

из точных численных значений, погрешность которых минимальна. Достоверность таких показателей не поддается сомнению, а их существенное отклонение позволяет отмечать наличие проблемы. Во вторую подсистему (S) входят неточные показатели с наличием погрешностей, отклонение которых от норматива может косвенно указывать на наличие проблемы. Показатели (H) и (S) с учетом весов формируют сводный индекс IndexQ. Специфика работы телекоммуникационной компании находит отражение, в частности, при построении системы экспертных оценок-весов. Автором разрабатывается комбинированный метод построения такой системы, основанный на оптимальном учете данных о единичных составляющих показателей H и S, введении специального корректирующего коэффициента, рассчитываемого по определенному алгоритму.

ЛИТЕРАТУРА

1. Малыгина О.А. Формирование основ профессиональной мобильности в процессе обучения высшей математике. М.: URSS, 2009.

Поступила в редакцию 10 апреля 2011 г.

Vladimirets S.K. Method for analyzing telecommunication services based on the analysis changes in consolidated index. A new option is the quality of telecommunications services — a consolidated index. The work presents several approaches for analyze service quality telecommunication company by changes of consolidated index.

Key words: quality management services; consolidated index of quality services; monitoring service quality parameters.

Владимирец Сергей Константинович, Московский государственный институт радиотехники, электроники, автоматики (технический университет), ЗАО Вымпелком, г. Москва, Российская Федерация, соискатель, начальник отдела анализа качества услуг, e-mail: vladimirets@gmail.com.

УДК 517.954

ОБОБЩЕННОЕ РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ НА ГРАФЕ

© А.С. Волкова

Ключевые слова: волновое уравнение на графе-звезде; единственность обобщенного решения.

В работе рассматривается обобщенное решение волнового уравнения на графе-звезде. Такое решение определяется с помощью интегрального тождества, заменяющего собою уравнение, начальные и граничные условия. При этом указывается функциональное пространство, в котором предполагается отыскание обобщенного решения, и формулируются условия задачи (на функции краевых условий), состоящие в том, чтобы в выбранном пространстве сохранялась теорема единственности.

Расширяется понятие классического решения краевой задачи для волнового уравнения на геометрическом графе с сохранением теоремы единственности, осуществляемого на пути

перехода к обобщенному решению. Получены условия на функции краевых условий, гарантирующие единственность обобщенного решения задачи Дирихле для волнового уравнения на графе-звезде. Эти же условия гарантируют единственность обобщенного решения более общих краевых задач.

Колебания на каждом из ребер графа Γ при произвольном значении времени t описываются уравнениями

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Omega(x, t)_{\gamma_k} = a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\Omega(x, t)_{\gamma_k} \quad (1)$$

внутри каждого ребра γ_k ($k = \overline{1, m}$), $t \in (0, T)$ и соотношениями в узле ξ (условия непрерывности и гладкости):

$$\begin{aligned} \Omega(\frac{\pi}{2}, t)_{\gamma_k} &= \Omega(\frac{\pi}{2}, t)_{\gamma_m} \quad (k = \overline{1, m-1}), \\ \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\partial}{\partial x}\Omega(\frac{\pi}{2}, t)_{\gamma_k} &= \frac{\partial}{\partial x}\Omega(\frac{\pi}{2}, t)_{\gamma_m}, \quad t \in (0, T). \end{aligned} \quad (2)$$

К соотношениям (1),(2) добавляются начальные и граничные условия:

$$\Omega(x, 0) = \varphi(x), \quad \frac{\partial}{\partial t}\Omega(x, 0) = \psi(x), \quad x \in \Gamma, \quad t = 0, \quad (3)$$

$$\Omega(0, t)_{\gamma_k} = \mu_k(t) \quad (k = \overline{1, m-1}), \quad \Omega(\pi, t)_{\gamma_m} = \nu(t), \quad t \in [0, T]; \quad (4)$$

$\varphi(x)$, $\psi(x)$, $\mu_k(t)$, $\nu(t)$ — заданные функции. Пусть далее $Q_{\Gamma, T} = \{(x, t) : x \in \Gamma \setminus \partial\Gamma, t \in (0, T)\}$, $Q_{R(\Gamma), T} = \{(x, t) : x \in R(\Gamma), t \in [0, T]\}$. Совокупность функций $\eta(x, t)$, два раза непрерывно дифференцируемых вплоть до границ области $Q_{R(\Gamma), T}$, обозначим через $C^2(Q_{R(\Gamma), T})$; $C^2_\xi(Q_{R(\Gamma), T})$ — множество функций $\eta(x, t) \in C^2(Q_{R(\Gamma), T})$, удовлетворяющих соотношениям (2) в узле ξ . Все дальнейшие рассуждения проводятся для функций из пространства $\hat{L}_2(Q_{\Gamma, T})$: функция $\eta(x, t)$ принадлежит пространству $\hat{L}_2(Q_{\Gamma, T})$, если она принадлежит пространству $L_2(Q_{\Gamma, T})$, а также пространству $L_2(\Gamma)$ при любом $t \in [0, T]$ и пространству $L_2[0, T]$ при любом $x \in \Gamma$.

