2. *Gaines R.G. and Mawhin J.L.* Coincidence Degree and Nonlinear Differential Equations. Lecture Notes in mathematics. V. 568. Berlin. Springer Verlag, 1977.

3. *Andres J., Malaguti L. and Taddei V.* Bounded solutions of Carathéodory differential inclusions: a bound sets approach // Abstr. Appl. Anal. 2003. V. 9. P. 547-571.

4. *Benedetti I., Panasenko E. and Taddei V.* BVP for Carathéodory inclusions in Hilbert spaces: sharp existence conditions and applications // Journal of Applied Analysis (to appear).

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа поддержана грантами Российского Фонда Фундаментальных Исследований (№ 07-01-00305, 09-01-97503), Научной Программой "Развитие Научного Потенциала Высшей Школы"(РНП № 2.1.1/1131), и включена в Темплан № 1.6.07.

Поступила в редакцию 12 ноября 2009 г.

I. Benedetti, E. Panasenko, V. Taddei. On differential inclusions in Hilbert spaces. The work is concerned with existence result for a Floquet problem associated to a semilinear differential inclusion in Hilbert space.

Key words: semilinear differential inclusion; Carathéodory solution; Floquet problem; Hilbert space.

УДК 517.911, 517.968

КВАЗИРЕШЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ С МНОГОЗНАЧНЫМИ ИМПУЛЬСНЫМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ

© **А.И. Булгаков, Е.В. Корчагина, О.В. Филиппова**

Ключевые слова: функционально-дифференциальное включение; квазирешение.

Сформулировано понятие квазирешения для функционально-дифференциального включения с многозначными импульсными воздействиями с невыпуклой правой частью и рассмотрены его свойства.

Рассматривается измеримое по Лебегу множество $\mathcal{U} \in [a,b]$; $\mathbf{L}^n(\mathcal{U})$ – пространство суммируемых по Лебегу функций $x : \mathcal{U} \to \mathbb{R}^n$ с нормой $\|x\|_{L^n(\mathcal{U})} = \int\limits_{\mathcal{U}} |x(s)|ds$; $S(\mathbf{L}^n[a,b])$ – множество всех ограниченных замкнутых выпуклых по переключению (разложимых) (см. [1]) подмножеств пространства $\mathbf{L}^n[a,b]$. Пусть $K \subset \mathbf{L}^n(\mathcal{U})$, тогда coK – выпуклая оболочка множества K, $\overline{co}K$ – замкнутая выпуклая оболочка множества K.

Пусть $t_k \in [a,b]$ $(a < t_1 < \ldots < t_m < b)$ – конечный набор точек. $\widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b]$ – множество всех непрерывных на каждом из интервалов $[a,t_1]$, $(t_1,t_2]$, $\ldots$, $(t_m,b]$ ограниченных функций $x : [a,b] \to \mathbb{R}^n$, имеющих пределы справа в точках t_k, $k = 1,2,\ldots,m$, с нормой $\|x\|_{\widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b]} = \sup\{|x(t)| : t \in [a,b]\}$, Рассмотрим задачу Коши для функционально-дифференциального включения с многозначными импульсными воздействиями

$$\dot{x} \in \Phi(x), \tag{1}$$

$$\Delta(x(t_k)) \in I_k(x(t_k)), \ k = 1, \ldots, m, \tag{2}$$

$$x(a) = x_0, \tag{3}$$

где отображение $\Phi : \widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b] \to S(\mathbf{L}^n[a,b])$ полунепрерывно снизу и для каждого ограниченного множества $U \subset \widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b]$ образ $\Phi(U)$ ограничен суммируемой функцией. Отображения $I_k : \mathbb{R}^n \to$ $\to \text{comp}\ [\mathbb{R}^n],\ k = 1, 2, ...m$ непрерывны по Хаусдорфу, где comp $[\mathbb{R}^n]$– множество непустых компактов пространства $\mathbb{R}^n$; $\Delta(x(t_k)) = x(t_k + 0) - x(t_k)$, $k = 1, 2, ...m$.

О п р е д е л е н и е 1. *Решением задачи* (1)-(3) называется функция $x \in \widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b]$, для которой существует такое $q \in \Phi(x)$, что при всех $t \in [a,b]$ имеет место представление

$$x(t) = x_0 + \int_a^t q(s)ds + \sum_{k=1}^m \chi_{(t_k,b]}(t)\Delta(x(t_k)), \tag{4}$$

где $\Delta(x(t_k)) \in I_k(x(t_k)),\ k = 1, \ldots, m$.

Пусть для функции $y \in \widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b]$ существует функция $\widetilde{q} \in \mathbf{L}^n[a,b]$, что для любого $t \in [a,b]$ имеет место представление

$$y(t) = x_0 + \int_a^t \widetilde{q}(s)ds + \sum_{k=1}^m \chi_{[t_k,b]}(t)\Delta(y(t_k)), \tag{5}$$

где $\Delta(y(t_k)) \in I_k(y(t_k))$, $k = 1, 2, ..., m$.

