Сабатулина Татьяна Леонидовна, Пермский государственный технический университет, г. Пермь, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, ассистент кафедры вычислительной математики и механики, e-mail: tlsabatulina@list.ru.

УДК 517.958

ОБ ОДНОЙ СИНГУЛЯРНОЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

© **А. Ю. Сазонов, Ю. Г. Фомичева**

Ключевые слова: задача Дирихле; В-эллиптический сингулярный оператор; фундаментальное решение.

В работе расмотрена задача Дирихле для В-эллиптического оператора с краевыми условиями на гиперплоскости. Получено решение этой задачи в явном виде, определяемое весовым потенциалом двойного слоя и выраженное интегралом типа Пуассона.

Пусть R^{n+1} действительное евклидово пространство точек $x = (x_1, ..., x_n, y) = (x', y)$. Рассматривается задача Дирихле вида:

$$Bu = 0 \text{ в области } x_n > 0, y > 0, \tag{1}$$

$$u|_{x_n=0} = \varphi(x_1, ..., x_{n-1}, y), \frac{\partial u}{\partial y}|_{y=0} = 0, \tag{2}$$

где $B = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{b}{y^k} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{y^k \partial}{\partial y} \right)$, $b > 0$, $k > 0$, a_{ij} удовлетворяют определенному в [1] условию B- эллиптичности.

Обозначим через $A = \det(a_{ij})$, A_{ij} — алгебраическое дополнение элемента a_{ij}, $\xi = (\xi_1, ..., \xi_n, \eta) = (\xi', \eta)$. Фундаментальное решение $H(x', \xi)$ уравнения (1) имеет следующий вид:

при $y = 0$ $H(x', \xi) = \rho^{1-n-k}$, где $\rho^2 = \sum_{i,j=1}^{n} A^{-1} A_{ij} (\xi_i - x_i)(\xi_j - x_j) + b^{-\frac{1}{2}} \eta^2$,
а в области $y > 0$ $H(x, \xi) = T_\eta^y H(x', \xi)$, где $T_\eta^y f = C_k \int_0^\pi \sin^{k-1} \alpha f(\sqrt{\eta^2 + y^2 - 2\eta y \cos \alpha}) d\alpha$,

$$C_k = \frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)}, \xi \in R_+^{n+1}.$$

Решение задачи (1)–(2) определяется весовым потенциалом двойного слоя, рассмотренным в [3]. Плотность весового потенциала удовлетворяет интегральному уравнению, ядро которого имеет слабую особенность и выражается интегралом типа Пуассона:

$$u(x) = \frac{2}{A} \sum_{i=1}^{n} A_{in} x_i B_k \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) T_\eta^y \rho^{-n-k-1} \eta^k d\xi_1 ... d\xi_{n-1} d\eta.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Киприянов И.А.* О краевых задачах для уравнений в частных производных с дифференциальным оператором Бесселя // ДАН СССР. 1964. Т 158. № 2.

2. *Левитан Б.М.* Разложение по функциям Бесселя в ряды и интегралы Фурье // УМН. 1972. Т. 6. № 2.

3. *Сазонов А.Ю., Фомичева Ю.Г.* О свойствах весовых потенциалов для одного класса B-эллиптических операторов // Вестник Удмуртского ун-та. Ижевск, 2008. Вып. 2.

Поступила в редакцию 10 апреля 2011 г.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 09–01–97503, № 11–01–00645, № 11–01–00626).

Sazonov A.Yu., Fomicheva Yu.G. On a singular elliptic boundary value problem in unbounded region. In the work there is considered the Dirichlet problem with boundary conditions on a hyperplane for B-elliptic operator. A solution in explicit form is derived. It is defined by a double layer weight potential and is expressed by an integral of the Poisson type.

Key words: Dirichlet problem; B-elliptic singular operator; fundamental solution.

Сазонов Анатолий Юрьевич, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры и геометрии, e-mail: aib@tsu.tmb.ru.

Фомичева Юлия Геннадиевна, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры и геометрии, e-mail: aib@tsu.tmb.ru.

УДК 517.983, 517.921

О РАЗЛОЖЕНИИ ЛЕБЕГА ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ, ДЕЙСТВУЮЩИХ В ПРОСТРАНСТВЕ СУММИРУЕМЫХ ВЕКТОР-ФУНКЦИЙ

© **П.М. Симонов, А.В. Чистяков**

Ключевые слова: атомарные; сингулярные; диффузные и интегральные операторы; регулярные и мажорированные операторы.

Показано, что любой порядково непрерывный линейный оператор, действующий в решетках измеримых функций, представим в виде интеграла по случайной борелевской мере. В терминах случайных мер изучались свойства основных полос регулярных операторов.

В статье построен аналог теории разложения Лебега для пространства $\mathcal{B}(L^1(\mathbf{X}))$ линейных ограниченных операторов, действующих в пространстве $L^1(\mathbf{X})$ суммируемых вектор-функций со значениями в банаховом пространстве $\mathbf{X}$. В основу построения положен тот факт, что $\mathcal{B}(L^1, L^1(\mathbf{X}))$ является решеточно нормированным пространством, где нормирующей решеткой является K-пространство $\mathcal{L}_r(L^1)$ регулярных операторов $U : L^1 \to \to L^1$. Решеточная норма в $\mathcal{B}(L^1, L^1(\mathbf{X}))$ удовлетворяет аксиоме разложимости Л.В. Канто ровича.