УДК 513.013.3:377

ВВЕДЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ВЫСШЕЙ ГЕОМЕТРИИ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПРОЦЕСС СРЕДНИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

© С.И. Лазарев, Э.Н. Очнев, О.А. Абоносимов, В.Л. Головашин

Lazarev S.I., Ochnev E.N., Abonosimov O.A., Golovashin V.L. Introducing elements of high geometry in secondary educational institutions. The article discusses the application of methods of descriptive geometry in solving problems in solid geometry.

Предлагаемый материал, по нашему мнению, носит дискуссионный характер в период реформирования средней школы. Мы предлагаем участие в его обсуждении широкого круга специалистов, объединенных в профессиональные методические образования, как-то: цикловые методические объединения преподавателей черчения и математики, средних учебных заведений; методических комиссий кафедр инженерной графики и высшей математики высших учебных заведений, а также всех заинтересованных лиц.

Многолетний опыт работы авторов в высшей школе позволяет сделать некоторые замечания по затронутому вопросу и внести предложения по совершенствованию учебного процесса, а именно: учебная дисциплина «Черчение» в средней школе при достаточно содержательной учебной программе не дает ожидаемого образовательного эффекта. Низкая графическая подготовка учащихся средней школы обнаруживается уже на младших курсах при изучении начертательной геометрии, инженерной, компьютерной и машинной графики.

Успеваемость студентов по этим дисциплинам оставляет желать значительно лучшего, отсутствует заинтересованность в освоении учебного материала, обусловленная низким уровнем знаний, умений и навыков в изображении пространственных форм на плоскости, неразвитости пространственного воображения, малой работоспособностью и быстрой утомляемостью обучаемых, отсутствием взаимосвязи учебных дисциплин, формирующих пространственное воображение (черчение и стереометрии), недостаточная профессиональная подготовленность преподавателей черчения (особенно в школах сельской местности) там, где они есть, а иногда и отсутствие таковых вообще.

Действительно, зададимся вопросом, где готовят учителей черчения. Ответить на такой вопрос затруднительно. А более определенно можно сказать, что учителей черчения не готовят ни в одном вузе. А ведь они нужны для преподавания графических дисциплин в школах, лицеях, профтехучилищах, колледжах, техникумах и т. д.

Опыт подготовки имелся в 50-е годы на физико-математическом факультете Тамбовского педагогического института (ныне Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина), где готовили учителей математики и черчения. По нашему мнению, эту подготовку необходимо возобновить в университетах. Может быть, этот вопрос можно решить на первых порах в факультативном варианте, вводя необременительные в финансовом отношении изменения в учебный план педагогического и технического университетов.

В условиях 12-летнего срока обучения в средней школе, обусловленного идущей реформой, необходимо, на наш взгляд, предусмотреть изменения в графике изучения общеобразовательных дисциплин. Оптимальным мы считаем одновременное изучения черчения и стереометрии в старших классах школы. При этом возникает возможность взаимного проникновения элементов учебных дисциплин друг в друга. Начальный опыт подобной работы имеется и дает положительные результаты.

В качестве иллюстрации наших предложений покажем, как можно вводить элементы начертательной геометрии в курс стереометрии, изучаемой в настоящее время в 10–11 классах.

Стереометрия [1] изучает свойства пространственных форм на основе ряда аксиом и мощного аппарата теорем. При этом, в целях наглядности используются пространственные изображения (рисунки), по которым затрудняется восприятие учащимися количественных соотношений элементов изучаемого объекта.

Мы рекомендуем активное внедрение в курс стереометрии элементов параллельного ортогонального проецирования на две взаимно перпендикулярные плоскости (метод Монжа, составляющий основу начертательной геометрии [2]). Ведь начертательная геометрия своим предметом имеет изложение и обоснование способов изображения пространственных форм на плоскости (чертеже) и решение метрических задач по полученным изображениям.

Рассмотрим ряд примеров.

