УДК 004.421

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С КУСОЧНО-НЕПРЕРЫВНЫМИ ПРАВЫМИ ЧАСТЯМИ С ПОМОЩЬЮ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА [1]

© **М. А. Рыбаков**

Ключевые слова: алгоритм решения систем дифференциальных уравнений, система дифференциальных уравнений, преобразование Лапласа.
В работе рассматривается алгоритм решения систем линейных дифференциальных уравнений с кусочно-непрерывными правыми частями с помощью преобразования Лапласа, приводятся примеры решения таких систем.

1 Введение

Одной из актуальных задач компьютерной алгебры является задача решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. В работе [1] был рассмотрен случай, когда в правой части системы стоят непрерывные функции. С практической точки зрения наибольший интерес представляет система уравнений с кусочно-непрерывными правыми частями. Эта задача решается в системе компьютерной алгебры ParCA.

2 Алгоритм решения систем линейных дифференциальных уравнений с кусочно-непрерывными правыми частями

Приведём схему алгоритма.

Прямое преобразование Лапласа.

1. Преобразование левой части системы дифференциальных уравнений. В результате прямого преобразования Лапласа левая часть системы дифференциальных уравнений преобразуется в матрицу полиномов $A(p)$ одной действительной переменной p.

2. Преобразование правой части системы дифференциальных уравнений. Каждая функция в правой части разбивается на отдельные слагаемые и для каждого слагаемого применяется табличная функция для вычисления прямого преобразования Лапласа. Результатом будут целые и дробно-рациональные выражения с действительной переменной p. Причем в полученные выражения могут входить Гамма-функции.

3. Формирование объектов (K) для хранения дробно-рациональных выражений с Гамма-функциями.

[1]Работа выполнена при поддержке программы «Развитие потенциала высшей школы» (проект 2.1.1/1853).

4. Добавление в правую часть слагаемых, соответствующих начальным условиям для системы дифференциальных уравнений. Эти слагаемые являются полиномами переменной p.

5. Вычисление для матрицы $A(p)$ присоединённой матрицы $A(p)^*$ и определителя $det(A(p))$.

6. Вычисление комплексных корней полинома $det(A(p))$ с заданной точностью и разложение дроби $1/det(A(p))$ в сумму простых дробей в комплексной области.

7. Формирование столбца V, каждый элемент которого состоит из сумм преобразованных правых частей системы и преобразованных начальных условий.

8.Умножение присоединённой матрицы $A(p)^*$ на столбец V. Результатом будет столбец W, элементы которого состоят из сумм рациональных дробей.

9. Разложение дробей в столбце W в суммы простых дробей в комплексной области.

10.Умножение столбца W на выражение $1/det(A(p)$, которое записано в виде суммы простых дробей и приведение подобных членов. В результате каждый элемент вектора W будет суммой простых дробей в комплексной области.

Обратное преобразование Лапласа.

11. Нахождение прообразов для простых дробей из вектора W при преобразовании Лапласа, используя табличные функции. И восстановление прообразов по массиву объектов K.

3 Пример

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x'''(t) - x'(t) - 2x(t) - y'''(t) + y(t) = (t^2e^{2t} - e^t)UnitStep(t-1) + e^tUnitStep(t), \\ 3x'''(t) + x''(t) - 2x'(t) + y'''(t) + y(t) = (e^{2t} - te^t)UnitStep(t-1) + te^tUnitStep(t). \end{cases}$$

Начальные условия: $x(0) = 5; x'(0) = 10; x''(0) = 30;\ y(0) = 4; y'(0) = 14; y''(0) = 20$.

Описание задачи на входном языке:

$systLDE($
$D(x,t,3)-D(x,t)-2x-D(y,t,3)+y = t^2e^{2t}UnitStep(t-1)-e^tUnitStep(t-1)+e^tUnitStep(t),$
$3D(x,t,3) + D(x,t,2) - 2D(x,t) + D(y,t,3) + y = e^{2t}UnitStep(t-1) - te^tUnitStep(t-1) +$
$te^tUnitStep(t))),$
$InitCond(D(x,t,0,0) = 5, D(x,t,0,1) = 10, D(x,t,0,2) = 30,$
$D(y,t,0,0) = 4, D(y,t,0,1) = 14, D(y,t,0,2) = 20).$

Решение системы дифференциальных уравнений:

$x(t) = t^2(10.031)e^{-t} - (1.25)e^t + (5.539)e^{1.228t} + 2e^{0.356t}(-3.736\ cos(0.513t) +$
$15.530\ sin(0.513t)) + 2e^{-0.595}(-0.924\ cos(0.831t) + 0.061\ sin(0.830t)),$

$y(t) = (10.031)e^{-t} + (0.5)e^t - (8.948)e^{1.228t} + 0.5e^tt + 2e^{0.356t}(-0.493\ cos(0.513t) +$
$33.959\ sin(0.513t)) + 2e^{-0.595t}(1.702\ cos(0.831t) + 0.930\ sin(0.831t)).$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рыбаков М.А.* Решение систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами с помощью преобразования Лапласа. Вестник Тамбовского университета. Сер. Естественные и технические науки. Том 14, вып. 4, 2009, 791-792.

2. *Malaschonok N.A.* An Algorithm for Symbolic Solving of Differential Equations and Estimation of Accuracy. Computer Algebra in Scientific Computing. LNCS 5743. Springer, Berlin, 2009, 213-225.

3. *Малашонок Г.И.* О проекте параллельной компьютерной алгебры. Вестник Тамбовского университета. Сер. Естественные и технические науки. Том 14, вып. 4, 2009. С.744-748.

Ribakov M.A. Solving systems of linear differential equations with a piecewise continuous right-hand parts by means transformation Laplace. An algorithm for solving systems of linear differential equations with a piecewise continuous right-hand parts by means transformation Laplace is considered. Examples for solving such systems are received.

Key words: algorithm solution systems of differential equations, systems of differential equations, Laplace transform.

Поступила в редакцию 20 ноября 2009г.

УДК 004.421

ЭКСПЕРИМЕНТЫ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ АЛГОРИТМОМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРИСОЕДИНЁННОЙ МАТРИЦЫ И ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ УМНОЖЕНИЕМ ФАЙЛОВЫХ МАТРИЦ[1]

© **А. А. Бетин**

Ключевые слова: вычисление присоединённой матрицы, параллельный алгоритм, кластер, файловые матрицы, произведение матриц.
Приводятся и обсуждаются результаты с параллельным алгоритмом вычисления присоединённой матрицы и параллельным умножением файловых матриц.

1 Эксперименты с параллельным алгоритмом вычисления присоединённой матрицы

В работе [1] был рассмотрен параллельный алгоритм вычисления присоединённой матрицы. Рассмотренный алгоритм был программно реализован для многопроцессорных вычислительных систем. Эксперименты с параллельным алгоритмом проводились на вычислительном кластере МВС-100К в МСЦ РАН.

[1]Работа выполнена при поддержке программы «Развитие потенциала высшей школы» (проект 2.1.1/1853) и Темплана 1.12.09.