УДК 517.983

ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ КОРРЕКТНОСТИ ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ В ПРОСТРАНСТВАХ СОБОЛЕВА И СОБОЛЕВА–СТЕПАНОВА

© **В.М. Тюрин**

Ключевые слова: линейные операторы; пространство Соболева–Степанова; обобщенная корректность.

При некоторых требованиях к двум линейным операторам, действующим соответственно в пространствах Соболева и Соболева–Степанова, приводится теорема об одновременной обобщенной корректности этих операторов.

Примем следующие обозначения: X — банахово пространство; $L^p = L^p(\mathbb{R}^n, X)$ — пространство Лебега сильно измеримых функций (по Бохнеру) $u : \mathbb{R}^n \to X (p > 1, n \in \mathbb{N})$ с обычной нормой $||u||_{10}$; $H^{1m} = H^{1m}(\mathbb{R}^n, X)$ — пространство Соболева, норма в котором определяется формулой

$$||u||_{1m} = \sum_{|\alpha| \leqslant m} ||D^\alpha u||_{10} < \infty,$$

α — мультииндекс, $m \in \mathbb{N}$ [1, с. 60]; $M^p = M^p(\mathbb{R}^n, X)$ — пространство Степанова сильно измеряемых функций $u : \mathbb{R}^n \to X$, у которых норма

$$||u||_{20} = \sup_{x \in \mathbb{R}^n} \left(\int\limits_{K(x)} ||u(x)||^p dx \right)^{1/p} < \infty,$$

$K(x)$ — единичный куб в $\mathbb{R}^n$ с центром в точке $x \in \mathbb{R}^n$ [2, с. 78], [3, с. 165]; $H^{2m} = H^{2m}(\mathbb{R}^n, X)$ — пространство Соболева–Степанова функций $u : \mathbb{R}^n \to X$ с обобщенными производными $D^\alpha u \in M^p$, при этом

$$||u||_{2m} = \sum_{|\alpha| \leqslant m} ||D^\alpha u||_{20} < \infty.$$

Для произвольного $T > 2n$ определим на $\mathbb{R}^n$ главную неотрицательную финитную функцию $\varphi_T(x, \varepsilon)$ с носителем в шаре $B(\varepsilon, 2T)$, причем $\varphi_T(x, \varepsilon) = 1$ при $x \in B(\varepsilon, T)$, и $|D^\alpha \varphi_T| \leqslant b_1 T^{-|\alpha|}$ ($b_1 > 0$ не зависит от $T, \alpha \neq 0$).

Рассмотрим два линейных оператора $P_i : H^{im} \to H^{i0}$ $(i = 1, 2)$ связанные между собой равенством $P_1 u = P_2 u$ если $u \in H^{1m} \cap H^{2m}$.

Оператор $P_i : H^{im} \to H^{i0}$ назовем обобщенно корректным, если существуют постоянные $K_1^i > 0$, $K_2^i > 0$ такие, что для любых функций $\varphi_T(x, \varepsilon)$, $u \in H^{im}$ выполняется неравенство

$$||\varphi_T u||_{im} \leqslant K_1^i ||\varphi_T f||_{i0} + K_2^i T^{-1} ||\varphi_{4T} u||_{im}$$

как только $P_i u = f$.

При некоторых предположениях относительно операторов P_1 и P_2, получена следующая теорема.

Т е о р е м а. *Операторы* $P_1 : H^{1m} \to H^{10}$ *и* $P_2 : H^{2m} \to H^{20}$ *обобщенно корректны одновременно.*

Приводятся различные примеры, в частности дифференциальные операторы эллиптического типа.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Соболев С.Л.* Некоторые применения функционального анализа в математической физике. 3-е изд., доп. и перераб. М.: Наука, 1988.

2. *Массера Х., Шеффер Х.* Линейные дифференциальные уравнения и функциональные пространства. М.: Мир, 1970.

3. *Левитан Б.М., Жиков В.В.* Почти периодические функции и дифференциальные уравнения. М.: Изд-во МГУ, 1978.

Поступила в редакцию 5 мая 2015 г.

Tyurin V.M. ABOUT ONE PROPERTY OF WELL-POSED LINER OPERATORS IN THE SOBOLEV AND SOBOLEV–STEPANOV SPACES

Under some requirements on two linear operators that act accordingly in the spaces of Sobolev and Sobolev–Stepanov, a theorem about simultaneous generalized well-posedness of these operators is obtained.

Key words: linear operators; space of Sobolev-Stepanov; generalized well-posedness.

Тюрин Василий Михайлович, Липецкий государственный педагогический университет, г. Липецк, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики, e-mail: tvmla@yandex.ru

Tyurin Vasily Mikhailovich, Lipetsk State Pedagogical University, Lipetsk, the Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor of the Mathematics Department, e-mail: tvmla@yandex.ru

УДК 517.51

О КОРРЕКТНОСТИ УПРАВЛЯЕМОЙ ИМПУЛЬСНОЙ СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ, СОДЕРЖАЩЕЙ ФАЗОВЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ПО УПРАВЛЕНИЮ

© **О.И. Филиппова**

Ключевые слова: управляемая импульсная система с запаздыванием; дифференциальное включение; априорная ограниченность в совокупности на множестве.

Рассматривается управляемая импульсная система с запаздыванием, содержащая фазовые ограничения по управлению. Показано, что если в какой-либо точке параметра множество фазовых траекторий системы априорно ограничено, то оно будет априорно ограничено при всех значениях параметра из некоторой окрестности этой точки. Получены оценки отклонения в пространстве кусочно-непрерывных функций множества фазовых траекторий от наперед заданной функции. Установлена непрерывная зависимость фазовых траекторий от параметров и начальных условий.

Основные обозначения

Для линейного нормированного пространства $\mathbf{X}$ с нормой $\|\cdot\|_{\mathbf{X}}$ обозначаем $\rho_{\mathbf{X}}[x;U] = \inf\{\|x-u\|_{\mathbf{X}} : u \in U\}$ — расстояние от точки $x \in \mathbf{X}$ до множества $U \subset \mathbf{X}$; $h^{+}_{\mathbf{X}}[U_1;U] = \sup\{\rho_{\mathbf{X}}[x,U] : x \in U_1\}$ — полуотклонение по Хаусдорфу от множества $U_1 \subset \mathbf{X}$ до