С помощью элетронного учебника обучающийся может:
— изучить теорию;
— пройти тренаж по теории;
— разобрать основные примеры;
— пройти тренаж по решению задач;
— посмотреть глоссарий;
— посмотреть иллюстрации;
— пройти заключительный контроль.

Основной принцип, заложенный при разработке этого учебника — максимально полная, глубокая проработка материала, организация необходимого количества внутренних и внешних связей и, наконец, представление его в таком виде и с таким интерфейсом, которые позволяли бы обучаемым наиболее эффективно использовать данный учебный материал при дистанционном обучении.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зимина О.В.* Печатные и электронные учебные издания в современном высшем образовании: Теория, методика, практика. М.: Изд-во МЭИ, 2003.
2. *Соловов А.В.* Электронное обучение: проблематика, дидактика, технология. Самара: Новая Техника, 2006.
3. *Демкин В.П., Можаева Г.В.* Классификация образовательных электронных изданий: основные принципы и критерии. Методическое пособие для преподавателей. Томск, 2003.

Поступила в редакцию 10 апреля 2011 г.

Abramova J.N. Basic principles of higher mathematics electronic textbook creation. This paper presents the basic principles used in design of electronic textbook on the course «Computation Mathematics» for MIREA distance learning.

Key words: electronic textbook; e-book; computation mathematics; distanct learning; e-learning.

Абрамова Юлия Николаевна, Московский государственный институт радиотехники, электроники, автоматики (технический университет), г. Москва, Российская Федерация, соискатель кафедры высшей математики–2, e-mail: ulya.abramova@gmail.com.

УДК 519.676–621.391

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ СО СЛУЧАЙНЫМИ ИЗМЕНЕНИЯМИ СТРУКТУРЫ

© **Т.А. Аверина**

Ключевые слова: стохастические мультиструктурные системы; системы со случайной структурой; задача анализа; обобщенные уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова; метод статистического моделирования; спектральный метод.

Рассматриваются два метода решения задачи анализа систем управления со случайными изменениями структуры: метод статистического моделирования и спектральный метод. В работе изложены алгоритмы решения задачи анализа. Сравнение и эффективность методов демонстрируются на решении модельных примеров.

Рассмотрим процесс $[\mathbf{y}(t), s(t)]^T$, где $s(t)$ — дискретный случайный процесс с конечным множеством состояний $\{1, 2, \ldots, S\}$, S — число структур системы, а $\mathbf{y}(t)$ — n-мерный непрерывный случайный процесс, описываемый при условии $s(t) = l$ стохастическим дифференциальным уравнением (СДУ) в форме Стратоновича [1]:

$$d\mathbf{y}(t) = a^l\big(t, \mathbf{y}(t)\big)dt + \sigma^l\big(t, \mathbf{y}(t)\big)d\mathbf{w}(t), \quad \mathbf{y}(t_0) = \mathbf{y}_0, \tag{1}$$

или в эквивалентной форме Ито:

$$d\mathbf{y}(t) = f^l\big(t, \mathbf{y}(t)\big)dt + \sigma^l\big(t, \mathbf{y}(t)\big)d\mathbf{w}(t), \quad \mathbf{y}(t_0) = \mathbf{y}_0. \tag{2}$$

Здесь $t \in [t_0, T]$; $\mathbf{w}(t)$ — m-мерный стандартный винеровский процесс, не зависящий от $\mathbf{y}_0$; $a^l(t, \mathbf{y})$, $f^l(t, \mathbf{y}) : [t_0, T] \times \mathrm{R^n} \to \mathrm{R^n}$ — вектор-функции размера n, связанные соотношением [1]

$$f_i^l(t, \mathbf{y}) = a_i^l(t, \mathbf{y}) + \frac{1}{2}\sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2=1}^{m}\frac{\partial \sigma_{ij_2}^l(t, \mathbf{y})}{\partial y_{j_1}}\sigma_{j_1 j_2}^l(t, \mathbf{y}), \quad i = 1, \ldots, n,$$

$\sigma^l(t, \mathbf{y}) : [t_0, T] \times R^n \to R^{n\times m}$ — матричная функция размера $n \times m$; l — номер структуры, $l = 1, 2, \ldots, S$.

