

УДК 681.335 (07)

## КАЛИБРОВКА ПО НОРМИРОВАННОЙ ВЛАЖНОСТИ

© Е.И. Глинкин, М.Е. Глинкин

**Ключевые слова:** калибровка, нормируемая влажность, характеристики, метрологическая эффективность, параметры, функция, нелинейность, тождественность, модель.  
Рассмотрены калибровки по нормируемой влажности и по независимым характеристикам для повышения метрологической эффективности аналитического контроля пористых материалов.

Калибровка по нормированной влажности (табл. 1) компенсирует нелинейность характеристики  $W_{i0}(I_i)$  при фиксированном значении параметра  $I_0 = \text{const}$ , не равном току  $I_s$  структуры [1–3]. При этом математическая модель  $\{1, 1\}$  с двумя информативными параметрами  $\{W_0, I_s\}$  вырождается в модель  $\{0, 1\}$ :

$$W_i(I_i, I_0, W_{i0}) = W_{i0}(1 - I_0/I_i), \quad (1)$$

предполагающую калибровку функции нормированной влажности  $W_{i0}$ , учитывающей неопределенность параметра  $I_0$ .

Нелинейность  $\eta_w$  функции  $W_{i0}(I_i)$  следует из закономерностей калибровки, требующей тождественности измеряемых  $I_i$  и нормируемых  $I_{di}$  величин токов  $I_i = I_{di}$  образцов с контролируемой  $W_i$  и известной  $W_{0i}$  влажностью  $W_i = W_{0i}$ , представленных системой уравнений моделей  $\{0, 1\}$  (1) и  $\{1, 1\}$ :

$$\begin{cases} W_i(I_i, I_0, W_{i0}) = W_{i0}(1 - I_0/I_i); \\ W_{0i}(I_{di}, I_s, W_0) = W_0(1 - I_s/I_{di}). \end{cases} \quad (2)$$

С учетом тождественности токов и влажности находим равенство

$$W_{i0}(1 - I_0/I_i) = W_0(1 - I_s/I_i),$$

из которого получают калибровочную характеристику

$$W_{i0}(I_i, I_s, W_0) = W_0 \eta_w \quad (3)$$

с искомой нелинейностью

$$\eta_w = \frac{I_i - I_s}{I_i - I_0}. \quad (4)$$

Функция (4) компенсирует неопределенность параметра  $I_0$  за счет нелинейного нормирования характеристики (3).

Тождественность  $W_{i0} = W_0$  отражает линейность преобразования характеристики (3.57) при равенстве единице выражения (3.58), из которого следует

$$I_i - I_0 = I_i - I_s,$$

а после сокращения подобных членов – условие эквивалентности

$$I_0 = I_s, \quad (5)$$

исключающее неопределенность.

Анализ нелинейности (4) показывает, что только при условии эквивалентности (5) модель (1) с калибровочной характеристикой (3), компенсирующей неопределенность параметра  $I_0$  в адресном пространстве  $\{0, 1\} = \{W_{i0}, I_0\}$ , трансформируется в модель с двумя информативными параметрами  $\{W_0, I_s\}$  с кодом  $\{1, 1\}$ .

Калибровочная характеристика (3) оптимизируется к линейной функции при расчете двух информативных параметров  $\{W_0, I_s\}$  для заданного коэффициента  $I_0$  и измеряемого тока  $I_i, I_{i+1}$  в адаптивном диапазоне на образцах с известной влажностью  $W_{i0}, W_{i0+1}$  на его границах. Алгоритмы расчета информативных параметров находят при решении системы из двух уравнений, организованных из характеристики (3) для калибровки по  $i$ -му и  $(i+1)$ -му образцам:

$$\begin{cases} W_{i0} = W_0 \frac{I_i - I_s}{I_i - I_0}; \\ W_{i+1,0} = W_0 \frac{I_{i+1} - I_s}{I_{i+1} - I_0}. \end{cases} \quad (6)$$

