2) $x_0 < 0$.

Тогда $\mathrm{sgn}x_0 = -1$ и из (4) следует, что $\overline{x}(t) \geq x(t)$ для любого допустимого управления $u(s)$.

Аналогично пункту а), траектория $\overline{x}(t)$ достигнет начала координат раньше, чем траектория $x(t)$ (см. рис. 3).

Объединяя оба пункта, получаем, что $u = -\,\mathrm{sgn}x$ является оптимальным по быстродействию управлением для линейного дифференциального уравнения первого порядка.

О НЕПРАВИЛЬНОЙ МОДЕЛИ ЗАДАЧИ «ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ» И МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ С ОПОРОЙ НА ИНВАРИАНТ

© В.Ю. Лыскова

Обучение решению задач «движение по реке (5–7 класс)» предполагает изначально, что математическая модель задачи у ученика правильная. Однако трудности, с которыми сталкивается ученик, не понимающий, как решать задачу, с нашей точки зрения связаны прежде всего с неправильной моделью задачи в мышлении ученика. Под неправильной моделью будем понимать такую модель, в которой ученик не выделяет инвариант, то есть правило, которое лежит в основе задачи.

З а д а ч а. За 4 часа по течению моторная лодка прошла такое же расстояние, как за 5 часов против течения. Найдите собственную скорость моторной лодки, если скорость течения реки 2 км/ч.

Неправильная модель Бориса. Борис сразу же вывел соотношения для скорости лодки по течению – как скорость лодки + скорость реки, против течения – как разность скорости лодки минус скорости реки. Казалось бы, что еще тут может быть непонятного? Приведем дословно его рассуждение. Борис рассуждал вслух – скорость моторной лодки по течению – 2 км/ч, обратно – 7 км/ч. Нет, обратно скорость будет меньше 5 км/ч, нет 6,5 км/ч, нет, наверное, 6 км/ч. Понравилось и окончательное его мнение – 3 км/ч по течению, 7 км/ч обратно. Нас насторожило слово обратно. Мы спросили – почему? Почему скорость самой моторной лодки изменяется, ей что, мотор на обратном пути добавили, но ведь об этом ничего в задаче не сказано. На что Борис говорит: обратно скорость должна быть больше, чтобы доехать за то же самое время (!), ведь река течет навстречу, и это замедляет движение лодки. Мы пояснили ему – в задаче сказано, что по течению лодка плыла 4 часа, а против течения – 5 часов. Она и плыла больше по времени, так как ей мешала река. Проблема ученика состоит в том, что он не выделяет инвариант – расстояние. Безусловно, это не оговорка, и Борис не спутал время с расстоянием. Борис все вывел согласно своей неправильной модели. В его модели отсутствовал инвариант задачи – расстояние. Мы предполагаем, что произошло это из-за того, что инвариант задачи (расстояние) не изменяется, а в модели мышления Бориса возникают трудности с отслеживанием инвариантов. Предлагаемый нами метод позволяет сформировать правильную модель этого типа задач с опорой на инвариант.

Таблица 1

Правильная модель задачи «движение по реке»

Мат. модель движения. $v = s / t$ Объекты	Параметры	Формализация	Отношения и связи
Река	1) Скорость реки	$v_{р(еки)}$	2
	2) Время течения реки	$t_{р(еки)}$	
	3) Расстояние для реки	$s_{р(еки)}$	
Лодка	4) Собственная скорость лодки	$v_{л(одки)}$	
	5) Время лодки	$t_{л(одки)}$	
	6) Расстояние лодки	$s_{л(одки)}$	
Лодка по течению	7) Скорость лодки по течению	$v_{по(течению)}$ увеличивается за счет течения	$v_{по} = v_р + v_л$
4	8) Время движения лодки по течению	$t_{по(течению)}$	
=	9) Расстояние, пройденное лодкой по течению	$s_{по(течению)}$	
Лодка против течения	10) Скорость лодки против течения	$v_{против}$ уменьшается за счет течения	$v_{против} = v_р - v_л$
5	11) Время движения лодки против течения	$t_{против}$	
=	12) Расстояние, пройденное лодкой против течения	$s_{против}$	
Строка **инварианта** решения $s_{против} = s_{по(течению)}$			

