

УДК 539.3

## ВЛИЯНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ БАРЬЕРА И ПРИЛОЖЕННОГО НАПРЯЖЕНИЯ НА УСЛОВИЕ ЗАРОЖДЕНИЯ ТРЕЩИН В ЗАТОРМОЖЕННОМ СКОПЛЕНИИ ДИСЛОКАЦИЙ

© Ю.И. Тялин, В.А. Тялина

*Ключевые слова:* разрушение; трещина; заторможенное скопление; дислокация.

Рассмотрено зарождение микротрещины в вершине плоского скопления краевых дислокаций для двух вариантов барьеров – полностью блокирующего движение головной дислокации (1) и тормозящего движение головной дислокации за счет упругих напряжений, убывающих обратно пропорционально расстоянию от барьера (2). Для барьера первого типа дополнительно определены условия зарождения разрушения в неоднородном поле внешних напряжений. Показано, что условия зарождения микротрещины могут существенно отличаться от условий в классической модели Стру.

Большая часть дислокационных механизмов зарождения микротрещин в той или иной степени связана с торможением дислокационных скоплений на различного рода препятствиях [1–3]. Таковыми могут быть включения, границы зерен и двойников, дислокации других систем скольжения и т. д. Считается, препятствие полностью тормозит головную дислокацию скопления, а зарождение трещины будет иметь место при слиянии первых двух дислокаций. Критерий слияния может быть различным при силовом и термоактивированном подходе к рассмотрению процесса зарождения микротрещин.

В первом случае головные дислокации должны сблизиться до расстояния  $d$ , равного вектору Бюргерса дислокаций  $b$ , т. е. критериальным условием является равенство  $d = x_2 - x_1 = b$ . В термоактивированном подходе условие слияния дислокаций менее жесткое:

$$d = k \cdot b,$$

где  $k$  – числовой коэффициент, больший единицы ( $k = \frac{5}{9}$ ). Соответственно критические напряжения  $\tau$  будут в  $k$  раз меньше, чем при силовом подходе.

В известных схемах, как правило, не затрагивается вопрос о природе взаимодействия головной дислокации со стопором, а принимается, что он является непреодолимым препятствием для движения дислокаций. Назовем такой барьер *геометрическим* (1). Потенциальный рельеф подобного рода барьера может быть представлен прямоугольной ступенькой. Наиболее близким примером такого жесткого стопора может служить инородное включение в кристалле. Большая же часть реальных барьеров обладает более протяженными полями упругих напряжений. Назовем их условно *силовыми барьерами* (2). Такие барьеры не будут полностью блокировать движение головной дислокации. Это обстоятельство может отразиться на величине критических напряжений зарождения трещин.

Помимо этого, внешнее напряжение, поджимающее скопление к барьеру, обычно считается постоянным. Хотя в большинстве реальных задач поле внешних напряжений не является однородным.

*Целью настоящей работы* является изучение возможного влияния типа барьера и распределения внешних напряжений на условия зарождения трещин в заторможенном скоплении.

1. Рассмотрим дислокационную схему заторможенного скопления дислокаций, представленную на рис. 1.

Барьер, расположенный в начале координат, представлен супердислокацией с переменным вектором Бюргерса  $mb$ . Подвижные дислокации, расположенные вдоль оси  $Oz$ , поджимаются к нему постоянным напряжением  $\tau$ . В соответствии с этой схемой мы получаем при  $m = 1$  геометрический барьер, если дислокация в начале координат является головной дислокацией скопления. Если  $m > 1$ , то мы получаем скопление, поджимаемое к силовому барьеру, напряжения от которого спадают в соответствии с выражением:

$$\tau(x) = m \cdot A / x,$$

где  $A = G \cdot b / 2\pi(1 - \nu)$ ;  $G$  – модуль сдвига,  $\nu$  – коэффициент Пуассона. Линейный закон убывания напряжений характерен не только для дислокаций, но и для линейной сосредоточенной нагрузки [4].

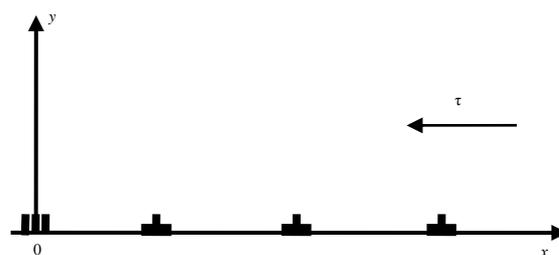


Рис. 1. Схема заторможенного плоского скопления

Уравнения равновесия подвижных дислокаций в скоплении будут иметь вид:

$$\frac{mA}{x_i} + A \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{1}{x_i - x_j} - \tau = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

где  $x_i$  – координаты дислокаций,  $n$  – число дислокаций.

