

УДК 62.001.57(063)

МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ ЗА РАЗВОЈ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ КОМПЕТЕНЦИИ

© А. Рушита

Клучни зборови: математика; модели; математички модели; компетенции; математички компетенции; развој; едукација; значење.

Општиот развој на човекот е имплицитен еквивалент на развојот на сите научни дисциплини кои го чинат интердисциплинарниот збир на науки. Нивните интеркорелативни односи и релации се испреплетени и се проверуваат низ научната теорија и практика.

Нити една научна дисциплина во својот развој не останува само на елаборација на сопствените теоретски основи. Таа постојана трага по научна верификација на своите концепти, теории и модели. Вистинското место за верификација на сите педагошки поими и атрибути претставува воспитно-образовната практика.

Во овој контекст е согледувана содржината и структурата на трудот Математичките модели за развој на математичките компетенции.

Моделите, како дидактички компоненти на наставата по математика и нивната активна примена, се неразводно поврзани со развојот на компетенциите на наставниците и во тој контекст и на учениците.

Од друга страна, нивото на развој на математичките компетенции кај наставниците имплицира и го детерминира нивото на примена на математичките модели во наставата по математика. Значи, синтезата на доминантната триада на на поимите математички модели – развој – математички компетенции зборува за потребата од сфаќање на интегралното единство на овие поими во наставата, односно во образованието во целина.

Компетенциите на наставниците, не само што се во директна корелативна врска со сопствениот индивидуален развој, туку тие се клучен фактор за развој на компетенциското ниво на учениците за совладување на математичките модели, како интегрални дидактички компоненти на наставата по математика. Теоретските и емпириските сознанија преставени во овој труд претставува обид за примена на нови дидактички поими и содржини во наставата по математика, како ефикасни педагошки решенија за нов пристап во наставата по математика.

1. МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ ЗА РАЗВОЈ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ КОМПЕТЕНЦИИ

1.1. Математички модели како интегрален дел во математичкото образование

Секој може да совладува се, под услов да применува адекватни постапки во наставата.

J.C. Брунер

1.1.1. Поим за моделот како универзален концепт

На крајот на минатиот век и на почетокот на овој век, под се повеќе огромниот притисок на научно-технолошкиот и општо-цивилизационскиот развој, во поголемиот дел на држави, се изработуваат стратегии за концепирање и развивање на наставата, со цел воведување на промени во начинот на организирање и изведување на наставниот процес.

Критичната опсервација на современата настава е заснована, покрај друго, и во кооперативноста и кооперативните односи помеѓу субјектите кои ја карактеризираат процесот на наставата, во образовната технологија и во дидактичко – методичката разноврстност на наставата.

Во насока на трансформација на традиционалната настава, заложбите се насочени кон согледување на потребите што ги има ученикот, преку развивање кај нив на чувство за поставениот проблем, способноста за

увид во самата ситуација, развивање на дивергентното мислење, на саморецепцијата и на критичкото мислење и т.н.

Една от таквите тенденции на промовирање на настава на иднината е и воведувањето на *моделскиот пристап* во наставата и учењето.

Моделот (кој е од латинско потекло: *Modulus* – мера, начин и слично), како поим и термин, се употребува, на пример, за означување на структура, на начинот на користење на јазик, на граматика, на теорија, како шема, стил, аналогича, како предложена метода на истражување, репрезентација, апстракција, формализација и делумно формализација на теорија, психолошко помошно средство за теорија, можност за реализација на теорија, образец, конкретен систем, физички објект, вредност и т. н. [1].

Моделите ги разбираме како *отворени парадигми* на асоцијативно-творечките ориентации, кои на учениците им овозможуваат да се субјект во наставата, да ги искажат своите афинитети и креативности, да создаваат нови структурни патишта за постигнување на поставената цел, односно решавање на проблем.

Моделот се издначува со својот оригинал, во изгледот, функцијата, описот, изведувањето, теоријата, принципот [2].

Во научното истражување, моделот е средство на изворно сознаније, претставува објект на истражување со помош на кој се доаѓа до нови откритија (сознанија) за тој објект.

Професорот од Калифорнскиот универзитет, Јуен Рен Чао, во неговото дело “*Моделите во лингвистика и моделите во општо*” [3], истакнува дека терминот “модел” се користи во над 30 слични и различни значења.

Значи, зборот *модел* денеска има повеќе значења, во зависност од областа на кое се однесува, и може да претставува форма, модел, шаблон, копие, операција, релација, алгоритам,....

Моделот подразбира поедноставен приказ на една компликувана структура кој ги пресликува функционалните врски на оригиналот. Претставува објект кој во ликот на физичкиот предмет, цртеж, шема или логичко-математички исказ, на едноставен, пристапен и егзактен начин ја изразува структурата, карактеристиките и функциите на оригиналот.

