

УДК 533.9

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ФАКТОРА ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА НА УСЛОВИЯ ФОРМИРОВАНИЯ И НЕЛИНЕЙНУЮ ДИНАМИКУ ВИРТУАЛЬНОГО КАТОДА

© С.А. Куркин, А.А. Короновский, А.Е. Храмов

Ключевые слова: виртуальный катод; релятивистский электронный поток; нелинейная динамика; виркатор; СВЧ генератор; численное моделирование.

В рамках двумерной численной полностью электромагнитной модели проведено детальное исследование влияния релятивистского фактора инжектируемого пучка на условия формирования и нелинейную динамику виртуального катода в системе, а также на характеристики выходного излучения приборов виркаторного типа. С различных позиций введены параметры надкритичности для электронного потока, определяющие условия формирования виртуального катода в системе. Обнаружено сильное влияние релятивистского фактора инжектируемого пучка на надкритичность электронного потока, а следовательно, на условия формирования и нелинейную динамику виртуального катода. Проанализированы физические процессы, приводящие к наблюдаемому поведению релятивистского электронного потока с виртуальным катодом.

Исследование пучково-плазменных систем с виртуальным катодом (ВК) является в настоящее время актуальной задачей электроники сверхвысоких частот (СВЧ) и физики плазмы. Во-первых, это обусловлено фундаментальной значимостью подобных исследований, т. к. пучково-плазменные системы с ВК являются характерными распределенными активными электронно-волновыми системами, которые могут демонстрировать различные нелинейные эффекты (образование и взаимодействие электронных структур, хаотическую генерацию, электронную турбулентность и др.) [1–3].

С другой стороны, устройства, основанные на использовании электронного потока с ВК (виркаторы), являются перспективными источниками мощного широкополосного СВЧ-излучения и могут использоваться в различных практических приложениях [2, 4–6]. Данные приборы характеризуются высоким уровнем мощности генерации СВЧ-излучения, простотой конструкции, возможностью работы без магнитных полей, легкостью перестройки частоты и режима генерации. Принцип работы виркаторов основан на формировании в электронном потоке с током, превышающим предельный вакуумный (критический) ток, виртуального катода (ВК), отражающего часть электронов обратно к плоскости инжекции [2]. Динамика виртуального катода в электронном потоке характеризуется сложными пространственно-временными колебаниями, что часто приводит к генерации широкополосного СВЧ-излучения в виркаторных системах.

Большое влияние на формирование и динамику ВК, а следовательно, на характеристики генерации виркаторов оказывают различные факторы и параметры потока и системы в целом вследствие высокой чувствительности ВК к внешним воздействиям и условиям [2, 7–10]. В частности, в работах [7–9] было обнаружено значительное влияние внешнего фокусирующего магнитного поля на условия формирования ВК и характе-

ристики генерации слабoreлятивистского виркатора. В работе [10] было показано, что динамика ВК в низковольтной виркаторной системе, а также характеристики СВЧ-излучения прибора в значительной степени определяются параметрами начального шумового разброса инжектируемых в систему электронов. Однако до сих пор не было проведено систематических исследований условий формирования и нелинейной динамики ВК в *релятивистских* и *ультрарелятивистских* электронных потоках во внешнем магнитном поле. Особенно важной в данном направлении является задача исследования влияния релятивистского фактора электронного потока с ВК на процессы, происходящие в виркаторной системе. Данная работа посвящена изучению влияния релятивистского фактора инжектируемого пучка на нелинейную динамику виртуального катода в системе, а также на характеристики выходного излучения приборов виркаторного типа.

В качестве исследуемой модели была рассмотрена классическая модель для изучения динамики систем с ВК [11]. Пространство дрейфа пучка представляет собой замкнутый отрезок цилиндрического волновода длиной L и радиусом R , закрытый с торцов электродами. Аксиально-симметричный моноскоростной на входе трубчатый электронный пучок со скоростью v_0 , током I , средним радиусом $R_b = 0,5R$ и толщиной d инжектируется в пространство взаимодействия. Электроны могут покидать пространство взаимодействия через выходную (оседать на коллекторе) и входную (отражаться от ВК) сетки, а также оседать на боковой стенке.

