БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 09-01-97019-р_поволжье_а), аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 годы)» Минобрнауки РФ (проект 2.1.1/3927) и Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы (проект НК-13П-13).

Поступила в редакцию 10 ноября 2010 г.

Sumin M. Parametric dual regularization and Kuhn-Tucker theorem. The article is devoted to formulation and proving so-called regularized Kuhn–Tucker theorem for a parametric problem of convex programming in Hilbert space in case of strongly convex target functional on the basis the dual regularization method. This theorem represents the statement in terms of minimizing sequences about possibility of approximation of the solution of convex programming problem by minimizers of regular (with equal to unit of the Lagrange multiplier corresponding to target functional) Lagrange functions without any assumptions about regularity of the optimization problem. Connection of this statement with differential properties of the value function S-function) is established. As a special case the theorem statement contains the statement of classical Kuhn–Tucker theorem. A variant of the regularized Kuhn–Tucker theorem in the case of convex target functional is considered.

Key words: convex programming, Lagrange principle, Kuhn-Tucker theorem, parametric problem, minimizing sequence, duality, regularization, perturbation method.

Сумин Михаил Иосифович, Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теории функций, e-mail: msumin@sinn.ru

УДК 517.9

ВЗАИМОСВЯЗЬ ПОНЯТИЙ РЕШЕНИЕ И δ-РЕШЕНИЕ В ДВУХТОЧЕЧНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ

© Л. И. Ткач

Ключевые слова: δ-решение, функционально-дифференциальное включение.

В работе на основе понятия δ-решение исследуется структура множества решений двухточечной задачи для функционально-дифференциального включения.

Рассмотрим задачу

$$\dot{x}(t) \in P(t, x(t)), \qquad t \in [a, b], \tag{1}$$

$$x(a) \in A, \quad x(b) \in B,$$

где отображение $P : [a, b] \times R^n \to \text{comp}[R^n]$, $A, B \in \text{comp}[R^n]$ — заданные непустые компактные подмножества пространства R^n.

Под решением задачи (1) понимается абсолютно непрерывная функция $x : [a, b] \to R^n$, удовлетворяющая при почти всех $t \in [a, b]$ дифференциальному включению в задаче (1) и включениям $x(a) \in A$, $x(b) \in B$.

Обозначим через $K([a,b]\times(0,\infty))$ множество всех функций $\eta:[a,b]\times(0,\infty)\to[0,\infty)$, обладающих свойствами: при каждом $\delta\in(0,\infty)$ функция $\eta(\cdot,\delta)\in L^1[a,b]$; при почти всех $t\in[a,b]$ функция $\eta(t,\cdot)$ не убывает и удовлетворяет равенству $\lim\limits_{\delta\to 0+0}\eta(t,\delta)=0$.

Пусть $\eta\in K([a,b]\times(0,\infty))$. Обозначим $\overline{A^\varepsilon}$ замкнутую ε-окрестность множества A. Будем говорить, что абсолютно непрерывная функция $x:[a,b]\to R^n$ — *δ-решение задачи* (1), если при почти всех $t\in[a,b]$ выполняется включение

$$\dot{x}(t)\in\overline{P(t,x(t))^{\eta(t,\delta)}}$$

и соотношения

$$x(a)\in A,\quad x(b)\in B.$$

Обозначим $E=\{x\in C^n[a,b]:x(a)\in A,\quad x(b)\in B\}$. Пусть $H_{\eta(\delta)}(U\cap E)$ — множество δ-решений задачи (1), принадлежащих множеству $U\subset C^n[a,b]$.

Рассмотрим задачу

$$\dot{x}(t)\in(\operatorname{co}P)(t,x(t)),\qquad t\in[a,b], \tag{2}$$

$$x(a)\in A,\quad x(b)\in B,$$

где $(\operatorname{co}P)(t,x(t))$ — выпуклая оболочка множества $P(t,x(t))$.

Обозначим $H_{\mathrm{co}}(U\cap E)$ — множество решений задачи (2), принадлежащих множеству $U\subset C^n[a,b]$. Пусть $U\subset C^n[a,b]$, обозначим $\widetilde{U}=\{x\in R^n:\exists(t,y)\in[a,b]\times U, x=y(t)\}$.

Т е о р е м а. *Пусть отображение $P:[a,b]\times R^n\to\operatorname{comp}[R^n]$ удовлетворяет условиям Каратеодори и пусть P равномерно непрерывно на множестве $\widetilde{T}$, где $\widetilde{T}=U\cap E$, относительно функции $\eta\in K([a,b]\times(0,\infty))$. Тогда справедливо равенство*

$$H_{\mathrm{co}}(U\cap E)=\bigcap_{\delta>0,\varepsilon>0}\overline{H_{\eta(\delta)}(\overline{U^\varepsilon}\cap E)},$$

где $\overline{H_{\eta(\delta)}(\overline{U^\varepsilon}\cap E)}$ — замыкание множества $H_{\eta(\delta)}(\overline{U^\varepsilon}\cap E)$ в пространстве $C^n[a,b]$.

Данная теорема дополняет результаты работы [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Bressan A., Colombo G.* Boundary value problems for lower semicontinuons differential inclusions // Ref. S.I.S.S.A. Trieste, Italy, 1990.

Поступила в редакцию 10 ноября 2010 г.

Tkach L.I. Connection between the concepts of solution and δ-solution of the two-point problem for a functional-differential inclusion. In the work there is studied, based on the concept of δ-solution, the structure of the solution set to the two-point problem for a functional-differential inclusion.

Key words: δ-solution; functional-differential inclusion.

Ткач Леонид Иванович, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики, e-mail: uaa@nnn.tstu.ru