

УДК 22.3

К ИСТОРИИ СОЗДАНИЯ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

© Б.З. Винокуров

Vinokurov B.Z. On the history of the classical theory of thermal radiation. A method of radiation laws formulation is proposed. The author expresses his opinion of Planck's discovery which is different from the accepted one.

У физиков первой половины XVII века свет был бесцветным в буквальном смысле слова. Даже Кеплер (1571–1630) – создатель современной геометрической оптики, глубоко изучивший особенности прохождения света через плотные прозрачные тела, наблюдавший цветные ореолы изображений при прохождении света сквозь линзы, и, как и все наблюдатели, знакомый с эффектом радуги, полагал, что цвет – проявление совершенно отличное от света, некое качество, сообщаемое свету воздействующей на него средой. Но качество – это вторичное свойство предмета (по истолкованию натурфилософии того времени), а вторичные качества представляются в ощущающем субъекте, т. е. Кеплер исследовал физико-физиологическое проявление света. Причину отсутствия интереса к теории цветов у Кеплера убедительно показал И. Гете (1749–1832) – автор обширных работ по физиологии восприятия цветов. Кеплер не видел возможности выразить цветовые явления в количественной форме. Знаменитая работа Р. Декарта (1596–1650) по теории радуги (1637) носила чисто геометрический характер и цветов не объясняла. Но уже в 1648 г. М. Марчи (1595–1667), наблюдая прохождение белого света сквозь трехгранную призму, заключил, что свет превращается в цвета в результате различного преломления цветовых частей света в плотных средах.

ПЕРВЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Систематическое изучение состава света предпринял И. Ньютон (1643–1727) в опытах со стеклянной призмой, через которую проходил солнечный луч, пропускаемый отверстием в оконном ставне. На противоположной стене возникало изображение солнца в виде цветной полосы, в которой Ньютон насчитал семь основных цветов (1665). Это число было скорее данью традиции видеть в природных явлениях священное число семь, так как история отмечает, что древние греки, например, различали как самостоятельные лишь черный, белый и красный цвета, считая желтый лишь градацией белого. Они не выделяли сине-зеленых цветов, может быть, в силу их распространения в природе.

Экспериментальная часть работы Ньютона необычайно проста по исполнению, но именно она явилась основой современной физической оптики. Существование цветов в белом свете было признано всеми.

Следующий важный сдвиг в теории света был сделан Л. Эйлером (1707–1783). В отличие от большинства современников Эйлер придерживался не ньютоновской корпускулярной теории света, а волновой теории, наряду с такими крупными умами, как В. Лейбниц (1646–1716), И. Бернулли (1710–1790), Б. Фрактин (1706–1790). В 1746 г. Эйлер высказывает предположение, что физической причиной различия цветов служит различие длин волн: максимальная длина волны соответствует красным лучам, минимальная – фиолетовым. Им была выведена формула, установившая соотношение между показателем преломления, преломляющим углом призмы и отклонением луча при его прохождении – соотношение, которое затем использовалось при конструировании спектроскопов.

Решающий шаг в развитии численных методов осуществил в 1760 г. И. Ламберт (1728–1777), впервые указавший на различие между яркостью и освещенностью, объединив их в известных «Законах Ламберта». Дальнейшему прогрессу численных методов мешало отсутствие сильных и постоянных искусственных источников света: использовался лишь свет свечи и солнца.

В 1783 А. Арган (1755–1803) сконструировал масляную лампу с круглым фитилем и ламповым стеклом (эта конструкция сохранилась до наших дней в керосиновых лампах). Г. Карсель (1750–1812) в 1800 г. ввел усовершенствование в виде часового механизма, регулирующего высоту фитиля, – источник постоянного света был получен.

НЕВИДИМЫЕ ИЗЛУЧЕНИЯ

Связь световых лучей с тепловыми ощущениями была известна с глубокой древности, но различия в механизмах восприятия – свет ощущался глазом, теплота – поверхностью тела, – создавали представление о различной природе света и теплоты.

В 1800 г. В. Гершель (1738–1822) произвел самое крупное со времен Ньютона открытие. Перемещая чувствительный термометр вдоль солнечного спектра, он обнаружил, что показываемая им температура непрерывно повышалась от фиолетового конца спектра к красному, достигая максимума в области, лежащей за красной частью спектра. Гершель объяснил это явление невидимым тепловым излучением, исходящим от

Солнца и отклоняемым призмой слабее красного цвета, почему оно и получило название инфракрасного. Гершель исследовал это излучение, испускаемое искусственным источником – железным стержнем, нагретым, но не светящимся – и показал преломление этого излучения в линзе. В 1834 г. Дж. Форбс (1809–1868) обнаружил поляризацию и интерференцию тепловых лучей. Идентичность световых и тепловых лучей была доказана.