Поделим одно уравнение системы (3.60) на другое для поиска параметра тока  $I_s$  и приведем к виду:

$$W_{i0}(I_i - I_0)(I_{i+1} - I_s) = W_{i+1,0}(I_{i+1} - I_0)(I_i - I_s).$$

Суммируем подобные члены:

$$I_s[W_{i+1,0}(I_{i+1} - I_0) - W_{i0}(I_i - I_0)] = \\ = W_{i+1,0}(I_{i+1} - I_0)I_i - W_{i0}(I_i - I_0)I_{i+1}$$

и после деления правой части уравнения на левую получим алгоритм вычисления информативного параметра  $I_s$  – минимального тока структуры

$$I_s = \frac{W_{i+1,0}(I_{i+1} - I_0)I_i - W_{i0}(I_i - I_0)I_{i+1}}{W_{i+1,0}(I_{i+1} - I_0) - W_{i0}(I_i - I_0)}. \quad (7)$$

Учитывая выражение (1), алгоритм (7) преобразуется к калибровке по известной влажности  $W_{0i}$ ,  $W_{0i+1}$  образцов границ адаптивного диапазона:

$$I_s = \frac{W_{0i+1} - W_{0i}}{W_{0i+1}/I_i - W_{0i+1}/I_{i+1}}. \quad (8)$$

Алгоритм расчета параметра  $W_0$  найдем из решения системы уравнений токов:

$$\begin{cases} I_i = I_s / (1 - W_{0i}/W_0); \\ I_{i+1} = I_s / (1 - W_{0,i+1}/W_0), \end{cases} \quad (9)$$

полученной из системы (6) с учетом модели (1) и тождества калибровки  $W_i = W_{0i}$ . Приравняем уравнения системы (9) относительно тока  $I_s$  структуры:

$$I_i(1 - W_{0i}/W_0) = I_{i+1}(1 - W_{0,i+1}/W_0),$$

объединяем подобные члены:

$$(I_{i+1}W_{0i+1} - I_iW_{0i})/W_0 = I_{i+1} - I_i$$

и после преобразования выразим алгоритм расчета параметра  $W_0$  через нормированные значения образцов:

$$W_0 = \frac{I_{i+1}W_{0i+1} - I_iW_{0i}}{I_{i+1} - I_i}. \quad (10)$$

Алгоритм (10) тождественен эквиваленту по модели  $\{1, 1\}$ , а для аппроксимации желаемой функции по калибровочной характеристике (3) модели  $\{0, 1\} = \{W_{i0}, I_0\}$  учтем тождество  $W_{0i} = W_i$  и выражение (1):

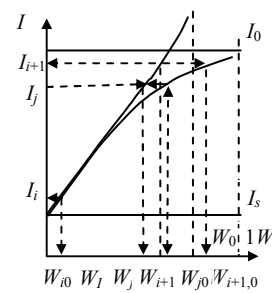
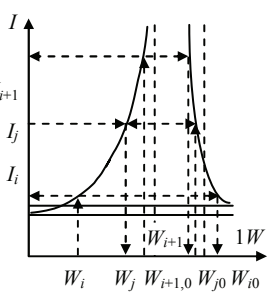
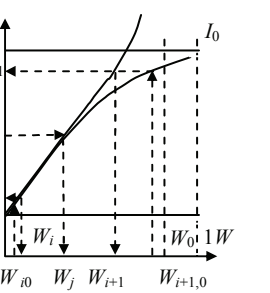
$$W_0 = \frac{I_{i+1}W_{i+1,0}(1 - I_0/I_{i+1}) - I_iW_{i0}(1 - I_0/I_i)}{I_{i+1} - I_i}.$$

После перемножения находим алгоритм расчета информативного параметра  $W_0$  – нормируемого максимума влаги:

$$W_0 = \frac{W_{i+1,0}(I_{i+1} - I_0) - W_{i0}(I_i - I_0)}{I_{i+1} - I_i}. \quad (11)$$