Задача 1. Через середину радиуса шара проведена перпендикулярная ему плоскость. Как относится площадь круга сечения к площади большого круга?

Вместо пространственного изображения условия задачи, как это принято в стереометрии для большей наглядности, но за счет потери возможности измерения элементов тела, рассмотрим чертеж шара с сечением, который проигрывает в наглядности, но дает возможность измерять интересующие нас элементы. Радиусы сечения r и шара R изображаются на чертеже без искажения. Радиус r определяем из прямоугольного треугольника $O'O_1''A''$ на фронтальной плоскости проекций

$$r^2 = \frac{3}{4}R^2. \quad (1)$$

Отношение площадей сечений ($S_{сеч}$) и большого круга ($S_к$), очевидно, равно 3/4.

Задача 2. Рассмотрим пример решения стереометрической задачи на доказательство. Доказать, что концы диагонали параллелограмма одинаково удалены от плоскости, проведенной через вторую диагональ (рис. 2). Через диагональ BD параллелограмма ABCD проведена произвольная плоскость EBD. Необходимо доказать равенство отрезков CF и AG. Оно следует из очевидного равенства $\Delta B^{iv}C^{iv}F^{iv}$ и $\Delta A^{iv}G^{iv}B^{iv}$ (проекции), данных условия задачи на дополнительную плоскость проекций Π_4 ($\Pi_4 \perp \Pi_1$); ($\Pi_4 \perp BD$). Плоскость BDE является Π_4-проецирующей, и расстояние до нее точек A и C измеряется перпендикулярами AG и CF.

Рассмотрим два примера на построение сечения многогранников, которые вызывают у школьников определенные затруднения в пространственном исполнении.

Задача 3. Построить сечения призмы плоскостью, проходящей через прямую BC, лежащую в плоскости нижнего основания призмы, и точку A, принадлежащую одному из ребер.

Изобразим условия задачи на чертеже Монжа (рис. 3). Введем плоскость $\Pi_4 \perp \Pi_1$ ($\Pi_4 \perp BC$) и на нее спроецируем рассматриваемую призму вместе с секущей плоскостью. На плоскости Π_4 сразу же выстраивается искомое сечение ADEF. Возвращаем его в исходную систему Π_1, Π_2, решаем поставленную задачу. По полученным результатам можем при необходимости построить любое аксонометрическое (наглядное) изображение.

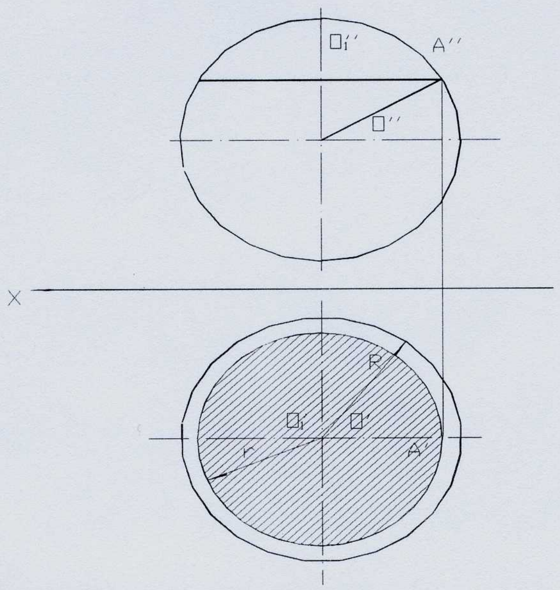

Рис. 1. Сечение шара горизонтальной плоскостью

Задача 4. В правильной шестигранной призме боковые грани квадраты. Провести плоскость через сторону нижнего основания и противоположную ей сторону нижнего основания. Вычислить площадь сечения при стороне основания «а» (рис. 4).