Систему уравнений (1) решали методом последовательных приближений [5]. В последнем  $(k + 1)$ -е приближение для координат дислокаций  $x^{k+1}$  находили в результате последовательного решения  $i$ -го уравнения системы для  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  при фиксированных значениях остальных неизвестных. В качестве начального приближения  $x^0$  использовали координаты дислокаций одиночного скопления, поджимаемого приложенным напряжением к неподвижной дислокации в точке ( $x = y = 0$ ). Известно [6], что в этом случае положение дислокаций определяется нулями полинома Лагерра  $L_{n-1}^1(2\pi x/A)$ . Ниже использовалось следующее приближенное выражение для координат дислокаций, вытекающее из асимптотики полиномов Лагерра [7]:

$$x_i \approx 2i^2 A / n\tau.$$

Процесс итерационного уточнения корней прекращался при выполнении условия  $\max |x_i^{k+i} - x_i^k| \leq \varepsilon$ , где  $i = 2, 3, \dots, n$ ;  $\varepsilon$  – заданная точность. Величина  $\varepsilon$  выбиралась такой, чтобы в состоянии равновесия максимальное напряжение, действующее на дислокации скопления, не превышало  $10^{-5}\tau_s$ .

Поскольку нас интересовало условие слияния головных дислокаций, то в дальнейшем для заданного  $n$  ( $n \leq 100$ ) рассчитывались равновесные конфигурации скопления для различных значений  $\tau$ . На рис. 2 приведена типичная зависимость расстояния до первой дислокации от  $\tau$ .

По ней можно, используя условие слияния дислокаций, определить критическое напряжение зарождения трещины для силового барьера. В нашем случае  $b = 1,27 \cdot 10^{-8}$  см. Равенству  $d = x_1 = b$  соответствует напряжение  $\tau_{кр} = 1,3 \cdot 10^9$  дин/см<sup>2</sup>. Повторив эти процедуры для различных значений  $n$ , можно получить зависимость  $\tau_{кр}$  от числа дислокаций в скоплении.

Для силового барьера условие слияния дислокаций следует заменить на следующее:

$$d = x_2 - x_1 = b.$$

Напомним, что дислокация-барьер в данном случае является фиктивной. Она выступает только как источник сдвиговых напряжений, тормозящих скопление, а трещина может зародиться при слиянии первых подвижных дислокаций.

Данные на рис. 3 показывают, что образование зародышевой трещины в этом случае будет затруднено и потребует более высоких внешних напряжений. Для  $m = 1$  и  $n = 10$  увеличение  $\tau_{кр}$  составит 2,5–3 раза. При больших  $m$  различие будет еще более существенным.

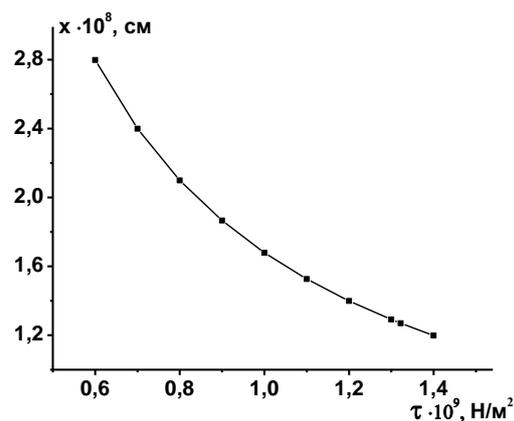


Рис. 2. Расстояние от стопора до первой подвижной дислокации скопления

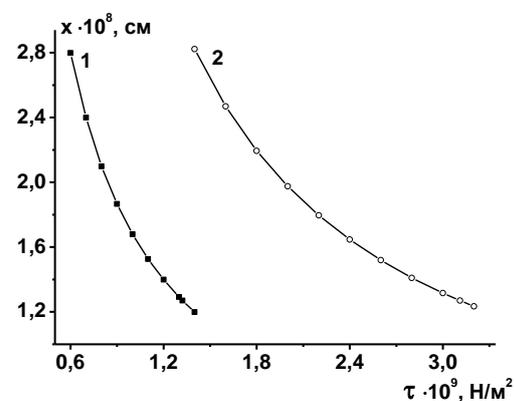


Рис. 3. Расстояние между головными дислокациями: 1 – барьер 1-го типа; 2 – барьер 2-го типа

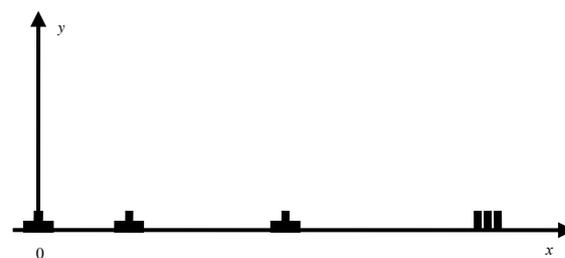


Рис. 4. Схема скопления под действием неоднородного напряжения, заблокированного на отрезке длины  $l$

Таким образом, силовой барьер не будет являться эффективным препятствием для подвижных дислокаций. Для зарождения микротрещин в этом случае потребуются существенно большие напряжения, чем при торможении у геометрического препятствия.

