

УДК 535.5

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ВОЛН НА ОСНОВЕ НАГЛЯДНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

© Н.Я. Молотков, А.А. Егоров

Molotkov N.Y., Egorov A.A. Researching on the interaction between polarised waves on the basis of a visual experiment. The interaction between two coherent electromagnetic waves with mutually perpendicular lines of polarisation are considered from three various positions. 1. The addition of two coherent waves with orthogonal lines of polarisation is discussed. As a result, the resulting wave with generally elliptic polarisation is formed. 2. The interference of the polarised waves that is a parallel component selected from the analyser is investigated. The conditions to observe the most contrast picture of the interference pattern are determined and the precise laws of the polarised waves are formulated. 3. It is shown that the common formula of interference (the dependence of intensity of the wave going through the analyser on the difference of the phases and angular situation of the analyser) defines the so-called polar diagram of a resulting wave which is formed by adding two coherent waves with orthogonal lines of polarisation. Between these three approaches to interaction of the polarised waves, the strict mathematical ratio is established which proves to be true in the visual experiment in the centimetre range of electromagnetic waves.

Явление интерференции поляризованных волн в истории оптики имело важное значение для выяснения фундаментального вопроса о природе световых колебаний. В опытах Араго и Френеля (1816) впервые было установлено, что интерференционные полосы наиболее контрастны, когда линии поляризации когерентных волн параллельны; интерференция никогда не наблюдается, если волны поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях. Отсюда Френель пришел к заключению о поперечности световых колебаний. Явление интерференции поляризованных волн нашло широкое применение в науке и технике. Поэтому глубокое изучение данного вопроса важно для качественной профессиональной подготовки будущих специалистов.

Анализ учебной и научной литературы показывает, что к настоящему времени нет единого взгляда на проблему интерференции поляризованных волн, их трактовку, объяснение и терминологию [1–7]. Приведем лишь некоторые противоречия. Так, несмотря на то, что когерентные волны с ортогональными линиями поляризации интерферировать не могут, в учебнике А.Н. Матвеева [7, с. 276–279] имеется раздел или параграф под названием: «Интерференция лучей при взаимно перпендикулярных направлениях линейной поляризации». В этом разделе автор рассматривает не интерференцию поляризованных волн, а сложение двух когерентных волн с ортогональными линиями поляризации, которое приводит к образованию результирующей волны, обладающей в общем случае эллиптической поляризацией. В зависимости от амплитуд складываемых волн с взаимно перпендикулярными линиями поляризации и их разности фаз результирующая эллиптически поляризованная волна может вырождаться в волну с круговой или линейной поляризацией. В зависимости от разности фаз складываемых волн с ортогональными линиями поляризации изменяется эллиптичность результирующей волны, но ее интен-

сивность или вектор Умова – Пойнтинга не изменяется. Поэтому и говорят, что волны с ортогональными линиями поляризации не интерferируют. Следовательно, при рассмотрении взаимодействия волн с взаимно перпендикулярными линиями поляризации следует различать понятия: «сложение» и «интерференция». Последняя математически характеризуется определенной периодической зависимостью интенсивности результирующей волны от разности фаз или разности хода интерферирующих когерентных волн. При рассмотрении взаимодействия двух когерентных волн с параллельными линиями поляризации термины «сложение» и «интерференция» тождественны. Для наблюдения интерференции поляризованных волн требуется дополнительное условие, то есть необходимо на пути двух волн с ортогональными линиями поляризации установить анализатор, который «выделяет из них составляющие, которые параллельны в одной плоскости, и тем самым создает условия, необходимые для интерференции этих волн» [3, с. 157]. При этом интенсивность волны, проходящей через анализатор, зависит от разности фаз когерентных интерферирующих компонент, что и приводит, в конечном счете, к явлению интерференции, то есть перераспределению энергии в зависимости от разности фаз. С другой стороны, анализатор благодаря возможности его вращения позволяет экспериментально выявить характер поляризации той результирующей волны, которая образовалась от сложения двух когерентных волн с взаимно перпендикулярными линиями поляризации. Эта двоякая роль анализатора в эксперименте по интерференции поляризованных волн не нашла в учебной литературе строго математического обоснования, что еще лишнее раз приводит к трудности понимания рассматриваемых вопросов.

Таким образом, при рассмотрении вопроса о взаимодействии двух когерентных волн с ортогональными линиями поляризации следует различать три явления:

1. Сложение двух волн с ортогональными линиями поляризации; 2. интерференция поляризованных волн, то есть когерентных компонент, выделяемых анализатором; 3. анализ поляризованного света, то есть определение поляризации той результирующей волны, которая образовалась от сложения двух волн с ортогональными линиями поляризации. При этом важно не только описать эти явления и выявить основные их закономерности, но и найти математические соотношения между этими тремя явлениями. Другими словами, взаимодействие двух когерентных поляризованных волн следует рассматривать всесторонне, не впадая в ту или иную крайность, что характерно для учебников по оптике.

1. Теория сложения двух когерентных волн с взаимно перпендикулярными линиями поляризации. На первом этапе взаимодействие поляризованных волн целесообразно рассматривать на примере прохождения линейно поляризованной волны через оптически анизотропный одноосный кристалл, для которого $\epsilon_x = \epsilon_y \neq \epsilon_z$, где ось Z – оптическая ось кристалла. Пусть имеется пластинка анизотропного кристалла, вырезанная параллельно его главной оптической оси Z . Допустим, что перед пластинкой установлен обычный источник света и поляризатор так, что электрический вектор \vec{E} волны, падающий на пластинку, составляет произвольный угол α с ее главной оптической осью Z . Плоскость пластинки совпадает с плоскостью чертежа (рис. 1). Линия ОП соответствует главной линии поляризатора. Линейно поляризованная волна \vec{E} в анизотропной пластинке распадается на две когерентные волны (обыкновенную \vec{E}_o и необыкновенную \vec{E}_e) с взаимно перпендикулярными линиями поляризации ($\vec{E}_o \perp \vec{E}_e$). Амплитуды этих когерентных волн можно найти из пространственной диаграммы (рис. 1):

$$E_o = E \sin \alpha; E_e = E \cos \alpha. \quad (1)$$

Уравнения колебаний когерентных волн на входе анизотропной пластинки можно записать в виде:

$$\begin{aligned} E_o &= E \sin \omega t = E \sin \alpha \sin \omega t, \\ \epsilon_e &= E \cos \omega t = E \cos \alpha \sin \omega t. \end{aligned} \quad (2)$$

Исключая из этих выражений время t , найдем уравнение линейно поляризованной волны, падающей на пластинку:

$$\frac{\epsilon_o}{\epsilon_e} = \tan \alpha. \quad (3)$$

При $\alpha = 45^\circ$ получим:

$$\frac{\epsilon_o}{\epsilon_e} = 1. \quad (4)$$

График колебаний вектора \vec{E} перед пластинкой показан на рис. 2а.