О п р е д е л е н и е 2. Функцию $y \in \widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b]$, имеющую представление (5), будем называть *квазирешением задачи* (1)-(3), если найдется такая последовательность $x_i \in \widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b]$, $i = 1, 2, ...$, что для каждой функции x_i, $i = 1, 2, ...$, найдется функция $q_i \in \Phi(y)$, для которой при любом $t \in [a,b]$ имеет место равенство

$$x_i(t) = x_0 + \int_a^t q_i(s)ds + \sum_{k=1}^m \chi_{(t_k,b]}(t)\Delta(x_i(t_k)), \tag{6}$$

где $\Delta(x_i(t_k)) \in I_k(x_i(t_k))$, и $x_i \to y$ в пространстве $\widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b]$ при $i \to \infty$.

Обозначим $\mathcal{H}(x_0)$ – множество всех квазирешений задачи (1)-(3).

Будем говорить, что задача $(1)-(3)$ *с «овыпукленной» правой частью*, если $\dot{x} \in \overline{co}\Phi(x)$. Пусть $H(x_0, b)$ – множество решений этой задачи.

Т е о р е м а. *Справедливо равенство* $\mathcal{H}(x_0) = H(x_0, b)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Булгаков А.И., Ткач Л.И.* Возмущение однозначного оператора многозначным отображением типа Гаммерштейна с невыпуклыми образами // Известия ВУЗов. 1999. № 3. С. 3–16.

2. *Самойленко А.М., Перестюк Н.А.* Дифференциальные уравнения с импульсными воздействиями. К.: Вища шк., 1987.

3. *Пучков Н.П., Булгаков А.И., Григоренко А.А., Коробко А.И., Корчагина Е.В., Мачина А.Н., Филиппова О.В., Шлыкова И.В.* О некоторых задачах функционально-дифференциальных включений // Вестник ТГТУ. 2008. Т. 14. №4. С. 947-974.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа поддержана грантами Российского Фонда Фундаментальных Исследований (№ 07-01-00305, 09-01-97503), Научной Программой "Развитие Научного Потенциала Высшей Школы"(РНП № 2.1.1/1131), и включена в Темплан № 1.6.07.

Поступила в редакцию 12 ноября 2009 г.

Bulgakov A.I., Korchagina E.V., Filippova O.V. Quasisolution of functional-differential inclusions with multivalued impulses. The definition of quasisolution for functional-differential inclusions with multivalued impulses and statement, expressing relation between the set of quasisolutions and the set of convexified problem solutions are formulated.

Key words: functional-differential inclusion; quasisolution.

УДК 517.911, 517.968

ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ВКЛЮЧЕНИЯ С ПОЛУНЕПРЕРЫВНОЙ СВЕРХУ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ И МНОГОЗНАЧНЫМИ ИМПУЛЬСНЫМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ

© **А.И. Булгаков, Е.В. Корчагина, О.В. Филиппова**

Ключевые слова: функционально-диффенциальное включение; многозначные импульсные воздействия; продолжаемое решение; связность множества решений.

Получены условия существования и продолжаемости решений функционально-дифференциальных включений с полунепрерывной сверху правой частью и многозначными импульсными воздействиями, а так же исследованы топологические свойства множеств решений таких включений.

Обозначим comp $[\mathbb{R}^n]$ (conn $[\mathbb{R}^n]$) – множество всех непустых компактов (связных компактов) пространства $\mathbb{R}^n$. Пусть $\mathcal{U} \in [a,b]$ – измеримое по Лебегу множество; $\mathbf{L}^n(\mathcal{U})$ – пространство суммируемых по Лебегу функций $x : \mathcal{U} \to \mathbb{R}^n$ с нормой $\|x\|_{L^n(\mathcal{U})} = \int\limits_{\mathcal{U}} |x(s)|ds$; $\Omega(\mathbf{L}^n[a,b])$ – множество всех непустых выпуклых ограниченных замкнутых подмножеств пространства $\mathbf{L}^n[a,b]$.

Пусть $t_k \in [a,b]$ $(a < t_1 < \ldots < t_m < b)$ – конечный набор точек. Обозначим через $\widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b]$ множество всех непрерывных на каждом из интервалов $[a,t_1]$, $(t_1,t_2]$, $\ldots$, $(t_m,b]$ ограниченных функций $x : [a,b] \to \mathbb{R}^n$, имеющих пределы справа в точках t_k, $k = 1,2,\ldots,m$, с нормой $\|x\|_{\widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b]} = \sup\{|x(t)| : t \in [a,b]\}$. Если $\tau \in (a,b]$, то $\widetilde{\mathbf{C}}^n[a,\tau]$ – это пространство функций $x : [a,\tau] \to \mathbb{R}^n$, являющихся сужениями на отрезок $[a,\tau]$ элементов из $\widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b]$ с нормой $\|x\|_{\widetilde{\mathbf{C}}^n[a,\tau]} = \sup\{|x(t)| : t \in [a,\tau]\}$.

Рассмотрим задачу

$$\dot{x} \in \Phi(x), \tag{1}$$