УДК 519.6
DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-6-2019-2025

ОБ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ПОТЕНЦИАЛА ДЛЯ ТЕЛ ПОСТОЯННОЙ ТОЛЩИНЫ

© **Е. Б. Ланеев, М. Н. Муратов, Е. Ю. Пономаренко, О. Бааж**

Российский университет дружбы народов
117198, Российская Федерация, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6
E-mail: elaneev@yandex.ru

Получено устойчивое решение линейной обратной задачи потенциала для для тел постоянной толщины в случае, когда поле потенциала задано на неплоской поверхности.
Ключевые слова: некорректно поставленная задача; обратная задача потенциала; класс тел Сретенского; метод регуляризации Тихонова

Здесь мы рассматриваем один из вариантов обратной задачи потенциала [1] для тел постоянной толщины, относящихся к классу Сретенского [2]. Задача рассматривается в рамках нечетно-периодической модели [3], сводится к линейному интегральному уравнению первого рода, устойчивое решение которого строится на основе метода регуляризации Тихонова [4]. Периодическая модель позволяет для построения решения использовать ряды Фурье, погрешность периодической модели по отношению с непериодической изучена в [5]. В рассматриваемом случае решение обратной задачи потенциала аналогично решению векторного варианта [6] задачи продолжения поля потенциала [7], использованного в [8] для решения линейной обратной задачи потенциала для бесконечно тонких тел.

1. Постановка задачи

Как и в работе [8], в цилиндре

$$D^\infty = \{(x,y,z): 0<x<l_x, 0<y<l_y, -\infty<z<\infty\} \tag{1}$$

рассмотрим краевую задачу для поля потенциала, соответствующего нечетно-периодической модели [3]

$$\begin{cases} \operatorname{rot}\mathbf{E}(M)=0, \qquad M\in D^\infty, \\ \operatorname{div}\mathbf{E}(M)=-4\pi\rho, \\ [\mathbf{n},\mathbf{E}]\,|_{x=0,l_x}=0, \\ [\mathbf{n},\mathbf{E}]\,|_{y=0,l_y}=0, \\ E\to 0, z\to\pm\infty. \end{cases} \tag{2}$$

При заданной плотности ρ решение задачи (2) может быть получено в виде [3]:

$$\mathbf{E}(M)=\mathbf{i}E_x+\mathbf{j}E_y+\mathbf{k}E_z=$$
$$=-\frac{8\pi}{l_xl_y}\int\limits_{Supp\rho} dV_P\rho(P)\sum_{n,m=1}^{\infty} e^{-\pi\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}|z_M-z_P|}\sin(\frac{\pi n x_P}{l_x})\sin(\frac{\pi m y_P}{l_y})\times$$
$$\times(\mathbf{i}\frac{\pi n}{l_x\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}}\cos(\frac{\pi n x_M}{l_x})\sin(\frac{\pi m y_M}{l_y})+\mathbf{j}\frac{\pi m}{l_y\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}}\sin(\frac{\pi n x_M}{l_x})\cos(\frac{\pi m y_M}{l_y})+$$
$$+\mathbf{k}sign(z_M-z_P)\sin(\frac{\pi n x_M}{l_x})\sin(\frac{\pi m y_M}{l_y})). \tag{3}$$

Будем считать, что плотность источников ρ в задаче (2) соответствует телу постоянной толщины h, «лежащего» на плоскости $z = H$:

$$\rho(x, y, z) = \sigma(x, y)\theta(z - H)\theta(H + h - z). \quad (4)$$

Согласно (4) мы рассматриваем функции плотности распределения источников постоянные вдоль оси z и переменные в плоскости (x, y) внутри носителя плотности.

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА. Пусть поле $\mathbf{E}$ в рамках модели (2) задано на поверхности S:

$$S = \{(x, y, z) : 0 < x < l_x, 0 < y < l_y, z = F(x, y) < H\}, \quad (5)$$

т. е. известна функция

$$\mathbf{E}|_S = \mathbf{E}^0, \quad (6)$$

а плотность ρ неизвестна. Поставим задачу восстановления функции ρ по заданному полю $\mathbf{E}^0$. Имея в виду, что плотность имеет вид (4), а параметры H и h известны, задача тем самым состоит в восстановлении функции $\sigma(x, y)$ в (4) по известной функции $\mathbf{E}^0$ на поверхности S.

