УДК 66.069.85

МОДЕЛЬ РОСТА ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ В ПРОЦЕССАХ ФЛОТАЦИИ

© А.А. Арзамасцев, В.П. Дудаков, С.П. Рудобашта

Arzamastsev A.A., Dudakov V.P., Rudobashta S.P. The model of gas bubble growing in the flotation processes. The bubble of gas is the main object of modelling in the flotation processes. Equations, adequately describing the change of the gaseous bubble volume, are proposed. These equations can be used for the development of mathematical models of the processes of flotation partition of suspension.

Пузырек газа является основным объектом моделирования в процессах флотации. Это связано в первую очередь с тем, что именно он играет ключевую роль в переносе твердой фазы из ядра потока жидкости в ее верхние слои. С другой стороны, модель роста необходима для получения условий флотируемости, определяющих степень адгезии пузырька и частицы.

Экспериментальному исследованию и моделированию роста газовых и паровых пузырьков в жидкости посвящено большое количество работ различных авторов [1 – 7]. К сожалению, эти уравнения трудно применить для описания роста газового пузырька в процессе термофлотационного разделения суспензий [8, 9], так как рассматриваемые размеры пузырьков (0,03 – 1,8 см^3) значительно превышают необходимые размеры [2]; указанные уравнения можно применять лишь для моделирования роста пузырьков на греющей поверхности аппарата до момента их отрыва [1, 5, 10]; уравнение получено для бесконечного объема жидкости, а его уточнение для конечного объема сопряжено со значительными вычислительными трудностями [4]; приведены лишь экспериментальные данные [6, 7]. Наиболее близкой к указанной проблеме является работа [3]. Однако авторы обращают особое внимание на частоту образования пузырей в объеме жидкости, обойдя вниманием кинетику их роста.

Для моделирования процессов флотационного разделения суспензий было бы желательно иметь уравнение роста газового пузырька, позволяющее связывать его геометрические размеры (объем, радиус) со временем всплывания и высотой всплывания в жидкости [11]. Подобные зависимости, по нашим данным, отсутствуют в литературе.

Изменение объема пузыря, растущего в насыщенной жидкости, обусловлено двумя основными причинами – массопередачей из жидкости и изменением гидростатического давления в процессе его подъема. При размерах флотационных камер в вертикальном направлении порядка одного метра и использовании жидкой фазы со свойствами, близкими к воде, изменение относительного объема пузыря, обусловленное изменением гидростатического давления в процессе его подъема, не превышает 5 – 6 %. Для этого случая учет данного фактора не является существенным, и для изменения объема пузыря можно записать следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{dV}{dt} = k(P-P^*)\ V^{2/3}\,, \tag{1}$$

где V – объем пузыря; t – время; k – коэффициент передачи; $(P - P^*)$ – член, характеризующий степень пересыщенности газа, растворенного в жидкости. $V^{2/3}$ является по сути дела величиной, пропорциональной площади массопередачи, т. к. небольшие пузыри имеют круглую форму. Для решения уравнение (1) должно быть дополнено начальным условием $V(t_0) = V_0$. Разделив переменные в (1), получим:

$$\int \frac{dV}{V^{2/3}} = \int k(P-P^*)dt\,, \tag{2}$$

откуда

$$V^{1/3} = k(P-P^*)\ t + C\,. \tag{3}$$

Постоянная интегрирования в (3) может быть определена из начального условия уравнения (1):