И. Риттер (1776–1810), повторяя в 1802 г. опыты Гершеля, заданная целью исследовать химическое действие различных участков светового спектра. Он применил хлористое серебро, почернение которого под действием световых лучей было обнаружено И. Шульце (1687–1744), и установил, что химическое действие излучения возрастает в сторону от красного конца к фиолетовому и достигает максимума за фиолетовой областью, где глаз уже не воспринимает никакого света. Так были открыты ультрафиолетовые лучи. Эти разрозненные исследования объединил в 1803 году Т. Юнг (1773–1829), разработав теорию цветового зрения, получив для длины волны красного света 0,7 мкм, для фиолетового – 0,42 мкм. Это были первые численные значения, полученные интерференционным методом.

Но пока что это были лишь отдельные подходы. Полностью, во всем объеме, проблема лучистой теплоты была исследована в 1831–41 гг. М. Меллони (1798–1854). Исследователь сконструировал устройство для измерения теплового излучения (оптическая скамья Меллони), построил чувствительный термометр, состоящий из термостолбика, соединенного с гальванометром. Был изучен тепловой спектр Солнца, «прозрачность» различных тел для тепловых лучей; при наблюдении отражения лучей им было обнаружено, что в зависимости от характера отражающей поверхности отражение может быть зеркальным или диффузным, при этом, независимо от Форбса, была обнаружена поляризация тепловых лучей. В результате этих исследований стало ясно, что тепловые, световые и ультрафиолетовые лучи имеют одинаковую природу и отличаются лишь длиной волны.

ФРАУНГОФЕР. НАЧАТКИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Особое место в физике излучений занимает И. Фраунгофер (1787–1826) – в равной мере тонкий экспериментатор и глубокий теоретик. Наука обязана ему открытием спектров поглощения и изобретением дифракционных решеток. Сконструированный им спектроскоп (1821) без особых изменений употребляется и теперь. Фраунгофер был первым, кто использовал теодолит для наблюдения спектров. Тем самым спектр наблюдался непосредственно, визуально, тогда как ранее всегда он отбрасывался на экран, что приводило к неминуемой потере многих подробностей явления дисперсии.

В качестве источника, помимо солнца, им использовались свеча и лампа. Именно тогда он обнаружил в спектре желтую линию, известную теперь как желтая линия натрия. Вскоре он установил, что эта линия всегда находится на одном и том же месте, что позволило

ему с большой точностью определять положение других линий.

Особая заслуга его – введение дифракционных решеток. Эффект дифракционных решеток наблюдался еще К. Дешалем (1601–1678), повторившим опыты Ф. Гримальди (1618–1663), обнаружившего появление окраски при отражении света от полированной металлической поверхности с нанесенными на нее параллельными штрихами (опубликовано посмертно в 1665).

Теорию определения длины волны с помощью решетки развил О. Москотти (1791–1863), общую теорию решетки предложил в 1835 г. М. Шверд (1792–1871).

Фраунгофер обнаружил, что спектр солнечного света имеет множество темных линий, важнейшие из них он обозначил латинскими буквами и измерил их взаимное расстояние в спектре, обнаружив совпадение темной линии *D* в спектре Солнца с желтой линией в спектре пламени спиртовки при введении в него поваренной соли.

Исследования Фраунгофера были продолжены Д. Брюкстером (1781–1868), Ф. Тальботом (1800–1877), впервые указавшим (1834) на возможность определения химического состава вещества, внесенного в пламя, по его характеристическим темным линиям. Связь между линиями поглощения и линиями испускания была установлена в 1849 г. Ж. Фуко (1819–1868). Обнаружив в спектре электрической дуги яркую желтую линию *D* натрия, он пропустил затем сквозь дугу интенсивный пучок солнечного излучения. Наблюдая его спектр, он заметил, что линия *D* стала темной. Несмотря на такие явные указания на возможности спектрального анализа, время для него еще не настало: слишком несовершенна была оптика, слабы и нестабильны источники света.

Три экспериментальных открытия изменили картину. В 1850 г. Р. Бунзен (1811–1899) конструирует свою знаменитую беспламенную высокотемпературную (2000°) газовую горелку, что позволило переводить в парообразное состояние разнообразные химические вещества и наблюдать их спектры, не осложненные собственными линиями пламени.

В 1881 г. С. Ленгли (1834–1906) создает чувствительнейший приемник излучения – болометр. Тончайшая полоска платины, покрытая сажей, служила термометрическим элементом. По изменению электрического сопротивления платины судят о ее температуре. С помощью болометра Ленгли получил первые кривые, характеризующие излучение (1884).

В 1882 г. Г. Роуланд (1848–1901) изобретает вогнутую дифракционную решетку, построив специальную делительную машину, что позволило наносить до 1000 штрихов на миллиметр. Высокая разрешающая способность решеток Роуланда произвела подлинную революцию в спектроскопии. Наконец-то стало возможным определение удельной плотности $\rho(\lambda, T)$ излучения с точностью, достаточной для выяснения тонких зависимостей в спектре.

