P^*-решением.

P^*-решение, наилучшее для i-го игрока, назовем H_i -решением.

Вводится такое решение по Штакельбергу в иерархической игре ($m = 2$) с лидером i-ым игроком.

Согласно [3] каждому типу решения соответствует вспомогательная нестандартная задача оптимального управления, решение которой определяет решение игры.

На наш взгляд, существуют две главные проблемы, с которыми приходится считаться при использовании решений нэшевского типа.

1. Решений, как правило, много. И выбор одного решения из множества решений представляет собою сложную задачу с точки зрения мотивации этого выбора.

2. Нэшевское решение не всегда бывает хорошим в других аспектах (например, в игре «дилемма заключенного»).

Предлагаемый подход к построению решений в позиционной неантагонистической дифференциальной игре двух лиц базируется на:
– использовании принципа неухудшения гарантированных результатов игроков;
– использовании правила максимального сдвига в направлении H_i -решения;
– на использовании нэшевских равновесий во вспомогательных биматричных играх.

Основная идея подхода [4] состоит в том, что в текущей позиции (t, x) определяются направление s^1, наилучшее для первого игрока, и направление s^2, наилучшее для второго игрока. Далее, из условия максимального сдвига в направлениях s^1и s^2 соответственно определяются пары управлений (u_1^0, v_1^0) и (u_2^0, v_2^0).

Конструируется вспомогательная биматричная игра (A, B)

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix},$$

$$a_{ij} = \gamma_1(t + \varepsilon, x + f(t, x, u_1^0, v_1^0)\varepsilon),$$
$$b_{ij} = \gamma_2(t + \varepsilon, x + f(t, x, u_1^0, v_1^0)\varepsilon),$$

в которой первая стратегия 1-го (2-го) игрока заключается в выборе стратегии u_1^0 (v_1^0), а вторая стратегия 1-го (2-го) игрока — в выборе стратегии u_2^0 (v_2^0). Игра (A, B) всегда имеет нэшевское равновесие в чистых стратегиях. Оно и определяет управления игроков в заданной текущей позиции.

Предлагаемый подход распространен также на иерархическую двухуровневую игру трех лиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Красовский Н.Н., Субботин А.И.* Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
2. *Красовский Н.Н.* Управление динамической системой. М.: Наука, 1985.
3. *Клейменов А.Ф.* Неантагонистические позиционные дифференциальные игры. Екатеринбург: Наука, 1993.
4. *Клейменов А.Ф.* О решениях в неантагонистической позиционной игре // ПММ. Т. 61. Вып. 5. С. 717–723.

Клейменов Анатолий Федорович
Институт математики и механики УрО РАН
Россия, Екатеринбург
e-mail: kleimenov@imm.uran.ru

Поступила в редакцию 5 мая 2007 г.

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ КОЛЕБАНИЯМИ ВЯЗКОУПРУГОЙ СТРУНЫ. ТРЕТЬЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА

© **Г. К. Кобзев**

Рассматривается задача о приближенном построении программного граничного управления при гашении колебаний вязкоупругой струны с граничными условиями третьего рода на конечном временном интервале.

В прямоугольнике $\prod:\ [0 \leqslant x \leqslant l] \times [0 \leqslant t \leqslant T]$ отыскивается решение уравнения

$$u_{tt} = a^2 \left(u_{xx} - \int\limits_0^t K(t-\tau) u_{xx} d\tau \right)$$

с начальными условиями

$$u(x,\,0) = \varphi(x), \quad u_t(x,\,0) = \psi(x),$$

краевыми условиями ($\alpha > 0$, $\beta > 0$)

$$u_x(0,\,t) - \beta\, u(0,\,t) = \mu(t), \quad u_x(l,\,t) + \alpha\, u(l,\,t) = \nu(t)$$

и финальными условиями

$$u(x,\,T) = 0, \quad u_t(x,\,T) = 0.$$

Предполагается, что ядро ползучести $K(t-\tau)$, резольвента $R(t-\tau)$ являются дважды непрерывно дифференцируемыми, функции управления $\mu(t)$ и $\nu(t)$ имеют непрерывные