$$C = V_0^{1/3} - k(P-P^*)\ t_0\,. \tag{4}$$

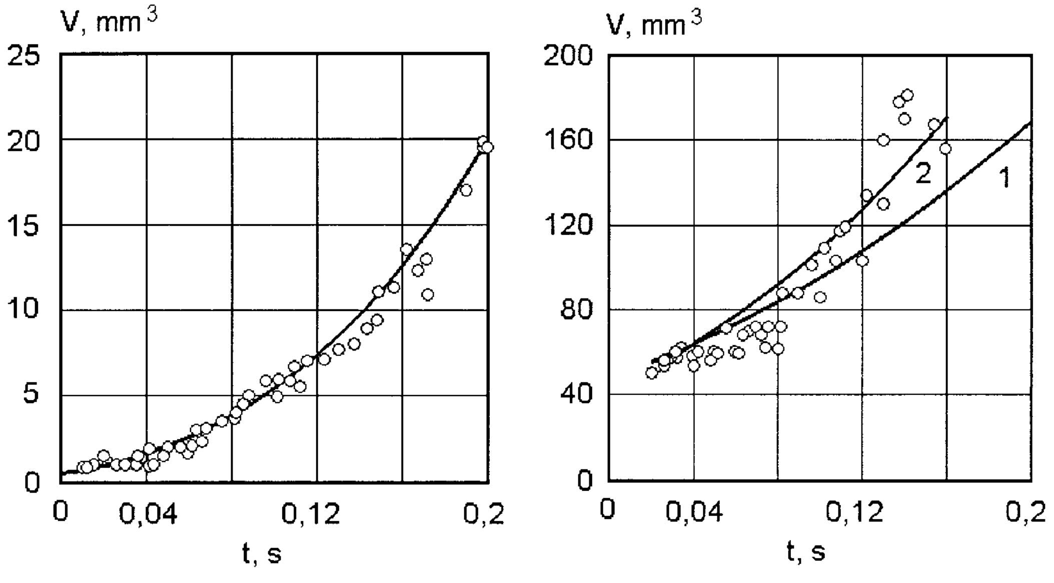
Окончательно получим:

$$V(t) = \left[V_0^{1/3} + k(P-P^*)(t-t_0)\right]^3. \tag{5}$$

Теперь легко получить и уравнение изменения радиуса пузырька

$$R(t) = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/3}\left[R_0\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/3} + k(P-P^*)(t-t_0)\right]. \tag{6}$$

На рис. 1а, 1б показана корреляция экспериментальных данных работы [9] и расчетов, выполненных по уравнениям (1) и (5) для роста пузырьков малого (а) и большого (б) размеров. Значение коэффициента



а) б)

Рис. 1. Корреляция расчетных и экспериментальных данных по росту пузырьков малого размера (а) и большого размера (б). Сплошная линия – расчет по модели (уравнения (1) или (5)), точки – эксперимент. Для (а): $k(P-P^*)$ = 5,95 мм/с; V_0 = 0,5 мм^3; для (б): $k(P-P^*)$ = 5,95 мм/с – 1; $k(P-P^*)$ = 8,0 мм/с – 2; V_0 = 52,5 мм^3.

$k(P-P^*)$ находили по методу наименьших квадратов. Из рис. 1а видно, что общий вид зависимости типа (1) или (5) хорошо соответствует экспериментальным данным. Вместе с тем, расчет кинетики роста пузырьков больших размеров (рис. 1б) со значением $k(P-P^*)$, определенным из рис. 1а, приводит к существенным погрешностям (рис. 1б, кривая 1), и только увеличение значения $k(P-P^*)$ позволяет приблизить расчет к экспериментальным данным (рис. 1б, кривая 2). Характер расчетной зависимости при этом хорошо соответствует эксперименту. Последнее обстоятельство указывает, возможно, на различные условия обтекания крупных и мелких пузырьков, что может приводить к различным значениям коэффициентов массопередачи k при неизменном значении $(P-P^*)$. Возможно также, что и само значение пересыщения в экспериментах работы [6] отличалось при проведении опытов с малыми и большими пузырями.

Таким образом, уравнения (1) – (5) вполне можно использовать в качестве модели роста пузырьков в процессах флотации. При этом значение $k(P-P^*)$ должно быть получено при идентификации математической модели по экспериментальным данным для размеров пузырьков, характерных для данного процесса.

В пользу применимости уравнений (1) – (6) говорит также и тот факт, что во многих работах (например, [12]) для различных газов и кипящей жидкости получены линейные зависимости радиуса растущего пузырька от времени, что хорошо согласуется с уравнением (6).

