УДК 530.182:621.385.6

БЕЗРАЗМЕРНЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДИНАМИКИ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СВЕРХРЕШЕТКИ В ПОЛУКЛАССИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

© А.Г. Баланов, А.А. Короновский, В.А. Максименко, О.И. Москаленко, А.О. Сельский, А.Е. Храмов

Ключевые слова: полупроводниковая сверхрешетка; безразмерные уравнения; полуклассическое приближение.

В работе описаны безразмерные нелинейные уравнения для описания динамики полупроводниковой сверхрешетки, являющиеся основой для моделирования состояния исследуемой наноструктуры.

Полупроводниковые сверхрешетки [1–2] представляют собой наноструктуры, состоящие из перемежающихся слоев нескольких (двух и более) полупроводниковых материалов. Из-за разницы в ширине запрещенной зоны в разных полупроводниках граница зоны проводимости идеальной сверхрешетки периодически модулируется, что создает условия для формирования энергетических «минизон». В присутствии внешних электрических и магнитных полей транспорт электронов в минизонах может иметь сложный характер и сопровождаться рядом интересных нетривиальных эффектов, включающих возникновение сверхвысокочастотных Блоховских колебаний, динамическую локализацию электронов, отрицательную дифференциальную дрейфовую скорость электронов, циклотрон-блоховские резонансы, динамический хаос и т. д. Таким образом, полупроводниковая сверхрешетка представляет для исследователей удобную и гибкую среду для изучения квантового транспорта в периодических потенциалах. С другой стороны, вышеупомянутые эффекты делают полупроводниковую сверхрешетку перспективным элементом в устройствах высокочастотной электроники, способной в потенциале работать в диапазоне до нескольких терагерц. Изучение сложной нелинейной динамики электронов и разработка принципов управления электронным транспортом в полупроводниковых сверхрешетках является в настоящее время важной и актуальной задачей на стыке физики полупроводников и нелинейной динамики и соответствует современному состоянию мировой науки в этих направлениях [3–5].

Важной и неизученной проблемой, связанной с исследованием сверхразмерных наноструктур, является изучение возможностей управления пространственно-временной коллективной динамикой электронов в полупроводниковых сверхрешетках, находящихся под действием внешних электрического и наклонного магнитного полей. Разработка методов управления сложной динамикой электронов в этом случае позволит поставить вопрос о создании управляемых перестраиваемых генераторов терагерцового диапазона на основе полупроводниковых сверхрешеток. Основные фундаментальные вопросы, которые требуют детального теоретического исследования, в этом направлении можно сформулировать следующим образом. Как будет меняться коллективная динамика электронов в сверхрешетке при наличии внешнего воздействия (как периодического, так и хаотического)? Возможна ли синхронная динамика блоховских осцилляций электронов и как следствие – установление синхронных пространственно-временных режимов? Существует ли возможность осуществить управление возникающими режимами с помощью внешних сигналов? Какое влияние будет оказывать температура на характеристики колебаний и можно ли использовать ее как управляющий параметр, позволяющий влиять на характер колебаний в полупроводниковой сверхрешетке? Ответить на ряд подобных вопросов можно с помощью численного моделирования динамики полупроводниковой сверхрешетки. При этом в рамках численного моделирования, оказывается, гораздо удобнее оперировать безразмерными уравнениями, описывающими динамику доменов заряда в полупроводниковой наноструктуре. В то же самое время после проведения расчетов полученные в безразмерных единицах величины могут быть приведены к размерному виду, например, для сопоставления с результатами экспериментальных исследований.

Для численного моделирования динамики полупроводниковой сверхрешетки рассмотрим дискретное представление такой системы. По аналогии с [4] разобьем сверхрешетку на достаточно большое число N узких слоев с шириной Δx. В пределах каждого m-го слоя концентрация электронов n_m полагается постоянной.

Обозначим концентрацию электронов в слое m как n_m.

Эволюция плотности заряда в слое m описывается уравнением непрерывности:

$$e\Delta x \frac{dn_m}{dt} = J_{m-1} - J_m, \quad m = 1\ldots N, \qquad (1)$$

где $e > 0$ – заряд электрона; F_m и F_{m+1} – значения напряженности электрического поля на левой и правой границе m-го слоя, соответственно; J_{m-1} и J_{m-1} – плотности тока, протекающего через левую и правую границу слоя. В рамках дрейфового приближения, пренебрегая диффузией, плотность тока J_{m-1} определяется как

$$J_m = en_m v_d(\overline{F_m}), \tag{2}$$

где v_d описывает дрейфовую скорость электрона в слое m, вычисленную для среднего значения напряженности электрического поля $\overline{F_m}$ в слое m [4]. Для каждого слоя m справедливо дискретное представление уравнение Пуассона

$$F_{m+1} = \frac{e\Delta x}{\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(n_m - n_D\right) + F_m, \quad m = 1\ldots N, \tag{3}$$

в котором n_D описывает равновесную концентрацию электронов, определяемую уровнем легирования, а ε_0 и ε_r обозначают электрическую постоянную и относительную диэлектрическую проницаемость материала, соответственно.

