

жении мак-  
различных  
относитель-  
нта задава-  
такими, что  
омерно рас-  
2π), причем  
ений ψ.  
та Deform2,  
аправление  
ном случае  
еугольнике  
ли оценены  
ю теплоту

льких пре-  
ду видами

мартенсита получить единое описание кривых растяжения при всех температурах не удастся. При прямой подстановке характеристических температур из [1] для  $\beta_1 - \gamma'_1$  превращения в области температур (2) – (3) расчетные кривые хорошо приближают экспериментальные как по уровню накопленной деформации, так и по достигнутым при этом напряжениям (рис. 1б – 1в, 2а). При  $q_0 = -15$  МДж/м<sup>3</sup> удовлетворительное совпадение с экспериментом мы имеем и в области (1) (рис. 1а). Однако следует отметить, что имеющиеся программные пакеты не позволяют описывать резкие спады напряжения, наблюдаемые в эксперименте.

В интервале (4), то есть для  $\beta_1 - \beta'_1$  превращения, характеристические температуры были выбраны следующими:  $M_s = 150$  К,  $M_f = 140$  К,  $A_s = 142$  К,  $A_f = 152$  К. Расчетные кривые имеют узкий гистерезис, что соответствует эксперименту. Отметим, что подбор постоянных (характеристических температур и теплоты превращения) производился по диаграмме при одной температуре (рис. 2в), хорошее соответствие наблюдается и при другой (рис. 2б). При снятии нагрузки происходит полное обратное

превращение, наблюдается псевдоупругость.

Следует отметить более низкий предел текучести расчетных кривых и больший коэффициент деформационного упрочнения  $d\sigma/d\varepsilon$  на участке накопления псевдоупругой деформации при хорошем соответствии уровня напряжений для максимальной деформации, достигнутой в эксперименте. В целом в интервале (4) мы можем хорошо описывать поведение сплава (рис. 2б, 2в).

Проведенное моделирование позволяет сделать вывод: расчетные кривые хорошо отображают свойства сплава CuAlNi, у которого сильно выражены мартенситная неупругость и аустенитная псевдоупругость.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ооцука К., Симидзу К., Судзуки Ю. и др. Сплавы с эффектом памяти формы: Пер. с японск. / Под ред. Х. Фунакубо М.: Металлургия, 1990. 224 с.
2. Материалы с эффектом памяти формы: Справ. изд. / Под ред. В.А. Лихачева Т. 1. С.-Пб.: Изд-во НИИХ СПбГУ, 1997. 424 с.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 97-01-00823.

УДК 539.4

## РАСЧЕТ РЕВЕРСИВНОГО ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ

© С.П. Беляев, М.Ю. Демина, Л.Н. Курзенева

Россия, Санкт-Петербург, Институт математики и механики СПбГУ  
Сыктывкар, Сыктывкарский Лесной институт Санкт-Петербургской лесотехнической академии

Belyaev S.P., Demina M.Yu., Kurzenova L.N. Calculation of reverse changing of the shape. By virtue of the structure-analytical theory the return of shape with reverse character has been reported after cooling under loading and subsequent deformation in isothermal conditions. Analysis of phase diagrams shows to obtain curves of reverse recovery of shape in calculations it is necessary: first there is a statistics on hysteresises at any rate two senses  $S_f$  had equally probability. Secondly that correlation need be formed between volumes occupied martensite in process of preliminary deformation that for a width of hysteresis quantity of martensite of an orientation should be prevailed over quantity of martensite of opposite orientation, and for another width of hysteresis - the contrary.

На основании соотношений структурно-аналитической теории [1] выполнен расчет реверсивной памяти формы в материале с мартенситными превращениями. Вычисления проводили в реологической постановке. Предполагали, что деформация осуществляется сдвигом, и рассматривали только ее фазовую составляющую. Считали, что различные области кристалла не взаимодействуют между собой, то есть ориентированные и неориентированные напряжения полагали равными нулю. При расчете макродеформации придерживались схемы Райсса, допуская равенство напряжений во всех микрообъемах. Использовали два уровня усреднения: макроскопический, где задавали тензор напряжений  $\sigma_{ik}$  и вычисляли тензор деформаций  $\varepsilon_{ik}$ , и микроскопический, где формулировали физический закон поведения материала, полагая, что синхронно с количеством мартенситной фазы  $\Phi$  изменяется и деформация, соответствующая данной области кристалла  $\beta = D_{31}\Phi$ .