Моделот ги содржи само битните карактеристики на оригиналот или на реалниот систем и може да и предходи на оригиналот (*научно истражување*) или да биде проктиран врз база на постоечкиот оригинал (*учење во наставата*).

Во специфичните области има посебни значења [4–16]:

1) во педагогија, моделот претставува структура на образовните содржини и функции, односно процеси и резултати на соодветната структура на содржините;

2) во педагошкото истражување, моделот претставува теоретски конструкт, методолошки пристап, постапка, процедура;

3) во (најчесто) наставата по природни науки, моделот претставува вештачко демонстрационо наставно средство.

Моделот се користи за објаснување на некој процес, да воспостави аналогија или да предвидува некој настан, да го поедноставува и објаснува комплексноста на тоа што се наблудува, да емитира некој узор (примерок).

Моделирање е научна метода, е творечко-динамично-алтернативен процес, со помош на кое сознанијата за карактеристиките на моделот на природните и вештачките системи (парадигма, примерок) се пренесуваат на предметот на истражување (препознавање на друг објект). Методата на моделирање се базира во аналогија, па затоа сличноста помеѓу моделот и оригиналот не смее да се поистоветува со идентичноста.

Во наставната работа, одредена постапка/начин на работа е *модел* кој ни овозможува учениците да се променат во рационален и емоционален поглед, односно во когнитивно-ефективната и моторичка содржина на сопствената свест. Во тој процес, ученикот сам со себе е во интеракција, преку разните улоги и статуси кои ги обавува во процесот на учење, земајќи ја така, во различни временски моменти и ситуации, во менталниот план, позицијата на некој друг.

При концептирање, односно проектирање на секој модел не постојат строго дефинирани чекори, само што треба да се почитуваат оптимумите кои го определуваат и не го доведуваат во прашање валидноста на моделот. За да соодветно го апроксимира реалниот систем, апстракцијата на изградениот модел треба да е одмерен, со што степенот на нејзината валидност не се загрозува. Токму од овие причини, неминовно е овој процес, преку соработка, да се координира и составува

со крајните корисници, и тоа не само во фазата на изградба, туку и во фазата на валидизација.

1.1.2. Дефинирање на математичките модели

Поимот на математичкиот модел настанува актуелен во времето на големите математички откритија настанати на XVI и XVII век и незапирачкиот развој на поедините области на математика. Поимот математички модел се воведува поради изразување на идејата на кореспонденција на поедини области на математика.

Имајќи го во предвид фактот дека постојат повеќе различни разбирања на поимот математички модел, дефиниции кои се однесуваат на толкување на математичкиот модел комодно можат да се групираат во две различни групи на дефиниции.

Според едните, под *математички модел* подразбираме математичка теорија, математичка шема, израз или некој друг опис изведен на математички начин, изразен со некој формален јазик, тогаш кога таквата конструкција изразува некое (значајно) својство на оригиналот.

Според другите убедувања, *математичкиот модел* е интерпретација на некое математичка теорија, математичка шема или на некој друг математички опис.

Во рамките на другото сфаќање, В.А. Штоф, под поимот математички модел подразбира материјален модел, за кој, во однос на оригиналот, не се битни заедничките карактеристики од физичка и геометриска природа, туку само тие карактеристики кои се од структурална и функционална природа, што значи дека однесувањето на тие два објекта можат да се изразуваат со еднаквите математички формализми.

Според тоа, по В.А. Штоф, електричните модели на механичките, топлотните, акустичните и биолошките појави, како и структуралните и нумеричките модели (машините) се математички модели.

Математичките модели, како наставна компонента со голема сознајна вредност, се базираат на две основни карактеристики: на математичките поставени принципи и на математичката карактеризација или опис на некој феномен или процес.

Во текот на поучувањето на моделите на учење, моделита на настава и моделите во настава, современата педагошка литература како неопходно ги апострофира некои клучни прашања поврзани со математичките модели:

– Како може да се моделира процесот на учење на математика?

– Како може да се моделира процесот на настава по математика, во кои моделите на настава се најефикасни?

– Како може да се моделираат математичките содржини на учење?

Во понатамошниот процес на разгледување на математичките модели, како добро средство (јазик) за истражување на принципите, потребно е да се дефинираат некои општи цели:

– да се откриваат начините за моделирање во областа на учењето и наставата;

– да се утврди кое од структурите и функциите треба да ги поседува математичкиот модел за да биде ефикасен во процесот на учење;

– да се мери каков придонес може да има современиот начин на математичкото моделирање, кога во прашање е образовниот процес.

Математичкото моделирање претставува мисловно-теоретска активност на изградба на логички и математички системи; изградба на реални модели од различни видови, како практично-реални аналогии кои и одговараат; процес на математичко репрезентирање на одреден феномен, односно систем, со цел на негово добро разбирање.

Математичкото моделирањето е апстрактна постапка на имитирање на поими, предмети, процеси и системи, е научен метод со кое, со помош на природни или вештачки конструкции, се изучуваат објекти, системи, појави или процеси кои се аналогни со другиот објект, систем, појава или процес, кој од одредени причини не е можно директно да се пресмета.

