УДК 519.6

ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА ДЛЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО ИМПУЛЬСНОГО УПРАВЛЕНИЯ

© **А.В. Арутюнов, Д.Ю. Карамзин, Ф. Перейра**

Ключевые слова: импульсные управления; принцип максимума.

Исследуется задача обобщенного импульсного управления. Приводится принцип максимума Л.С. Понтрягина.

Нами была исследована задача оптимального импульсного управления со смешанными ограничениями. Наличие импульсных управлений приводит к возможным разрывам фазовой траектории системы. Основным отличительным свойством изученной задачи является возможность управления динамической системой на разрывах фазовой траектории, обусловленных наличием импульсов. Нами предложено новое понятие импульсного управления, которое обобщает известные ранее и позволяет осуществлять такое управление траекторией на ее разрывах. Подобного рода импульсные управления возникают, например, в космическом маневрировании, где масса корабля изменяется скачкообразно из-за расхода топлива на каждое действие ракетных двигателей (что и считается импульсом). Поскольку масса корабля изменяется, то и центр масс и распределение масс корабля изменяется скачкообразно. Однако это стремительное изменение параметров системы подразумевает коррекцию в управлении в момент действия импульса. Поэтому на разрывах динамической системы возникают дополнительные управления. Обобщенное импульсное управление — это обычное импульсное управление плюс указанное семейство управлений на разрывах системы. Для этой задачи оптимального импульсного управления мы получили необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума Л.С. Понтрягина. Сопряженная функция в этом принципе максимума, как и траектория исходной динамической системы, определяется с помощью решения т. н. присоединенных систем, которые возникают в момент импульса. Присоединенная система позволяет вести траекторию и соответствующую сопряженную функцию из принципа максимума на разрыве исходной дифференциальной системы. Общая теорема состоит из целого набора принципов максимума: а) основного принципа максимума, в глобальном времени t исходной динамической системы, и б) принципов максимума для присоединенных систем, рассмотренных для каждого момента импульса в своем локальном времени s присоединенной системы. Все указанные принципы максимума не являются независимыми, но связаны специальными условиями сопряжения, объединяясь тем самым в одну единую теорему — в принцип максимума Понтрягина для задачи импульсного управления. Этот принцип максимума получен при ослабленных предположениях регулярности смешанных ограничений. С результатами можно ознакомиться в [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Арутюнов А.В., Карамзин Д.Ю., Перейра Ф.* Принцип максимума Л.С. Понтрягина для задач оптимального импульсного управления // Доклады Академии наук. 2010. Т. 432. № 4. С. 439–442.

Поступила в редакцию 10 апреля 2011 г.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа осуществлена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 09–01–00619, № 11—01–00626), и также при финансовой поддержке FCT (Португалия), проекты PTDC/EEA-ACR/75242/2006, SFRH/BPD/26231/2006.

Arutyunov A.V., Karamzin D. Yu., Pereira F. Pontryagin's Maximum Principle for impulsive control problems. Necessary conditions in the form of Pontryagin's Maximum Principle are derived for impulsive control problems with mixed constraints. A new mathematical concept of impulsive control is introduced as a requirement for the consistency of the impulsive framework. Additionally, this control concept enables the incorporation of the engineering needs to consider conventional control action while the impulse develops. The regularity assumptions under which the Maximum Principle is proved are weaker than those in the known literature. Ekeland's Variational Principle and Lebesgue's discontinuous time variable change are used in the proof. The article also contains an example showing how such impulsive controls could be relevant in actual applications.

Key words: impulsive control; maximum principle.

Арутюнов Арам Владимирович, Российский университет Дружбы народов, г. Москва, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа, e-mail: arutun@orc.ru.

Карамзин Дмитрий Юрьевич, Вычислительный центр РАН, г. Москва, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, e-mail: dmitry_karamzin@mail.ru.

Фернандо Перейра, Университет Порту, г. Порту, Португалия, профессор, e-mail: flp@fe.up.pt.

УДК 517.929

ОБ АБСОЛЮТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ АВТОНОМНОГО ЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

© А.С. Баландин

Ключевые слова: дифференциально-разностное уравнение; устойчивость; фундаментальное решение.

Рассматривается семейство автономных линейных дифференциальных уравнений с запаздыванием. Семейство задается по параметрам уравнения, принадлежащим некоторому множеству. В работе исследуется устойчивость семейства уравнений, под которой понимается устойчивость решений всех уравнений, принадлежащих данному семейству.

Пусть $\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$, $\mathbb{R}_+ = [0, +\infty)$.

Рассмотрим дифференциально-разностное уравнение

$$\dot{x}(t) + b_1 x(t - p_1) + b_2 x(t - p_2) = f(t), \quad t \in \mathbb{R}_+, \tag{1}$$

где $b_1, b_2 \in \mathbb{R}$, $p_1, p_2 \in \mathbb{R}_+$, $f\colon \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ — локально суммируемая функция. При отрицательных значениях аргумента функцию x полагаем равной нулю. Под *решением* уравнения (1) будем понимать [1, с. 9] абсолютно непрерывную функцию, удовлетворяющую (1) почти всюду на $\mathbb{R}_+$.