Если предположить омические контакты на эмиттере и коллекторе сверхрешетки, то плотность тока через эмиттер J_0 будет определяться проводимостью контакта σ $J_0 = \sigma F_0$, а напряженность электрического поля F_0 может быть найдена из уравнения Кирхгофа:

$$V = U + \frac{\Delta x}{2}\sum_{m=1}^{N}(F_m + F_{m+1}), \tag{4}$$

где V – напряжение, приложенное к сверхрешетке; U описывает падение напряжения на контактах, с учетом формирования слоев повышенной концентрации заряда вблизи эмиттера и пониженной концентрации зарядов вблизи коллектора сверхрешетки [3]:

$$\begin{aligned} U &= F_0(\Delta x_l - \Delta x_s) + F_0(\Delta x_l - \Delta x_q) + \\ &+ F_1\Delta x_s + F_{N+1}\Delta x_q + \\ &+ F_{N+1}\Delta x_q - \frac{en_0(\Delta x_q)^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_r} + \sigma F_0 A R_c. \end{aligned} \tag{5}$$

В соотношении (5) Δx_l определяет длину контактов, Δx_s и Δx_q задают протяженность области повышенной и пониженной концетрации электронов вблизи контактов, n_0 – концентрация электронов в контактном слое, A – площадь контакта, а R_c – контактное сопротивление, учитывающее сопротивление измерительной линии. Зная плотность тока в каждом слое, можно вычислить силу тока, протекающего через сверхрешетку:

$$I(t) = \frac{A}{N+1}\sum_{m=0}^{N} J_m, \tag{6}$$

соответствующий тому, который можно измерить в реальном эксперименте.

В безразмерном виде уравнения, описывающие поведение полупроводниковой сверхрешетки в продольном электрическом и наклонном магнитных полях, могут быть записаны в следующем виде. Уравнение непрерывности примет вид:

$$\Delta X\,\frac{d\tilde{n}_m}{d\tilde{t}} = \tilde{J}_{m-1} - \tilde{J}_m, \quad m = 1\ldots N, \tag{7}$$

где $\Delta X = \Delta x/d$ – безразмерная ширина слоя; $\tilde{n}_m = n_m/n_D$ – безразмерная концентрация электронов в слое m; $\tilde{J}_m$ – безразмерная плотность тока в m-м слое; $\tilde{t} = \omega_{B0}t$ – безразмерное время; $\omega_{B0} = \dfrac{edF^0}{\hbar}$ – значение блоховской частоты, используемое для нормировки; $F^0 = 3{,}145\cdot 10^6$ В/м – нормирующее значение электрического поля. Безразмерная плотность электрического тока

$$\tilde{J} = \frac{J}{en_d\omega_{B0}d} \tag{8}$$

связана с безразмерной концентрацией электронов и безразмерной дрейфовой скоростью как

$$\tilde{J} = \tilde{n}\tilde{v}_d. \tag{9}$$

Дискретное представление уравнения Пуассона в безразмерном виде записывается как

$$f_{m+1} = R(\tilde{n}_m - 1)\Delta X + f_m, \quad m = 1\ldots N, \tag{10}$$

где $R = \dfrac{edn_D}{F_0\varepsilon_0\varepsilon_r}$ – безразмерный параметр, характеризующий сверхрешетку (для выбранных значений параметров полупроводниковой сверхрешетки, использованных при проведении исследований, $R = 0{,}11460$); $f = \dfrac{F}{F^0}$ – безразмерная напряженность электрического поля F.