Вдоль оси пространства дрейфа, в котором формируется ВК, прикладывается создаваемое соленоидом внешнее однородное фокусирующее магнитное поле с индукцией $B_z = B_0$. Предполагается, что источник электронов (электронная пушка) располагается в оди-

наковом с пространством дрейфа внешнем магнитном поле соленоида.

Численное моделирование нестационарных процессов в релятивистском пучке заряженных частиц при инжекции его в пространство дрейфа проводилось методом крупных частиц. Рассматривалась нестационарная двумерная модель динамики электронного потока в пространстве взаимодействия, которая основана на решении самосогласованной системы уравнений движения заряженных частиц для моделирования динамики электронного пучка и уравнений Максвелла для нахождения в системе полного самосогласованного электромагнитного поля [12]. В цилиндрических координатах в безразмерных величинах (выражение безразмерных величин через размерные можно найти в работах [7–9], где использовалась аналогичная модель) уравнение движения для каждой частицы, записанное через компоненты ее импульса в векторном виде, имеет следующий вид:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{E} + \left[\frac{\vec{P}}{\gamma}, \vec{B} \right], \quad (1)$$

где $\vec{E}$ – вектор напряженности электрического поля, а $\vec{B}$ – вектор индукции магнитного поля в точке нахождения частицы, $\gamma = \sqrt{1 + P^2 / m_0^2 c^2}$ – релятивистский фактор частицы (m_0 – масса покоя электрона). Заметим, что нормировка скоростей в уравнениях модели в релятивистском случае осуществляется на скорость света c . Начальные условия для уравнений движения принимают следующий вид:

$$\dot{z}_i = \beta_0, \quad \dot{r}_i = 0, \quad \dot{\theta}_i = 0. \quad (2)$$

Для нахождения электромагнитного поля в системе, возбуждаемого пучком, численно решалась система уравнений Максвелла. Полная нестационарная система уравнений Максвелла с учетом аксиальной симметрии прибора вырождается в систему для ТМ-волн. В цилиндрической системе координат она имеет вид:

$$\begin{aligned} \mu_0 \frac{\partial H_\theta}{\partial t} &= - \left(\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} \right), \\ \epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial r H_\theta}{\partial r} - j_z, \\ \epsilon_0 \frac{\partial E_r}{\partial t} &= - \frac{\partial H_\theta}{\partial z} - j_r, \end{aligned} \quad (3)$$

где E_z и E_r – продольная и радиальная компоненты напряженности электрического поля, H_θ – азимутальная компонента напряженности магнитного поля в системе, а j_z и j_r – продольная и радиальная компоненты плотности тока соответственно. Граничные условия для системы уравнений Максвелла (3) имеют стандартный вид:

$$E_z(z, r = R) = 0, \quad E_r(z = 0, r) = 0, \quad E_r(z = L, r) = 0,$$

$$E_r(z, r = 0) = 0, \quad H_\theta(z, r = 0) = 0, \quad (4)$$

и отражают предположение об идеально проводящих стенках дрейфовой камеры электронного потока.

Система уравнений Максвелла решалась численно с использованием метода сеток. Для вычисления компонент плотности тока в узлах сеток, входящих в систему уравнений Максвелла (3), использовалась снижающая сеточный шум процедура билинейного взвешивания плотности тока на пространственных сетках [12].

Основные параметры системы задавались в соответствии с параметрами существующих экспериментальных макетов релятивистских виркаторов [13–15]: длина пространства взаимодействия $L = 45$ мм; радиус пространства взаимодействия $R = 10$ мм; средний радиус инжектируемого трубчатого пучка $R_b = 5$ мм; толщина инжектируемого трубчатого пучка $d = 1,5$ мм.