ЗАКОНЫ КИРХГОФА (1859)

В конце 1859 г. Г. Кирхгоф (1824–1887) формулирует физический закон, согласно которому для лучей

одной и той же длины волны при одной и той же температуре отношение лучеиспускательной способности к поглощательной для всех тел одинаково. Пока что это было чисто спектроскопическое наблюдение. Строго термодинамически закон был обоснован в 1861 г.

Как можно видеть, Кирхгоф уже не делает различия между тепловым и световым излучением, как это делали его предшественники. Каждый световой луч является одновременно тепловым лучом. Говоря о цвете луча, имеют в виду лишь частоту колебаний, соответствующих этому цвету ν (или длину волны λ).

Основной количественной характеристикой теплового излучения тела является его испускательная способность e_τ , лучистая энергия, испускаемая единицей поверхности тела за единицу времени при температуре тела T . Размерность e_τ – Вт·м⁻². Эта энергия уносится электромагнитными волнами различной длины, поэтому полную испускательную способность тела e_τ расчлениют на составные части по отношению к различным длинам волн: $de_\tau = e_{\lambda T} d\lambda$. Коэффициент $e_{\lambda T}$ есть испускательная способность при данной температуре T и для данной длины волны λ и имеет размерность Вт·м⁻³ – размерность объемной плотности энергии, в дальнейшем будем эту величину обозначать $\rho(\lambda, T)$.

При падении электромагнитной волны на поверхность тела происходит частичное или полное поглощение энергии волны, соответственно вводится понятие поглощательной способности тела a_τ и $a_{\lambda T}$.

Опыт показывает, что между испускательной способностью и поглощательной способностью тел имеется определенная связь. Предположим, что несколько тел помещены внутрь оболочки, поддерживаемой при постоянной температуре T . Пусть внутри оболочки пустота, так что тела могут обмениваться энергией с оболочкой и между собою лишь путем испускания и поглощения света. Опыт показывает, что такая система тел через некоторое время придет в тепловое равновесие, т. е. все тела примут одну и ту же температуру T , равную температуре оболочки. Но тело, обладающее большей светимостью, теряет в единицу времени с единицы площади больше энергии, чем тело, обладающее меньшей светимостью. Отсюда следует, что оно может находиться при постоянной температуре T одинаковой с температурой других тел только в том случае, если оно и больше поглощает. Таким образом, из возможности термодинамического равновесия тел, обменивающихся энергией лишь путем излучения и поглощения, вытекает необходимость пропорциональности между испускательной и поглощательной способностями. Это пропорциональность должна выполняться для каждого интервала длин волн в отдельности.

Предположим, что можно осуществить тело, которое полностью поглощает при любых температурах свет любого состава. Для него поглощательная способность $a_{\lambda T}$ окажется, независимо от температуры, равной единице для всех длин волн. Такое тело носит название абсолютно черного тела. (Оно практически было осуществлено в 1893 г. В. Вином (1864–1928) в виде полости с отверстием в стенке. Луч, попавший в это отверстие, в результате множественного отражения от внутренних стенок, полностью поглощается. При нагревании стенок полости отверстие начинает све-

таться, чем и создается излучение абсолютно черного тела).

$$\text{По закону Кирхгофа } \frac{e_{\lambda T}^{(1)}}{a_{\lambda T}^{(1)}} = \frac{e_{\lambda T}^{(2)}}{a_{\lambda T}^{(2)}} = \frac{e_{\lambda T}^{(3)}}{a_{\lambda T}^{(3)}} =$$

$$= \frac{e_{\lambda T}^{(\text{черное тело})}}{1} = \rho_{\lambda T}, \text{ т. е. связь между испускатель-$$

ной и поглощательной способностью любого тела определяется через спектральную плотность излучения абсолютно черного тела, этим и обусловлено тщательное исследование этого излучения.

Сам характер излучения диктует те разделы физики, которые должны быть привлечены для изучения черного излучения. Поскольку излучаются электромагнитные волны, – используются соотношения электродинамики. Тепловая природа излучения, естественно, требует привлечения законов термодинамики. Поскольку процесс излучения отдельными атомами является хаотическим, должна быть использована классическая статистическая теория. Если же все привлеченные законы «не срабатывали», необходимые обобщения вводились постулативно в соответствии с данными опыта. Результат, полученный различными исследователями, мы озаглавливаем как «законы».

ЗАКОН МИХЕЛЬСОНА (1887)

Первую попытку теоретического определения вида функции $\rho(\lambda, T)$ в 1887 г. предпринял русский физик В.А. Михельсон (1860–1927), применив методы статистической физики к совокупности элементарных излучателей, содержащихся в нагретом теле.