Методичките модели, па и математичкиот модел, ги поседува следниве карактеристики:

– *валидност* – кој претставува ниво на репрезентативност на моделот во претставување на битните карактеристики на реалниот систем, на појавите, на процесот или оригиналот;

– *апстракција* – претставува ментален процес, односно постапка на издвојување на одделни битни карактеристики на реалниот систем кои се наблудуваат и анализираат независно; мисловен процес со кој се доаѓа до суштинските обележја на некој систем, односно мисловно расчленување на битните, заеднички и значајни обележја на некоја целина или објект од се што небитно, поединечно и случајно;

– *асоцијација, реализација, имплементација* – претставува пресликување на карактеристиките од повисоко во пониско ниво на сложеност или апстрактност;

– *реализација или имплементација* – претставува инверзно пресликување, односно пренесување на карактеристиките од пониските нивоа на хијерархија на сложеност кон повисоките нивоа на апстрактност.

Во зависност од нивото на апстракција, односно степенот на валидност, разликуваме *едноставни математички модели* и *перфектни математички модели*.

Едноставните математички модели се применливи во наставата по математика, најлесно можат математички да се опишуваат и се обликувани со висок степен на апстракција. Таквите модели тежнеат кон идеалните математички модели и имаат најмала валидност.

Перфектан математички модел се нарекува моделот со највисоко ниво на сложеност, но и на мал степен на апстракција, што покажува дека помеѓу нивото на апстракција и на валидност постои обратна пропорционалност.

1.1.3. Поделба на математичките модели во наставата по математика

Во дидактиката, како општа теорија на наставата, моделите и моделирањето претставуваат и играт важна улога.

Математичките модели кои, иако не во задоволителна мера, се применуваат при реализација на поставените цели на наставниот план и програма по предмет математика се:

- логичко-комбинаторички модели;
- модели на основните операции за пресметување;
- модели на едначините;
- аритметичко-логички модели;
- симболички математички модели;
- геометриски модели за решавање на проблеми;
- модели на геометриски проблеми.

Освен на ведените модели, во додатната настава по математика во одделенската настава (особено во завршното одделение во одделенската настава), постепено се воведуваат и следните математички модели:

- моделите на проблемот на мерење;
- модели на проблемите на квадратната мрежа;
- модели на стохастичките појави.

Математичките модели се проектираат и решаваат на различни начини, со помош на различни методи и пристапи. На пример, *Метода на модел* како наставна метода, нејчесто го користи симболичкиот математички модел. Секое математичка задача се преведува од јазична во математичка форма, се изразува со математичка симболика и се решава со примена на математички операции. Истиот модел може да се користи и за решавање на различни проблеми, односно за ист проблем можат да постојат различни модели.

Воведувањето на дидактичките и функционалните модели за решавање на типичните проблеми, наставата по математика станува оперативна, едноставна, практична и по интересна.

Во случај на решавање на некој проблем со методот на моделирање, се развива алгоритамско и креативно мислење на ученикот кое ќе биде употребено во моделирањето на проблемските ситуации. Во тој процес, ученикот во меморијата пронаоѓа математичко знаење кое и одговара, ги поврзува со реалноста и на таков начин создава погодни модели и алгоритми.

Поделбата на математичките модели, како творечко – дидактички модели, се прави врз неколку основи:

- 1) Во зависност од заснованоста (темелноста):
 - a. детерминистички модели – кои се засниваат на физички закони;
 - b. стохастички модели – врз основа на емпириските податоци.
- 2) Врз основа на математичките структури:
 - a. линеарни модели – сите едначини и функции во моделот се линеарни;
 - b. нелинеарни модели.
- 3) Врз основа на одвивање во времето:
 - a. модели кои се одвиваат во континуирано време;
 - b. модели кои коперираат со примената во дискретно време – погодни за компјутерска примена.
- 4) Врз основа на насоченоста:
 - a. модели насочени кон наставникот – познати во наставата како традиционални модели, затоа што се засниваат на традиционално – предавачка настава, каде сите образовни ресурси им се ставени на располагање на наставникот во процесот на пренесување на информациите кон ученикот (кој во овој случај е објект во наставата). Во ова група на модели ги набројуваме вербалните модели и визуелно – практичните модели, кои ги сочинуваат моделите на поучување и на доминантната активност на наставникот во процесот на поучување;

б. модели ориентирани кон ученикот – познати во наставата како современи модели, кои се засниваат на современите наставни модели. Нивната суштина се базира на вклучување на учениците во сите фази на наставниот процес, од планирање, преку организација, изведување, вреднување и практична примена. Ваквиот вид на модели каде ученикот станува активен субјект во наставата, го редуира поучувањето во најмала моќна мера, а тежиштето на стекнување на знаења го базира врз учењето како самостојна интелектуална активност на реципиентот.