С использованием разработанной двумерной численной модели исследуем влияние релятивистского

фактора инжектируемого пучка $\beta_0 = \frac{v_0}{c}$ (v_0 – начальная скорость инжектируемого электронного потока, определяемая ускоряющим напряжением, c – скорость света) на критический (предельный вакуумный) ток электронного потока, при котором в системе образуется нестационарный виртуальный катод, или, другими словами, на стартовые условия генераторов на виртуальном катоде. Для этого на рис. 1 приведены аналитическая (см. выражение (5)) и полученная численная зависимости критического тока электронного потока I_{scl} от релятивистского фактора пучка β_0 . Отметим, что соответствующая аналитическая зависимость рассчитывалась по следующему хорошо известному соотношению [2, 11, 15], которое получено в предположении одномерного движения электронного потока в ограниченном полубесконечном пространстве дрейфа (для случая сильно замагниченного электронного потока):

$$I_{scl} = \frac{mc^3 (\gamma_0^{2/3} - 1)^{3/2}}{e \ln(R/R_b)}, \quad (5)$$

$$\text{где } \gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_0^2}}.$$

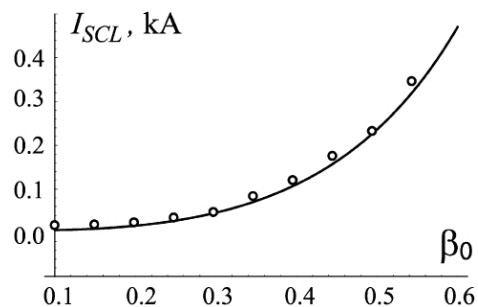


Рис. 1. Аналитическая (сплошная линия, см. выражение (5)) и полученная при численном моделировании (точки) зависимости критического тока сильно замагниченного трубчатого электронного потока ($B = 2,5$ кГс) от релятивистского фактора пучка

Из рис. 1 видно, что результаты численного моделирования хорошо согласуются с аналитическим рассмотрением, и обе зависимости демонстрируют аналогичное поведение: с ростом релятивистского фактора инжектируемого электронного потока β_0 величина критического тока рассматриваемой системы монотонно увеличивается. Физическое объяснение данного результата следующее. С ростом β_0 увеличивается энергия инжектируемого пучка. Формирование ВК в системе связано с развитием пирсовской неустойчивости в потоке, т. е. с образованием в нем за счет сил пространственного заряда потенциального барьера, достаточного для отражения от него инжектируемых электронов. Однако с ростом энергии пучка, т. е. с ростом β_0 , торможение и отражение от барьера электронов с возросшей энергией затрудняется. С точки зрения формирования ВК это приводит к необходимости увеличения высоты потенциального барьера и, следовательно, к росту критического тока пучка, что демонстрирует рис. 1.

Опираясь на полученный результат, можно сделать вывод, что при фиксированном токе пучка I превышение данным током критического значения I_{scl} для заданной геометрии будет зависеть от релятивистского фактора пучка β_0 , уменьшаясь с его ростом. Таким образом, для дальнейшего анализа динамики электронного потока с виртуальным катодом с изменением релятивистского фактора пучка удобно ввести т. н. *параметр надкритичности* потока. Динамика системы при сравнении поведения потока при различных значениях релятивистских факторов, в первую очередь, будет зависеть не от абсолютной величины тока пучка, а от превышения данным током критического значения, т. е. от *параметра надкритичности*. Вследствие того, что параметр надкритичности является функцией от β_0 , динамика пучка также будет зависеть от релятивистского фактора β_0 (ускоряющего напряжения).