Таблица 1

Модель калибровки  $\{W_{i0}, I_0\} = \{0, 1\}$ 

|                          | 1. Низкая влажность                                                                 | 2. Высокая влажность                                                                | 3. $\{0, 1\}/\{1, 1\}$                                                                |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| а) Характеристики        |  |  |  |
| б) Модели влажности      | $W_j(I_j, W_{j0}, I_0) =$<br>$= W_{j0}(1 - I_0/I_j)$<br>$I_i < I_j < I_{i+1} < I_0$ | $W_j(I_j, W_{j0}, I_0) =$<br>$= W_{j0}(1 - I_0/I_j)$<br>$I_0 < I_i < I_j < I_{i+1}$ | $W_j(I_j, W_0, I_s) =$<br>$= W_0(1 - I_s/I_j) =$<br>$= W_{j0}(1 - I_0/I_j)$           |
| в) Калибровка            | $W_{i0}(I_i, I_s, W_0) =$<br>$= W_0 \frac{I_i - I_s}{ I_i - I_0 }$                  | $W_{i0}(I_i, I_s, W_0) =$<br>$= W_0 \frac{I_i - I_s}{I_i - I_0}$                    | $W_{i0}(I_i, I_s, W_0) =$<br>$= W_0 \frac{I_i - I_s}{ I_i - I_0 }$                    |
| г) Алгоритмы оптимизации | $I_s(I_i, W_i[W_{i0}, I_0])$<br>$i = 1, 2$<br>$W_0(I_i, W_i[W_{i0}, I_0])$          | $I_s(I_i, W_{i0}, W_i)$<br>$W_0(I_i, W_{i0}, W_i)$                                  | $I_s(I_i, I_0, W_{i0})$<br>$i = 1, 2$<br>$W_0(I_i, I_0, W_{i0})$                      |

Алгоритмы (7) и (11) показывают, что:

- аппроксимация желаемой функции по модели  $\{0, 1\}$  сводится к калибровке характеристики (3) при оптимизации параметров  $\{W_0, I_s\}$  по комплексу физических величин  $\{I_i, W_{i0}, I_0\}$  для  $i$ -х образцов границ адаптивного диапазона;

- функция (4) отражает нелинейность характеристики нормируемого максимума влажности  $W_{i0}$ , компенсирующую неопределенность постоянной  $I_0 \neq I_s$  и регламентирующую линейность калибровки для оптимальных значений  $\{W_{i0}, I_0\}$ , тождественных информативным параметрам  $\{W_0, I_s\}$ ;

- нелинейность характеристики (4) возрастает пропорционально увеличению значения постоянной  $I_0$ , что повышает чувствительность калибровки (3);

- калибровочная характеристика (3) – разрывная функция, которая стремится к бесконечности при обнулении знаменателя нелинейности (4) для тождественных токов  $I_i = I_0$  и соответствует инверсным обратным функциям в отрицательной и положительной области нормируемого максимума  $W_{i0}$ ;

- характеристика (3) нормируемой влажности равна нулю при тождественности токов  $I_i = I_s$  в числителе нелинейности (4), что соответствует минимальному току структуры образца сухой древесины при нулевой влажности;

- калибровка по нормированной влажности модели  $\{0, 1\} = \{W_{i0}, I_0\}$ , в отличие от моделирования с кодом  $\{1, 0\} = \{I_s, I_{is}\}$ , значительно сложнее из-за инверсных характеристик разрывной функции в отрицательной и положительной областях ненормированного диапазона  $[0, \infty] = W_{i0}$ . Калибровка по характеристике

тока структуры модели  $\{1, 0\}$  более предпочтительна модели  $\{0, 1\}$  из-за подобию функций предельного  $I_i$  и структурного  $I_{is}$  токов, изменяющихся в относительных координатах влажности унитарного диапазона  $\{0, 1\} = W_{i0}$  образцов с известными характеристиками.