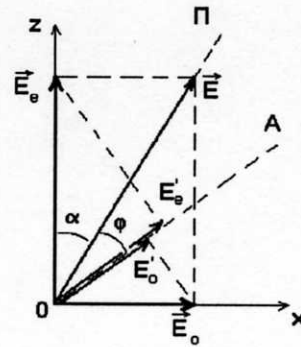


Рис. 1.

Так как обыкновенная и необыкновенная волны имеют в анизотропной пластинке различную фазовую скорость: $v_o = \frac{c}{n_o}$; $v_e = \frac{c}{n_e}$, то на выходе из нее они приобретают разность фаз δ , которая определяется оптической разностью хода $\Delta = d(n_o - n_e)$, то есть $\delta = \Delta \cdot k = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_o - n_e)$, где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число, n_o и n_e , соответственно, показатели преломления для обыкновенной ($n = \sqrt{\epsilon_x \mu}$) и необыкновенной ($n = \sqrt{\epsilon_z \mu}$) волн; d – геометрическая толщина пластинки. Уравнения колебаний для обыкновенной и необыкновенной волн на выходе из двойкопреломляющей пластинки могут быть записаны в виде:

$$E_o = E_o \sin \omega t; \epsilon_e = E_e \sin(\omega t + \delta), \quad (5)$$

где мы учитываем для простоты изменение фазы лишь одной из когерентных волн. Учитывая выражение (1), получим:

$$\epsilon_o = E \sin \alpha \sin \omega t; \epsilon_e = E \cos \alpha \sin(\omega t + \delta). \quad (6)$$

Осуществляя сложение двух взаимно перпендикулярных когерентных колебаний, то есть исключая из уравнений (6) время t , получим уравнение эллипса:

$$\frac{\epsilon_o^2}{E^2 \sin^2 \alpha} - 2 \frac{\epsilon_o \epsilon_e \cos \delta}{E^2 \sin \alpha \cos \alpha} + \frac{\epsilon_e^2}{E^2 \cos^2 \alpha} = \sin^2 \delta. \quad (7)$$

Таким образом, в общем случае результирующая волна, выходящая из фазовой двойкопреломляющей пластинки, обладает эллиптической поляризацией, то есть в любой неподвижной плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, конец электрического вектора описывает эллипс, при этом полуоси эллипса могут не совпадать с выбранными осями координат x и z . В зависимости от величин α и δ результирующая волна может обладать круговой или линейной поляризацией. Рассмотрим специальные случаи.

1. Пусть электрический вектор \vec{E} волны, падающей на пластинку, совпадает с ее главной осью

z ($\alpha = 0$). Тогда, согласно формуле (1), амплитуда обыкновенной волны $E_o = 0$ и, следовательно, в пластинке распространяется только необыкновенная волна с линейной поляризацией, вектор \vec{E}_e которой совпадает с осью z .

2. Если $\alpha = 90^\circ$, то согласно формуле (1) $E_e = 0$ и, следовательно, в пластинке распространяется только обыкновенная волна, вектор \vec{E}_o которой совпадает с осью x .

3. Пусть электрический вектор \vec{E} первоначальной волны составляет с главной оптической осью z пластинки угол $\alpha = 45^\circ$. Уравнение (7) принимает вид:

$$\frac{\varepsilon_o^2}{E^2} - 2 \frac{\varepsilon_o \varepsilon_e \cos \delta}{E^2} + \frac{\varepsilon_e^2}{E^2} = \frac{1}{2} \sin^2 \delta. \quad (8)$$

Рассмотрим наиболее важные частные случаи:

а) Пусть имеется такая анизотропная пластинка, что разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами в ней равна $\delta = \frac{\pi}{4}$. Такая пластинка называется «пластинкой $\lambda/8$ », так как оптическая разность хода между когерентными волнами для нее равна $\Delta = d(n_o - n_e) = \frac{\delta}{k} = \frac{\lambda}{8}$, где d – геометрическая толщина пластинки, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число. При указанных условиях из формулы (8), найдем:

$$\frac{\varepsilon_o^2}{E^2} - \sqrt{2} \frac{\varepsilon_o \varepsilon_e}{E^2} + \frac{\varepsilon_e^2}{E^2} = \frac{1}{4}. \quad (9)$$

Освободимся от члена $\varepsilon_o \varepsilon_e$ и приведем полученное уравнение эллипса к каноническому виду. Для этого осуществим поворот осей координат на угол $\alpha = 45^\circ$. В данном случае формулы поворота имеют вид:

$\varepsilon_o = \frac{\sqrt{2}}{2} (\varepsilon'_o - \varepsilon'_e)$; $\varepsilon_e = \frac{\sqrt{2}}{2} (\varepsilon'_o + \varepsilon'_e)$. Подставляя эти выражения в формулу (9), после преобразований найдем каноническое уравнение эллипса:

$$\frac{\varepsilon_o'^2}{\frac{4+2\sqrt{2}}{8} E^2} + \frac{\varepsilon_e'^2}{\frac{4-2\sqrt{2}}{8} E^2} = 1. \quad (10)$$

Графически полученный эллипс изображен на рис. 2б. Полуоси a и b эллипса определяются выражениями:

$$\begin{aligned} a^2 &= \frac{4+2\sqrt{2}}{8} E^2 = 0,85E^2; \\ b^2 &= \frac{4-2\sqrt{2}}{8} E^2 = 0,15E^2, \end{aligned} \quad (11)$$

или

$$a = \sqrt{0,85} E = 0,92E; \quad b = \sqrt{0,15} E = 0,39E. \quad (12)$$

Таким образом, если на кристаллическую «пластинку $\lambda/8$ » падает свет, электрический вектор \vec{E} которого составляет с ее главной осью угол $\alpha = 45^\circ$, то на выходе ее образуется эллиптически поляризованная волна, причем большая полуось эллипса совпадает с линией поляризации волны, падающей на пластинку.

б) Пусть кристаллическая пластинка такова, что разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами для нее равна $\delta = \frac{\pi}{2}$. Данная пластинка называется «пластинкой $\lambda/4$ », для нее оптическая разность хода равна: $\Delta = d(n_o - n_e) = \frac{\lambda}{4}$. Для данной пластинки на основании формулы (8) найдем уравнение окружности:

$$\varepsilon_o^2 + \varepsilon_e^2 = \frac{1}{2} E^2. \quad (13)$$

Таким образом, если выполняются два условия: $\alpha = 45^\circ$ и $\delta = \frac{\pi}{2}$, то линейно поляризованная волна при прохождении дwoякопреломляющей пластинки превращается в волну с круговой поляризацией, которая характеризуется тем, что ее электрический вектор описывает в любой неподвижной плоскости, перпендикулярной направлению распространения, окружность (рис. 2в) радиусом

$$R = \frac{E}{\sqrt{2}}, \quad (14)$$

где E – модуль электрического вектора линейно поляризованной волны, падающей на пластинку.