Предположив, что интенсивность излучения в заданном спектральном интервале пропорциональна числу атомов, колеблющихся с заданной частотой, и пропорциональна кинетической энергии колебательного движения, т. е. пропорциональна ν^2 , а так же как-то зависит от температуры, Михельсон просто подставил соответствующие значения в формулу Максвелла (1831–1879) распределения частиц по скоростям:

$$n(\nu)d\nu = c_1 T^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{c_2 \nu^2}{T}} \nu^2 d\nu.$$

$$\text{Учитывая что } \nu \sim \frac{1}{\lambda}; d\nu = \frac{1}{\lambda^2} d\lambda \text{ (знак «-» опу-$$

$$\text{щен), ученый получил: } n(\lambda)d\lambda = c_1 T^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{c_2}{\lambda^2 T}} \lambda^{-4} d\lambda.$$

Коэффициент c_1 содержит зависимость ρ от энергии колебательного движения $\frac{mV^2}{2} \sim \nu^2$, т. е. $c_1 = A\lambda^{-2}$, где

$$A \text{ как-то зависит от температуры: } A = Bf(T). n(\lambda)d\lambda = Bf(T) T^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{c}{\lambda^2 T}} \lambda^{-6} d\lambda. \text{ Если положить } f(T) = T^{\frac{3}{2}},$$

$$\text{получим } \rho(\lambda, T)d\lambda = B e^{-\frac{c}{\lambda^2 T}} \lambda^{-6} d\lambda.$$

Так была получена первая формула, которая, по крайней мере, качественно описывала ход экспериментальной кривой. Однако расхождения все же были слишком значительны, да и произвол в выборе пара-

метров был необоснованно велик, вывод Михельсона непосредственно не вошел в науку.

Но следует обратить внимание на условие экстремума в формуле Михельсона: $\lambda_{\max}^2 T = \text{const}$, и это получено в то время, когда до закона смещения Вина было еще целое десятилетие.

Посмотрим, что было бы, если бы Михельсон положил $V^2 \sim \frac{1}{\lambda}$ (как это сделал впоследствии Вин): $dV =$

$= \lambda^{-\frac{3}{2}} d\lambda$; $\rho(\lambda, T)d\lambda = \text{Ве}^{-\frac{c}{\lambda T}} \lambda^{-4.5} d\lambda$ – такую кривую в те времена едва ли бы отличили от экспериментальной. Полученный вывод, конечно, нельзя рассматривать как какое-то подтверждение справедливости расчетов Михельсона. Необходим был строгий термодинамический подход к изучению явления, что и осуществил в 1894–96 гг. В. Вин (1864–1928), распространяя понятия температуры и энтропии на тепловое излучение.

Первая попытка получить общий закон распределения энергии в спектре теплового излучения не удалась. Исследователи обратились к поиску частных законов излучения.

ЗАКОН СТЕФАНА-БОЛЬЦМАНА (1879).

Обработывая чужие наблюдения, И. Стефан (1835–1893) вывел эмпирический закон, согласно которому полное, по всему диапазону частот, излучение черного тела пропорционально четвертой степени его абсолютной температуры: $E(T) = \sigma T^4$, где экспериментальное значение $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$.

Теоретически этот закон был обоснован в 1884 г. Л. Больцманом (1844–1906).

Энтропия излучения, помещенного в некоторый объем V , равна $dS = \frac{dQ}{T}$, но $dQ = dU + pdV$, где U – энергия излучения, p – световое давление, создаваемое этим излучением, равное, согласно теории электромагнитного излучения Максвелла $\frac{1}{3} \rho$, где ρ – объемная плотность энергии излучения.

$$dU = d(\rho V) = Vd\rho + \rho dV; \quad dS = \frac{Vd\rho + \rho dV + \frac{1}{3}\rho dV}{T};$$

$$dS = \frac{V}{T} \frac{d\rho}{dT} dT + \frac{4\rho}{3T} dV, \quad \text{откуда следует: } \frac{\partial S}{\partial T} = \frac{V}{T} \frac{\partial \rho}{\partial T}; \quad \frac{\partial S}{\partial V} = \frac{4\rho}{3T}.$$

Продифференцировав эти равенства соответственно по V и T , получим:

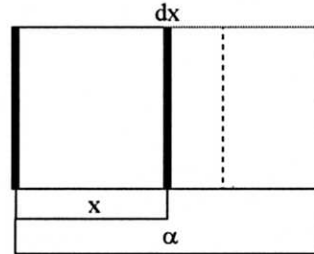
$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = \frac{1}{T} \frac{\partial \rho}{\partial T}; \quad \frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \frac{4}{3T} \frac{\partial \rho}{\partial T} - \frac{4}{3T^2} \rho;$$

$$\frac{1}{T} \frac{\partial \rho}{\partial T} = \frac{4}{3T} \frac{\partial \rho}{\partial T} - \frac{4}{3T^2} \rho \quad \text{или} \quad \frac{\partial \rho}{\partial T} = \frac{4}{T} \rho; \quad \frac{\partial \rho}{\rho} = 4 \frac{\partial T}{T},$$

откуда $\rho = \alpha T^4$, где $\alpha = \frac{4}{3} \sigma = 7,57 \cdot 10^{-15} \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$.

