Определим преобразование A: элементу (u, v, τ), где $u \in C^{2+\alpha}(\overline{\Omega})$, $v \in C^{1+\alpha}(\overline{\Omega})$, $\tau \in I$, ставим в соответствие пространство пар элементов $\{f, \varphi\}$, где $f \in C^{\alpha}(\overline{\Omega})$, $\varphi \in C^{1+\alpha}(S)$, (оно определяется аналогично с помощью формулы (2) с нормой $|f|_{\Omega}^{(\alpha)} + |\varphi|_S^{(1+\alpha)}$).

Существование и единственность решения задачи (9)–(10) вытекает из следующей теоремы.

Т е о р е м а. *Пусть B_1 и B_2 – два банаховых пространства, u, v, τ – элементы из B_1, B_2 и I, соответственно. Предположим, что A – непрерывное отображение прямого произведения $B_1 \times B_2 \times I$ в банахово пространство B_1, имеющее при каждом v производную по Френе $A_u(u, v, \tau)$, непрерывную по (u, v, τ) и удовлетворяющее следующим условиям:*

1) для любого решения уравнения

$$A_u(u, v, \tau) = 0, \tag{11}$$

оператор $A_u(u, v, \tau)$ имеет ограниченный обратный;

2) множество всех решений уравнения (11), отвечающих всем $\tau \in I$, компактно в B_1;

3) при некотором фиксированном τ из I существует единственное решение u уравнения (11). Тогда при каждом $\tau \in [0, 1]$ уравнение $A_u(u, v, \tau) = 0$ однозначно разрешимо.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ладыженская О.А., Уральцева Н.Н.* Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. М.: Наука, 1973.

2. *Миранда К.* Уравнения с частными производными эллиптического типа. М.: Наука, 1957.

О ДОПУСТИМЫХ КОМПЛЕКСАХ ДВУМЕРНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ $\mathbb{C}^n$

© С. В. Кольцова

Обозначим через $H_{n,2}$ многообразие двумерных плоскостей в $\mathbb{C}^n$. Оно имеет размерность $3n - 6$. Почти всякую плоскость из $H_{n,2}$ можно задать уравнениями $x_i = \alpha_i x_{n-1} + \beta_i x_n + \gamma_i$, $i = 1, \ldots, n-2$. *Комплексом* называется любое n-мерное подмногообразие в $H_{n,2}$. Если с каждой двумерной плоскостью в комплекс входит некоторое однопараметрическое семейство параллельных ей двумерных плоскостей, то такой комплекс назовем *комплексом общего положения*.

Пусть комплекс K общего положения допустим в смысле [1]. Тогда [2] его можно задать уравнениями:

$$x_i = \alpha_i x_{n-1} + \beta_i x_n + \gamma_i, \; i = 1, \ldots, n-2, \tag{1}$$

$$\gamma_i + \frac{\partial \psi_i}{\partial \beta_{n-2}} \cdot \gamma_{n-2} + \omega_i = 0, \; i = 1, \ldots, n-3, \tag{2}$$

$$\beta_i + \psi_i = 0, \; i = 1, \ldots, n-3, \tag{3}$$

где $\psi_i = \psi_i(\alpha_1, \ldots, \alpha_{n-2}, \beta_{n-2})$, $\omega_i = \omega_i(\alpha_1, \ldots, \alpha_{n-2}, \beta_{n-2})$ – достаточно хорошие функции от $n-1$ переменных $\alpha_1, \ldots, \alpha_{n-2}, \beta_{n-2}$. Таким образом, в качестве локальных координат на K мы берем n переменных $\alpha_1, \ldots, \alpha_{n-2}, \beta_{n-2}, \gamma_{n-2}$.