Существуют два различных способа определения надкритичности в данном случае. Первый способ заключается в нахождении величины $\Delta I(\beta_0) = I - I_{scl}(\beta_0)$, которая определяет превышение током пучка критического значения при заданном β_0 . Будем называть данную величину $\Delta I(\beta_0)$ *надкритичностью по току*. Хотя данный способ определения надкритичности является физически понятным и удобным, использование его при анализе динамики виртуального катода в системе с изменением релятивистского фактора недостаточно эффективно. Это обусловлено тем, что характеристики и нелинейная динамика ВК определяются не величиной тока пучка, а плотностью пространственного заряда потока в области ВК. Поэтому и надкритичность для рассматриваемой системы необходимо определять не по превышению током пучка критического значения, а по превышению плотностью пространственного заряда инжектируемого пучка критического значения. Следует также отметить, что ток инжектируемого потока является интегральной характеристикой, определяющей как плотностью простран-

ственного заряда, так и ускоряющим напряжением и площадью поперечного сечения. Рассмотрим и учтем эти моменты, получив аналитическое выражение для *надкритичности по плотности пространственного заряда* пучка $\Delta\rho(\beta_0) = \rho - \rho_{scl}(\beta_0)$. Известно, что плотность пространственного заряда выражается через ток электронного потока I следующим образом:

$$\rho = \frac{I}{c\beta_0 \cdot S}, \quad (6)$$

где S – площадь поперечного сечения пучка. Рассчитанный график зависимости $\rho(\beta_0)$ приведен на рис. 2 (кривая 1).

Учитывая соотношения (6), критическое значение плотности пространственного заряда инжектируемого пучка в зависимости от β_0 будет определяться следующим образом:

$$\rho_{scl}(\beta_0) = \frac{I_{scl}(\beta_0)}{c\beta_0 \cdot S}. \quad (7)$$

Подставив выражение (5) для $I_{scl}(\beta_0)$ в (7), находим:

$$\rho_{scl}(\beta_0) = \frac{1}{c\beta_0 \cdot S} \frac{mc^3}{e} \frac{((1 - \beta_0^2)^{-1/3} - 1)^{3/2}}{\ln(R/R_b)}. \quad (8)$$

Определяемая соотношением (8) зависимость критической плотности пространственного заряда инжектируемого пучка от β_0 приведена на рис. 2 (кривая 2). Из его анализа следует, что с ростом релятивистского фактора электронного потока критическая плотность ρ_{scl} монотонно увеличивается. В то же самое время плотность пространственного заряда инжектируемого пучка при фиксированном токе уменьшается с увеличением β_0 (см. рис. 2).

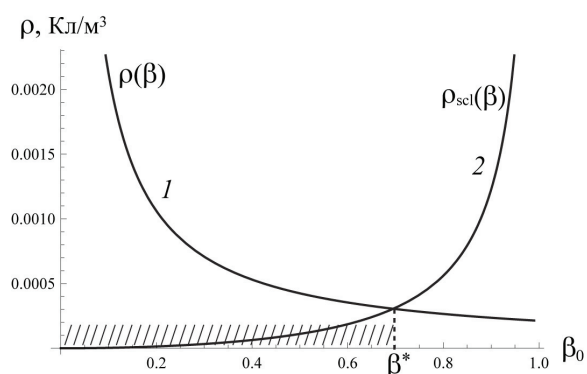


Рис. 2. Зависимости плотности пространственного заряда инжектируемого электронного потока при заданном токе $I = 20$ кА (кривая 1) и критической плотности потока (кривая 2) от релятивистского фактора пучка

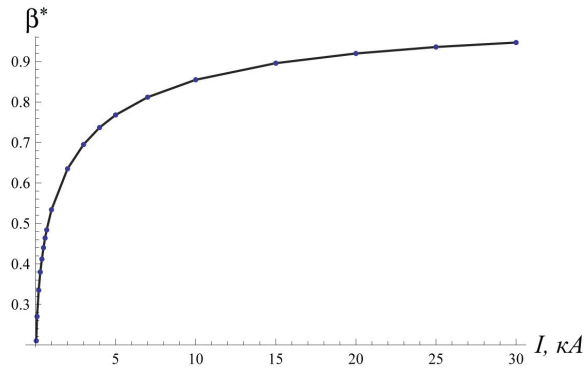


Рис. 3. Зависимость характерного значения релятивистского фактора пучка β^* от тока I

