

УДК 517.911.5

ОБ УРАВНЕНИИ ИМПУЛЬСНО СКОЛЬЗЯЩЕГО РЕЖИМА

© Д.В. Пономарев

Ключевые слова: импульсно скользящий режим; эквивалентное управление; разрывное позиционное управление; дифференциальное включение.

В работе дается описание идеальных импульсно скользящих режимов с использованием обычных разрывных позиционных управлений релейного типа, которые обладают универсальной структурой (по отношению к правой части системы) и не зависят от постоянного действующего на систему возмущения.

Рассмотрим систему

$$\dot{x} = f(t, x) + v(t) + u, x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

где $v : I \rightarrow R^n$ — возмущение, $I = [t_0, t_0 + T]$; u — импульсное управляющее воздействие, которое «срабатывает» только в узлах некоторого разбиения h отрезка I , и при этом величина воздействия определяется функцией $p(t, x)$. Под решением такого уравнения будем понимать функцию $x^h(t)$ вида

$$x^h(t) = x_0 + p(t_0, x_0) + \int_{t_0}^t (f(\lambda, x^h(\lambda)) + v(\lambda)) d\lambda + \sum_{t_k \in (t_0, t)} p(t_k, x^h(t_k)),$$

где t_k — узлы разбиения h . Такие функции $x^h(t)$ в [1] называются ломанными Эйлера, а множество всех ломанных Эйлера — импульсно скользящим режимом. Последовательность решений $\{x^{h_i}(\cdot)\}_i$ называется конфинальной, если $d(h_i) \rightarrow 0$ при $i \rightarrow +\infty$. Здесь через $d(h)$ обозначается максимальная длина отрезка из разбиения h . При выполнении определенных условий (леммы 1.1 и 1.2 из [1]) произвольная конфинальная последовательность содержит подпоследовательность, равномерно сходящуюся к некоторой функции $r(t)$, удовлетворяющей условию Липшица и равенству $p(t, r(t)) = 0$. Эта функция и описывает т. н. идеальный импульсно скользящий режим.

В дальнейшем рассматриваются управления, которые после импульсного воздействия приводят систему на некоторое многообразие $S = \{(t, x) \in I \times R^n : \sigma_i(t, x) = 0, i = \overline{1, m}\}$. Величину импульсного воздействия зададим следующим образом:

$$p(t, x) = B(t, x)\sigma(t, x), \quad (2)$$

где $B(t, x)$ — матричная функция размерности $n \times m$. При этом, как и в [1], предполагается выполнение условия сброса $\sigma(t, x + p(t, x)) = 0$.

Как было показано в [1, теорема 2.1], при определенных предположениях идеальный импульсно скользящий режим системы (1), (2) удовлетворяет уравнению

$$\dot{r} = f(t, r) + v(t) + (BD\sigma)(t, r), r(t_0) = x_0 + p(t_0, x_0). \quad (3)$$

Здесь под $D\sigma$ понимается производная функции $\sigma(t, x)$ в силу системы (1) с тождественно нулевым управлением: $D\sigma = \sigma_t + \sigma_x(f + v)$.

Далее рассмотрим систему

$$\dot{x} = f(t, x) + v(t) + B(t, x)u(t, x), \quad (4)$$

где $u(t, x)$ — векторное разрывное позиционное управление, определенное для всех $(t, x) \notin S$ равенством

$$u_i(t, x) = H_i \operatorname{sgn} \sigma_i(t, x), i = \overline{1, m}. \quad (5)$$

Здесь H_i — положительные константы, условия на которые будут даны ниже. После выпуклого доопределения по Филиппову получаем включение

$$\dot{r} \in f(t, x) + v(t) + B(t, r)U(t, r), r(t_0) = x_0 + p(t_0, x_0). \quad (6)$$

Движение по множеству S для системы (4) (в смысле Филиппова) в скользящем режиме происходит под действием эквивалентного управления $u^{eq} = \sigma_t + \sigma_x(f + v)$. Данное движение может быть реализовано только при условии $|u_i^{eq}(t, x)|_{\sigma(t, x)=0} \leq H_i$.

Т е о р е м а 1. Пусть векторные функции $f(t, x)$, $v(t)$ и матрица $B(t, x)$ непрерывны, векторная функция $\sigma(t, x)$ непрерывно дифференцируема и матрица $\sigma_x(t, x)$ ограничена на множестве $S = \{(t, x) : \sigma(t, x) = 0\}$. Предположим, что выполняются неравенства

$$|\tilde{u}_i(t, x)|_{\sigma(t, x)=0} < H_i, i = \overline{1, m},$$

где $\tilde{u}(t, x) = \sigma_t(t, x) + \sigma_x(t, x)f(t, x)$ и f удовлетворяет неравенству $\|f(t, x)\| \leq C(1 + \|x\|)$. Тогда для достаточно малой функции $v(t)$ множество решений уравнения (3) и включения (6) совпадают и представляют собой движение по множеству S . Более того, для решений включения (6) множество S является асимптотически устойчивым по начальным данным $r(t_0) = r_0$ и возмущающей функции $v(t)$.

Отметим, что даже при малых ошибках величины первого корректирующего импульса $p(t_0, x_0)$ решение включения (6) попадает на множество S за малый промежуток времени (чего нельзя сказать о решении уравнения (3)).

Отметим также, что разрывное позиционное управление (5) не зависит от правой части уравнения (1), в частности от возмущающей функции $v(t)$, в то время как любое эквивалентное управление для этого уравнения (в частности $u^{eq}(t, r) = (BD\sigma)(t, r)$) зависит, и, как указано в [1], при условии $\sigma_x v \neq 0$ от этой зависимости нельзя избавиться.

Управление (5) зависит лишь от знака функций $\sigma_i(t, x)$ и обладает универсальностью в том смысле, что сохраняет свою структуру при любых функциях $f(t, x)$ и $v(t)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Завалицын С.Т., Сесекин А.Н., Дрозденко С.Е. Динамические системы с импульсной структурой. Свердловск: Сред.-Урал. кн. изд-во, 1983.

Поступила в редакцию 10 апреля 2011 г.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа поддержана СО РАН, интеграционный проект № 85 и Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 10-01-00132).

Ponomarev D.S. On equation of impulse sliding mode. In this article impulse sliding mode is described with the help of usual discontinuous feedback control. This kind of control has a universal structure (with respect to the right-hand part of the equation) and does not depend on constantly active perturbations.

Key words: impulse sliding mode; equivalent control; discontinuous feedback control; differential inclusion.

Пономарев Денис Викторович, Иркутский государственный университет, г. Иркутск, Российская Федерация, аспирант, e-mail: zmeigo.sc@gmail.com.