в) При $\alpha = 45^\circ$ и $\delta = 3 \frac{\pi}{4}$ на основании формулы (8) найдем снова уравнение эллипса:

$$\frac{\varepsilon_o'^2}{\frac{4-2\sqrt{2}}{8} E^2} + \frac{\varepsilon_e'^2}{\frac{4+2\sqrt{2}}{8} E^2} = 1. \quad (15)$$

Большая полуось этого эллипса перпендикулярна электрическому вектору \vec{E} волны падающей на пластинку (рис. 2г). Полуоси эллипса численно равны:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{4-2\sqrt{2}}{8}} E^2 = \sqrt{0,15} E^2 = 0,39E; \\ b &= \sqrt{\frac{4+2\sqrt{2}}{8}} E^2 = \sqrt{0,85} E^2 = 0,92E. \end{aligned} \quad (16)$$

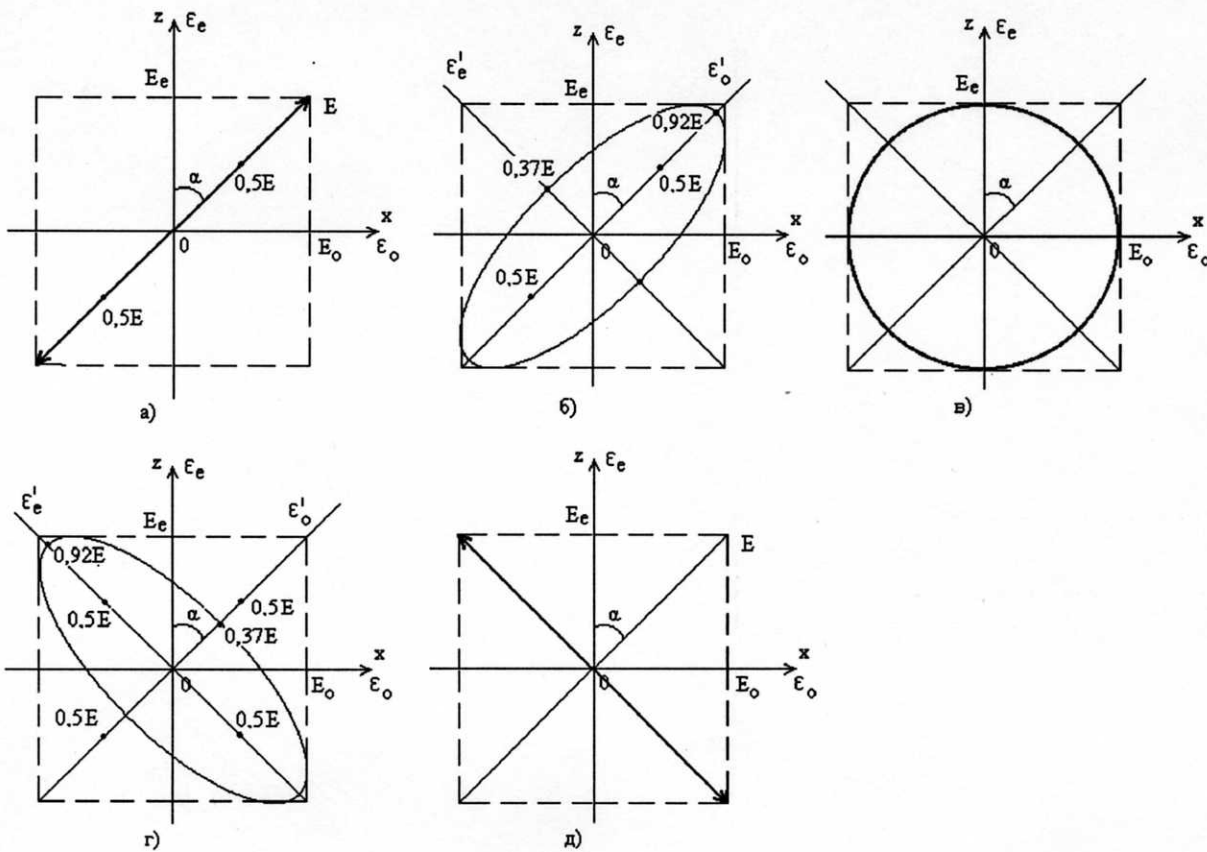


Рис. 2.

г) Пусть геометрическая толщина d кристаллической пластинки такова, что разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами равна $\delta = \pi$. Данная пластинка называется «пластинкой $\lambda/2$ », так для нее $\Delta = d(n_o - n_e) = \frac{\lambda}{2}$.

Для полуволновой пластинки на основании формулы (8) найдем уравнение прямой линии:

$$\frac{\epsilon_o}{\epsilon_e} = -1, \tag{17}$$

график которой изображен на рис. 2д. Сравнивая выражения (4) и (17) или рисунки 2а и 2д, можно заключить, что при $\alpha = 45^\circ$ из полуволновой пластинки выходит волна с линейной поляризацией, но ее электрический вектор повернут по отношению к линии поляризации волны, падающей на пластинку, на угол $2\alpha = 90^\circ$.

д) При $\alpha = 45^\circ$ и $\delta = 2\pi$ нетрудно показать, что уравнение колебаний на выходе будет иметь вид:

$$\frac{\epsilon_o}{\epsilon_e} = 1. \tag{18}$$

Следовательно, волна, выходящая из «пластинки λ », будет обладать линейной поляризацией, причем ее

электрический вектор будет совпадать с линией поляризации волны, падающей на пластинку.

2. Анализ поляризованного света и теория интерференции поляризованных волн в кристаллах. Следует отметить, что вследствие очень большой частоты колебаний как в оптике, так и в радиофизике не существует приемников электромагнитных волн, способных регистрировать вращение электрического вектора в волне с круговой или эллиптической поляризацией; не существует приемников, способных фиксировать и колебания электрического вектора в волне с линейной поляризацией. Поэтому для анализа характера поляризации результирующей волны, выходящей из анизотропной пластинки, используют различные анализаторы: пластинку турмалина или николь. Пусть главная ось ОА анализатора, установленного за кристаллической пластинкой, составляет с главной линией ОП поляризатора, установленного перед пластинкой, произвольный угол φ (рис. 1). Анализатор одновременно пропускает две параллельные составляющие \vec{E}'_o и \vec{E}'_e от обыкновенной \vec{E}_o и необыкновенной \vec{E}_e волн, линии поляризации которых взаимно перпендикулярны. Составляющие \vec{E}'_o и \vec{E}'_e когерентны и они интерferируют. Следует заметить, что пространственная диаграмма (рис. 1) ничего не говорит о

разности фаз δ интерферирующих волн \vec{E}'_o и \vec{E}'_e . Указанная разность фаз δ определяется оптической разностью хода $\Delta = d(n_o - n_e)$ ортогональных компонент \vec{E}_o и \vec{E}_e в двоякопреломляющей пластинке. Численные значения амплитуд интерферирующих волн можно найти на основе имеющейся пространственной диаграммы (рис. 1):

$$E'_o = E \sin(\varphi + \alpha); \quad E'_e = E \cos(\varphi + \alpha). \quad (19)$$

Учитывая формулы (1), получим

$$E'_o = E \sin \alpha \sin(\varphi + \alpha); \quad E'_e = E \cos \alpha \cos(\varphi + \alpha), \quad (20)$$

где φ – угол между главными линиями анализатора и поляризатора.