Пересечение зависимостей $\rho_{scf}(\beta_0)$ и $\rho(\beta_0)$ на рис. 2 определяет характерное значение релятивистского фактора β^* . При $\beta_0 < \beta^*$ плотность пространственного заряда инжектируемого потока превышает критическое значение ($\rho(\beta_0) > \rho_{scf}(\beta_0)$), и в системе формируется нестационарный ВК. Назовем данную область значений релятивистского фактора ($\beta_0 < \beta^*$) зоной «сверхкритического» состояния электронного потока (обозначена штриховкой на рис. 2). Напротив, при $\beta_0 > \beta^*$ для заданного фиксированного тока пучка система находится в докритическом режиме. Заметим также, что с ростом β_0 в зоне сверхкритического состояния надкритичность электронного потока по плотности пространственного заряда пучка ($\Delta\rho(\beta_0) = \rho - \rho_{scf}(\beta_0)$) при фиксированном значении тока уменьшается (рис. 2).

Важной характеристикой системы при проводимом анализе является также зависимость характерного значения релятивистского фактора β^* от тока пучка ($\beta^*(I)$). Приравняв правые части соотношений (6) и (8) и численно решив получившееся трансцендентное

уравнение, получаем зависимость $\beta^*(I)$, которая показана на рис. 3 для тех же параметров, что и данные, представленные на рис. 1 и 2. Анализ рис. 3 показывает, что с ростом тока пучка ширина зоны сверхкритического состояния электронного потока, правая граница которой определяется значением β^* , монотонно увеличивается, асимптотически стремясь к постоянному значению на уровне $\beta^* = 1$, т. е. при увеличении энергии пучка и при переходе к ультрарелятивистским электронным потокам.

С использованием разработанной модели релятивистского электронного потока с ВК и результатов проведенного выше анализа исследуем влияние релятивистского фактора пучка на нелинейную динамику системы. Для этого на рис. 4 приведены полученные при численном моделировании амплитудные спектры колебаний электрического поля в области виртуального катода при двух различных значениях релятивистского фактора пучка.

Из анализа рис. 4а, полученного для электронного потока с релятивистским фактором $\beta_0 = 0,97$, что соответствует значению надкритичности $\Delta\rho(\beta_0) = 7,3 \cdot 10^{-5}$ Кл/м³, следует, что в системе при данных управляющих параметрах формируется нестационарный виртуальный катод, который возбуждает основную гармонику колебаний электромагнитного поля на частоте порядка 20 ГГц, соответствующей частоте собственных колебаний ВК в электронном потоке. Данное значение также близко к величине, равной двум плазменным частотам инжектируемого релятивистского электронного потока, что согласуется с известными теоретическими оценками [16]. Следует отметить, что вблизи с основной частотой в спектре колебаний наблюдаются два модуляционных спутника достаточно большой амплитуды, а также небольшая гармоника на частоте около 15 ГГц. Таким образом, динамика виртуального катода в системе в данном случае является достаточно сложной, и колебания в рассматриваемой пучково-плазменной системе при данном параметре надкритичности являются слабохаотическими.