Како современи математички наставни модели можат да се издвојуваат:

- креативно-творечки модели;
- проблемско-истражувачки модели;
- рецептивно-естетички модели;
- есеистички-синтетички модели;
- педагошки модел: проектна метода;
- алгоритамско-математички модели;
- циклус на учење како наставен модел;
- егземплярно-парадигматски модели и др.

Овие неколку сложени интегрирани модели кои наоѓат примена во наставата по математика и се во функција на стекнување на математички компетенции, кои во себе вклучуваат поголем број на подмодели и алтернативни постапки, по никоја цена не се поставуваат како универзални, во смисла дека можат да ги заменат останатите и дека во нивната примена во наставата се без алтернатива.

Сите математички модели се отворени, динамични и се изложени на перманентни промени, дополнувања, збогатувања, кои влијаат на афирмирањето на креативноста на наставникот и автономноста, самостојноста и истражувачкиот дух на ученикот.

1.1.4. Компоненти на математичките модели

Математичкиот модел кои на систематски начин го упатува реципиентот (ученикот) во содржините, методите и техниките на творечка работа, со крајна цел развивање на способностите за творечко мислење, го сочинуваат еден низ на компоненти, од кои најбитни се:

- 1) процесот (во реалниот свет);
- 2) математичката структура;
- 3) кореспонденција.

Воведување на секој инструмент, метода, стратегија во наставата има одредена цел. Тоа истото се однесува и за моделите во општо, па и на тие математичките.

Целите на математичкиот модел се:

- презентирање на достапните и добиените информации во лесен прифатен форма (аутокарта);
- овозможување на “лесно” пресметување, односно достапност со најможна леснотија и по најкраток пат до посакуваното решение на проблемот;
- истражување на процеси и предвидување на излезните резултати.

Основна улога на моделот е да го замени предметот на истражување, врз база на кое е проектиран и да даде нова информација за него.

Ако некој процес се изразува со помош на математички модел, трансформираноста на математичката природа во моделот и одговара на промените во

оригиналот, што овозможува управување со процесот со помош на математичките методи.

Чекори на математичко моделирање можеме да ги групираме во овие постапки:

- 1) поедноставување (апстракција);
- 2) прикажување (репрезентација) – постапка која се реализира со помош на математички симболи, едначини;
- 3) трансформација – интерпретација;
- 4) верификација – споредба со резултатите од испитувањето (наблудувањето).

Или, по разработено, основните фази на математичкото моделирање се:

- одредување на оригиналот;
- анализа на оригиналот;
- одлука на воведување на моделот;
- изградба на информациона база за моделирање (утврдување на својствата на објектот-оригиналот кои се релевантни за истражувањето);
- дефинирање на моделот (избор или конструкција на објектот-модел кој ги содржува сите важни својства за истражување);
- испитување на моделот (поучување на објектот-модел во однос на дадените барања);
- пренесување на информацијата од моделот во оригиналот (пренесување на резултатите на истражување, од објектот-модел, на објектот-оригинал);
- модификација на моделот.

Одредувањето на оригиналот и неговата *анализа* се фази во кои се користат непосредните методи на сознание. После откривање на основните информации во врска со оригиналот, доколку понатамошното директно испитување на оригиналот е невозможно или неефикасно, се донесува *одлука за воведување* на моделот. Нејзе ја следи систематското прибирање на неопходните информации за оригиналот, односно *изградба* на информациска база за моделирање помеѓу множеството на математичките и логичките релации.

Најзначајна етапа во процесот на создавање на моделот е *изборот*, односно *дефинирање* на моделот (поимот, формулите, релациите) и одредувањето на условите под кои се применува. Во понатамошниот тек на процесот, се изучува и *испитува моделот*, т.е. се пристапува кон негово решавање. Ова значи дека на моделот се применуваат законитостите во областа на моделот, што значи дека таквото испитување на оригиналот се сведува на математичко-логичките објекти, релации и операции. Добиените информации за моделот се трансформираат на оригиналот, и, на крајот, се *верификуваат* на оригиналот.

Значењето на математичкото моделирање е неспорен во наставниот процес и неразделива компонента на современата настава. Ученици кои имаат совладувано одредени модели, многу лесно и брзо ги усвојуваат новите знаења, активно се вклучуваат во следењето на сопственото разбирање, планирање на процесот на решавање проблеми, поедноставно се снаоѓат во проблемска ситуација, по лесно се упатуваат за самостојна работа и истражување и т. н.

Штетно влијае предимензионирање во наставната практика на одреден методички модел на “штета” на друг модел. Тоа доведува до “кочење” на мисловните активности на ученикот и демотивирачки влијае во поттикнување кај учениците на развивање на хоризон-

тот на очекувањата, промовирање кај нив на флуентноста на идеите, поттикнување на нивната фантазија и провокација на интересот за конечен расплет на ситуацијата. Моделот треба да се разгледува како отворен и никогаш совршен и со завршна претпоставка за делотворна творечка работа во наставата.

