Let μ be a finite positive Borel measure supported on the interval (-1,1) with infinitely many points at the support, and let $a_k (k = 1, 2, ..., m)$ be real numbers such that $a_k \in [-1, 1]$ $(k = 1, 2, ..., m)$. For f and g in $L^2_\mu[-1, 1]$ such that there exist $f(a_k)$ at a_k, we introduce a discrete Sobolev-type inner product

$$< f, g >= \int_{-1}^{1} f(x)g(x)d\mu(x) + \sum_{k=1}^{m} A_k f(a_k)g(a_k), \tag{1}$$

where (A_k) $(k = 1, 2, ..., m)$ are real nonnegative numbers.
Denote by $q_n(x)$ $(n = 0, 1, 2, ...)$ the corresponding polynomial system orthonormal with respect to inner product (1).This inner product and the orthonormal polynomial systems play an important role in some problems of functional analysis, theory of function, quantum mechanics, and mathematical physics.
Denote

$$S = \{f(x) : \int_{-1}^{1} |f(x)|dx < \infty, f(a_k) \quad (k = 1, 2, ..., m) \text{ exist}\}.$$

For $f \in S$ its Fourier series in orthonormal polynomial system $q_n(x)$ is written by

$$f(x) \sim \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f)q_k(x), \quad c_k(f) =< f, q_k > (k = 0, 1, ...).$$

Several recent results will be presented on the study of behaviour of the Fourier series in terms of the polynomials $q_n(x)$. For $f \in S$, we prove that the Fourier series converges and by Cesaro's method sums to f on the interval (-1,1).

Поступила в редакцию 10 апреля 2011 г.

Осиленкер Б.П. О рядах Фурье по нагруженным ортогональным полиномам. Изучаются ряды Фурье по нагруженным ортогональным полиномам. Получены результаты о сходимости и суммируемости средними Чезаро.

Ключевые слова: ряды Фурье; ортогональные полиномы; нагруженные ортогональные полиномы; ряды Фурье по ортогональным полиномам; сходимость рядов Фурье; суммируемость рядов Фурье средними Чезаро.

Osilenker Boris Petrovich, Moscow state civil engineering university, Moscow, Russian Federation, professor of Department of mathematics, e-mail: b_osilenker@mail.ru.

УДК 517.97

УПРАВЛЯЕМОСТЬ ТРАЕКТОРИЙ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ФАЗОВЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

© **Н.Г. Павлова**

Ключевые слова: управляемость траекторий; условие нетривиальности; фазовые ограничения.

Проведено исследование задачи оптимального управления с фазовыми ограничениями. Получены условия, гарантирующие для экстремали выполнение условия нетривиальности.

Исследуется задача оптимального управления с фазовыми ограничениями:

$$\dot{x} = f(x,u,t);\ t \in [t_1,t_2]; \quad u(t) \in U\ \dot{\forall} t; \tag{1}$$

$$k^1(p) \leqslant 0;\ k^2(p) = 0;\ p = (t_1,t_2,x_1,x_2); \tag{2}$$

$$x_i = x(t_i),\ i = 1,2; \tag{3}$$

$$G(x,t) \leqslant 0; \tag{4}$$

$$J = J(p,u) = k^0(p) + \int_{t_1}^{t_2} f^0(x,u,t)dt \to min. \tag{5}$$

Здесь x — фазовая переменная, принимающая значения в n-мерном арифметическом пространстве $\mathbb{R}^n$, $u = (u_1,u_2,\ldots,u_m) \in \mathbb{R}^m$ — управление, f^0 — скалярная функция, а векторные функции f, G, k^1 и k^2 принимают значения в пространствах $\mathbb{R}^n$, $\mathbb{R}^d$, $\mathbb{R}^{d_1}$ и $\mathbb{R}^{d_2}$ соответственно, где n,m,d,d_1,d_2 — заданные натуральные числа. Неравенства $k^1(p) \leqslant 0$ и $G(x,t) \leqslant 0$ понимаются как выполняющиеся покоординатно.

Для любых фиксированных (x,t) вектор-функция f линейна по переменной u, а функция f^0 выпукла по u.

Все функции, определяющие задачу, достаточно гладкие.

Допустимое управление — измеримая и существенно ограниченная функция $u(t)$, $t_1 \leqslant t \leqslant t_2$, для которой $u(t) \in U\ \dot{\forall} t$ (для п.в. t). Здесь U — выпуклый компакт.

Концевые и фазовые ограничения регулярны. Фазовые ограничения согласованы с концевыми.

Минимум в рассматриваемой задаче ищется среди всевозможных, определенных каждое на своем конечном отрезке времени, решений (1), удовлетворяющих концевым и фазовым ограничениям (2), (4).

Для задачи (1)–(5) доказан принцип максимума при предположении r-слабой управляемости исследуемой траектории в концевых точках.

Получены условия, гарантирующие для экстремали выполнение условия нетривиальности.

Доказан принципа максимума для более широкого класса задач с фазовыми ограничениями при различных предположениях об управляемости траекторий.

Поступила в редакцию 10 апреля 2011 г.

Pavlova N.G. Controllability of trajectories in state-constrained optimal control problems. The state-constrained optimal control problem was studied. Conditions for non-triviality of extremals were obtained.

Key words: controllability of trajectories; non-triviality condition; state-constrains.

Павлова Наталья Геннадьевна, Российский университет Дружбы народов, г. Москва, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, ассистент кафедры нелинейного анализа и оптимизации, e-mail: natasharussia@mail.ru.