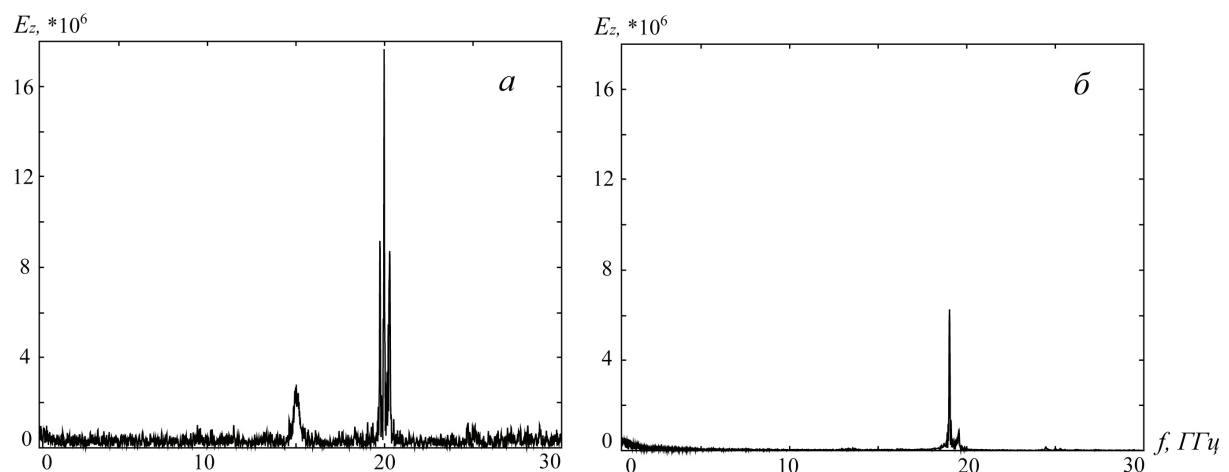


Рис. 4. Амплитудные спектры колебаний электрического поля в области виртуального катода в случае релятивистского фактора пучка $\beta_0 = 0,97$ (а) и $\beta_0 = 0,98$ (б) при фиксированном значении тока пучка $I = 12$ кА и большой величине внешнего магнитного поля, которое сильно замагничивает пучок ($B = 40$ кГс)

Рассмотрим спектр колебаний электрического поля в исследуемой системе в случае большего значения релятивистского фактора пучка $\beta_0 = 0,98$, что соответствует параметру надкритичности $\Delta\rho(\beta_0) = 3,6 \cdot 10^{-5}$ Кл/м³, и при том же токе пучка. Структура спектра для данного случая, показанная на рис. 4б, упрощается по сравнению со случаем меньшего значения β_0 (ср. с рис. 4а). Анализируя данный спектр, следует отметить, что остается только одна спектральная гармоника на той же частоте около 20 ГГц, причем ее амплитуда уменьшается приблизительно в три раза. Амплитуда модуляционных спутников также резко уменьшается, по сравнению с предыдущим случаем. Таким образом, динамика ВК в системе с увеличением релятивистского фактора пучка упрощается и становится близкой к периодической, а мощность генерируемого излучения в приборе уменьшается.

Данный результат объясняется с точки зрения анализа изменения параметра надкритичности $\Delta\rho(\beta_0)$ системы с электронным потоком с увеличением релятивистского фактора β_0 . Действительно, с увеличением релятивистского фактора β_0 пучка при фиксированном токе потока надкритичность в системе уменьшается (рис. 3). Очевидно, с одной стороны, это приводит к падению выходной мощности генерации в системе благодаря уменьшению плотности пространственного заряда формирующегося электронного сгустка в области ВК. С другой стороны, известно, что с ростом надкритичности динамика ВК в электронном потоке обычно усложняется. Действительно, в работах [17–19] в рамках одномерных и двумерных численных моделей показано, что с ростом надкритичности (ростом тока пучка) в виркаторе наблюдается переход от периодической к хаотической динамике ВК через постепенное усложнение спектра мощности генерации. Тогда и в рассматриваемом случае можно ожидать, что с уменьшением параметра надкритичности, что определяется, как было показано выше, ростом релятивистского фактора β_0 , динамика ВК, напротив, будет упрощаться, и спектр мощности генерации будет приближаться к одночастотному. Именно данный эффект демонстрирует рис. 4.