Это состояние равновесия единственно и определяет спектральное распределение плотности энергии. В дальнейшем оно будет использовано Вином при выводе его закона смещения.

ЗАКОН СМЕЩЕНИЯ ВИНА (1893).



Представим цилиндр высотой a и площадью поперечного сечения, равной единице. Поместим в цилиндр монохроматическое излучение с длиной волны λ при температуре T . Стенки сосуда диффузно отражают падающий на них свет. Предположим, что левое основание цилиндра является поршнем и перемещается вправо на расстояние x со скоростью V . Движение поршня, сжимающего излучение, сопровождается уменьшением длины волны отражаемого излучения в соответствии с принципом Доплера $\lambda = \frac{c - 2v}{c} \lambda_0$

после одного отражения. За время смещения на расстояние x происходит большое число отражений $n = \frac{dx}{v} \cdot \frac{c}{2(a-x)}$.

Учитывая хаотичность движения света при диффузном отражении, полагаем $n = \frac{dx}{v} \cdot \frac{c}{6(a-x)}$. Тогда длина волны после всех отражений $\lambda_n =$

$$= \left(\frac{c - 2v}{c} \right)^n \lambda_0 = \lambda_0 \left(1 - \frac{2v}{c} \right)^{\frac{c \cdot dx}{2v \cdot 3(a-x)}}$$

Но

$$\left(1 - \frac{2v}{c} \right)^{\frac{c}{2v}} \cong e^{-1}, \quad \text{следовательно, } \lambda = \lambda_0 e^{\frac{-dx}{3(a-x)}} \approx$$

$$\approx \lambda_0 \left(1 - \frac{dx}{3(a-x)} \right); \quad \lambda - \lambda_0 = -\lambda_0 \frac{dx}{3(a-x)};$$

$$\lambda - \lambda_0 = d\lambda, \quad \text{окончательно } d\lambda = -\lambda_0 \frac{dx}{3(a-x)}. \quad \text{Ин-}$$

тегрируя, получим $\lambda = \sqrt[3]{\frac{a-x}{a}} \lambda_0$, где λ_0 – длина волны в начале движения. Таким образом, при сжатии излучения весь спектр передвигался пропорционально длине волны в сторону коротких волн. Обозначим через E всю лучистую энергию в объеме $(a-x)$, тогда плотность ее $\rho = \frac{E}{a-x}$. При перемещении поршня на величину dx плотность излучения будет увеличиваться

в силу двух причин. Во-первых, работа, совершаемая внешней силой, будет превращаться в лучистую энергию dE , во-вторых, плотность будет увеличиваться вследствие уменьшения объема:

$$d\rho = \left[\frac{dE}{dx} \frac{1}{a-x} + \frac{E}{(a-x)^2} \right] dx,$$

$$d\rho = \left[\frac{dE}{dx} + \rho \right] \frac{dx}{a-x}. \text{ Давление на поршень равно}$$

$$\frac{1}{3}\rho, \text{ следовательно, } dE = \frac{1}{3}\rho dx \text{ и тогда}$$

$$d\rho = \left(\frac{1}{3}\rho + \rho \right) \frac{dx}{a-x}; \quad d\rho = \frac{4}{3}\rho \frac{dx}{a-x}. \text{ Интегрируя,}$$

$$\text{получим } \rho = \left(\frac{a}{a-x} \right)^{\frac{4}{3}} \rho_0; \quad \frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{a}{a-x} \right)^{\frac{4}{3}}. \text{ Но } \frac{\lambda_0}{\lambda} =$$

$$= \left(\frac{a}{a-x} \right)^{\frac{1}{3}} \text{ и } \frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^4. \text{ Но } \frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^4, \text{ откуда}$$

$$\left(\frac{T}{T_0} \right)^4 = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^4 \text{ или } \lambda T = \lambda_0 T_0 - \text{закон смещения Вина.}$$

ЗАКОН ИЗЛУЧЕНИЯ ВИНА (1896)

Если обозначить плотность энергии для участка длин волн между λ и $\lambda + d\lambda$ через $\rho(\lambda, T)$, то $\rho(T) =$

$$= \int_0^{\infty} \rho(\lambda, T) d\lambda \equiv \sigma T^4 \text{ (закон Стефана). } \frac{\rho(T)}{T^4} =$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{\rho(\lambda, T)}{T^4} d\lambda = \sigma. \text{ (В подынтегральной функции } T$$