Метрологическая и технологическая эффективность снижается при аппроксимации по модели  $\{0, 1\}$  из-за неявной оценки информативных параметров  $\{W_0, I_s\}$  по алгоритмам их оптимизации относительно известных мер образцов границ адаптивного диапазона.

#### КАЛИБРОВКА ПО ЗАВИСИМЫМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ

Калибровка по зависимым характеристикам (табл. 2) максимума влажности  $W_{i0}$  и минимума тока  $I_{is}$  организуется по математической модели  $\{0, 0\} = \{W_{i0}, I_{is}\}$ :

$$W_i = W_{i0}(1 - I_{is}/I_i), \quad (12)$$

сформированной из модели  $\{1, 1\}$  с информативными параметрами  $\{W_0, I_s\}$

$$W_{0i} = W_0(1 - I_s/I_{di}) \quad (13)$$

при неопределенном их значении. Сложность аппроксимации желаемой функции зависимостью (12) обусловлена калибровкой по двум зависимым характеристикам  $W_{i0}$  и  $I_{is}$  с общим решением, выявляемым

итерационным анализом методом последовательного приближения.

Вспомогательные калибровочные характеристики моделируют из совместного решения уравнений (12) и (13) для закономерных тождественных значений влажности  $W_i = W_{0i}$  и токов  $I_i = I_{di}$  образцов с известными характеристиками  $i$  и  $(i+1)$ -й границ адаптивного диапазона:

$$\begin{cases} D_W = W_{0i+1} - W_{0i}; \\ D_I = I_{i+1} - I_i. \end{cases} \quad (14)$$

Тождественность влажностей  $W_i = W_{0i}$  из моделей (12) и (13) реализует характеристику нормируемой влажности  $W_{i0}$ :

$$W_{i0} = W_0 \frac{I_i - I_s}{I_i - I_{is}}, \quad (15)$$

а тождественность токов  $I_i = I_{di}$  приводит к синтезу характеристики минимума структурного тока  $I_{is}$ :

$$I_{is} = I_s \frac{1 - W_{0i}/W_{i0}}{1 - W_{0i}/W_0}. \quad (16)$$

Анализ выражений (15) и (16) показывает взаимозависимость дополнительных калибровочных характеристик  $W_{i0}$  и  $I_{is}$  и их связь с информативными параметрами  $\{W_0, I_s\}$  и нормированными величинами  $\{W_{0i}, I_i\}$ . Общее решение уравнений (15), (16) находят итерационным анализом, а алгоритмы параметрической оптимизации

$\{W_0, I_s\}$  выводят из калибровки характеристик (15) и (16) по  $i$  и  $(i+1)$ -м образцам верхней и нижней границ адаптивного диапазона  $D_W$  и  $D_I$ .

Алгоритм расчета параметра  $I_s$  следует из решения системы уравнений (15) для  $i$  и  $(i+1)$ -х измерений на образцах границ диапазона:

$$\begin{cases} W_{i0} = W_0 \frac{I_i - I_s}{I_i - I_{is}}; \\ W_{i+1,0} = W_0 \frac{I_{i+1} - I_s}{I_{i+1} - I_{i+1,s}}. \end{cases} \quad (17)$$

Поделим одно уравнение системы (17) на второе и сгруппируем подобные члены:

$$W_{i+1,0}(I_{i+1} - I_{i+1,s})(I_i - I_s) = W_{i0}(I_i - I_{is})(I_{i+1} - I_s).$$

Разделим между собой переменные относительно параметра  $I_s$ :

$$\begin{aligned} I_s [W_{i+1,0}(I_{i+1} - I_{i+1,s}) - W_{i0}(I_i - I_{is})] = \\ = W_{i+1,0}(I_{i+1} - I_{i+1,s})I_i - W_{i0}(I_i - I_{is})I_{i+1} \end{aligned}$$

