

ЛИТЕРАТУРА

1. Фурсиков А.В., Эмануилов О.Ю. Точная управляемость уравнений Навье-Стокса и Буссинеска // УМН. 1999. №54(3).
2. Фурсиков А.В. Оптимальное управление. Теория и приложения. Н.: Науч. кн., 1999.

О ВКЛАДЕ А.Н. КОЛМОГОРОВА В ТЕОРИЮ ОПЕРАЦИЙ
НАД МНОЖЕСТВАМИ

© И.В. Шрагин (Кёльн, Германия)

Развитие математики в начале XX века приводило к рассмотрению все более сложных операций над множествами. Весьма плодотворным понятием, охватывающим многие известные типы операций, явилось понятие δs -операции [1]. Так называется операция, применяемая к бесконечным последовательностям множеств и имеющая вид

$$\Phi(E_1, E_2, \dots) = \bigcup_{S \in \Sigma} \bigcap_{s \in S} E_s,$$

где Σ – какая-либо система подмножеств натурального ряда.

А.Н. Колмогоров получил ряд глубоких результатов относительно δs -операции и опубликовал их в работе [2] (как указано во введении к [2], эти результаты содержатся в рукописи, оконченной 3 января 1922 г.). Ниже кратко излагается содержание этой работы.

Прежде всего автор вводит понятие δs -операции $\bar{\Phi}$, дополнительной к Φ . При этом если $E_s \subset X$, $s = 1, 2, \dots$, то имеет место равенство

$$\bar{\Phi}(X \setminus E_1, X \setminus E_2, \dots) = X \setminus \Phi(E_1, E_2, \dots).$$

Затем, беря в качестве пространства X интервал $(0, 1)$, автор доказывает существование такого Φ -множества (т.е. множества вида $\Phi(E_1, E_2, \dots)$, где все множества E_s замкнуты в $(0, 1)$), что его дополнение не является Φ -множеством. Это основной результат работы.

Далее А.Н. Колмогоров, обобщая понятия борелевских множеств и C -множеств Н.Н. Лузина, определяет совокупность $W(\Phi)$ – минимальное семейство множеств, содержащее все замкнутые в $(0, 1)$ множества и инвариантное по отношению к δs -операции Φ и операции взятия дополнения. По аналогии с известной классификацией борелевских множеств определяется разбиение семейства $W(\Phi)$ на $\aleph_1$ (алеф один) классов и доказывается их непустота.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hausdorff F. Mengenlehre. Berlin, 1927. Рус. перевод: Теория множеств. М.-Л., 1937.
2. Колмогоров А.Н. Об операциях над множествами // Матем. сборник. 1928. Т. 35. Вып. 3-4. С. 415-422.