Согласно теории сложения однонаправленных когерентных колебаний, найдем результат интерференции когерентных волн E'_o и E'_e , имеющих произвольную разность фаз δ . Для этого достаточно построить векторную диаграмму интерферирующих волн (рис. 3), где ОР – опорная линия, и воспользоваться формулой косоугольного треугольника

$$E_p^2 = E_o'^2 + E_e'^2 + 2E_o'E_e' \cos \delta = (E_o' + E_e')^2 - 2E_o'E_e'(1 - \cos \delta)$$

Учитывая, что $(1 - \cos \delta) = 2 \sin^2 \frac{\delta}{2}$, получим

$$E_p^2 = (E_o' - E_e')^2 - 4E_o'E_e' \sin^2 \frac{\delta}{2}.$$

Поставляя в данное выражение формулы (20), найдем значение интенсивности волны $I \sim E_p^2$, выходящей из анализатора, установленного за кристаллической пластинкой:

$$I = I_0 \left\{ \cos^2 \varphi - \sin 2\alpha \cdot \sin 2(\varphi + \alpha) \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\}, \quad (21)$$

где $I_0 \sim E^2$ интенсивность линейно поляризованной волны, падающей на одноосную кристаллическую пластинку. При выводе формулы (21) следует использовать тригонометрические соотношения:

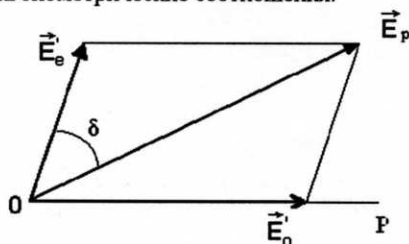


Рис. 3.

$$\sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi) + \cos \alpha \cdot \cos(\alpha + \varphi) = \cos[\alpha - (\alpha + \varphi)] = \cos \varphi;$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha;$$

$$\sin(\alpha + \varphi) \cdot \cos(\alpha + \varphi) = \frac{1}{2} \sin 2(\alpha + \varphi).$$

Полученную формулу (21) можно трактовать двояко. С одной стороны, это есть общая формула интерференции поляризованных волн E'_o и E'_e в одноосном кристалле, так как она определяет интенсивность волны I , проходящей через анализатор, как функцию разности фаз δ интерферирующих компонент E'_o и E'_e . Другими словами, формула (21) определяет функцию $I = I(\delta)$ при заданных параметрах эксперимента: $\alpha = \text{const}$ и $\varphi = \text{const}$. С другой стороны, формула (21) определяет зависимость интенсивности I волны, проходящей через анализатор, от угла φ его поворота, то есть данная формула определяет функцию $I = I(\varphi)$ при заданных постоянных параметрах эксперимента: $\alpha = \text{const}$ и $\delta = \text{const}$. Эта зависимость $I = I(\varphi)$ позволяет определить характер поляризации результирующей волны, выходящей из кристаллической пластинки, которая получилась от сложения двух когерентных волн \vec{E}_o и \vec{E}_e с ортогональными линиями поляризации. Данная функциональная зависимость $I = I(\varphi)$, выраженная графически в полярных координатах, называется полярной диаграммой результирующей волны.

Найдем полярные диаграммы волн, выходящих из анизотропной пластинки в специальных случаях, рассмотренных ранее.

1. Пусть электрический вектор \vec{E} волны, падающей на двоякопреломляющую пластинку любой толщины, совпадает с ее главной оптической осью z ($\alpha = 0$). Согласно формуле (1), в кристалле распространяется только необыкновенная линейно поляризованная волна $E_e = E$, причем обыкновенная волна отсутствует ($E_o = 0$). На основании формулы (20) видно, что одна из интерферирующих компонент имеет нулевую амплитуду ($E'_o = 0$). Из формулы (21) при $\alpha = 0$ найдем полярную диаграмму линейно поляризованной необыкновенной волны, выходящей из пластинки: $I = I_0 \cos^2 \varphi$, которая соответствует закону Малюса и графически в полярных координатах представляет собой «восьмерку» с «талией», равной нулю.

2. Пусть вектор \vec{E} первичной волны, падающей на одноосную анизотропную пластинку, составляет с ее главной оптической осью z угол $\alpha = 90^\circ$. В данном случае, согласно формуле (1), в кристалле будет распространяться только обыкновенная линейно поляризованная волна $E_o = E$, причем $E_e = 0$. На основании формулы (20) можно заключить, что одна из интерферирующих волн имеет нулевую амплитуду ($E'_e = 0$). Из формулы (21) при $\alpha = 90^\circ$ найдем полярную диаграмму линейно поляризованной обыкновенной волны,

выходящей из пластинки: $I = I_0 \cos^2 \varphi$, которая снова соответствует закону Малюса.

Из этих двух случаев можно сделать важный вывод. При $\alpha = 0$ или при $\alpha = 90^\circ$ из кристалла выходит линейно поляризованная волна (необыкновенная или обыкновенная), и при вращении анализатора интенсивность проходящего света периодически изменяется в соответствии с законом Малюса: то есть при повороте анализатора на угол 90° максимум интенсивности сменяется минимумом и наоборот (картина становится дополнительной), но этот факт не может трактоваться как интерференция поляризованных волн, так как одна из интерферирующих компонент E'_o или E'_e при этом равна нулю.

1. Пусть электрический вектор \vec{E} первичной волны, падающей на анизотропную пластинку, составляет с ее главной оптической осью угол $\alpha = 45^\circ$. В этом случае формула (21) принимает вид:

$$I = I_0 \left\{ \cos^2 \varphi - \sin 2(\varphi + 45^\circ) \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\}.$$

Учитывая, что $\sin 2(\varphi + 45^\circ) = \sin(2\varphi + 90^\circ) = \cos 2\varphi$, найдем:

$$I = I_0 \left\{ \cos^2 \varphi - \cos 2\varphi \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\}.$$

Так как $\cos 2\varphi = \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi$, то окончательно получим:

$$I = I_0 \left\{ \cos^2 \varphi \cdot \cos^2 \frac{\delta}{2} + \sin^2 \varphi \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\}. \quad (22)$$

Если между поляризатором и анализатором кристаллическая анизотропная пластинка отсутствует ($\delta = 0$), то из этой формулы мы получаем полярную диаграмму линейно поляризованной волны, выходящей из поляризатора: $I = I_0 \cos^2 \varphi$, которая соответствует закону Малюса. В полярных координатах данная диаграмма изображена на рис. 4а.