Предполагали, что вследствие неодинаковых условий роста кристаллов мартенсита ширина гистерезисной фигуры  $S_f$  может быть разной даже для микрообъемов с одинаковой ориентацией. При вычислениях задавали к равновероятных значений ширины гистерезисной фигуры из интервала  $-\Gamma \leq S_f \leq \Gamma$ , где  $\Gamma = (A_s - M_s)/2$ . Уравнение, соответствующее изменению доли мартенситной фазы в отдельном локальном объеме, записывали следующим образом:

$$\dot{\Phi} = -\dot{T}^* \{ H(-T^*) \times \\ H(1 - \Phi_f) \frac{H(M_s - \Phi(M_s - M_f) - T^*)}{M_s - M_f} + \\ \times \\ + H(\dot{T}^*) H(A_f - T^*) \frac{H(T^* + \Phi(A_f - A_s) - A_f)}{A_f - A_s} \},$$

кристаллов  
- расчет

где в функциях Хевисайда  $H(x)$  фигурируют характеристические температуры  $M_s, M_f, A_s, A_f$ , рассчитанные для данного значения  $S_f$ . Изменение эффективной температуры  $\dot{T}^*$  определяли в соответствии с уравнением Клаузиуса-Клапейрона:  $\dot{T}^* = T - \frac{T_0}{q} D_{31} \dot{\epsilon}$ . Изменение напряжения в локальном объеме вследствие изменения тензора внешнего напряжения рассчитывали как  $\dot{\epsilon}_{31} = \alpha_{p3} \alpha_{q1} \dot{\sigma}_{pq}$ , где  $\alpha_{ik}$  - направляющие косинусы.

Значения констант, которые использовали при вычислениях, были следующие: температура равновесия мартенситной и аустенитной фаз  $T_0 = 400$  К, удельная теплота превращения  $q = 200$  МДж/м<sup>3</sup>, характеристические температуры прямого превращения  $M_s = 340$  К,  $M_k = 290$  К, обратного -  $A_s = 410$  К,  $A_k = 460$  К, компонента тензора дисторсии  $D_{31} = 0,15$ , количество гистерезисов  $\kappa = 7$ . Число микрообъемов  $N$  брали равным 4, причем ориентацию систем подбирали таким образом, чтобы в отсутствии внешнего напряжения сдвиг в одном из локальных базисов был компенсирован сдвигом в другом. Необходимо также отметить, что положив  $N = 4$ , имели фактически случай монокристалла. Однако, как показывают опыты, у моно- и поликристаллических сплавов с памятью формы наблюдаются аналогичные деформационные свойства [2].

Рассмотрим подробнее, каким образом теория описывает возврат формы, имеющий реверсивный характер для случая, представленного на рис. 1. Рассуждения поясним фазовыми диаграммами, описывающими эволюцию мартенсита в областях с гистерезисами  $S_f = -\Gamma$  (1),  $S'_f = 0$  (2),  $S''_f = \Gamma$  (3) (рис. 2). В поле внешних напряжений линии гистерезиса «расщепляются» согласно принципу Клаузиуса-Клапейрона. В результате на этапе охлаждения мартенсит, ориентированный «благоприятным образом» ( $\tau > 0$ ), возникает при более высокой температуре, чем мартенсит, характеризующийся той же шириной гистерезиса, но противоположной ориентации ( $\tau < 0$ , рис. 2а). Следовательно, в момент окончания охлаждения, при температуре  $T_k$ , для определенного значения  $S_f$  количество мартенсита, ориентированного в соответствии с внешним полем, будет больше, чем количество мартенсита противоположной ориентации:  $\Phi(S_{f+}) > \Phi(S_{f-})$ ,  $\Phi(S'_{f+}) > \Phi(S'_{f-})$ . Знакопеременное деформирование в изотермических условиях приводит к перераспределению объемов, занятых мартенситом, вследствие которого их соотношение после второй разгрузки становится таким, как представлено на рис. 2 б, в. На рис. 2б проиллюстрировано изменение количества мартенсита, ориентированного таким образом, что на этапе охлаждения под нагрузкой  $\tau > 0$ . В объеме, характеризующемся гистерезисом 1 (рис. 2б), величина  $\Phi$  уменьшается при разгрузке за счет обратного превращения, т. к. для данного значения  $S_f$  температуры  $M_k$  и  $A_s$  совпадают. По существу, набор объемов мартенсита, представленный на рис. 2б, эквивалентен совокупности мартенситных кристаллов, которые в суперпозиционной модели [3] обеспечивают возврат после первого этапа предварительного деформиро-