Заметим, что если $\sigma^l(t, \mathbf{y})$ не зависит от $\mathbf{y}$, то функции $f^l(t, \mathbf{y})$ и $a^l(t, \mathbf{y})$ совпадают. Если есть управление, то оно входит в $f^l(t, \mathbf{y})$ или в $a^l(t, \mathbf{y})$.

Вероятность перехода дискретного случайного процесса $s(t)$ удовлетворяет условию [1]:

$$\begin{aligned}
&P\big(s(t+\Delta t) = r \mid s(t) = l,\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{y}\big) = \nu_{lr}(t, \mathbf{y})\Delta t + o(\Delta t),\\
&P\big(s(t+\Delta t) = l \mid s(t) = l,\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{y}\big) = 1 - \nu_{ll}(t, \mathbf{y})\Delta t + o(\Delta t),\\
&s(t_0) = s_0, \quad l, r = 1, 2, \ldots, S, \quad l \neq r,
\end{aligned} \tag{3}$$

где функция $\nu_{lr}(t, \mathbf{y}) : [t_0, T] \times R^n \to [0, +\infty)$ называется *интенсивностью перехода*, причем $\nu_{ll}(t, \mathbf{y}) = \sum_{r=1\neq l}^{S} \nu_{lr}(t, \mathbf{y})$. Наиболее полной вероятностной характеристикой расширенного вектора состояния является упорядоченная совокупность *ненормированных плотностей распределения* $p^{*l}(t, \mathbf{y})$ вектора состояния, $l = 1, 2, \ldots, S$, удовлетворяющих условию

$$\sum_{l=1}^{S}\int_{R^n} p^{*(l)}(t, \mathbf{y})d\mathbf{y} = 1, \quad t \in [t_0, T].$$

Известно [1], что ненормированные плотности распределения $p^{*l}(t, \mathbf{y})$ удовлетворяют системе обобщенных уравнений Фоккера–Планка–Колмогорова:

$$\frac{\partial p^{*l}(t, \mathbf{y})}{\partial t} = -\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial y_i}\Big[f_i^l(t, \mathbf{y})p^{*l}(t, \mathbf{y})\Big] + \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n}\frac{\partial^2}{\partial y_i \partial y_j}\Big[g_{ij}^l(t, \mathbf{y})p^{*l}(t, \mathbf{y})\Big] -$$

$$- \nu_{ll}(t, \mathbf{y})p^{*l}(t, \mathbf{y}) + \sum_{r=1\neq l}^{S}\nu_{rl}(t, \mathbf{y})p^{*r}(t, \mathbf{y}), \quad l = 1, 2, \ldots, S,$$

с начальными и краевыми условиями

$$p^{*l}(t, \mathbf{y})\Big|_{t=t_0} = p_0^{*l}(\mathbf{y}), \quad p^{*l}(t, \mathbf{y})\Big|_{\mathbf{y}=\pm\infty} = 0, \quad l = 1, 2, \ldots, S,$$

где $g_{ij}^l(t, \mathbf{y})$ — элементы матрицы диффузии $g^l(t, \mathbf{y}) = \sigma^l(t, \mathbf{y})[\sigma^l(t, \mathbf{y})]^T$.

Таким образом, *задача анализа* систем, описываемых уравнениями (1), (3) $\big($или (2), (3)$\big)$, состоит в нахождении ненормированных плотностей распределения $p^{*l}(t,\mathbf{y})$ вектора состояния по заданным функциям $a^l(t,\mathbf{y})$ $\big($или $f^l(t,\mathbf{y})\big)$, $\sigma^l(t,\mathbf{y})$, интенсивностям $\nu_{lr}(t,\mathbf{y})$ и ненормированным плотностям распределения $p_0^{*l}(\mathbf{y})$; $l,r=1,2,\ldots,S$.

Для решения задачи анализа использовались два метода: метод статистического моделирования [2] и спектральный метод [3]. На двух задачах проведено сравнение этих методов. Решалась задача анализа релейной следящей системы управления и задача стабилизации малого искусственного спутника, находящегося под действием гравитационного и управляющего моментов [4]. Значение результатов состоит в том, что оценки метода статистического моделирования являются асимптотически несмещенными, этим самым и обеспечивая контроль спектрального метода.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Казаков И.Е., Артемьев В.М., Бухалев В.А.* Анализ систем случайной структуры. М.: Физматлит, 1993.