Се препорачува на учениците да не им се задаваат готови методички модели, бидејќи на таков начин го кочиме нивниот мисловен развој и им попречуваме да се занимаваат со дополнителна креативна самостојна активност. Во дидактична смисла, творечко мислење има полна смисла само доколку учениците ги обучуваме на самостојен начин да ги откриваат моделите.

Ниту еден модел не треба да се сфати како модел кој преставува доволен услов да секој индивидуа да доаѓа до истите резултати. Еден ист модел, во различни временски периоди (во зависност, не само од искуството на наставниците, туку и од возраста на учениците) дава и различни едукативни и образовни резултати.

Од учениците од најрана училишна возраст не можемо да очекуваме да бидат, во права смисла на зборот, креатори на модели, но од нив можеме да побараме пронаоѓање и откривање на необичното или на изглед неможното решение. Ова преставува една своевидна форма на креативност, бидејќи се влегува во технологијата на творечкиот процес и на тој начин се постигнува психолошкиот идентитет на ученикот.

При избор на соодветни математички модели за решавање на проблеми, практичната поставена ситуација треба да го детерминира актуелизирањето на сознанијата, мисловните операции и насоката на мислењето на ученикот. Ако ученикот се оспособува да анализира проблем, да ги открива релевантните фактори, да асоцира, споредува и актуелизира, тогаш неговите теоретски знаења ќе бидат доволно диференцирани, флексибилни, функционални и активни.

Ако на ученикот му е познат алгоритмот за решавање на проблемска ситуација, тогаш во тој случај не можеме да кажеме дека се соочуваме со проблем, односно проблемска ситуација, без разлика дали се работи од задача од техничка природа или за задача кое бара да се најнапред математички моделира, за да се реши покасно добиениот модел. Меѓутоа, ако ситуацијата е непозната, ученикот ќе се залага да најде пат до математичкиот модел – значи оригиналот да го замени со својата ментална слика, со некое егземплярна задача.

Значи, математичките модели, поими, операции, релации и алгоритми, ни служат како средство на индиректното изучување на објективната реалност.

2. КОНСТАТАЦИИ, СОЗНАНИЈА, ЗАКЛУЧОЦИ И ПРЕДЛОЗИ ЗА НАТАМОШНИ АКЦИИ

2.1. Општи констатации

И со теоретските проучувања, а особено со поголемиот дел од емирските резултати, се потврди дека математичките модели во наставата имаат голема сознајна вредност и претставуваат добро средство (јазик) за истражување на принципите кои се базираат

на две основни карактеристики: Модели базирани на математички поставени принципи и Математичка карактеризација или опис на некој феномен или процес.

Денешното теоретското поучување на математичките модели неминовно го наметнува потребата за одговор на прашањето: Како може да се моделира процесот на учење на математика, процесот на настава по математика, кои модели на настава се најефикасни и како може да се моделираат математичките содржини на учење?

Пред да се одговара на ваквото и на сличните дилеми, потребно е да се дефинираат некои општи цели, да се откриваат начините за моделирање во областа на учењето и наставата, да се утврди кои од структурите и функциите треба да ги поседува математичкиот модел за да биде ефикасен во процесот на учење и да се мери каков придонес може да има современиот начин на математичкото моделирање, кога во прашање е образовниот процес.

Со цел да се испитаат и идентификуваат математичките компетенции, се препорачува теоретски да се елаборираат и емпириски проверуваат осум карактеристични способности на учениците и тоа: 1) *Математичко мислење и заклучување*; 2) *Математичко аргументирање*; 3) *Комуникација*; 4) *Моделирање*; 5) *Поставување и решавање на проблеми*; 6) *Презентирање*; 7) *Користење на симболи на формалниот и техничкиот јазик, како и на операциите*; 8) *Користење на алати и технологија*.

Поединечното користење и тестирање на погоре наведените осум компетенции, не е секогаш погодна за развој на математичките компетенции. Од тие причини, во трудот, поради ефикасно и успешно мерење на математичката писменост, наведените способности беа сместени во *три поголеми групи* на компетенции:

1) *репродукција* (дефиниција, пресметување со едноставни алгебарски операции) – Способностите за репродукција, во прв ред, се однесуваат на репродукција на научените знаења.

2) *поврзување* (и интеграција за решавање на проблемот) – Способностите за поврзување се однесуваат на решавање на проблемите кои не се потполно рутински, но се уште содржат познати постапки и барат релативно мала математизација.

3) *рефлексивност* (математичко размислување, генерализација, анализа и целосен увид) – Множеството на рефлексии ги обединува способностите кои содржат елементи на длабоко премислување (рефлексивност), со кои успешно би се решил проблемот.