Рассмотрим наиболее важные частные случаи.

а) Пусть при $\alpha = 45^\circ$ между поляризатором и анализатором расположена анизотропная «пластинка $\lambda/8$ », для которой разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами равна $\delta = \frac{\pi}{4}$ или $\delta = 45^\circ$. При

данных условиях из «пластинки $\lambda/8$ » выходит эллиптически поляризованная волна (10), причем полуоси эллипса даются выражениями (11) и (12). На основании формулы (22) при $\delta = 45^\circ$ найдем полярную диаграмму эллиптически поляризованной волны, выходящей из «пластинки $\lambda/8$ »:

$$I = I_0 \{0,85 \cos^2 \varphi + 0,15 \sin^2 \varphi\}. \quad (23)$$

Данная полярная диаграмма изображена на рис. 4б и представляет собой «восьмерку» с «талией», не равной нулю. Легко видеть, что интенсивность волны, проходящей через анализатор, максимальна

$$I_{\parallel} = 0,85 \cdot I_0 \quad (24)$$

при $\varphi = 0$, то есть когда главные линии анализатора и поляризатора совпадают, интенсивность волны, выходящей из анализатора, минимальна

$$I_{\perp} = 0,15 \cdot I_0 \quad (25)$$

при $\varphi = 90^\circ$, то есть когда главные линии анализатора и поляризатора скрещены. Эти значения совпадают с большей и малой полуосями полярной диаграммы рис. 4б. На основании полученной полярной диаграммы (23) эллиптически поляризованной волны можно найти полуоси эллипса:

$$a = \sqrt{I_{\parallel}} = \sqrt{0,85 I_0} = 0,92 \sqrt{I_0};$$

$$b = \sqrt{I_{\perp}} = \sqrt{0,15 I_0} = 0,39 \sqrt{I_0}.$$

Учитывая, что $\sqrt{I_0} \sim E$, получим формулы:

$$a = 0,92 E; \quad b = 0,39 E, \quad (26)$$

которые совпадают со значениями (12), найденными на основе теории сложения волн с взаимно перпендикулярными линиями поляризации, что говорит о справедливости рассмотренных подходов.

б) Пусть при $\alpha = 45^\circ$ между поляризатором и анализатором расположена «пластинка $\lambda/4$ », для которой разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами равна $\delta = \frac{\pi}{2}$ или $\delta = 90^\circ$. Как было показано

раньше, из четвертьволновой пластинки при данных условиях опыта выходит волна с круговой поляризацией. При этом уравнение окружности дается формулой (13). На основании формулы (22) при $\delta = 90^\circ$ найдем полярную диаграмму (рис. 4в) циркулярно поляризованной волны, выходящей из «пластинки $\lambda/4$ »:

$$I = \frac{I_0}{2}, \quad \text{или} \quad I = \frac{E^2}{2}. \quad (27)$$

При этом интенсивность волны I , выходящей из анализатора, не зависит от его углового положения φ и остается постоянной величиной. Например, интенсивность волны при параллельных и перпендикулярных главных линиях анализатора и поляризатора будет одинаковой:

$$I_{\parallel} = I_{\perp} = \frac{I_0}{2}. \quad (28)$$

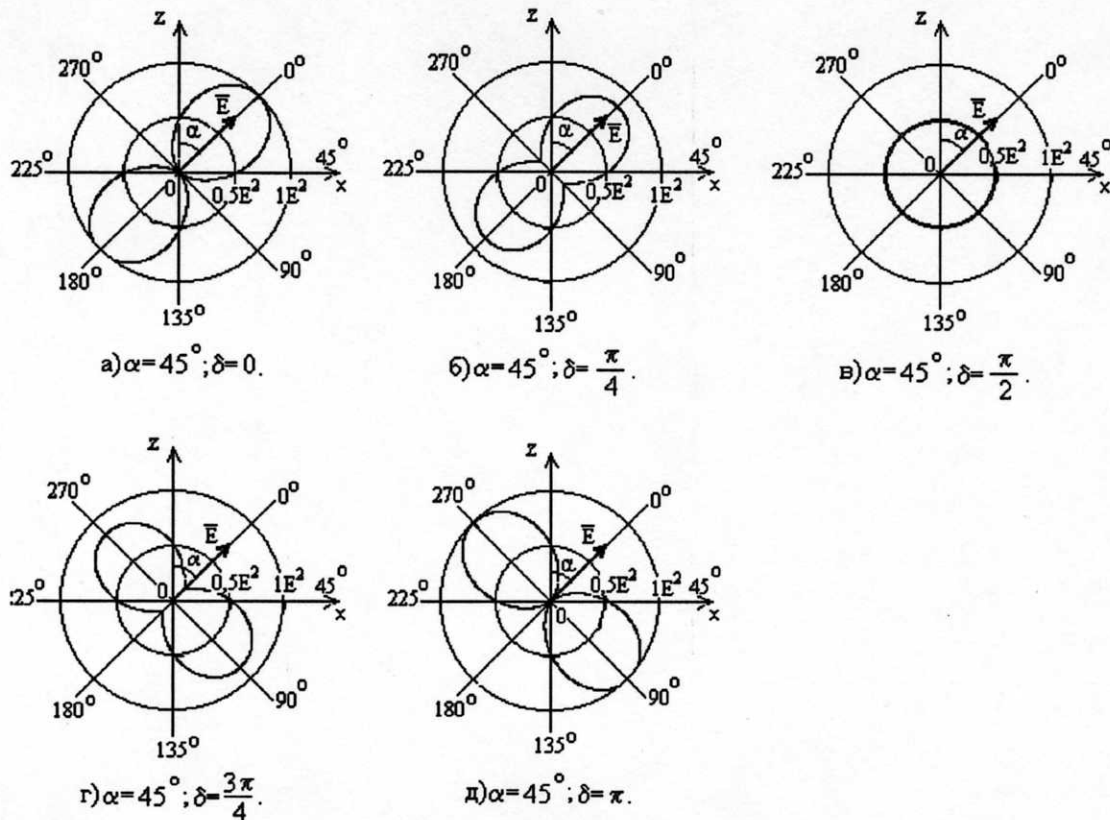


Рис. 4.

На основе полученной полярной диаграммы (27) найдем радиус окружности, которую описывает конец электрического вектора в волне с круговой поляризацией:

$$R = \sqrt{I} \quad \text{или} \quad R = \frac{E}{\sqrt{2}}, \quad (29)$$

что совпадает со значением (14), найденным на основе теории сложения двух когерентных волн с взаимно перпендикулярными линиями поляризации.