2. *Averina T.A.* Algorithm of statistical simulation of dynamic systems with distributed change of structure // Monte Carlo Methods and Applications. VSP. The Netherlands. 2004. V. 10. № 3-4. P. 221–226.

3. *Пантелеев А.В., Рыбаков К.А., Сотскова И.Л.* Спектральный метод анализа нелинейных стохастических систем управления. М.: Вузовская книга, 2006.

4. *Рыбаков К.А., Сотскова И.Л., Юдин М.А.* Синтез алгоритмов оптимального управления малым искусственным спутником с учетом возможного отказа управляющего устройства // Теоретические вопросы вычислительной техники и программного обеспечения: Межвуз. сб. науч. тр. М., МИРЭА, 2006. С. 98–103.

Поступила в редакцию 10 апреля 2011 г.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа осуществлена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 09–01–00798, № 11–01–00282).

Averina T.A. Numerical analysis of multistructural control systems of dynamic objects. The statistical simulation method and the spectral method for stochastic multistructural control systems analysis are considered. There are given algorithms for the analysis problem solving. Numerical examples are given to illustrate the efficiency of proposed methods.

Key words: stochastic multistructural systems; switching diffusion; analysis problem; generalized Fokker–Plank–Kolmogorov equations; statistical simulation method; spectral method.

Аверина Татьяна Александровна, Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры вычислительной математики, e-mail: ata@osmf.sscc.ru.

УДК 519.6

ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА ДЛЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО ИМПУЛЬСНОГО УПРАВЛЕНИЯ

© **А.В. Арутюнов, Д.Ю. Карамзин, Ф. Перейра**

Ключевые слова: импульсные управления; принцип максимума.

Исследуется задача обобщенного импульсного управления. Приводится принцип максимума Л.С. Понтрягина.

Нами была исследована задача оптимального импульсного управления со смешанными ограничениями. Наличие импульсных управлений приводит к возможным разрывам фазовой траектории системы. Основным отличительным свойством изученной задачи является возможность управления динамической системой на разрывах фазовой траектории, обусловленных наличием импульсов. Нами предложено новое понятие импульсного управления, которое обобщает известные ранее и позволяет осуществлять такое управление траекторией на ее разрывах. Подобного рода импульсные управления возникают, например, в космическом маневрировании, где масса корабля изменяется скачкообразно из-за расхода топлива на каждое действие ракетных двигателей (что и считается импульсом). Поскольку масса корабля изменяется, то и центр масс и распределение масс корабля изменяется скачкообразно. Однако это стремительное изменение параметров системы подразумевает коррекцию в управлении в момент действия импульса. Поэтому на разрывах динамической системы возникают дополнительные управления. Обобщенное импульсное управление — это обычное импульсное управление плюс указанное семейство управлений на разрывах системы. Для этой задачи оптимального импульсного управления мы получили необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума Л.С. Понтрягина. Сопряженная функция в этом принципе максимума, как и траектория исходной динамической системы, определяется с помощью решения т. н. присоединенных систем, которые возникают в момент импульса. Присоединенная система позволяет вести траекторию и соответствующую сопряженную функцию из принципа максимума на разрыве исходной дифференциальной системы. Общая теорема состоит из целого набора принципов максимума: а) основного принципа максимума, в глобальном времени t исходной динамической системы, и б) принципов максимума для присоединенных систем, рассмотренных для каждого момента импульса в своем локальном времени s присоединенной системы. Все указанные принципы максимума не являются независимыми, но связаны специальными условиями сопряжения, объединяясь тем самым в одну единую теорему — в принцип максимума Понтрягина для задачи импульсного управления. Этот принцип максимума получен при ослабленных предположениях регулярности смешанных ограничений. С результатами можно ознакомиться в [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Арутюнов А.В., Карамзин Д.Ю., Перейра Ф.* Принцип максимума Л.С. Понтрягина для задач оптимального импульсного управления // Доклады Академии наук. 2010. Т. 432. № 4. С. 439–442.

Поступила в редакцию 10 апреля 2011 г.