Таким образом, в работе введено двумя различными способами понятие параметра надкритичности для системы с виртуальным катодом. Аналитически и численно показано сильное влияние релятивистского фактора инжектируемого пучка на надкритичность электронного потока, а следовательно, и на мощность генерации и нелинейную динамику виртуального катода в системе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Короновский А.А., Храмов А.Е. Исследование когерентных структур в электронном пучке со сверхкритическим током с помощью вейвлетной бикогерентности // Физика плазмы. 2002. Т. 28. № 8. С. 722.
2. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по СВЧ электронике для физиков. М.: Физматлит, 2003. 2004.
3. Hramov A.E., Rempen I.S. Investigation of the complex dynamics and regime control in Pierce diode with the delay feedback // Int. J. Electronics. 2004. V. 91. № 1. P. 1.
4. Granatstein V.L., Alexeff I. High Power Microwave Sources. Boston; London: Artech House Microwave Library, 1987.
5. Дубинов А.Е., Селемив В.Д. Электронные приборы с виртуальным катодом // РЭ. 2002. Т. 47. С. 575.
6. Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Левин Ю.И., Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Вакуумные генераторы широкополосных хаотических колебаний на основе нерелятивистских электронных пучков с виртуальным катодом // Известия РАН. Серия Физическая. 2005. Т. 69. № 12. С. 1724.
7. Куркин С.А., Короновский А.А., Храмов А.Е. Формирование и динамика виртуального катода в трубчатом электронном пучке во внешнем магнитном поле // ЖТФ. 2009. Т. 79. № 10. С. 119.
8. Куркин С.А., Короновский А.А., Храмов А.Е. Нелинейная динамика и хаотизация колебаний в трубчатом электронном потоке во внешнем однородном магнитном поле // Физика плазмы. 2009. Т. 35. № 8. С. 684.
9. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurkin S.A. Numerical study of chaotic oscillations in the electron beam with virtual cathode in the external non-uniform magnetic fields // Phys. Lett. A. 2010. V. 374. P. 3057-3066.
10. Куркин С.А. Влияние шумового разброса электронов по скоростям на динамику электронного потока с виртуальным катодом // Радиотехника и электроника. 2010. Т. 55. № 4. С. 1-9.
11. Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. М.: Наука, 1990.
12. Birdsall C.K., Langdon A.B. Plasma physics, via computer simulation, N. Y.: McGraw-Hill, 1985.
13. Davis H.A., Fulton R.D., Sherwood E.G., Kwan T.J.T. Enhanced-efficiency, narrow-band gigawatt microwave output of the reditron oscillator // IEEE Trans. Plasma Sci. 1990. V. 18. № 3. P. 611-617.
14. Гадецкий Н.Н., Магда И.И., Найсметер С.И. и др. Генератор на сверхкритическом токе РЭП с управляемой обратной связью – виртод // Физика плазмы. 1993. Т. 19. № 4. С. 530.
15. Benford J., Swegle J.A., Schamiloglu E. High Power Microwaves. N. Y.: CRC Press, Taylor and Francis, 2007.
16. Диденко А.Н., Ращиков В.И. Генерация мощных СВЧ колебаний в системах с виртуальным катодом // Физика плазмы. 1992. Т. 18. С. 1182.
17. Анфиногентов В.Г. Хаотические колебания в электронном потоке с виртуальным катодом // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2. № 5. С. 69.
18. Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е. К вопросу о механизме возникновения хаотической динамики в вакуумном СВЧ генераторе на виртуальном катоде // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. XLI. № 9. С. 1137-1146.
19. Егоров Е.Н., Храмов А.Е. Исследование хаотической динамики в электронном пучке с виртуальным катодом во внешнем магнитном поле // Физика плазмы. 2006. Т. 32. № 8. С. 742-754.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена при поддержке федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы» и Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 09-02-00255-а, проект № 10-02-90002-Бел_а).

Поступила в редакцию 30 ноября 2010 г.

Kurkin S.A., Koronovskiy A.A., Khramov A.Ye. Research of influence of relative factor of electron flow on conditions of formation and non-linear dynamics of virtual cathode

Within 2-D numeral completely electro-magnetic model the detailed research of influence of relative factor of injected batch on conditions of formation and non-linear dynamics of virtual cathode in system and also on characteristics of output radiation of equipments of vircator type is held. From various positions the parameters of over-criticality for electron flow determining the conditions of formation of virtual cathode in system are introduced. The strong influence of relative factor of injected batch on over-criticality of electron flow is found, consequentially, on conditions of formation and non-linear dynamics of virtual cathode. The physical processes leading to the observing behavior of relative electron flow with virtual cathode are analyzed.

Key words: virtual cathode; relative electron flow; non-linear dynamics; vircator; SHF generator; numeral modeling.