

УДК 66.067.38.661.515

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ БИОУЛЬТРАФИЛЬТРАЦИОННОГО РАЗДЕЛЕНИЯ ВОДНЫХ РАСТВОРОВ КРАХМАЛЬНО-ПАТОЧНЫХ ПРОИЗВОДСТВ

© С.И. Лазарев, В.Л. Головашин, Ю.А. Ворожейкин

Ключевые слова: ультрафильтрация; мембрана; коэффициент задержания; удельный поток растворителя. Проведены исследования по определению разделительных характеристик ультрафильтрационной мембраны УАМ-150 в зависимости от времени концентрирования исходного раствора. Произведен расчет изменения объема и концентрации в емкости исходной жидкости в зависимости от времени концентрирования раствора. Проведены исследования по определению удельного потока растворителя ультрафильтрационной мембраны.

ВВЕДЕНИЕ

В крахмально-паточных производствах образуются сточные воды с концентрацией сухих веществ 20–50 кг/м³, которые затем направляются в аэротенки и пруды-отстойники для окисления и утилизации. Задачей данных исследований являлось изучение возможности разделения данных стоков методами биоультрафильтрации, а также влияния времени работы на кинетические характеристики ультрафильтрационной мембраны УАМ-150.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Существует ряд подходов и математических моделей [1–4], описывающих массоперенос в мембранных системах. Эти модели различаются по сложности и степени соответствия реальному процессу. Нами предложено математическое описание, базирующееся на уравнениях материального баланса, а также кинетических коэффициентах: коэффициенте задержания и удельном потоке растворителя.

Рассмотрим простейшую схему ультрафильтрационного разделения (рис. 1).

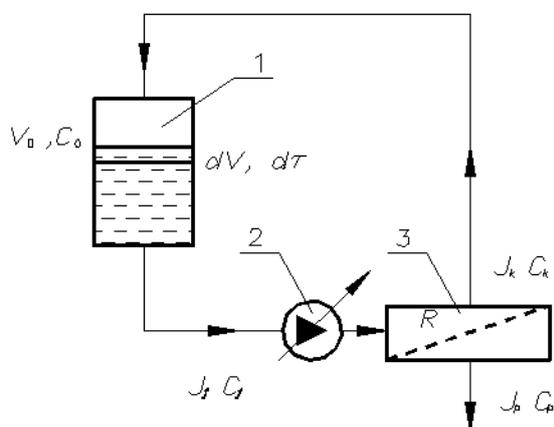


Рис. 1. Схема ультрафильтрационного разделения. 1 – исходная емкость; 2 – насос; 3 – мембранный модуль

Основными параметрами для каждой схемы являются:

R – коэффициент задержания;
 V, c – объем, м³, и концентрация, кг/м³, в емкости исходной жидкости;

J_f, J_k, J_p – расход исходной жидкости, концентрата и пермеата, кг/с;

c_f, c_k, c_p – концентрация растворенных веществ в исходной жидкости, концентрате и пермеате, кг/м³.

Зная параметры для простейшей схемы ультрафильтрационного разделения и производительность по одному из потоков (в зависимости от цели процесса – разделение или концентрирование) можно рассчитать время разделения, необходимую площадь мембран для каждой стадии процесса и тем самым определить конструктивные параметры установки.

Рассмотрим задачу массопереноса через мембрану при движении жидкости в канале, образованном корпусом и мембраной.

Основные допущения:

- а) насос обеспечивает постоянство подачи;
- б) в промежуточной емкости режим идеального перемешивания;
- в) пренебрегаем изменением плотности жидкости;
- г) режим течения жидкости ламинарный $Re < 2300$;
- д) свойства мембраны учитываются коэффициентом задержания и удельным потоком растворителя.

Математическая запись задачи.

