ЛИТЕРАТУРА

1. *Грошева Л.И.* Разложение канонических представлений на плоскости Лобачевского // Вестник Тамбовского ун-та, 2003, том 8, вып. 1, 142—144.

2. *Грошева Л.И.* Преобразования Пуассона и Фурье, связанные с каноническими представлениями на комплексном гиперболическом пространстве. (см. настоящий том)

КОНЕЧНОМЕРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА ФУНКЦИЙ НА ПЛОСКОСТИ, ИНВАРИАНТНЫЕ ОТНОСИТЕЛЬНО ГРУППЫ ДВИЖЕНИЙ

© Э.Н. Деребизов

В настоящей заметке мы описываем все конечномерные подпространства функций $f(x,y)$ класса C^∞ на плоскости $\mathbb{R}^2$, инвариантные относительно группы G движений плоскости (параллельные переносы и вращения).

Сразу видно, что пространство S_k многочленов от x, y степени $\leqslant k$ является инвариантным относительно G. Однако, это не все такие пространства. Например, в пространстве S_2 размерности 6 содержится инвариантное подпространство размерности 4 с базисом $x^2+y^2, x, y, 1$.

Удобно от переменных x, y перейти к переменным $z = x + iy$, $\overline{z} = x - iy$.

Т е о р е м а. *Всякое неразложимое G-инвариантное конечномерное подпространство в $C^\infty(\mathbb{R}^2)$ задается парой чисел $p, q \in \mathbb{N} = \{0, 1, 2, ...\}$ и состоит из многочленов $f(z, \overline{z})$ степени $\leqslant p$ по z и степени $\leqslant q$ по $\overline{z}$. Его размерность равна* $(p+1)(q+1)$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Алгебра Ли $\mathfrak{g}$ группы G имеет своим базисом следующие три дифференциальных оператора:

$$\frac{\partial}{\partial z},\ \frac{\partial}{\partial \overline{z}},\ L = i\left(z\frac{\partial}{\partial z} - \overline{z}\frac{\partial}{\partial \overline{z}}\right).$$

Соотношения коммутации

$$\left[\frac{\partial}{\partial z}, \frac{\partial}{\partial \overline{z}}\right] = 0,\ \left[\frac{\partial}{\partial z}, L\right] = i\frac{\partial}{\partial z},\ \left[\frac{\partial}{\partial \overline{z}}, L\right] = -i\frac{\partial}{\partial \overline{z}}.$$

Пусть K – подгруппа в G, состоящая из вращений. Оператор L отвечает этой подгруппе.

Пусть V – конечномерное пространство в $C^\infty(\mathbb{R}^2)$, инвариантное относительно G. В силу компактности группы K пространство V распадается в прямую сумму собственных относительно K подпространств. Возьмем какой-нибудь собственный вектор f из V: $Lf = imf$, $m \in \mathbb{Z}$. Из соотношений коммутации получаем, что векторы $(\partial/\partial z)f$ и $(\partial/\partial \overline{z})f$ являются собственными для L с собственными числами $i(m-1)$ и $i(m+1)$, соответственно. В силу конечномерности V существуют числа p и q из $\mathbb{N}$ такие, что $(\partial/\partial z)^{p+1}f = 0$, но $(\partial/\partial z)^p f \neq 0$, и $(\partial/\partial \overline{z})^{q+1}f = 0$, но $(\partial/\partial \overline{z})^q f \neq 0$. Следовательно, f есть многочлен от z и $\overline{z}$ степени p и q, соответственно. Так как f – собственный для K, то $f = Cz^p\overline{z}^q$, так что $m = p - q$. Действуя на f операторами $\partial/\partial z$ и $\partial/\partial \overline{z}$, мы получим все многочлены от z и $\overline{z}$ степеней не больше p и q, соответственно. Полученное подпространство в V неразложимо. □

О РАЗРЕШИМОСТИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ КВАЗИЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА

© Э.Л. Казарян

Пусть Ω – ограниченная область в $\mathbb{R}^n$, $n \geqslant 2$, с гладкой границей S. Будем говорить, что функция $u(x)$ в области Ω удовлетворяет условию Гельдера (непрерывна по Гельдеру) с показателем $\alpha \in (0,1)$, если