2. Восстановление плотности по известной составляющей E_z поля потенциала

Вначале рассмотрим возможность восстановления плотности $\sigma(x, y)$ в формуле (4) по известной составляющей поля E_z в области

$$D(-\infty, H) = \{(x, y, z) : 0 < x < l_x, 0 < y < l_y, -\infty < z < H\}. \quad (7)$$

Для составляющей поля E_z в (3) получаем

$$E_z(M) = -\frac{8\pi}{l_x l_y} \int\limits_{Supp\rho} dV_P \rho(P) \sum_{n,m=1}^{\infty} e^{-\pi\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}|z_M - z_P|} \sin(\frac{\pi n x_P}{l_x}) \sin(\frac{\pi m y_P}{l_y}) \times$$
$$\times\, sign(z_M - z_P) \sin(\frac{\pi n x_M}{l_x}) \sin(\frac{\pi m y_M}{l_y}).$$

Отсюда и из (4), учитывая, что $z_M < z_P$ в области (7), следует, что в области (7)

$$E_z(M) = \frac{8\pi}{l_x l_y} \int\limits_0^{l_x} \int\limits_0^{l_y} \sigma(x_P, y_P) \int\limits_H^{H+h} dz_P \sum_{n,m=1}^{\infty} e^{-\pi\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}(z_P - z_M)} \times$$
$$\times \sin\frac{\pi n x_P}{l_x} \sin\frac{\pi m y_P}{l_y} \sin\frac{\pi n x_M}{l_x} \sin\frac{\pi m y_M}{l_y} dx_P dy_P =$$
$$= \frac{8\pi}{l_x l_y} \int\limits_0^{l_x} \int\limits_0^{l_y} \sum_{n,m=1}^{\infty} e^{-\pi\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}(H + \frac{h}{2} - z_M)} 2\frac{\operatorname{sh} \pi\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}\frac{h}{2}}{\pi\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}} \sin\frac{\pi n x_M}{l_x} \sin\frac{\pi m y_M}{l_y} \times$$
$$\times\, \sigma(x, y) \sin\frac{\pi n x}{l_x} \sin\frac{\pi m y}{l_y} dx dy = \int\limits_0^{l_x} \int\limits_0^{l_y} K(x_M, y_M, z_M, x, y)\sigma(x, y) dx dy, \quad (8)$$

где

$$K(x_M, y_M, z_M, x, y) = \frac{16}{l_x l_y} \sum_{n,m=1}^{\infty} e^{-\pi\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}(H + \frac{h}{2} - z_M)} \frac{\operatorname{sh} \pi\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}\frac{h}{2}}{\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}} \times$$
$$\times \sin\frac{\pi n x_M}{l_x} \sin\frac{\pi m y_M}{l_y} \sin\frac{\pi n x}{l_x} \sin\frac{\pi m y}{l_y}. \quad (9)$$

Пусть $z_M = a$, $a < \min F(x,y)$, где функция F задает поверхность S, при этом очевидно $a < H$. Тогда, считая, что известна функция

$$\Phi(x_M, y_M, a) = E_z(M)\big|_{z_M=a}, \tag{10}$$

из (8) получим интегральное уравнение относительно функции σ:

$$\int\limits_0^{l_x}\int\limits_0^{l_y} K(x_M, y_M, a, x, y)\sigma(x,y)dxdy = \Phi(x_M, y_M, a), \tag{11}$$

где ядро интегрального оператора K имеет вид (9) и a фиксированный параметр, удовлетворяющий условию $a < \min F(x,y) < H$.

Решая уравнение (11), находим плотность σ, а, следовательно, и искомую плотность ρ вида (4).