и выразим алгоритм расчета информативного параметра минимума тока структуры:

Таблица 2

Модель калибровки  $\{0, 0\} = \{W_{j0}, I_{js}\}$ 

|                   | 1. $I_i$                                                                                           | 2. $W_{i0}$                                                                       | 3. $I_{is}$                                                                                           |
|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| а) Характеристики |                                                                                                    |                                                                                   |                                                                                                       |
| б) Модели         | $W_j(I_j, W_{j0}, I_{js})$<br>$W_{j0}(1 - I_{js}/I_j)$                                             | $W_{i0}(I_i, I_{is}, W_0, I_s)$<br>$W_0 \frac{I_i - I_s}{I_i - I_{is}}$           | $I_{is}(W_i, W_{i0}, W_0, I_s)$<br>$I_s \frac{1 - W_i/W_{i0}}{1 - W_i/W_0}$                           |
| в) Аппроксимация  | $W_{j0} = W_0 \frac{I_j - I_s}{I_j - I_{js}}$<br>$I_{js} = I_s \frac{1 - W_j/W_{j0}}{1 - W_j/W_0}$ | $I_{is}(I_i, W_{i0}, W_0, I_s)$<br>$I_i - \frac{W_0}{W_{i0}}(I_i - I_s)$          | $W_{i0}(W_i, W_{is}, W_0, I_s)$<br>$\frac{W_i}{1 - I_{is} \left(1 - \frac{W_i}{W_{is}}\right) / I_s}$ |
| г) Параметры      | $W_0(I_i, W_{i0}, I_{is})$<br>$i = \overline{1, n}$<br>$I_s(I_i, W_{i0}, I_{is})$                  | $W_0(I_i, W_{i0}, I_{is})$<br>$i = \overline{1, n}$<br>$I_s(I_i, W_{i0}, I_{is})$ | $W_0(I_i, W_{i0}, I_{is})$<br>$i = \overline{1, n}$<br>$I_s(I_i, W_{i0}, I_{is})$                     |

$$I_s = \frac{W_{i+1,0}(I_{i+1} - I_{i+1,s})I_i - W_{i0}(I_i - I_{is})I_{i+1}}{W_{i+1,0}(I_{i+1} - I_{i+1,s}) - W_{i0}(I_i - I_{is})}. \quad (18)$$

Алгоритм (18) показывает зависимость тока  $I_s$  структуры от полного тока  $I_i$  и значений характеристик  $W_{i0}, I_{is}$  для  $i$  и  $(i+1)$ -х границ диапазонов  $\{D_W, D_I\}$ , т. е.  $I_s\{I_i, W_{i0}, I_{is}\}$ , и лишь в неявной форме параметр  $I_s$  зависит от известных значений  $W_{0i}, W_{0i+1}$  влажности образцов.

Учитывая зависимость (12) и тождественность влажностей  $W_i = W_{0i}$ , несложно преобразовать алгоритм (18) к стандартному виду калибровки по модели  $\{1, 1\}$ :

$$I_s = \frac{W_{0i+1} - W_{0i}}{W_{0i+1}/I_i - W_{0i}/I_{i+1}}, \quad (19)$$

т. к. выразив в числителе и знаменателе (18) подобные члены  $I_i, I_{i+1}$ , после их сокращения получаем зависимость:

$$I_s = \frac{W_{i+1,0}(1 - I_{i+1,s}/I_{i+1}) - W_{i0}(1 - I_{is}/I_i)}{W_{i+1,0}(1 - I_{i+1,s}/I_{i+1})/I_i - W_{i0}(1 - I_{is}/I_i)/I_{i+1}},$$

которая преобразуется к выражению (19).