Обозначим через $\hat{L}_{2, \xi}(Q_{\Gamma, T})$ множество функций $\eta(x, t) \in \hat{L}_2(Q_{\Gamma, T})$, удовлетворяющих соотношениям (2) в узле ξ графа Γ , причем первое соотношение (2) выполняется в смысле равенства элементов $L_2[0, T]$, второе соотношение (2) — в смысле равенства элементов $(H')^*[0, T]$. Очевидно, $\hat{L}_{2, \xi}(Q_{\Gamma, T}) \subset \hat{L}_2(Q_{\Gamma, T})$.

О п р е д е л е н и е. Обобщенным решением (решением из класса $\hat{L}_2(Q_{\Gamma, T})$) краевой задачи (1)–(4) называется функция $\Omega(x, t) \in \hat{L}_{2, \xi}(Q_{\Gamma, T})$, для которой равенство

$$\begin{aligned} \int \int_{Q_{\Gamma, T}} \Omega(x, t) \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}\omega(x, t) - a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\omega(x, t) \right) dx dt + \int_{\Gamma} \varphi(x) \frac{\partial}{\partial t}\omega(x, 0) dx - \\ - \langle \psi(\cdot)\omega(\cdot, 0) \rangle + a^2 \int_0^T \left(\nu(t) \frac{\partial}{\partial x}\omega(\pi, t)_{\gamma_m} - \sum_{k=1}^{m-1} \mu_k(t) \frac{\partial}{\partial x}\omega(0, t)_{\gamma_k} \right) dt = 0 \end{aligned}$$

верно для всех функций $\omega(x, t) \in C^2_\xi(Q_{R(\Gamma), T})$ с условиями $\omega(x, T) = 0$, $\frac{\partial}{\partial t}\omega(x, T) = 0$, $x \in \Gamma$, $\omega(0, t)_{\gamma_k} = 0$ ($k = \overline{1, m-1}$), $\omega(\pi, t)_{\gamma_m} = 0$, $x \in \Gamma$, и для которой первое начальное условие (3) и граничные условия (4) выполняются в смысле равенства элементов $L_2(\Gamma)$ и $L_2[0, T]$ соответственно, а второе начальное условие (3) — в смысле равенства элементов сопряженного к пространству функций, связанных с краевыми условиями (4); $\langle \psi(\cdot)\omega(\cdot, 0) \rangle$ — функционал на элементах $\omega(\cdot, 0)$ этого пространства.

Т е о р е м а. Обобщенное решение $\Omega(x, t) \in \hat{L}_{2, \xi}(Q_{\Gamma, T})$ краевой задачи (1)–(4) единственно.

Доказательство проводится, следуя схеме рассуждений, изложенной в монографии [1, гл. 3; §2] и, учитывая свойство спектральной полноты системы собственных функций задачи Штурма–Лиувилля, соответствующей краевой задаче (1)–(4) [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Знаменская Л.Н. Управление упругими колебаниями. М.: Физматлит, 2004. 176 с.
2. Провоторов В.В. Собственные функции задачи Штурма-Лиувилля на графе-звезде // Математический сборник. 2008. Т. 199. № 10. С. 105–126.

Поступила в редакцию 10 апреля 2011 г.

Volkova A.S. Generalized solution of the wave equation on a graph. We consider the generalized solution of the wave equation on a graph-star. Such a solution is determined by using an integral identity, which would replace him equation, initial and boundary conditions. It states the functional space in which the expected finding of generalized solutions, and formulate the conditions on the problem (on the functions of the boundary conditions), consisting in the fact that the chosen space preserved the uniqueness theorem.

Key words: wave equation on a graph-star; uniqueness of generalized solutions.

Волкова Анна Сергеевна, Воронежский государственный университет, г. Воронеж, Российская Федерация, аспирант, e-mail: volan100@mail.ru.

УДК 517.938

ОПЕРАТОРНЫЙ ПОДХОД ИССЛЕДОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ БИФУРКАЦИЙ

© А.А. Вышинский

Ключевые слова: динамические системы; бифуркации; достаточные признаки бифуркаций.

В работе представлены некоторые результаты исследования задач бифуркации динамических систем, зависящих от многих параметров. Рассмотрен случай непростого собственного значения линейного оператора исследуемого уравнения. Предложены схема построения бифурцирующих решений и достаточный признак бифуркации.

Функционирование динамических систем, как правило, зависит от различных внешних и внутренних параметров. Особый интерес представляют те значения параметров, при которых качественно изменяется поведение системы. В математической постановке таким значениям параметров соответствуют точки бифуркации [1].

Рассмотрим операторное уравнение

$$x = B(\mu)x + b(x, \mu), \quad x \in H, \quad \mu \in R^k, \quad (1)$$

где μ — векторный параметр, линейный оператор $B(\mu) : H \rightarrow H$ является вполне непрерывным (здесь H — банахово или гильбертово пространство, часто конечномерное), а нелинейный вполне непрерывный оператор $b(x, \mu)$ удовлетворяет соотношениям:

$$\lim_{\|x\| \rightarrow 0} \sup_{\|\mu - \mu_0\| \leq 1} \frac{\|b(x, \mu)\|}{\|x\|} = 0,$$