играет роль постоянной величины, и поэтому T^4 можно ввести под знак интеграла). Введем замену перемен-

$$\text{ной: } \lambda = \frac{z}{T}, \text{ тогда } \int_0^{\infty} \frac{F(z, T)}{T^5} dz = \sigma, \text{ подынтегральная}$$

$$\text{функция зависит только от } z = \lambda T: \frac{F(z, T)}{T^5} = f(\lambda \cdot T).$$

$$\text{Таким образом, } \rho(\lambda, T) = T^5 f(\lambda \cdot T) \text{ или } \rho(\lambda, T) = \frac{f_1(\lambda \cdot T)}{\lambda^5}, \text{ где } f_1(\lambda \cdot T) - \text{неизвестная функция от}$$

произведения $\lambda \cdot T$. Явный вид этой функции установить с помощью одних только термодинамических методов невозможно, а статистику Вина не использовал, и тогда он, опираясь на свой закон смещения, и, несомненно, на результаты Михельсона, постулировал эту функцию

$$\text{как } f_1(\lambda \cdot T) = e^{-\frac{c}{\lambda T}}; \text{ и закон излучения принял вид}$$

$$\rho(\lambda, T) d\lambda = c_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{c}{\lambda T}} d\lambda, \text{ или } \rho(\nu, T) d\nu = c \nu^3 e^{-\frac{c_2}{T\nu}} d\nu.$$

Совпадение теоретической кривой с экспериментальной, построенной на основании опытных данных

того времени, было полным, и, тем не менее, формула Вина современниками была принята сдержанно: введение экспоненциального множителя представлялось необоснованным, более всего представлялось странным соотношение $\epsilon_{\text{кин}} \sim \nu$, тогда как кинетическая энергия гармонического осциллятора $\epsilon_{\text{кин}} \sim \nu^2$. Лишь годы спустя стала вырисовываться неизбежность такого

постулата: фактически принимая $\nu^2 \sim \frac{1}{\lambda}$, Вина исполь-

зовал соотношение $\epsilon \sim h\nu$, вскоре полученное Планком. Уже формула Вина в какой-то мере оказывалась квантово-механической, вот почему Эйнштейн, на первых порах не доверяя формуле Планка, в своих работах по квантовой теории света использовал формулу Вина.

В 1889 г. немецкие спектроскописты Э. Прингсгейм (1859–1917) и О. Люммер (1860–1925) прямым измерением подтвердили справедливость закона смещения, обнаружив при этом, что в длинноволновой части спектра формула Вина дает преуменьшенный в сравнении с экспериментом результат, в следующем году Ф. Курльбаум (1857–1927) и Г. Рубенс (1865–1922) с помощью сконструированного ими высокочувствительного болометра установили, что с повышением температуры интенсивность излучения в длинноволновом участке также возрастает, становясь близкой к пропорциональной зависимости. Стало ясно, что Вина где-то допустил просчет в своих построениях, поэтому Д. Рэлей (1842–1919) предпринял попытку более строгого, как ему представлялось, вывода формулы излучения, опираясь на статистику Больцмана.

ЗАКОН РЭЛЕЯ–ДЖИНСА (1900)

Мысленно поместив излучение с температурой T в кубический объем с ребром ℓ и объемом $V = \ell^3$, Рэлей заключил, что в установившемся излучении в каждом из трех направлений возникает система стоячих волн длиной 2ℓ , деленных на числа 1, 2, 3, ..., n с частотами $\nu = \frac{c}{2\ell}, \frac{2c}{2\ell}, \frac{3c}{2\ell}, \dots, \frac{nc}{2\ell}$, где c – скорость света. Число всех возможных систем стоячих волн с частотой меньше ν выражается величиной $n = \frac{2\ell}{c} \nu$.

$$\text{Для трех измерений } n = \left(\frac{2\ell}{c} \nu \right)^3 = \frac{8V}{c^3} \nu^3, \text{ или на}$$

$$\text{единицу объема } n(\nu) = \frac{8\nu^3}{c^3}. \text{ Более строгий подсчет}$$

(для объема произвольной формы), а так же учет поляризации излучения, что было проделано Д. Джинсом

$$(1877–1946), \text{ дает значение } n(\nu) = \frac{8\pi}{c^3} \nu^3. \text{ Рассматривая}$$

эту величину как число степеней свободы системы волн, Рэлей, в соответствии с теоремой Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням

$$\text{свободы, заключает: } \rho(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 k T d\nu, \text{ или}$$

$$\rho(\lambda, T) d\lambda = 8\pi k T \lambda^{-4} d\lambda.$$

Получение этой формулы стало разочарованием для классической физики: строго выведенная на основе классических законов, формула оказалась в кричащем противоречии с результатами опытов. Для малых частот, соответствующих далекому инфракрасному участку спектра, формула с большой степенью точности согласовывалась с данными опыта, но по мере увеличения частоты возрастало несоответствие ее опыту, доходя под конец до абсурда. Через полгода после публикации работы Рэля М. Планк (1858–1947) выступил в Немецком физическом обществе с докладом (14.12.1900), закрывшим, наконец, проблему черного излучения, но и вместе с тем разрушившим основание классической механики и электродинамики.