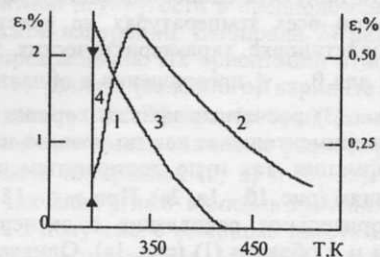


Рис. 1. Расчетная кривая формовосстановления в свободном от напряжений состоянии (1, 2) после охлаждения под напряжением 150 МПа (3), активного деформирования напряжением противоположного направления (4).

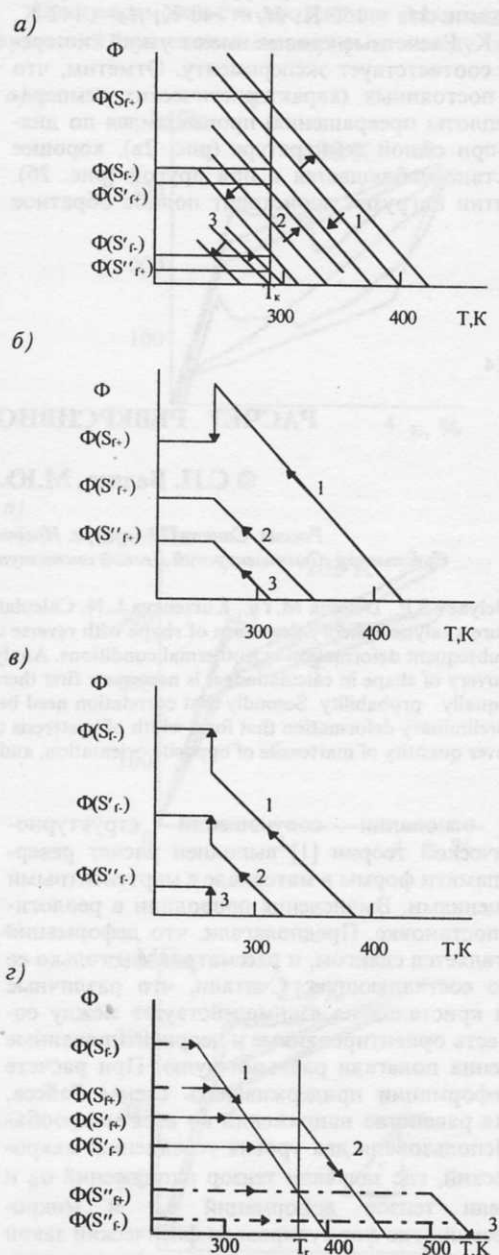


Рис. 2. Изменение мартенситной фазы, соответствующее режиму деформирования, представленному на рис. 1.



вания. Рис. 2в соответствует мартенситу противоположной ориентации. Здесь при активном деформировании мартенсита количество его увеличивается для всех значений гистерезиса. Данные объемы равнозначны тем кристаллам мартенсита, которые обуславливают восстановление деформации после второго этапа предварительного деформирования.

