

УДК 517.929, 519.71

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ НА ПРИМЕРЕ ТЕПЛОЭЛЕКТРОНАГРЕВАТЕЛЯ

© А.С. Ларионов, В.В. Панасов

Ключевые слова: функционально-дифференциальное уравнение; матрица Коши; система автоматического регулирования; теплоэлектронагреватель; устойчивость.

Методами теории функционально-дифференциальных уравнений на конкретном примере изучаются динамические свойства систем автоматического регулирования.

Для правильного описания различных систем автоматического регулирования (САР), некоторых механических, физических, биологических и других процессов все чаще привлекаются уравнения с отклоняющимся аргументом, являющиеся представителями класса функционально-дифференциальных уравнений (ФДУ). В теории регулирования такие уравнения возникают при учете как транспортного, так и информационного запаздывания [1]. Теория ФДУ в последнее время активно развивается [1, 2]. В докладе рассматривается уравнение

$$(\mathcal{L}x)(t) \equiv \dot{x}(t) + \sum_{j=1}^m P_j(t)x[h_j(t)] = f(t), \quad t \in [0, \infty), \quad (1)$$

$$x(\xi) = \varphi(\xi), \quad \text{если } \xi \notin [0, \infty), \quad x(t) \in R^n.$$

Для уравнения (1) предполагается, что его общее решение задается формулой Коши

$$x(t) = X(t)x(0) + \int_0^t C(t,s)f(s)ds,$$

где $X(t)$ — фундаментальная матрица уравнения (1), $C(t,s)$ — матрица Коши.

В докладе при $n = 1$ приводятся эффективные признаки устойчивости решений уравнения (1). Эти признаки применяются для исследования САР температуры теплоэлектронагревателя (ТЭНа) с пропорциональным регулятором, динамика работы которого описывается уравнением

$$\dot{x}(t) + \frac{1}{T}x(t) + \frac{k_1 k_2}{T}x(t - \tau) = \frac{k_1}{T}g(t), \quad t \in [0, \infty), \quad (2)$$

$$x(\xi) = 0, \quad \xi < 0.$$

В уравнении (2) (частном случае уравнения (1)): T — постоянная времени объекта, k_1 — коэффициент усиления ТЭНа, k_2 — коэффициент усиления регулятора, τ — постоянная запаздывания, $g(t)$ — входной сигнал (сила тока).

Параметры уравнения (2) были получены по экспериментальной переходной характеристике ТЭНа методами первичной и вторичной идентификации [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Кордуняну К., Лакшмикантам В. Уравнения с неограниченным последствием // Автоматика и телемеханика. 1985. №7. С. 5–45.
2. Азбелев Н.В., Максимов В.П., Разматуллина Л.Ф. Введение в теорию функционально-дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1991. 280 с.
3. Панасов В.В., Колтыгин Д.С., Лузгин В.В. Идентификация передаточной функции с запаздыванием (Time-DelayId v.1.00) // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2008610406 21.01.08.

Поступила в редакцию 10 апреля 2011 г.

Larionov A.S., Panasov V.V. Research of dynamic of automatic regulation systems by the example of a heat electric radiator. The dynamical properties of systems of automatic regulation by the certain example are investigated by the methods of the functional differential equations.

Key words: functional differential equation; Cauchy's matrix; system of automatic regulation; heat electric radiator; stability.

Ларионов Александр Степанович, Братский государственный университет, г. Братск, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики; e-mail: larios84@yandex.ru.

Панасов Вячеслав Владимирович, Братский государственный университет, г. Братск, Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры систем электроснабжения; e-mail: rasp@brstu.ru.

УДК 517.95

УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ ГУРСА-ДАРБУ В КЛАССАХ ФУНКЦИЙ С СУММИРУЕМОЙ СМЕШАННОЙ ПРОИЗВОДНОЙ

© И.В. Лисаченко, В.И. Сумин

Ключевые слова: нелинейная система Гурса–Дарбу; решения с суммируемой смешанной производной; терминальная задача оптимизации; принцип максимума; особые управления.

Рассматривается нелинейная управляемая система Гурса–Дарбу с полной каратеодориевской правой частью уравнения при общих условиях, позволяющих искать решения системы в классе функций с суммируемой в некоторой степени смешанной производной. На примере терминальных задач оптимизации обсуждаются вопросы получения необходимых условий типа принципа максимума, условий вырождения принципа максимума, условий оптимальности особых управлений.

Для задачи оптимизации системы Гурса–Дарбу в свое время была получена одна из первых в классе распределенных оптимизационных задач достаточно общих формулировок принципа максимума (об истории вопроса [1, с. 333–345, 449–450; 2, с. 442–450]). Впоследствии вопросы вывода и анализа принципа максимума для задач оптимального управления системой Гурса–Дарбу, являющейся своего рода пробным камнем теории оптимизации распределенных систем, рассматривали многие авторы [3, 4].

В последнее время наблюдается устойчивый интерес [5–7] к задачам оптимизации систем типа Гурса–Дарбу, рассматриваемых в классах абсолютно непрерывных функций с суммируемой в некоторой степени смешанной производной. В этом случае, по сравнению с преимущественно изучавшимся до недавнего времени случаем ограниченной смешанной производной [8–12], принцип максимума исследован еще мало. Доклад посвящен результатам, полученным авторами в данном направлении.

В [13] доказан поточечный принцип максимума для терминальной задачи оптимизации нелинейной управляемой системы Гурса–Дарбу с полной каратеодориевской правой частью