ЗАКОН ПЛАНКА (1900)

На начальном этапе Планк поставил перед собой узкую задачу: подобрать формулу, наиболее близко изображающую как коротковолновую область распределения Вина, так и предлагаемую экспериментом зависимость в длинноволновой части спектра (закон Рэля не сформулирован, имеются пока лишь данные спектроскопистов). Многолетняя работа над проблемой энтропии привела его к заключению, что закон

Вина удовлетворяется соотношением:
$$\frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{a}{U},$$

тогда как для длинных волн следует
$$\frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{b}{U^2},$$

где U – среднее значение энергии осциллятора, a и b – константы. Планк заключил, что оба условия будут удовлетворяться соотношением:
$$\frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{c_1}{U(a+U)}.$$

Действительно, для малых значений U существенным окажется значение: $-\frac{c_1}{aU}$, для больших: $-\frac{c_1}{U^2}$. Первое

интегрирование этого соотношения дает:
$$\frac{dS}{dU} = \frac{c_1}{a} \ln \frac{a+U}{U}, \text{ но } \frac{dS}{dU} = \frac{1}{T}; \frac{c_1}{a} = \frac{1}{\epsilon}, \text{ откуда}$$

$$\frac{1}{\epsilon} \ln \frac{a+U}{U} = \frac{1}{T}, \text{ или } \ln \left(\frac{a}{U} + 1 \right) = \frac{b}{T}; \frac{a}{U} + 1 = e^{\frac{b}{T}};$$

$$\frac{a}{U} = e^{\frac{b}{T}} - 1; U = \frac{a}{e^{\frac{b}{T}} - 1}.$$
 Однако Планка не удовле-

творяла форма подобной экстраполяции, требовалось дополнительное теоретическое исследование, а для этого надо было найти аналитическое выражение для энтропии излучения, заключенного в замкнутую полость с температурой T . Это выражение уже было предложено Больцманом $S - S_0 = k \ln W$, где k – универсальная постоянная, равная $\frac{R}{N}$ (N – число Авогадро, R – универсальная газовая постоянная), названная Планком постоянной Больцмана, W – термодинамическая вероятность макроскопического состояния системы, равная количеству тех физически различных

микросостояний, которыми может быть реализовано данное макросостояние. Эта величина подсчитывается методами комбинаторики: в зависимости от условий задачи определяется или количество перестановок, или число сочетаний. Элементами таких действий являются конкретные объекты (например, молекулы газа), дискретные по своей природе.

Планк произвольно положил $S_0 = 0$ и полученное значение энтропии $S = k \ln W$ именовал «абсолютной энтропией». Излучение, заполнявшее замкнутую полость, обладало всеми возможными частотами от нуля до бесконечности, следовательно, энергия, соответствующая этим частотам, представляла собой так же непрерывное многообразие. К такой физической системе комбинаторный анализ неприменим, поэтому Планк формализует излучение, предположив, что в полости располагается конечное число N осцилляторов, каждый из которых, обладая энергией U , испускает излучение с определенной, только ему присущей частотой ν . Лучистую энергию он также разбивает на большое, но конечное число P порций энергии величиной ϵ , так что $NU = P\epsilon$, или $P = N \frac{U}{\epsilon}$. Это общепри-

нятый прием вычисления: так, при спрямлении кривой, ее разбивают на малые прямолинейные участки, которые затем суммируют, в полученном выражении для суммы длину прямолинейного участка устремляют к нулю, вычисляют предел, полученный при суммировании функции, который и задает искомую величину. Никто не называет это «гипотезой квантов пространства». Так же поступает и Планк, не выдвигая никакой гипотезы, но, надеясь в дальнейшем избавиться от дискретности, устремив ϵ к нулю. Величину вероятности Планк задает так: $W = \frac{N(N+1)(N+2)\dots(N+P-1)}{P!}$. Почему именно так?

Вероятно, следует ответить: «По своей неосведомленности». До Планка никто из ученых не определял численного значения вероятности состояний, Больцман лишь постулировал наличие некоторой величины, но не вычислял ее, Планк был первым!

Далее он дополняет числитель и знаменатель множителем $(N-1)!$ и получает: $W = \frac{(N+P-1)!}{P!(N-1)!} = \frac{(N+P)^{(N+P)}}{P^P N^N}$ в соответствии с формулой Стирлинга. Соответственно энтропия $S = k[(N+P)\ln(N+P) - N\ln N - P\ln P]$, или в пересчете на один осциллятор $S = k \left[\left(1 + \frac{U}{\epsilon}\right) \ln \left(1 + \frac{U}{\epsilon}\right) - \frac{U}{\epsilon} \ln \frac{U}{\epsilon} \right]$, т. е. $S = \Phi \left(\frac{U}{\epsilon} \right)$.