2. Для схемы на рис. 1 можно получить приближенное аналитическое выражение для условия слияния

головных дислокаций. Известно [8], что решениями уравнения (1) являются корни полинома Лагерра  $L_n^\alpha(z)$ , где  $\alpha = 2m - 1$ , а  $t = 2\tau \cdot x/A$ . Приближенные значения корней полинома Лагерра определяются выражением [7]:

$$t_i = \frac{j_i^2(\alpha)}{4n + 2\alpha + 2},$$

где  $j_i(\alpha)$  – нули функции Бесселя  $J_\alpha(t)$ . Для  $m = 1$   $j_1 = 3,832$ , а  $j_2 = 7,016$  [7].

В обычных единицах:

$$x_1 = \frac{A}{2\tau} t_1 = \frac{A}{2\tau} \frac{j_1^2}{4(n+1)} \approx \frac{A j_1^2}{8n\tau};$$

$$x_2 = \frac{A j_2^2}{8n\tau}.$$

Отсюда, для геометрического барьера условие слияния дислокаций можно записать в следующем виде:

$$x_1 = b = \frac{A j_2^2}{8n\tau}.$$

Критерий зарождения микротрещины будет иметь следующий вид:

$$n\tau = \frac{A j_2^2}{8b}. \quad (2)$$

Данное выражение совпадает с условием Стрo.

Для силового барьера аналогичное выражение примет следующий вид:

$$n\tau = \frac{A(j_2^2 - j_1^2)}{8b}. \quad (3)$$

Полученные выражения позволяют рассчитать напряжения  $\tau$ , при достижении которых зарождается трещина в скоплении, содержащем  $n$  подвижных дислокаций.

3. Рассмотрим далее случай, когда скопление развивается под действием неоднородного напряжения:

$$\tau(x) = \frac{mA}{x},$$

а само скопление из  $n$  подвижных дислокаций заблокировано на отрезке  $l$ .

Уравнение равновесия дислокаций в этом случае примет следующий вид:

$$\frac{mA}{x_i - l} + A \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{1}{x_i - x_j} = 0, \quad i = 2, 3, \dots, n.$$

Из рис. 5 видно, что с ростом  $m$  скопление изменяет свою конфигурацию.

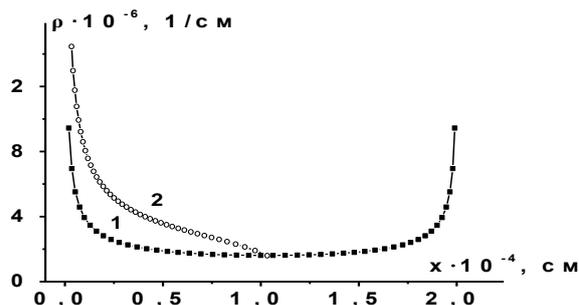


Рис. 5. Плотность дислокаций по длине скопления: 1 – исходное положение ( $m = 1$ ); 2 – при больших  $m$

Оно смещается от источника барьеру. Плотность дислокаций в голове скопления увеличивается. При некотором  $m = m_{кр}$  головные дислокации сливаются, образуя микротрещину.

Строились зависимости расстояния  $d$  между головными дислокациями от величины внешней нагрузки, которая в данном случае была пропорциональна  $m$ . Величина  $m_{кр}$  находилась из условия  $d = b$ .

Для случая однородного напряжения  $\tau$  расстояние между головными дислокациями  $d$  обратно пропорционально его величине. В случае неоднородного напряжения обратная пропорциональность между величинами  $d$  и  $m$  не сохраняется. Во втором случае для сближения головных дислокаций до одного и того же расстояния требуются большие напряжения, чем это следует из гиперболической зависимости  $d$  от  $\tau$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Владимиров В.И. Физическая природа разрушения металлов. М.: Металлургия, 1984. 280 с.
2. Финкель В.М. Физика разрушения. М.: Металлургия, 1970. 376 с.
3. Федоров В.А., Тялин Ю.И., Тялина В.А. Дислокационные механизмы разрушения двойниковых материалов. М.: Машиностроение-1, 2004. 336 с.
4. Теребушко О.И. Основы теории упругости и пластичности. М.: Наука, 1984. 320 с.
5. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. М.: Мир, 1975.
6. Тялин Ю.И., Финкель В.М. Скопления заряженных дислокаций и зарождение трещин в неметаллических кристаллах // Доклады АН СССР. 1984. Т. 279. № 5. С. 1126-1130.
7. Справочник по специальным функциям / под ред. М. Абрамовича, И. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с.
8. Секе Г. Ортогональные многочлены. М.: ГИФМЛ, 1962. 500 с.

Поступила в редакцию 5 сентября 2012 г.

## TYALIN Y.I., TYALINA V.A. INFLUENCE OF FEATURES OF BARRIER AND APPLIED VOLTAGE ON CONDITION OF CRACK IN INHIBITED ACCUMULATION OF DISLOCATIONS

The birth of micro-cracks in the top of the flat clusters of edge dislocations for two versions of the barriers is considered – completely blocks the movement of the leading dislocation (1) and hinder the movement of the head of the dislocation due to the elastic stress, inversely decreasing proportionally to the distance from the barrier (2). For the first type barrier the conditions for the birth of destruction in an inhomogeneous field of external stresses are defined. It is shown that the conditions for the birth of micro-cracks may differ materially from those in the classical model of Stro.

*Key words:* destruction; crack; inhibited aggregation; dislocation.