в) При $\alpha = 45^\circ$ и $\delta = \frac{3}{4}\pi$ на основании формулы (22) найдем уравнение полярной диаграммы для эллиптической поляризованной волны:

$$I = I \{ 0,15 \cos^2 \varphi + 0,85 \sin^2 \varphi \}. \quad (30)$$

Графически данная диаграмма представлена на рис. 4г. Интенсивность волны, проходящей через анализатор, максимальна

$$I_{\perp} = 0,85 I_0 \quad \text{или} \quad I_{\perp} \sim 0,85 E^2 \quad (31)$$

при $\varphi = 90^\circ$, то есть когда главные линии анализатора и поляризатора скрещены.

Интенсивность волны минимальна

$$I_{\parallel} = 0,15 I_0 \quad \text{или} \quad I_{\parallel} \sim 0,15 E^2 \quad (32)$$

при $\varphi = 0$, то есть когда главные линии анализатора и поляризатора параллельны. Полуоси эллипса можно найти из полярной диаграммы:

$$a = \sqrt{I_{\parallel}} = \sqrt{0,15} E = 0,39 E; \quad (33)$$

$$b = \sqrt{I_{\perp}} = \sqrt{0,85} E = 0,92 E.$$

Полученные значения полуосей совпадают с их численными выражениями (16), найденными на основе теории сложения двух волн с ортогональными линиями поляризации.

г) Из формулы (22) при $\alpha = 45^\circ$ и $\delta = \pi$ найдем уравнение полярной диаграммы линейно поляризованной волны, выходящей из анизотропной полуволновой пластинки:

$$I = I_0 \sin^2 \varphi. \quad (34)$$

Графически данная диаграмма изображена на рис. 4д. Сравнивая данную полярную диаграмму с диаграммой линейно поляризованной волны на входе пластинки, которая дается законом Малюса (рис. 4а), видно, что линия поляризации волны, выходящей из «пластинки $\lambda/2$ », оказывается повернутой на угол $2\alpha = 90^\circ$. Из формулы (34) следует, что максимальная интенсивность волны

$$I_{\max} = I_{\perp} = I_0 \quad \text{или} \quad I_{\perp} \sim E^2 \quad (35)$$

наблюдается при $\varphi = 90^\circ$, то есть при скрещенных линиях анализатора и поляризатора; минимальная интенсивность

$$I_{\min} = I_{\parallel} = 0 \quad (36)$$

наблюдается при $\varphi = 0$, то есть при параллельных главных линиях поляризатора и анализатора.

д) При $\alpha = 45^\circ$ и $\delta = 2\pi$ на основании формулы (22) найдем уравнение полярной диаграммы волны, выходящей из «пластинки λ »:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi. \quad (37)$$

Данная полярная диаграмма совпадает с полярной диаграммой линейно поляризованной волны на входе анизотропной пластинки, которая, как было показано, дается также законом Малюса. Из формулы (37) следует, что максимальная интенсивность волны

$$I_{\max} = I_{\parallel} = I_0 \quad (38)$$

наблюдается при $\varphi = 0$, то есть когда главные линии анализатора и поляризатора параллельны; минимальная интенсивность волны

$$I_{\min} = I_{\perp} = 0 \quad (39)$$

наблюдается при $\varphi = 90^\circ$, то есть когда главные линии анализатора и поляризатора скрещены. Целесообразно сравнить волны с различным характером поляризации (рис. 2) и их полярные диаграммы (рис. 4).

Рассмотрим теорию интерференции поляризованных волн в двоякопреломляющих кристаллических пластинках.

Из оптики известно, что интерференция поляризованных волн наблюдается наиболее контрастно, если главная линия поляризатора, установленного перед анизотропной пластинкой, составляет с ее главной осью угол $\alpha = 45^\circ$, а главная линия анализатора составляет с главной линией поляризатора угол $\varphi = 0$ или $\varphi = 90^\circ$, то есть главные линии поляризатора и анализатора должны быть или параллельными, или взаимно перпендикулярными. В этом случае, согласно формулам (20), интерферирующие волны E'_o и E'_e имеют одинаковые амплитуды:

$$E'_o = E'_e = \frac{E}{2}, \quad (40)$$

где \vec{E} – электрический вектор волны, падающей на анизотропную пластинку. Этот вывод подтверждается также построением пространственных диаграмм [8]. Выражение (22), которое вытекает из общей формулы интерференции (21) поляризованных лучей, может рассматриваться как формула интерференции поляризованных волн в кристаллических пластинках при наилучших условиях ее наблюдения, то есть при $\alpha = 45^\circ$. Ранее было показано, что интерференция наблюдаться не может при $\alpha = 0$ и при $\alpha = 90^\circ$.

Найдем законы интерференции. Из выражения (22) видно, что при параллельных главных линиях анализатора и поляризатора ($\varphi = 0$) интенсивность при интерференции равна:

$$I_{\parallel} = I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}. \quad (41)$$

Откуда следует, что при $\delta = 2\pi; 4\pi; 6\pi; \dots$, или $\Delta = \lambda; 2\lambda; 3\lambda; \dots$, наблюдается максимум интерференции поляризованных волн

$$I_{\max} = I_{\parallel} = I_0. \quad (42)$$

Данная формула совпадает с формулой (38), найденной из анализа полярной диаграммы волны, выходящей из «пластинки λ », для которой $\delta = 2\pi$.

Из формулы (41) следует, что при $\delta = \pi; 3\pi; 5\pi; \dots$, или $\Delta = \frac{\lambda}{2}; 3\frac{\lambda}{2}; 5\frac{\lambda}{2}; \dots$, наблюдается минимум интерференции

$$I_{\min} = I_{\parallel} = I_0. \quad (43)$$

Эта формула совпадает с формулой (36), найденной из анализа полярной диаграммы волны, выходящей из «пластинки $\lambda/2$ », для которой $\delta = \pi$.

Из формулы (22) следует, что при взаимно перпендикулярных линиях анализатора и поляризатора ($\varphi = 90^\circ$) интенсивность при интерференции поляризованных лучей равна:

$$I_{\perp} = I_0 \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (44)$$

Откуда следует, что при $\delta = 2\pi; 4\pi; 6\pi; \dots$, или $\Delta = \lambda; 2\lambda; 3\lambda; \dots$, наблюдается минимум интерференции

$$I_{\min} = I_{\perp} = 0. \quad (45)$$

Эта формула совпадает с ранее найденной (39), полученной из анализа полярных диаграмм волн, выходящих из «пластинки λ », для которой $\delta = 2\pi$.

Из формулы (44) видно, что при $\delta = \pi; 3\pi; 5\pi; \dots$, или $\Delta = \frac{\lambda}{2}; 3\frac{\lambda}{2}; 5\frac{\lambda}{2}; \dots$, наблюдается максимум интерференции

$$I_{\max} = I_{\perp} = I_0, \quad (46)$$

что совпадает с формулой (35).