По определению энтропии $\frac{dS}{dU} = \frac{1}{T}$. Продифференцировав S , Планк получил: $\frac{dS}{dU} = \frac{k}{\epsilon} \ln \left(1 + \frac{\epsilon}{U}\right);$

$$\frac{\epsilon}{kT} = \ln \left(1 + \frac{\epsilon}{U}\right); 1 + \frac{\epsilon}{U} = e^{\frac{\epsilon}{kT}}; U = \frac{\epsilon}{e^{\frac{\epsilon}{kT}} - 1}.$$

Формула, полученная ранее эмпирически, строго доказана, но предела при $\varepsilon \rightarrow 0$ не существует. Необходимо было выяснить природу этой величины.

Обратившись к классической электродинамике Максвелла, Планк определяет объемную плотность лучистой энергии, испущенной осциллятором за один

период: $\rho = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}U$, или $\rho = \frac{U}{\nu}8\pi\frac{\nu^3}{c^3}$. С другой

стороны, из закона Вина $\rho = c_1\nu^3e^{-c_2\frac{\nu}{T}}$ следует

$\rho = \nu^3 f\left(\frac{T}{\nu}\right)$, откуда $\frac{U}{\nu} = f\left(\frac{T}{\nu}\right)$. По теореме об

обратной функции $\frac{T}{\nu} = \varphi\left(\frac{U}{\nu}\right)$; $T = \nu\varphi\left(\frac{U}{\nu}\right)$. Запи-

шем выражение для dS : $dS = \frac{dU}{T} = \frac{dU}{\nu\varphi\left(\frac{U}{\nu}\right)}$. Про-

интегрировав, получим: $S = \psi\left(\frac{U}{\nu}\right)$.

Итак, для энтропии S получены две неявные

функции: $S = \Phi\left(\frac{U}{\varepsilon}\right)$ и $S = \psi\left(\frac{U}{\nu}\right)$. Это выполняется,

если $\varepsilon \sim \nu$, т. е. $\varepsilon = h\nu$, где h – новая универсальная постоянная, определяемая экспериментально.

$$U = \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}; \quad \rho(\nu, T)d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{kT} - 1} d\nu.$$

В соответствии с этой формулой были определены универсальные постоянные: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж·К⁻¹; $N = 6,027 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹. В науку входят понятия кванта действия h и кванта энергии $\varepsilon = h\nu$. Но это совершенно чуждые классической физике представления, подрывающие понятийную основу физики – теорему Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы системы. Естественно, возник вопрос, каким образом в

системе бесспорных научных построений, на основании строгих математических действий появился элемент, адекватно описывающий природу, но при том разрушающий всю эту систему?

Лишь четверть века спустя (1926), после того, как Ш. Бозе (1894–1974) и А. Эйнштейн (1879–1955) ввели новую, не больцмановскую статистику для микро-частиц с целочисленным спином, названной их именем, выяснилось, что кванты Планка представляют собою элементарные частицы-фотоны со спином, равным единице. В этой статистике термодинамическая вероятность $W = \frac{(N+P-1)!}{P!(N-1)!}$. Именно это соотноше-

ние и использовал Планк в своих построениях, что и определило его успех. Планк был первым, хотя и не осознавал этого, кто использовал квантовую статистику Бозе–Эйнштейна в своих научных построениях, но тем самым проблема температурного излучения была переведена в рамки квантово-механической теории.

В статистике Больцмана вероятность состояния системы частиц, в обозначениях Планка, имеет вид

$$W = \frac{P^N}{N!}. \quad (\text{Число уровней энергии бесконечно велико,}$$

количество частиц конечно, поэтому на любом уровне будет находиться только одна частица). Использование этой формулы приводит к закону излучения Вина.

Раскрытие неопределенности при $\varepsilon \rightarrow 0$ по обычным правилам отыскания предела привело бы к закону Рэлея-Джинса. Планк счастливо избежал этих опасностей. Так появилась великая гипотеза квантов энергии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бейзер А. Основные представления современной физики. М.: Наука, 1979.
2. Вуд Р. Физическая оптика. М.-Л.: Гостехиздат, 1936.
3. Дорфман Я.Г. Всемирная история физики. М.: Наука, 1979. Т. 2.
4. Клейн М.Дж. Термодинамика в мышлении Эйнштейна // Эйнштейновский сборник. М.: Наука, 1983.
5. Кудрявцев П.С. Курс истории физики. М.: Просвещение, 1974.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. М.: Наука, 1975.
7. Льюис М. История физики. М.: Мир, 1870.
8. Планк М. Избранные труды. М.: Наука, 1975.

Поступила в редакцию 14 ноября 2002 г.