Наставничките компетенции, според мислењето на наставниците и учениците се забележуваат низ *три димензии*:

1) *професионални компетенции* – каде влегуваат: Нивото на општите знаења, Способноста за планирање, Способноста за изведување на задачи, Учество во проекти, Самовреднување и вреднување, Стручно усовршување;

2) *надегашко – дидактичко – методички компетенции* – во кои се опфаќаат: Познавањето и примената на педагошката теорија и практика, Снаоѓање во подрачјето, Способност за поучување и следење, Усвојување на училишните процедури, Креирање на наставни содржини (планирање, програмирање,

припрема за настава), Препознавање и решавање на образовните проблеми, Развивање на вештините на управување со одделението, Пронаоѓање на одговори на проблеми во одредена дисциплина, Поучување во ограничени можности на училиштето, Мотивација на ученикот и нивно вклучување во разредни активности, Вештина на евалуација/оценивање, Разбирање на социјалните и другите околности кои можат да влијаат на изразување и однесување на ученикот, Учење на комуникација со родителите и вклучување на родителите, Поврзување на теоријата и на наставните методи стекнати во образованието во наставната практика, Снаоѓање во меѓународните прашања;

3) *работни компетенции* – каде се опфатени: Вештините за соработка, Преданоста за работа, Тимска работа, чувство за одговорност, квалитет во работата, познавање на јазикот (ICT технологии), Совесност – превземање на одговорности, Постројување на целите (без обзир на резултатите), Иницијатива, Оптимизам – внатрешна мотивација и желба за работа, Изградба и негување на правилниот говорен и пишуван израз, Општа комуникацијаска и јазична писменост, Познавање на англискиот и некој друг светски јазик.

2.2. Општи сознанија

Несомнено, образованието е двигател на развојот на секое општество и вложувањето во образованието е вложување во иднината.

Во тој поглед, во контунитет се изведени истражувања во доменот на примената на наставните методи, наставните техники, стратегии на учење, употреба на методички модели и слично во наставата.

Клучна мисија на образованието е знаењата и искуствата, низ различни форми, да ги доближи до луѓето, кои тие знаења ќе ги користат за сопствен развој и развој на општеството.

Општата перцепција во самото општество е дека наставниците, како најважен образовен фактор, во голема мера, не ги исполнија очекувањата, во делот на посветеноста и пристапот во реализацијата на наставата. Кај нив се воочува недостаток на инвентивност, креативност, посветеност, методско-дидактичката некомпетентност и отсуството на систематска педагошка обука.

Во моментот, се уште во голема мера е присутен е традиционалниот начин на реализација на наставата, чија цел е трансфер и меморирање на факти, наместо стекнување на знаење и компетенции и нивна примена.

Учениците поседуваат теоретска подготовка и широка наобразба, но без способност за примена на стекнатите знаења, навика за критичко размислување и индивидуална работа.

Пристапот во изготвувањето на програмите во образованието е заснован на нивната содржина, а не и на очекуваните крајни резултатите на наставниот процес. Не постои јасна диференцијација помеѓу содржините, активностите за учење и резултатите од учењето. Потенцирањето на тоа што *се предава*, а не на тоа *што се учи*, ја класифицира наставната програма по математика во групата на таканаречен *експлицитен* или *декларативен* *курукулум*.

Во таков стандардизиран *курукулум*, акцентот е ставен на наставникот и на неговото предавање, на

штета на стекнување на знаења, вештини и градење на ставови од страна на учениците. Наставните програми по предмет математика се состојат од содржините кои се предаваат во текот на наставните часови во училиштата (таканаречен *експлицитна* или *декларативна програма*), при што се запоставува важноста на излезните резултатите на процесот на учењето.

Содржините се детално изработени и преку нив се наложува да се реализираат целите, со што се негира современиот пристап во ова насока кој го налага обратното, т. е. во наставните програми да не се обработуваат содржините туку само темите, односно наставните подрачја, додека, преку уредените цели во програмата, да произлегува дефинирањето и обработката на содржините.

Во концептот на предметната програма по математика доминира содржинската насоченост. Ако се погледнат поставените цели на програмата, ќе констатираме дека доминираат оние цели со кои се бара усвојување, на определен фонд на знаење, а недостакуваат цели со кои се сугерира стекнување на комплексни компетенции.

2.3. Поглед нанапред (корисни идни акции)

2.3.1. Системски промени

Воспитно-образовниот систем претставува суштинска алка во секое општество. Воспитанието и образованието се израз на највисок степен на цивилизацијата. Токму од ова причина, секое општество им посветува многу внимание на воспитно-образовните процеси, бидејќи низ нивните системи се изградуваат идните граѓани на општеството.

Училиштето, како главен носител на воспитно-образовниот процес, е секогаш во процес на развивање, од причина што мора да ги следи современите светски трендови, за да во секое време да е блиску до преобразување во современо училиште.

Таквиот процес бара вклучување на многу субјекти кои се клучни фактори во организацијата и реализацијата на наставата, субјекти кои вистински се подготвени да ги прифатат иновациите и кои ќе вложат максимален напор тие иновации да станат дел од воспитно-образовната работа.

