дифференциальных включений (1) и (5) существуют решения, определенные на всем отрезке времени T , и $H_G(x_0) = H_{\text{co}G}(x_0)$.

Рассмотрим дифференциальное включение

$$\dot{x} \in F_\lambda(t, x) + \text{co}G(t, x), x(t_0) = x_0,$$

множество решений которого обозначим $H_{\text{co}G}^\lambda(x_0)$.

Т е о р е м а 4. Пусть выполняются условия теоремы 3. Тогда существуют числа k и λ' такие, что для любого $\lambda \in (0, \lambda']$ справедливо равенство $\overline{H_G^\lambda(x_0)} = H_{\text{co}G}^\lambda(x_0)$ и неравенство $h_C(\overline{H_G(x_0)}, H_{\text{co}G}^\lambda(x_0)) \leq k\sqrt{\lambda}$.

В заключение отметим, что для управляемых систем отображение $F(t, x)$ может описывать многозначные возмущения или разрывные характеристики системы, а отображение $G(t, x)$ — ограничение на управление $u \in G(t, x)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Куратовский К. Топология. К. Куратовский М.: Мир, 1969. Т.2 624 с.
2. Финогенко И.А. О непрерывных аппроксимациях и правосторонних решениях дифференциальных уравнений с кусочно непрерывной правой частью // Дифференциальные уравнения. 2005. Т. 41. № 5. С. 647–655.

Поступила в редакцию 10 апреля 2011 г.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа поддержана СО РАН (интеграционный проект № 85) и Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 10–01–00132).

Novitskiy V.I. Theorems on approximation and relaxation for differential inclusions. In this article we obtain estimation for solution sets of differential inclusion by means of Iosida approximation. Questions of existence of the solution of differential inclusions with non-convex right hand side are considered. Theorem of density of solution set is given. Relations between solution sets initial and approximate inclusion are also established.

Key words: differential inclusion; Iosida approximation; one sided Lipschitz condition; relaxation.

Новицкий Вадим Иванович, Институт динамики систем и теории управления СО РАН, г. Иркутск, Российская Федерация, аспирант, e-mail: vadnov@icc.ru.

УДК 517.5

ON FOURIER SERIES OF THE LOADED ORTHOGONAL POLYNOMIALS

© В.Р. Osilenker

Key words: Fourier series; orthogonal polynomials; the loaded orthogonal polynomials; Fourier series of the orthogonal polynomials; the convergence of the Fourier series; Cesaro's summability of the Fourier series.

Fourier series of the loaded orthogonal polynomials are considered. Some results about the convergence and Cesaro's summability are obtained.

Let μ be a finite positive Borel measure supported on the interval $(-1,1)$ with infinitely many points at the support, and let $a_k (k = 1, 2, \dots, m)$ be real numbers such that $a_k \in [-1, 1]$ ($k = 1, 2, \dots, m$). For f and g in $L^2_\mu[-1, 1]$ such that there exist $f(a_k)$ at a_k , we introduce a discrete Sobolev-type inner product

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)d\mu(x) + \sum_{k=1}^m A_k f(a_k)g(a_k), \quad (1)$$

where $(A_k) (k = 1, 2, \dots, m)$ are real nonnegative numbers.

Denote by $q_n(x) (n = 0, 1, 2, \dots)$ the corresponding polynomial system orthonormal with respect to inner product (1). This inner product and the orthonormal polynomial systems play an important role in some problems of functional analysis, theory of function, quantum mechanics, and mathematical physics.

Denote

$$S = \{f(x) : \int_{-1}^1 |f(x)|dx < \infty, f(a_k) (k = 1, 2, \dots, m) \text{ exist}\}.$$

For $f \in S$ its Fourier series in orthonormal polynomial system $q_n(x)$ is written by

$$f(x) \sim \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f)q_k(x), \quad c_k(f) = \langle f, q_k \rangle (k = 0, 1, \dots).$$

Several recent results will be presented on the study of behaviour of the Fourier series in terms of the polynomials $q_n(x)$. For $f \in S$, we prove that the Fourier series converges and by Cesaro's method sums to f on the interval $(-1,1)$.

Поступила в редакцию 10 апреля 2011 г.

Осilenкер Б.П. О рядах Фурье по нагруженным ортогональным полиномам. Изучаются ряды Фурье по нагруженным ортогональным полиномам. Получены результаты о сходимости и суммируемости средними Чезаро.

Ключевые слова: ряды Фурье; ортогональные полиномы; нагруженные ортогональные полиномы; ряды Фурье по ортогональным полиномам; сходимость рядов Фурье; суммируемость рядов Фурье средними Чезаро.

Osilenker Boris Petrovich, Moscow state civil engineering university, Moscow, Russian Federation, professor of Department of mathematics, e-mail: b_osilenker@mail.ru.

УДК 517.97

УПРАВЛЯЕМОСТЬ ТРАЕКТОРИЙ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ФАЗОВЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

© Н.Г. Павлова

Ключевые слова: управляемость траекторий; условие нетривиальности; фазовые ограничения.

Проведено исследование задачи оптимального управления с фазовыми ограничениями. Получены условия, гарантирующие для экстремали выполнение условия нетривиальности.