В случае если высота флотационного резервуара составляет несколько метров, влияние гидростатического давления на рост пузырька в процессе его подъема становится существенным. В этом случае в уравнение (1) должна быть внесена поправка, величина которой зависит от координаты (высоты) старта пузырька его текущего положения и плотности жидкой фазы. Высоту удобно отсчитывать от днища флотационного резервуара. Текущее положение пузырька зависит от его начального положения, скорости и времени движения (роста) так, что уравнение (1) имеет вид:

$$\frac{dV}{dt}=k(P-P^*)\ \left(VK(h_0,h(w,t))\right)^{2/3}, \qquad (7)$$

где K – значение поправочного коэффициента, h_0, h – стартовая и текущая высоты расположения пузыря в жидкости. С учетом уравнения Менделеева-Клапейрона значение поправочного коэффициента может быть записано в виде:

$$K=\frac{V(h)}{V_0}=\frac{P_0+\rho\ g(H_a-h_0)}{P_0+\rho\ g(H_a-h-w(t-t_0))}, \qquad (8)$$

где P_0 – атмосферное давление; ρ – плотность жидкой фазы; g – ускорение свободного падения; H_a – высота слоя жидкости во флотационном резервуаре; w – скорость подъема пузырька. Скорость подъема пузырьков небольших размеров, по данным многих исследователей, мало зависит от размеров пузырьков и может быть получена либо в ходе эксперимента, либо при идентификации математической модели. Скорость подъема пузырьков с диаметром до 1 – 1,5 мм в воде составляет примерно 0,2 м/с.

Окончательно, уравнение (7) можно переписать теперь в виде:

$$\frac{dV}{dt}=k(P-P^*)\left(V\frac{P_0+\rho\ g(H_a-h_0)}{P_0+\rho\ g(H_a-h-w(t-t_0))}\right)^{2/3}. \qquad (9)$$

Отметим, что уравнение (9) применимо лишь в случае, если $0\le h_0\le H_a$.

Таким образом, в данной работе предложены простые уравнения, адекватно описывающие рост пузырька газа, поднимающегося в пересыщенной жидкости. Указанные уравнения могут быть использованы в качестве модуля математической модели процесса флотационного разделения суспензий.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Боришанский В.М., Жохов К.А.* Отрыв пузырька от поверхности нагрева // ИФЖ. 1968. Т. 15. №4. С. 599-604.
2. *Брандт Б.Б., Перазич Д.И.* Режим обтекания жидкостью газовых пузырьков больших размеров // ИФЖ. 1966. Т. 10. №2. С. 197-200.
3. *Клинг Г.* О динамике образования пузырей при насыщении жидкости под давлением // Вопросы физики кипения / Под ред. И.Ф. Фам. М.: Мир, 1964. С. 376-402.
4. *Курцман Е.Д.* Об уравнениях Рэлея роста газового пузырька в условиях конечного объема жидкости // ИФЖ. 1968. Т. 15. №1. С. 165-167.
5. *Присняков В.Ф.* Рост пузырей в жидкости // ИФЖ. 1970. Т. 18. №5. С. 844-848.
6. *Фритц В., Энде В.* Исследование механизма парообразования с помощью киносъемки паровых пузырей // Вопросы физики кипения / Под ред. И.Ф. Фам. М.: Мир, 1964. С. 162-188.
7. *Fritz W., Ende W.* // Phys. Z. 1936. V. 37. №11. P. 391.
8. *Арзамасцев А.А.* Термофлотационное разделение микробных суспензий // Ферментная и спиртовая пром-сть. 1984. №5. С. 37-41.
9. *Arzamastsev A.* The matematical model of the bacterial biomass thermoflotation process // Preprints of papers of the 6th Int. Conf. on Computer Application in Biotechnology (IFAC). Garmisch-PartenKirchen. Germany. 14-17 May 1995. P. 278-281.
10. *Федоткин И.М., Константинов С.М., Терещенко А.А.* Об отрыве парового пузыря и расчете отрывного радиуса // ИФЖ. 1973. Т. 24. № 5. С. 831-835.
11. *Рудобашта С.П., Дудаков В.П., Арзамасцев А.А.* Математическое моделирование процессов флотационного разделения суспензий (обзор) // Вестн. ТГУ. Сер. Естеств. и технич. науки. Тамбов, 1999. Т. 4. Вып. 1. С. 96-100.
12. *Westerheide D.E., Westwater J.W.* // A. I. Ch. E. J. 1961. V. 7. №3. P. 357.

Поступила в редакцию 15 января 1999 г.