Значајно место во соодветно функционирање на воспитно-образовниот процес во современите училишта зазема наставникот, како еден од најбитните фактори.

Теоретската обработка на трудот и сегашните тенденции во образованието упатуваат на неколку можни насоки на дејствување:

- учениците, наставниците, креаторите на наставните програми, учебникарите и креаторите на образовната политика да им дадат предност на активностите, прашањата и задачите за чие успешно решавање се потребни посложени мисловни операции, преку користење на методички модели;

- да им се даде поголема важност и време на наставниот процес, на активностите поврзани со примената на методички модели во решавањето на проблемски задачи, на практичната примена на знаењата кои се сигурно орудие за стекнување на математички компетенции;

– постигањата на учениците да не се мерат, односно оценката да не се дава според бројот на точно презентирани факти и податоци, усвоените дефиниции, решените задачи и слично, туку според применливоста (со примена на методички модели) на знаењата, способноста за решавање проблеми, капацитетот за истражување и практичните активности, концептуалните знаења и друго, кои претставуваат релевантен доказ колку учениците имаат стекнато математички компетенции;

– примената на методичките модели во наставата треба да почне уште од првото одделение во основното образование, односно вклучувањето на децата во стекнување на математички компетенции преку примена на математичките модели во формалното образование да биде во помала возраст;

– да се донесат државни стандарди за постигања по математика, засновани врз очекувањата од државата и од емпириските податоци;

– да се преиспитат наставните програми по предмет математика во одделенска настава, од аспект на застапеноста на содржините чија реализација ќе подлегне на примена на методички модели за стекнување на математички компетенции, соодветни на возраста и можностите на учениците, уште од пониските одделение;

– при реализација на програмата, наставниците треба да поаѓаат од развојните можности и интереси на децата, особено имајќи ги во предвид законитостите на развојот на мислењата во овој развоен период;

– тргнувајќи од развојните карактеристики на учениците, нивните знаења и стекнатото искуство, а во функција на развивање на математичките компетенции на учениците, наставниците треба да организираат повеќе видови активности на учениците: манипулација со предмети, истражување, разложување, составување, конструирање, нижење, прнаоѓање на решенија со комбинирање на идеи и слично, преку кои модели ќе се поттикнат мисловните активности на учениците, со што би се изградил систем на математички престапи и поими;

– во однос на дидактичко-методичкото формување на наставниот час, а во функција на развивање на математичките компетенции на учениците, потребно е максимална примена на дидактичката игра, практичните, манипулативните и истражувачките активности на учениците;

– во прилог на развивање на математичките компетенции на учениците, почитувајќи го холистичкиот приод во работата со учениците од најмалата возраст, неопходно е поврзување со другите предмети, односно максимална интегрираност при планирањето на наставата и реализацијата на часовите;

– да се инсистира на понагласен конструктивистички приод во учењето и наставата, нагласување на истажувањата, проверка на хипотези и поврзување на знаењата со учениковото секојдневие, преку примена на математичките модели;

– да се инсистира на неопходноста од доживотно учење и споведување континуирани активности за поддршка и професионален развој на наставниците во насока на примена на нови форми, методи, стратегии, техники на работа, преку развивање на методички модели за стекнување на математички компетенции;

– неопходно е да се редефинира улогата на наставникот во општеството засновано на знаење и да се детерминира нови компетенции на наставникот;

– високообразовните институции би требало да интензивираат развивање на студиски програми за профилирање кадри за примена на современи пристапи во наставата, со посебен акцент на примена на методички модели за развој на математичките компетенции;

– во рамките на државните високообразовни установи треба да се акредитира посебна студиска програма за обука на наставен кадар за примена на современи стандарди во работата со учениците (примена на современи модели, методи, стратегии и техники на работа);

– методско-дидактичката некомпетентност на наставниците и отсуството на систематска педагошка обука за академскиот кадар на високообразовните институции да се третираат како приоритети од државата при креирање на образовните стратегии;

– развивање на стратегија за примена на методички модели во наставата, преку кои би влијале да создадеме профил на ученик на XXI в.

2.3.2. Истражувачки, програмски и методички предизвици

Трудот, всушност, треба да претставува основна појдовна точка за понатамошни теоретски и истражувачки активности кои би резултирале со следното:

– стандардизирање на таксономијата на математичките компетенции на учениците преку примена на методичките модели во наставата;

– теоретско доразработување и дефинирање на методичките модели во наставата по математика и нивна таксономија;

– експериментална проевка на ефективност на секој од методичките модели за оставрување на определна класа на математички компетенции;

– промени на наставните планови и програми, особено на наставничките факултети, со ставање на посебен акцент на примена на методичките модели за развој на математичките компетенции кај учениците;

– збогатување на професионалните компетенции на наставникот со нови содржински елементи во согласност со промените во современата настава;