Таблица 2

Основа для составления уравнения

Мат. модель движения $v = s / t$ Объекты	Параметры	Формализация	Отношения и связи
Река	1) Скорость реки	$v_{р(еки)}$	2
Лодка x	2) Собственная скорость лодки	$v_{л(одки)}$	Обозначим за x
Лодка по течению $x + 2$	3) Скорость лодки по течению	$v_{по(течению)}$ увеличивается за счет течения	$v_{по} = x + 2$
4	4) Время движения лодки по течению	$t_{по(течению)}$	4
$= (x + 2) * 4$	5) Расстояние, пройденное лодкой по течению	$s_{по(течению)}$	$S_{по} = v_{по} * 4$ $S_{по} = (x + 2) * 4$
Лодка против течения $x – 2$	6) Скорость лодки против течения	$v_{против}$ уменьшается за счет течения	$v_{против} = x – 2$
5	7) Время движения лодки против течения	$t_{против}$	5
$= (x – 2)*5$	8) Расстояние, пройденное лодкой против течения	$s_{против}$	$S_{против} = v_{против} * 5$ $S_{против} = (x – 2) * 5$
Инвариант решения $(x – 2)*5 = (x + 2) * 4$. Решаем. $x = 18$.			

Метод решения задач «на движение по реке» с опорой на инвариант. 1) Выделяем объекты задачи: лодка, река, лодка по течению, лодка против течения.

2) Строим информационную таблицу 1 правильной модели задачи «движение по реке».

3) Прописываем в таблицу 1 информационные коэффициенты (известную информацию), и ищем инвариант (данной задачи); формируем модель вместе с учеником. На этом этапе формируется правильная модель задачи в мышлении ученика. Именно этот этап отсутствует в современных методах обучения решению задач, так как мы уже отметили выше, предполагается, что изначально модель правильная.

4) Строим таблицу 2 как основу для составления уравнения.

Таблица 3 – как решение задачи Борисом на основе сформированной правильной модели.

Задача решена.

Выводы. Самым приятным для нас было то, что любую задачу на движение теперь Борис решал, он знал, что искать. Этот же результат был получен и другими детьми (5 человек), кто в принципе не решал задачи этого класса, не понимал их. Данный метод позволяет учить решать задачи тем людям, у которых просто неправильные модели, что не имеет отношения к их умственным способностям, чему это часто приписывается.

Таблица 3

Решение задачи на основе сформированной правильной модели

Объекты	Скорость $v = s/t$	Время $t = s/v$	Расстояние $s = v*t$
Река	$v_{р(еки)}$ 2		
Лодка	$v_{л(одки)}$ x		
Лодка по течению	$v_{по} = x + 2$	$t_{по(течению)}$ 4	$S_{по(течению)}$ $S_{по} = v_{по} * 4$ $S_{по} = (x + 2) * 4$
Лодка против течения	$v_{против} = x – 2$	$t_{против}$ 5	$S_{против} = v_{против} * 5$ $S_{против} = (x – 2) * 5$
Инвариант $S_{по} = S_{против}$		$(x – 2)*5 = (x + 2) * 4$. Решаем. $x = 18$.	

К ПРОБЛЕМЕ ИЗМЕРЕНИЯ В ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

© В.М. Косатая

Подготовка учащихся к непрерывному образованию предполагает повышение эффективности управления процессом обучения.

Одна из теорий обучения, получившая «прописку» в современной дидактике, – теория поэтапного формирования умственных действий и понятий П.Я. Гальперина – удовлетворяет системе требований к организации управления процессом. Так, согласно этой теории, выделяется цель обучения (управления), которая может состоять или в формировании нового вида деятельности с заданными качествами, или в повышении качества уже сформированной деятельности по одной или нескольким характеристикам, или в формировании отдельных элементов сформированной деятельности с заданными показателями.