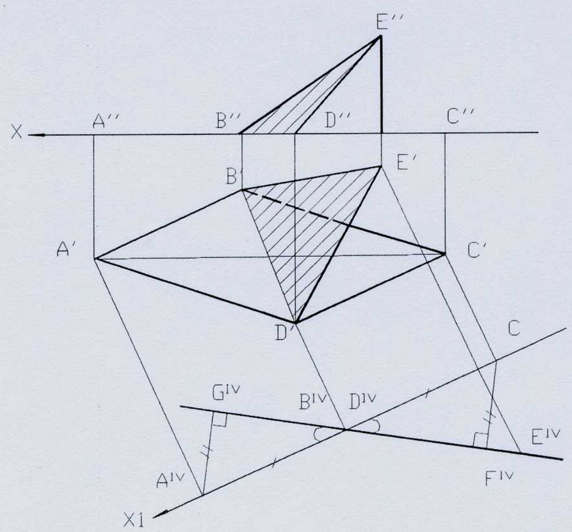

Рис. 2. Плоскость параллелограмма

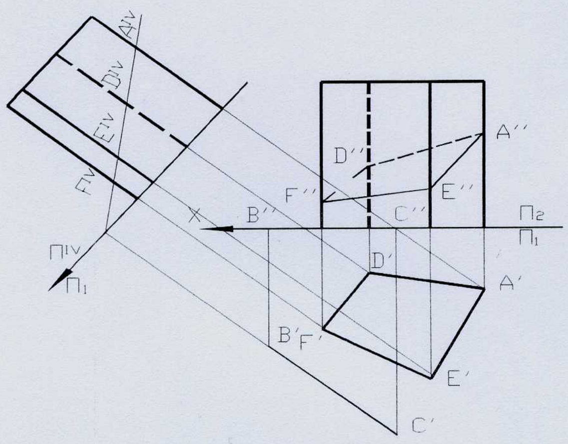

Рис. 3. Построение сечения призмы плоскостью

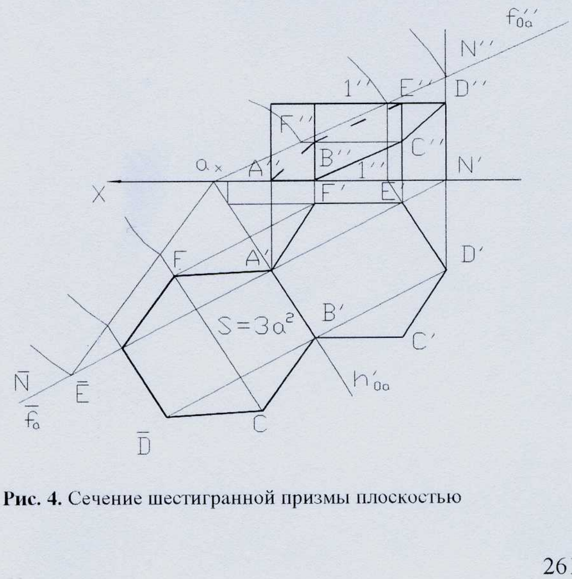

Рис. 4. Сечение шестигранной призмы плоскостью

Построив следы секущей плоскости ($h^{1}_{O_\alpha}$, $f^{11}_{O_\alpha}$), строим сечение ABCDEF, и методом совмещения с горизонтальной плоскостью Π_1 [2] строим это сечение без искажения. Вычисление площади сечения ABCDEF – простая планиметрическая задача. $S = 3a^2$.

На наш взгляд, рекомендуемые приемы решения в стереометрии могут успешно применяться в специальных средних учебных заведениях (технический лицей, многопрофильный лицей, физико-математический лицей и т. п.). В средней общеобразовательной школе эту работу целесообразнее проводить в факультативном варианте.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Погорелов А.В.* Геометрия: Учеб. для 7–11 кл. общеобразовательных учреждений. 5-е изд. М., 1999. 383 с.
2. *Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А.* Курс начертательной геометрии: Учеб. пособие / Под ред. Ю.Б. Иванова. 23-е изд., перераб. М.: Наука; Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. 272 с.

Поступила в редакцию 18 января 2002 г.