Сложившееся после повторной разгрузки соотношение объемов определяет последующее формовосстановление (рис. 1, кривые 1-2). На начальном этапе нагрева мартенсит исчезает только в области с наибольшим значением локальной фазы, равным  $\Phi(S_f)$  (рис. 2г). Ориентация этого мартенсита и определяет направление восстановления деформации в данном температурном интервале, то есть левую ветвь реверсивной кривой. Поскольку нагревание происходит в свободном от напряжений состоянии, то «вырождение» гистерезисов снято и обратному превращению мартенсита противоположной ориентации, но той же ширины гистерезиса, соответствует также линия 1. При температуре  $T_r$  в обратную реакцию вступает мартенсит в области с фазой  $\Phi(S_r)$ , ориентированный противоположно по отношению к мартенситу, исчезающему в интервале  $\Phi(S_f) - \Phi(S_r)$ , что приводит к изменению направле-

ния восстанавливающей деформации. Таким образом, деформация, соответствующая левой части реверсивной кривой, обусловлена разностью фаз  $(\Phi(S_f) - \Phi(S_r))$ , правая ветвь связана с разностью фаз  $\Delta\Phi = (\Phi(S'_r) - \Phi(S'_f)) - (\Phi(S'_r) - \Phi(S'_f))$ .

Для того чтобы при расчетах получить кривые реверсивного формовосстановления, необходимо, во-первых, наличие статистики по гистерезисам, по крайней мере два равновероятных значения  $S_f$ . Во-вторых, в процессе предварительного деформирования должно сложиться такое соотношение между объемами, занятыми мартенситом, чтобы при одной ширине гистерезиса количество мартенсита одной ориентации преобладало бы над количеством мартенсита противоположной ориентации, а при другой ширине гистерезиса - наоборот.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лихачев В.А., Малинин В.Г. Структурно-аналитическая теория прочности. С.-Пб., 1993. 470 с.
2. Лихачев В.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П. Эффект памяти формы. Л., 1987. 216 с.
3. Беляев С.П., Кузьмин С.Л., Лихачев В.А., Рогачевская М.Ю. Моделирование процессов реверсивного формоизменения в TiNiFe // ФММ. 1989. Т. 68. № 3. С. 617-618.

УДК 539.4

## МОДЕЛЬ ОБРАТИМОЙ ПАМЯТИ ФОРМЫ МАРТЕНСИТНОГО ТИПА В МАТЕРИАЛАХ С ТЕРМОУПРУГИМ ПРЕВРАЩЕНИЕМ

© А.Е. Волков, И.В. Иночкина

Россия, Санкт-Петербург, Институт математики и механики СПбГУ

Volkov A.E., Inochkina I.V. Model of the Martensitic Type Two-Way Shape Memory in Materials with a Thermoelastic Transformation. A model of the two-way shape memory is considered. It is based on the approach accounting for micro plastic deformation and stress produced by accommodation of martensite. The mechanism of the repeated two-way shape memory is discussed. Computer simulation results of the main phenomena of this effect in TiNi type alloys have been presented. They are in good qualitative agreement with experimental data.

Среди эффектов мартенситной неупругости второго порядка особое место занимает обратимая память формы (ОПФ), заключающаяся в способности образца в отсутствии приложенного напряжения при охлаждении накапливать, а при нагреве возвращать сравнительно большие деформации (до 5%) [1]. Данный эффект имеет большое значение для функционирования приводов и двигателей, использующих эффект памяти формы, поскольку облегчает предварительное деформирование рабочего элемента, повышая эффективность устройства.

Различают ОПФ мартенситного и аустенитного типов. ОПФ мартенситного типа формируется в результате неупругого деформирования образца в изотермических условиях при  $T < M_f$ , либо при охлаждении под нагрузкой при реализации эффекта пластичности превращения. Определяющим признаком ОПФ мартенситного типа является изменение деформации при нагреве в сторону, противоположную предварительной деформации. Причиной такого поведения служат, по-видимому, ориенти-

рованные внутренние напряжения, возникающие в результате несовместных пластических деформаций кристаллов мартенсита при их росте или передвигании [1]. При охлаждении внутренние напряжения оказывают ориентирующее действие на рост мартенсита и соответствующее накопление деформации (реализуется эффект пластичности превращения). Сами внутренние напряжения при этом релаксируют. При нагреве деформация возвращается, а внутренние напряжения восстанавливаются.

В силу сказанного для теоретического моделирования ОПФ необходимо записать уравнения для неупругой деформации, связанной с аккомодацией мартенсита, и для соответствующих противодействующих сил (напряжений). Такая модель сформулирована в работе [2]. Выяснилось, что введение в рассмотрение пластической аккомодации позволяет удовлетворительно описывать недовозврат при нагреве предварительно заданной деформации, зависимость накопленной деформации от числа термо-