– ефективни промени во квалитетот на настава, преку воведување на современи техники, методи и стратегии во наставата.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Штоф В.А.* Моделирование и философия. М., 2000. С. 6.
2. *Stevanović M.* Modeli stvaralaštva. Varaždinske Toplice: Tonimir, 1998.
3. *Chao Y.R.* Logic, methodology and philosophy of science. Stanford, 1962.
4. *Лешкоски И.* Педагошки речник. Скопје: Друштво за книгоиздателство и услуги Вековишина, 2002. С. 188.
5. *Бурбаки Н.* Архитектура математики // Математическое просвещение. М., 1960. Вып. 5. С. 99-112.
6. *Bush R.R., Mosteller F.* Stochastic Models for Learning. N. Y., 1955.
7. *Van Hile P.* Structure and Jusight: A Theory of Mathematics Education. Academic Press, Ins., 1996.
8. *Kadum V.* Učenje rišavanjem broblemskih zadataka u nastavi (matematike). Pula: IGSA, 2005.

9. *Kurepa Gj.* Matematički modeli u prirodnim i društvenim naukama. Beograd: Dijalektika, 1966.
10. *Kurnik Z.* Problemska nastava. Zagreb: Matematika i škola, 2002.
11. *Pečjak V.* Putevi do ideja. Ljubljana: Sopstveno izdanje, 1989.
12. *Polya G.* Kako riješiti matematički zadatak. Zagreb: Školske novine, 1966.
13. *Robinson A.* Introduction to Model Theory and to the Metamathematics of Algebra: Study in Logic & Mathematics. Amsterdam, 1963.
14. *Rushiti A.* Fjalor terminologjik i matematikës. Tetovë: Universiteti i Evropës Juglindore, 2011.
15. *Salett M., Hein N.* Mathematical Modeling: Implications for Teaching and Learning. Brazil: University Regional of Blumenau, 1999.
16. *Stevanović M.* Modeli kreativne nastave. Tuzla: R&S, 2000.

Поступила в редакцию 26 октября 2012 г.

Rushiti A. MATHEMATICAL MODELS FOR DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL COMPETENCIES

Human development is broadly consistent with the development of scientific disciplines on which many of interdisciplinary sciences are based. Their interdependent and correlated relationships are tested by means of scientific theory and practice.

Not a single scientific discipline in its development just stops at developing their theoretical foundations. It is always looking for confirmation of concepts, theories and models. Important place to

check of all of the pedagogical conditions and attributes is educational practice.

In this context the content and structure of the article "Mathematical models of the development of mathematical skills" should be viewed.

Models are educational component of teaching mathematics, and their extensive use is inextricably linked to the development of competencies of teachers and students in this context.

On the other hand, the level of mathematical competence involves teachers and determines the application of mathematical models in the teaching of mathematics. Thus, the synthesis of the dominant triad of concepts "mathematical model" – "development" – "mathematical competence" required for understanding the holistic unity of these concepts in learning and education in general.

Competence of teachers is not only directly correlated with personal development, but also is a key factor in the development of competencies of students in the development of mathematical models of integrated didactic components of learning mathematics. Theoretical and empirical findings presented in this article, an attempt to use new teaching methods and content of teaching mathematics as an effective pedagogical decisions of the new approach to teaching math.

Key words: mathematics, models, mathematical models, competence, mathematical competence, development, education, value.

УДК 62.001.57(063)

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ КОМПЕТЕНЦИЙ

© А. Рушити

Ключевые слова: математика; модели; математические модели; компетенции; математические компетенции; развитие; образование; значение.

Развитие человека в целом соответствует развитию научных дисциплин, на которых основано множество междисциплинарных наук. Их коррелирующие отношения взаимосвязаны и проверяются с помощью научной теории и практики.

Ни одна научная дисциплина в своем развитии не останавливается только на разработке собственных теоретических основ. Она постоянно ищет подтверждение своим концепциям, теориям и моделям. Значительное место в проверке всех педагогических условий и атрибутов представляет воспитательно-образовательная практика.

В этом контексте и следует воспринимать содержание и структуру статьи «Математические модели развития математических компетенций».

Модели являются воспитательным компонентом обучения математике, и их активное применение неразрывно связано с развитием компетенций преподавателей и студентов в данном контексте.

С другой стороны, уровень развития математических компетенций преподавателей предполагает и определяет применение математических моделей при обучении математике. Таким образом, синтез доминирующей триады понятий «математические модели» – «разработка» – «математические компетенции» необходим для понимания целостного единства этих понятий в обучении и образовании в целом.

Компетенции преподавателей не только непосредственно коррелируют с личностным развитием, но и являются ключевым фактором развития компетенций студентов при освоении математических моделей как интегрированных дидактических компонентов обучения математике. Теоретические и эмпирические выводы, представленные в данной статье, представляют собой попытку применения новых дидактических методов и содержания при обучении математике как эффективное педагогическое решение нового подхода в преподавании математики.