Калибровочная зависимость (16) удобна для вывода алгоритма оптимизации  $W_0$  из системы уравнений для  $i$  и  $(i+1)$ -х измерений на образцах грани диапазона:

$$\begin{cases} I_{is} = I_s \frac{1 - W_{0i}/W_{i0}}{1 - W_{0i}/W_0}; \\ I_{i+1,s} = I_s \frac{1 - W_{0i+1}/W_{i+1,0}}{1 - W_{0i+1}/W_0}. \end{cases} \quad (20)$$

С учетом модели (12) систему (20) можно представить (после подстановки  $I_s$  из одного уравнения в другое) в виде выражения:

$$(W_{0i+1}I_{i+1} - W_{0i}I_i)/W_0 = I_{i+1} - I_i,$$

из которого следует алгоритм расчета параметра  $W_0$  для калибровки по модели  $\{1, 1\}$  относительно нормированных значений  $\{I_i, W_{0i}\}$  и  $\{I_{i+1}, W_{0i+1}\}$ . Используя закономерность тождественности  $W_i = W_{0i}$  и модель (3.66), получаем зависимость:

$$W_0 = \frac{I_{i+1}W_{i+1,0}(1 - I_{i+1,s}/I_{i+1}) - I_i W_{i0}(1 - I_{is}/I_i)}{I_{i+1} - I_i}.$$

Перемножая в числителе выражения в скобках на соответствующие токи  $I_i, I_{i+1}$ , находим алгоритм оптимизации нормированного максимума влажности  $W_0$  для калибровочных характеристик (15) и (16) математической модели (12) с кодом  $\{0, 0\} = \{W_{i0}, I_{is}\}$ :

$$W_0 = \frac{W_{i+1,0}(I_{i+1} - I_{i+1,s}) - W_{i0}(I_i - I_{is})}{I_{i+1} - I_i}. \quad (21)$$

Из алгоритма (21) очевидна неявная зависимость информативного параметра  $W_0$  от известных норм  $\{W_{0i}, W_{0i+1}\}$  образцов. Искомый параметр  $W_0$  является функцией от зависимых характеристик  $\{W_{i0}, I_{is}\}$  и полного тока  $I_i$  образцов для  $i$  и  $(i+1)$ -х границ диапазонов  $\{D_W, D_I\}$ .

Анализ аппроксимации желаемой функции по модели  $\{0, 0\} = \{W_{i0}, I_{is}\}$  показывает:

– сложность процедуры калибровки из-за использования трех взаимозависимых характеристик  $W_i(I_i, W_{i0}, W_{is}), W_{i0}(I_i, I_{is})$  и  $I_{is}(W_{0i}, W_{i0})$  в отличие от двух и

одной по моделям с кодами  $\{0, 1\} = \{W_{i0}, I_0\}, \{1, 0\} = \{W_0, I_{si}\}$  и  $\{1, 1\} = \{W_0, I_s\}$ ;

– неявную связь информативных параметров  $\{W_0, I_s\}$  от нормированных значений образцов  $\{W_{0i}, W_{0i+1}\}$  для  $i$  и  $(i+1)$ -х границ диапазонов  $\{D_W, D_I\}$  при их регламентации от взаимозависимых значений характеристик  $\{W_{0i}, I_{is}\}$ ;

– низкую метрологическую и технологическую эффективность аналитического контроля из-за иррациональных аппроксимаций по итерационным алгоритмам последовательного приближения субъективных мер измерения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Глинкин Е.И., Глинкин М.Е. Технология АЦП. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2008. 140 с.
2. Глинкин Е.И. Схемотехника АЦП. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2009. 160 с.
3. Глинкин Е.И., Глинкин М.Е. Метрологические средства // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2009. Т. 14. Вып. 3. С. 515-520.

Поступила в редакцию 19 февраля 2011 г.

Glinkin E.I., Glinkin M.E. Calibration on normed humidity

The calibrations on normed humidity and on independent characteristics for rise of metrological effectiveness of analytical control of pore materials are viewed.

*Key words:* calibration; normed humidity; characteristics; metrological effectiveness; parameters; function; non-linearity; identity; model.