Т е о р е м а 1. *Для того чтобы комплекс K общего положения, заданный уравнениями (1), (2), (3) был допустим, необходимо и достаточно, чтобы функции ψ_i и ω_i удовлетворяли системе уравнений*

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial \alpha_{n-2}} = \sum_{j=1}^{n-3} \frac{\partial \psi_i}{\partial \alpha_j} \cdot \frac{\partial \psi_j}{\partial \beta_{n-2}}, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \alpha_{n-2}} = \sum_{j=1}^{n-3} \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial \alpha_j} \cdot \frac{\partial \psi_j}{\partial \beta_{n-2}} + \frac{\partial \psi_i}{\partial \alpha_j} \cdot \frac{\partial \omega_j}{\partial \beta_{n-2}} \right),$$

и, кроме того, чтобы $(n-3)$*-мерные векторы*

$$\left(\frac{\partial^2\psi_1}{\partial\beta_{n-2}^2},\dots,\frac{\partial^2\psi_{n-3}}{\partial\beta_{n-2}^2}\right),\left(\frac{\partial\omega_1}{\partial\beta_{n-2}},\dots,\frac{\partial\omega_{n-3}}{\partial\beta_{n-2}}\right) \tag{5}$$

были собственными для каждой из следующих трех матриц порядка $n-3$*:*

$$\left(\frac{\partial\psi_i}{\partial\alpha_j}\right),\left(\frac{\partial^2\psi_i}{\partial\alpha_j\,\partial\beta_{n-2}}\right),\left(\frac{\partial\omega_i}{\partial\alpha_j}\right), \tag{6}$$

где $i=1,\dots,n-3,\ j=1,\dots,n-3.$

Заключение теоремы мы можем записать также как некоторую переопределенную систему дифференциальных уравнений для функций ψ_i и ω_i.

Сопоставим нашему комплексу K двумерных плоскостей в $\mathbb{C}^n$ комплекс $L=\Phi(K)$ *прямых* в $\mathbb{C}^{n-1}$, задаваемый уравнениями (ср. с (1)):

$$y_i=\alpha_i\,y_{n-1}+\gamma_i,\quad i=1,\dots,n-2, \tag{7}$$

$$\beta_j+\psi_j(\alpha_1,\dots,\alpha_{n-2},\beta_{n-2})=0,\quad j=1,\dots,n-3. \tag{8}$$

Его размерность равна $n-1$. Он есть не что иное, как пересечение плоскостей из K с бесконечно удаленной $(n-1)$-мерной плоскостью. В самом деле, перейдем в (1), (2), (3) к однородным координатам: $x_k=y_k/y_0$, умножим на y_0 и положим $y_0=0$ и $y_n=1$. Тогда уравнения (1), (3) перейдут в (7), (8), а (2) исчезнет, потому что в (1) исчезли γ_i. От теоремы 1 остаются еще условия на функции ψ_j, а именно, уравнение (4) и тот факт, что первый из векторов (5) является собственным для первой и второй матрицы из (6). Комплекс L прямых будем называть *сверхдопустимым*, если для него эти условия выполняются (если выполняются только (4), то L допустим).

Верно в некотором смысле обратное утверждение. А именно, имеет место теорема:

Т е о р е м а 2. *Пусть* L *– сверхдопустимый комплекс прямых в* $\mathbb{C}^{n-1}$*, заданный уравнениями (7), (8). Тогда существует однопараметрическое семейство комплексов общего положения* K_λ*,* $\lambda\in\mathbb{C}$*, двумерных плоскостей в* $\mathbb{C}^n$ *для которых* L *есть* $\Phi(K_\lambda)$.

В самом деле, достаточно взять $\omega_i=\lambda\cdot\partial\psi_i/\partial\beta_{n-2}$.

Вообще говоря, если $L=\Phi(K)$, то комплексы K_λ, отвечающие комплексу L по теореме 2, отличаются от K.

При $n=4$ сверхдопустимость совпадает с допустимостью.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гельфанд И.М., Граев М.И.* Комплексы прямых в пространстве $\mathbb{C}^n$ // Функц. анализ и его прил., 1968, том 2, вып. 3, 39–52.

2. *Кольцова С.В.* Допустимые комплексы двумерных плоскостей общего положения // Функц. анализ, Ульяновск, 1977, вып. 9, 84–92.

О ПОСТРОЕНИИ РЯДОВ, АППРОКСИМИРУЮЩИХ ГОЛОМОРФНЫЕ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

© Н.А.Малашонок

Рассмотрим полную кратно-круговую область $\overline{G}\subset\mathbb{C}^p$ и функцию F, голоморфную в ней. Требуется представить функцию F рядом, построенным по системе функций h_m, голоморфных в G и связанных с G некоторым естественным образом. В настоящей работе обсуждается вопрос о построении такой системы функций. Проблемы аппроксимации аналитических функций и круг вопросов, тесно связанных