Начальные условия:

$$V(0) = V_0; \quad (1)$$

$$c_f(0) = c_{f0}. \quad (2)$$

Материальный баланс по растворителю в промежуточной емкости:

$$dV = -J_f \cdot d\tau + J_k \cdot d\tau; \quad (3)$$

$$\frac{dV}{d\tau} = -J_f + J_k. \quad (4)$$

Материальный баланс по растворенному веществу в промежуточной емкости:

$$d(V \cdot c_f) = -J_f \cdot c_f \cdot d\tau + J_k \cdot c_k \cdot d\tau. \quad (5)$$

Материальный баланс мембранного модуля по растворителю:

$$J_f = J_k + J_p. \quad (6)$$

Материальный баланс мембранного модуля по растворенному веществу:

$$c_f \cdot dV + V \cdot dc_f = -J_f \cdot c_f \cdot d\tau + J_k \cdot c_k \cdot d\tau. \quad (7)$$

Продифференцируем (5)

$$c_f \cdot dV + V \cdot dc_f = -J_f \cdot c_f \cdot d\tau + J_k \cdot c_k \cdot d\tau. \quad (8)$$

Подставим в (8) выражение из (7)

$$c_f \cdot dV + V \cdot dc_f = -J_f \cdot c_f \cdot d\tau + (J_f \cdot c_f - J_p \cdot c_p) \cdot d\tau. \quad (9)$$

Преобразуем (4) с использованием (6)

$$\frac{dV}{d\tau} = -J_p; \quad (10)$$

$$dV = -J_p \cdot d\tau. \quad (11)$$

Подставим (11) в (9)

$$-c_f \cdot J_p \cdot d\tau + V \cdot dc_f = -J_f \cdot c_f \cdot d\tau + (J_f \cdot c_f - J_p \cdot c_p) \cdot d\tau. \quad (12)$$

После несложных преобразований получим

$$V \cdot dc_f = c_f \cdot J_p \cdot d\tau - J_p \cdot c_p \cdot d\tau; \quad (13)$$

$$V \cdot dc_f = c_f \cdot J_p \cdot d\tau - J_p \cdot c_f \cdot (1 - R) \cdot d\tau; \quad (14)$$

$$\frac{dc_f}{d\tau} = \frac{c_f \cdot J_p \cdot R}{V}. \quad (15)$$

Подставим в (15) и (10) выражение, определяющее удельный поток растворителя модуля,

$$\frac{dV}{d\tau} = -k \cdot (\Delta P - \Delta \pi) \cdot F_m; \quad (16)$$

$$\frac{dc_f}{d\tau} = \frac{c_f \cdot k \cdot (\Delta P - \Delta \pi) \cdot F_m \cdot R}{V}, \quad (17)$$

где τ – время разделения раствора, с; $\Delta \pi$ – осмотическое давление раствора, Па; F_m – площадь мембраны, м².

Коэффициент задержания определяем по формуле:

$$R = 1 - \frac{1}{1 + (\gamma - 1) \left[1 - \exp\left(-\frac{J_{psr} \cdot h \cdot \gamma}{D_0}\right) \right] \cdot \exp\left(-\frac{J_{psr} \cdot \delta}{D_0}\right)}, \quad (18)$$

где γ – равновесный коэффициент распределения; h – толщина активного слоя мембраны, м; D_0 – коэффициент диффузии в растворе, м²/с; δ – толщина пограничного диффузионного слоя, м.

Таблица 1

Числовые коэффициенты

Мембрана	k_1	k_2	m	n	A_1
УАМ-150	-0,093	12,873	0,268	-0,306	-2590

Для определения удельного потока растворителя нами предложена следующая зависимость от концентрации внешнего раствора, рабочего давления и температуры:

$$J = k \cdot (\Delta P^m - k_1 \cdot C) \cdot \exp(k_2 \cdot C^n) \cdot \exp\left(\frac{A_1}{T}\right), \quad (19)$$

где k_1, k_2, m, n, A_1 – числовые коэффициенты (табл. 1).

