Abstract: usage of modula arithmetics, particularly, of the Chinese remainders theorem for parallel calculations is substantiated; advantages of modula methods are demonstrated through results of experiments on the cluster using the library MPI, intended for a support of parallel processes in terms of message passing.

Keywords: modula arithmetics; Chinese remainders theorem; parallel calculations; message passing.

Переславцева Оксана Николаевна
аспирант
Тамбовский государственный университет
им. Г.Р. Державина
Россия, Тамбов
e-mail: Pereclavtseva@rambler.ru

Oxana Pereslavtseva
post-graduate student
Tambov State University
named after G.R. Derzhavin
Russia, Tambov
e-mail: Pereclavtseva@rambler.ru

УДК 517.95

РАСШИРЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМОЙ ГУРСА-ДАРБУ [1]

© Н. И. Погодаев

Ключевые слова: оптимальное управление; Гурса-Дарбу; системы с распределенными параметрам.

Аннотация: В докладе строится расширение в смысле Иоффе-Тихомирова для задачи оптимального управления системой Гурса-Дарбу.

Пусть на метрическом пространстве V определен функционал $\mathcal{I}$, а на метрическом пространстве W — функционал $\mathcal{J}$. Назовем задачу $\inf\limits_{w\in W}\mathcal{J}(w)$ расширением [1] задачи $\inf\limits_{v\in V}\mathcal{I}(v)$, если существует непрерывное отображение $i\colon V\to W$, при котором: 1) $i(V)$ плотно в W; 2) $\mathcal{J}(i(v))\leqslant\mathcal{I}(v)$ для всех $v\in V$; 3) для любого $w\in W$ существует последовательность $v_k\in V$ такая, что $\lim\limits_{k\to\infty} i(v_k)=w$ и $\lim\limits_{k\to\infty}\mathcal{I}(v_k)=\mathcal{J}(w)$. В частности, из этого определения следует, что

$$\inf_{v\in V}\mathcal{I}(v)=\inf_{w\in W}\mathcal{J}(w).$$

Введем следующие обозначения: $I_1=[0,a]$, $I_2=[0,b]$, $a,b>0$, $\Omega=I_1\times I_2$; $X=\mathbb{R}^n$, $Y=\mathbb{R}^m$; $C(\Omega;X)$ — пространство непрерывных функций $z\colon\Omega\to X$; $L^p(\Omega;X)$ — пространство функций $u\colon\Omega\to X$, интегрируемых по Лебегу со степенью p $(1<p<\infty)$; $\mathcal{L}(Y,X)$ — пространство непрерывных линейных операторов (матриц) $A\colon Y\to X$.

На прямоугольнике Ω рассмотрим управляемую систему

$$z_{xy}=c_1(x,y,z)z_x+c_2(x,y,z)z_y+c_3(x,y,z)u+c_4(x,y,z), \tag{1}$$

$$z(x,0)=\varphi(x)+\int_0^x u^1(s)\,ds,\ z(0,y)=\psi(y)+\int_0^y u^2(t)\,dt, \tag{2}$$

$$u^1(x)\in U_1(x,\mathcal{V}_1(z)(x)),\ u^2(y)\in U_2(y,\mathcal{V}_2(z)(y)),\ u(x,y)\in U(x,y,z(x,y)), \tag{3}$$

[1]Работа выполнена при поддержке СО РАН (интеграционный проект СО РАН–УрО РАН № 85).

где $x \in I_1$, $y \in I_2$, $z \in X$; $u \in Y$ — распределенное, $u^1, u^2 \in X$ — граничные управления; $c_1, c_2\colon \Omega \times \times X \to \mathcal{L}(X;X)$, $c_3\colon \Omega \times X \to \mathcal{L}(Y;X)$, $c_4\colon \Omega \times X \to X$ — однозначные отображения; $U\colon \Omega \times X \to X$, $U_1\colon I_1 \times X \to X$, $U_2\colon I_2 \times X \to X$ — многозначные отображения с невыпуклыми компактными значениями; $\mathcal{V}_1\colon C(\Omega;X) \to C(I_1;X)$, $\mathcal{V}_2\colon C(\Omega;X) \to C(I_2;X)$ — непрерывные операторы; $\varphi\colon I_1 \to \to X$, $\psi\colon I_2 \to X$ — абсолютно непрерывные функции, $\varphi(0) = \psi(0)$.

О п р е д е л е н и е. Решением системы (1)–(3) назовем четверку (z, u, u^1, u^2), $z \in C(\Omega;X)$, $u \in L^p(\Omega;Y)$, $u^1 \in L^p(I_1;X)$, $u^2 \in L^p(I_2;X)$, такую, что

$$z(x,y) = \varphi(x) + \psi(y) - \varphi(0) + \int_0^x u^1(s)\,ds + \int_0^y u^2(t)\,dt + \int_0^x \int_0^y v(s,t)\,ds\,dt, \tag{4}$$

где

$$v(x,y) = c_1(x,y,z(x,y))z_x(x,y) + c_2(x,y,z(x,y))z_y(x,y) + c_3(x,y,z(x,y))u(x,y) + c_4(x,y,z(x,y)),$$

и почти всюду имеют место включения (3). Множество всех решений обозначим через $\mathcal{R}$.

Данное определение корректно, поскольку для функций, удовлетворяющих равенству (4), существуют частные производные z_x, z_y, z_{xy} (см. [2]), причем $z_{xy} = v$.

Пусть $g\colon \Omega \times (X \times Y) \to \mathbb{R}$, $g_i\colon I_i \times (X \times X) \to \mathbb{R}$, $i = 1, 2,$ — функции Каратеодори, невыпуклые по третьей переменной. Рассмотрим функционал J, определенный равенством

$$\begin{aligned} J(z,u,u^1,u^2) = \int_{I_1} g_1(x, \mathcal{V}_1(z)(x), u^1(x))\,dx + \int_{I_2} g_2(y, \mathcal{V}_2(z)(y), u^2(y))\,dy \,+ \\ + \int_{\Omega} g(x,y,z(x,y),u(x,y))\,dx\,dy, \end{aligned} \tag{5}$$

где $z \in C(\Omega;X)$, $u \in L^p(\Omega;Y)$, $u^1 \in L^p(I_1;X)$, $u^2 \in L^p(I_2;X)$.

Поставим следующую задачу: минимизировать функционал (5) на множестве $\mathcal{R}$ решений системы (1)–(3):

$$\inf_{r \in \mathcal{R}} J(r). \tag{6}$$

Отметим, что данная задача является невыпуклой (рассматриваются невыпуклые ограничения на распределенное и граничные управления, а также невыпуклые по управлению интегранты). Поэтому, вообще говоря, задача (6) не имеет решения. При определенных предположениях в работе построено такое расширение задачи (6), которое имеет решение.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Иоффе А.Д.,Тихомиров В.М.* Расширение вариационных задач // Труды Московского математического общества. 1968. № 18. С. 187-246.

2. *Смирнов В.И.* Курс высшей математики. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959. Т. 5.

Abstract: an extension of optimal control problem for Goursat-Darboux system is constructed.
Keywords: optimal control; Goursat-Darboux; distributed parameter systems.

Погодаев Николай Ильич
Институт динамики систем
и теории управления
Сибирского отделения РАН
Россия, Иркутск
e-mail: nickpogo@gmail.com

Nikolai Pogodaev
Institute of System Dynamics
and Control Theory
of Siberian Department of RAS
Russia, Irkutsk
e-mail: nickpogo@gmail.com