Аналогично, соотношение (4), описывающее распределение напряжений на полупроводниковой наноструктуре и контактах, в безразмерных величинах будет записываться в виде:

$$\tilde{V} = \tilde{U} + \frac{\Delta X}{2}\sum_{m=1}^{N}(f_m + f_{m+1}), \tag{11}$$

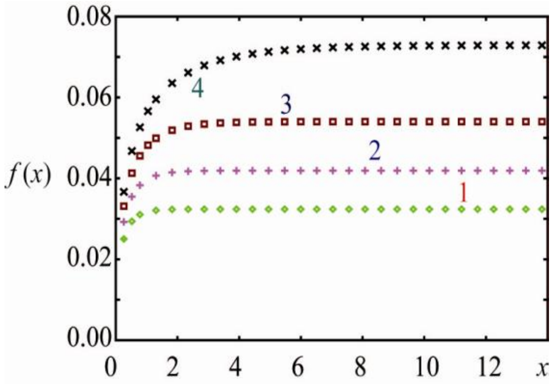

Рис. 1. Зависимость безразмерной величины электрического поля от координаты в полупроводниковой сверхрешетке. Кривая 1 соответствует напряжению $\tilde{V}$ = 6,8956 (V = 180 мВ), кривая 2 – $\tilde{V}$ = 8,4280 (V = 220 мВ), кривая 3 – $\tilde{V}$ = 9,9604 (V = 260 мВ), кривая 4 – $\tilde{V}$ = 11,4930 (V = 300 мВ)

где $\tilde{V} = \dfrac{V}{F^0 d}$ – безразмерное напряжение, приложенное к сверхрешетке; $\tilde{U} = \dfrac{U}{F^0 d}$ – безразмерное падение напряжения на контактах, с учетом формирования слоев повышенной концентрации заряда вблизи эмиттера и пониженной концентрации зарядов вблизи коллектора сверхрешетки. В свою очередь, безразмерное падение напряжения на контактах с учетом формирования слоев повышенной концентрации заряда вблизи эмиттера и пониженной концентрации зарядов вблизи коллектора сверхрешетки примет вид:

$$\tilde{U} = f_0(\Delta\tilde{x}_l - \Delta\tilde{x}_s) + f_0(\Delta\tilde{x}_l - \Delta\tilde{x}_q) + \\ + f_1\Delta\tilde{x}_s + f_{N+1}\Delta\tilde{x}_q + \\ + f_{N+1}\Delta\tilde{x}_q - \frac{\kappa(\Delta\tilde{x}_q)^2}{2} + S_R f_0, \tag{12}$$

где $\tilde{U} = \dfrac{U}{F^0 d}$; $\Delta\tilde{x}_l = \dfrac{\Delta x_l}{d}$; $\Delta\tilde{x}_q = \dfrac{\Delta x_q}{d}$; $\Delta\tilde{x}_s = \dfrac{\Delta x_s}{d}$;

$$S_R = \frac{\sigma RA}{d};\ \kappa = \frac{edn_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r F^0}.$$

На рис. 1 приведены характерные распределения электрического поля в полупроводниковой сверхрешетке при различных величинах приложенного к ней напряжения (лежащих ниже напряжения, соответствующего порогу генерации), полученные с помощью вышеописанных нелинейных безразмерных уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Esaki L., Tsu R.* Superlattices and Negative Differential Conductivity in Semiconductors // IBM J. Res. Develop. 1970. V. 14. P. 61.
2. *Шик А.Я.* Сверхрешетки – периодические полупроводниковые структуры // ФТП. 1974. Т. 8. С. 1841.
3. *Fromhold T.M., Patane A., Bujkiewicz S., Wilkinson P.B., Fowler D., Sherwood D., Stapleton S.P., Krokhin A.A., Eaves L., Henini M., Sankeshwar N.S., Sheard F.W.* Chaotic electron diffusion through stochastic webs enhances current flow in superlattices // Nature. 2004. V. 428. P. 726.
4. *Greenaway M.T., Balanov A.G., Scholl E., Fromhold T.M.* Controlling and enhancing terahertz collective electron dynamics in superlattices by chaos-assisted miniband transport // Phys. Rev. B. 2009. V. 80. P. 205318.
5. *Баланов А.Г., Короновский А.А., Сельский А.О., Храмов А.Е.* Влияние температуры на дрейфовую скорость электронов в полупроводниковой сверхрешетке в продольном электрическом и наклонном магнитном полях // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2010. Т. 18. С. 128.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена при поддержке Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

Поступила в редакцию 11 июля 2012 г.

Balanov A.G., Koronovskiy A.A., Maksimenko V.A., Moskalenko O.I., Selskiy A.O., Khramov A.E. DIMENSIONLESS NONLINEAR EQUATIONS FOR SIMULATION OF SEMICONDUCTOR SUPERLATTICE DYNAMICS IN SEMICLASSICAL APPROXIMATION

The dimensionless nonlinear equations for simulation of the semiconductor superlattice, which are the base for researched nanostructure condition modeling, are described.

Key words: semiconductor superlattice; dimensionless equations; semi-classical approximation.