Систему уравнений (16)–(17) интегрируем с учетом начальных условий (1) и (2).

РЕЗУЛЬТАТЫ

Для проверки адекватности математической модели были проведены эксперименты по разделению растворов крахмально-паточных производств на лабораторной ультрафильтрационной установке с мембранным модулем плоскокамерного типа. Эксперименты проводились при постоянном давлении (4 МПа) и температуре (293 К) с использованием ультрафильтрационной мембраны УАМ-150.

Проверка адекватности математической модели заключалась в сравнении расчетных и экспериментальных значений технологических параметров процесса биоультрафильтрационного разделения: концентрации и объема раствора в исходной емкости, для исследованной системы раствор–мембрана в зависимости от времени ведения процесса.

Основные результаты экспериментов и расчета изображены на рис. 2.

Из графиков на рис. 2 видно, что расхождение между экспериментальными и расчетными данными не превышает $\pm 15\%$, что свидетельствует о приемлемости разработанной математической модели реальным массообменным процессам в ультрафильтрационных аппаратах плоскокамерного типа. Полученные результаты

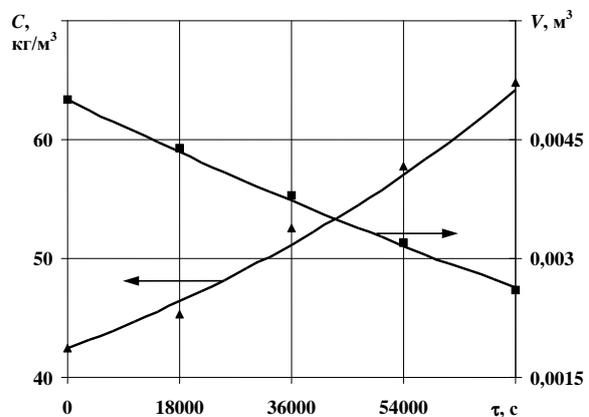


Рис. 2. Изменение концентрации и объема раствора в емкости исходной жидкости в зависимости от времени проведения процесса (сплошная линия – расчет, точки – эксперимент)

можно использовать при проектировании и расчете ультрафильтрационных установок и технологических схем баромембранного разделения.

ВЫВОДЫ

1. Проведены экспериментальные исследования биоультрафильтрационного разделения водных растворов крахмально-паточных производств.

2. Предложена математическая модель, описывающая ультрафильтрационное разделение растворов и позволяющая рассчитать объем сконцентрированного раствора и концентрацию в емкости исходной жидкости.

3. Адекватность математической модели проверена путем сравнения экспериментальных и расчетных данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Дытнерский Ю.И.* Баромембранные процессы. Теория и расчет. М.: Химия, 1986.
2. Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье–Стокса / В.И. Полежаев, А.В. Бунэ, Н.А. Везуб и др. М.: Наука, 1997.

3. *Химическая гидродинамика: справочное пособие / А.М. Кутепов, А.Д. Полянин, З.Д. Запьянов и др.* М.: Квантум, 1996.
4. *Чураев Н.В.* Физикохимия процессов массопереноса в капиллярно-пористых телах. М.: Химия, 1990.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена при поддержке федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

Поступила в редакцию 29 декабря 2011 г.

Lazarev S.I., Golovashin V.L., Vorozheikin Yu.A. MATHEMATICAL DESCRIPTION BIOULTRAFILTRATION SEPARATION OF AQUEOUS SOLUTIONS OF STARCH AND SYRUP PRODUCTION

Studies to determine the separation characteristics of an ultrafiltration membrane UAM-150 depending on the time of the initial solution concentration are conducted. The calculation of the change in volume and concentration in the original container of liquid, depending on the time of concentration of the solution is made. The researches of solvent flux determination of ultrafiltration membrane is made.

Key words: ultrafiltration; membrane; coefficient of rejection; solvent flux.