Таким образом, можно сформулировать общие правила наиболее контрастной интерференции поляризованных волн: 1. Если оптическая разность хода между обыкновенной и необыкновенной волнами равна нечетному числу полуволн, то при параллельных главных линиях анализатора и поляризатора наблюдается минимум интерференции, а при взаимно перпендику-

лярных линиях анализатора и поляризатора наблюдается максимум интерференции. 2. Если оптическая разность хода интерферирующих волн в одноосном кристалле равна целому числу длин волн, то при параллельных линиях поляризатора и анализатора наблюдается максимум интерференции, а при взаимно перпендикулярных главных линиях анализатора и поляризатора наблюдается минимум интерференции. Эти правила легко запомнить, если вспомнить свойства «пластинки $\lambda/2$ » и «пластинки λ ». Полуволновая пластинка поворачивает линию поляризации волны на угол $2\alpha = 90^\circ$, «пластинка λ » оставляет линию поляризации неизменной. Из сформулированных правил следует, что при повороте анализатора на угол 90° интерференционная картина сменяется на дополнительную.

Из формул интерференции (41) и (44) следует, что если разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами равна $\delta = \frac{\pi}{2}$ или оптическая разность

хода равна $\Delta = \frac{\lambda}{4}$, то при параллельных и скрещенных главных линиях поляризатора и анализатора интенсивность при интерференции будет одинакова:

$$I_{\parallel} = I_{\perp} = \frac{I_0}{2},$$

что совпадает с выражением (27). Этот результат очевиден, так как из «пластинки $\lambda/4$ » выходит волна с круговой поляризацией.

Если $\delta = \frac{\pi}{4}$ или оптическая разность хода равна

$\Delta = \frac{\lambda}{8}$, то из формул интерференции (41) и (44) найдем:

$$I_{\parallel} = 0,85I_0; \quad I_{\perp} = 0,15I_0,$$

что находится в полном согласии с выражениями (24) и (25), полученными при анализе эллиптически поляризованной волны, выходящей из кристаллической пластинки.

3. Установка для экспериментального исследования взаимодействия поляризации волн. Приведенные теоретические выводы находят полное подтверждение в наглядном эксперименте, выполненном на базе сантиметровых электромагнитных волн. Источником радиоволн служит клистронный генератор, нагруженный передающей рупорной антенной. Волна, излучаемая антенной, является линейно поляризованной, причем электрический вектор \vec{E} волны направлен перпендикулярно к широкой стенке волновода, соединенного с передающей антенной. Следовательно, источник сантиметровых радиомагнитных волн следует рассматривать как поляризатор соответствующего оптического прибора. В качестве приемника сантиметровых электромагнитных волн используется рупорная антенна, обладающая избирательными свойствами по отношению к поляризации принимаемого излучения.

Она принимает электромагнитную волну с максимальной интенсивностью, если электрический вектор \vec{E} волны оказывается перпендикулярным к широкой стенке волновода приемника. Другими словами, приемная рупорная антенна выполняет роль анализатора в соответствующем оптическом эксперименте. Линии, перпендикулярные к широким стенкам волноводов источника и приемника радиоволн, называются главными линиями поляризатора и анализатора. В качестве искусственной двоякопреломляющей среды для радиоволн используется металлоленточная структура. Она состоит из большого числа параллельных тонких металлических лент, установленных на расстоянии $a = 20$ мм (рис. 5). За главную «оптическую» ось искусственной анизотропной среды принимается направление Z , перпендикулярное к ее лентам. Для обыкновенной электромагнитной волны, вектор \vec{E} которой расположен параллельно главной оси структуры, ее эквивалентный показатель преломления $n_o = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} = 0,6$

при $\lambda = 32$ мм. Для необыкновенной волны, электрический вектор \vec{E} которой расположен параллельно главной оси структуры, ее показатель преломления $n_e = 1$. Для полного проведения всех экспериментальных исследований нами изготовлены: одна «пластинка $\frac{\lambda}{8}$ », две «пластинки $\frac{\lambda}{4}$ », две «пластинки $\frac{\lambda}{2}$ », и одна «пластинка λ ». Например, полуволновая пластинка состоит из двенадцати одинаковых лент длиной 220 мм и шириной $d = 40$ мм, скрепленных металлическими шпильками. При этом ее геометрическая толщина d , то есть ширина лент, удовлетворяет условию:

$d(n_e - n_o) = \frac{\lambda}{2}$. Четвертьволновая пластинка состоит

из лент шириной $d = 20$ мм; «пластинка $\frac{\lambda}{8}$ » и «пластинка λ » имеют, соответственно, геометрическую толщину $d = 10$ мм и $d = 80$ мм.

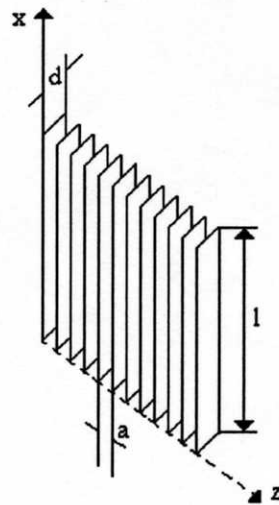


Рис. 5.

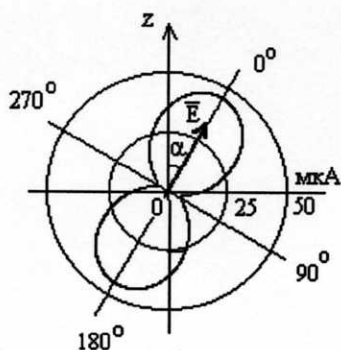


Рис. 6.

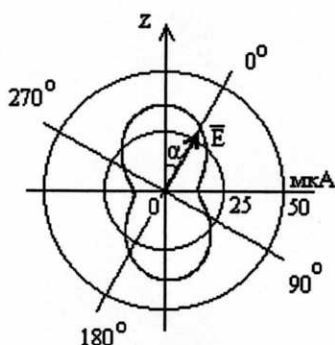


Рис. 7.

Для проведения эксперимента устанавливают источник и приемник радиоволн на одной прямой напротив друг друга на расстоянии 0,7 м. Для измерения интенсивности принимаемой волны приемную антенну соединяют с микроамперметром или осциллографом. Между источником и приемником располагают искусственную двоякопреломляющую среду заданной толщины, что обеспечивает определенную разность хода интерферирующих волн или их разность фаз δ .

Исходя из задач эксперимента, выбирается угол α . Другими словами, в эксперименте угол α между линией поляризатора и главной осью Z исследуемой пластинки определяется по соответствующей шкале. Вращая приемную рупорную антенну как анализатор вокруг ее продольной оси, через каждые 10° измеряют зависимость интенсивности I принимаемой волны от угла φ поворота; при этом угол φ отсчитывается от линии поляризатора. По экспериментальным данным строят полярную диаграмму $I = I(\varphi)$ принимаемой волны. При тех же параметрах α и δ по формуле (21) рассчитывают и строят теоретическую полярную диаграмму, где I_0 – интенсивность волны, падающей на пластинку.

На рис. 6 показана полярная диаграмма результирующей волны, выходящей из анизотропной двоякопреломляющей «пластинки $\frac{\lambda}{8}$ », когда на нее падает линейно поляризованная волна, электрический вектор \vec{E} которой составляет с главной осью пластинки угол $\alpha = 30^\circ$. Полярная диаграмма построена по формуле (21) при интенсивности волны, падающей на пластинку,

$I_0 = 50 \text{ мкА}$. На рис. 7 приведена полярная диаграмма волны, выходящей из двоякопреломляющей «пластинки $\frac{\lambda}{4}$ » при $\alpha = 30^\circ$ и той же интенсивностью I_0

первичной волны. В пределах ошибки эксперимента экспериментальные и теоретические полярные диаграммы совпадают.

Большой выбор анизотропных пластинок и углов α позволяет организовать индивидуальные лабораторные исследования для студентов, изучающих курс оптики по программе университета.

Описанная установка и набор анизотропных двоякопреломляющих пластинок позволяет проиллюстрировать справедливость общих правил наиболее контрастной интерференции поляризованных волн, приведенных выше. Для этой цели устанавливают источник и приемник радиоволн напротив друг друга так, что их главные линии поляризации скрещены и приема волн нет. Располагают между источником и приемником полуволновую пластинку так, что электрический вектор \vec{E} волны, падающий на нее, составляет с ее главной осью угол $\alpha = 45^\circ$, отмечают прием радиоволн, то есть максимум интерференции. Устанавливают главные линии поляризатора и анализатора параллельно и регистрируют прием электромагнитных волн. Снова вносят между ними полуволновую пластинку при $\alpha = 45^\circ$, отмечают отсутствие приема волн, то есть минимум интерференции. Повторяют эти опыты с «пластинкой λ » при $\alpha = 45^\circ$. Отмечают, что при параллельных линиях поляризатора и анализатора наблюдается прием радиоволн, то есть максимум интерференции, а при перпендикулярных главных осях поляризатора и анализатора наблюдается минимум интерференции.

В качестве анизотропных пластинок для сантиметровых электромагнитных волн можно также использовать слоистые диэлектрические структуры [9], а также волноводные структуры [10].

ВЫВОДЫ

1. Показано, что при взаимодействии двух когерентных электромагнитных волн с взаимно перпендикулярными линиями поляризации следует различать три явления: сложение волн с ортогональными линиями поляризации; интерференция поляризованных волн, то есть когерентных компонент, выделяемых анализатором, и анализ поляризованного света, то есть определение характера поляризации той волны, которая образовалась от сложения двух волн с ортогональными линиями поляризации.

2. Рассмотрено прохождение линейно поляризованной волны через одноосную анизотропную двоякопреломляющую пластинку, в которой образуются две когерентные волны с взаимно перпендикулярными линиями поляризации. Обсуждается сложение двух волн с ортогональными линиями поляризации и в общем случае получено уравнение результирующей эллиптически поляризованной волны. В частных случаях приводятся уравнения результирующих волн, выходящих из анизотропных «пластинок» $\frac{\lambda}{8}$; $\frac{\lambda}{4}$; $\frac{3\lambda}{8}$; $\frac{\lambda}{2}$ и

λ . Даются основные свойства этих пластинок.

3. Выявляется роль анализатора, установленного на пути двух когерентных волн с взаимно перпендикулярными линиями поляризации, который выделяет две когерентные параллельные компоненты. Получена общая формула для интенсивности волны, проходящей через анализатор, которая имеет две различные трактовки. Во-первых, формула определяет зависимость интенсивности волны, проходящей через анализатор, от разности фаз когерентных волн с взаимно перпендикулярными линиями поляризации, то есть формула определяет результат интерференции поляризованных волн. Во-вторых, формула дает зависимость интенсивности волны, проходящей через анализатор, от его углового положения, то есть она определяет так называемую полярную диаграмму результирующей волны, выходящей из пластинки.

4. Определены условия наблюдения наиболее контрастной интерференции поляризованных волн и сформулированы четко законы интерференции поляризованных волн. Обсуждаются результаты интерференции в двоякопреломляющих «пластинках» $\frac{\lambda}{8}$; $\frac{\lambda}{4}$; $\frac{3\lambda}{8}$;

$\frac{\lambda}{2}$ и λ . Результаты интерференции сравниваются с выводами, полученными на основе теории сложения волн с взаимно перпендикулярными линиями поляризации.

5. Получены полярные диаграммы результирующих волн, выходящих из «пластинок» $\frac{\lambda}{8}$; $\frac{\lambda}{4}$; $\frac{3\lambda}{8}$;

$\frac{\lambda}{2}$ и λ , которые сравниваются с результатами сложения двух когерентных волн с ортогональными линиями поляризации и с результатами интерференции поляризованных волн.

6. Описана установка для исследования взаимодействия двух когерентных волн с взаимно перпенди-

кулярными линиями поляризации в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн ($\lambda = 3,2$ см). Источник и приемник выполняют роль поляризатора и анализатора в соответствующем оптическом эксперименте. В качестве анизотропной двоякопреломляющей искусственной среды используется металлоленточная структура, которая для обыкновенной волны имеет показатель преломления $n_o = 0,6$, а для необыкновенной волны $n_e = 1$. Описано устройство двоякопрелом-

ляющих «пластинок» $\frac{\lambda}{8}$; $\frac{\lambda}{4}$; $\frac{\lambda}{2}$ и λ . Приводятся гео-

метрические примеры этих пластинок. Приводится описание опытов по наблюдению интерференции поляризованных волн и проверке основных законов интерференции. Дается описание эксперимента по получению полярных диаграмм волн, выходящих из анизотропных пластинок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландсберг Г.С. Оптика. М.: Наука, 1976. 926 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. III. М.: Наука, 1971. 528 с.
3. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. Т. III. М.: Высш. шк., 1979. 511 с.
4. Суханов А.Д. Фундаментальный курс физики. Т. II. М.: Агар, 1998. 709 с.
5. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 855 с.
6. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. М.: Наука, 1980. 751 с.
7. Матвеев А.Н. Оптика. М.: Высш. шк., 1985. 351 с.
8. Молотков Н.Я., Шальнев В.В., Вязов В.Б. Об интерференции поляризованного света // Учебная физика. 1998. № 2. С. 53-57.
9. Молотков Н.Я., Дивак В.Б., Постульгин А.В. Лабораторная работа по исследованию свойств фазовых двоякопреломляющих пластинок // Физическое образование в вузе. 1998. Т. 4. № 2. С. 53-55.
10. Молотков Н.Я. Радиоволны в демонстрационном эксперименте по оптике. Киев: Вища шк., 1981. 104 с.

Поступила в редакцию 19 февраля 2003 г.