Если плотность σ, определяющая границу тела, имеет носитель D, то $\sigma(M) = \sigma(M)\chi_D(M)$, где χ_D — характеристическая функция носителя функции плотности σ, в частности, когда $\sigma = \sigma_0 = const$ в пределах носителя, то $\sigma(M) = \sigma_0\chi_D(M)$ и

$$\chi_D(x,y) = \frac{1}{\sigma_0}\sigma(x,y).$$

Таким образом, если плотность σ найдена как решение интегрального уравнения (11), а величина σ_0 известна, то носитель D плотности, т. е. «форма» тела, может быть найден, например, так

$$D = \{(x,y) : \frac{1}{\sigma_0}\sigma(x,y) > \lambda,\ 0 < \lambda < 1\}. \tag{12}$$

3. Решение обратной задачи в случае точно заданного поля $\mathbf{E}^0$

Пусть теперь задана функция $\mathbf{E}^0$ вида (6). В работе [6] показано, что функцию Φ в (10) можно получить в виде

$$\Phi(M) = \frac{4}{l_x l_y}\int\limits_0^{l_x}\int\limits_0^{l_y}[E_x^0(x_P, y_P)\frac{\partial}{\partial x_P}\varphi(M,P)|_{P\in S} + E_y^0(x_P, y_P)\frac{\partial}{\partial y_P}\varphi(M,P)|_{P\in S} +$$
$$+ E_z^0(x_P, y_P)(\mathbf{n}_1, \nabla_P\varphi(M,P))|_{P\in S}]dx_P dy_P, \tag{13}$$

где

$$\varphi(M,P) = \frac{2}{\pi l_x l_y}\sum_{n,m=1}^{\infty}\frac{e^{-\pi\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}|z_M - z_P|}}{\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}}\sin\frac{\pi n x_M}{l_x}\sin\frac{\pi m y_M}{l_y}\sin\frac{\pi n x_P}{l_x}\sin\frac{\pi m y_P}{l_y}$$

— функция источника задачи Дирихле для уравнения Лапласа в цилиндре D^∞ (1).

Решение интегрального уравнения (11) может быть получено в виде ряда Фурье

$$\sigma(x,y) = \sum_{n,m=1}^{\infty}\tilde{\Phi}_{nm}(a)e^{\pi\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}(H+\frac{h}{2}-a)}\frac{\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}}{4\,\mathrm{sh}\,\pi\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}\frac{h}{2}}\sin\frac{\pi n x}{l_x}\sin\frac{\pi m y}{l_y}, \tag{14}$$

где $\tilde{\Phi}_{nm}(a)$ — коэффициенты Фурье

$$\tilde{\Phi}_{nm}(a) = \frac{4}{l_x l_y} \int\limits_0^{l_x} \int\limits_0^{l_y} \Phi(x,y,a) \sin\frac{\pi n x}{l_x} \sin\frac{\pi m y}{l_y} dxdy$$

функции Φ вида (13) при $z_M = a$. Вводя обозначение

$$K_{nm}(a) = e^{\pi\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}(H+\frac{h}{2}-a)} \frac{\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}}{4\,\mathrm{sh}\,\pi\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}\frac{h}{2}}, \tag{15}$$

(14) можно записать в виде

$$\sigma(x,y) = \sum_{n,m=1}^{\infty} \tilde{\Phi}_{nm}(a) K_{nm} \sin\frac{\pi n x}{l_x} \sin\frac{\pi m y}{l_y}. \tag{16}$$

Отметим, что решая уравнение (11) мы считаем, что функция (10) или (13) соответствуют плотности σ вида (4), поэтому коэффициенты $\tilde{\Phi}_{nm}(a) = \sigma_{nm}/K_{nm}$ убывают быстрее, чем растет $e^{\pi\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}(H-a)}\sqrt{\frac{n^2}{l_x^2}+\frac{m^2}{l_y^2}}$ и ряд (16) сходится.

4. Решение обратной задачи в случае приближенно заданного поля $\mathbf{E}^0$

Пусть теперь вместо точной вектор-функции $\mathbf{E}^0$ (6) известна функция $\mathbf{E}^{0,\delta} = (E_x^{0,\delta}, E_y^{0,\delta}, E_x^{0,\delta})$ такая, что

$$||\mathbf{E}^{0,\delta} - \mathbf{E}^0||_{L_2(S)} = \delta.$$

В этом случае функция Φ вида (13) вычисляется приближенно:

$$\Phi_z^\delta(M) = \frac{4}{l_x l_y} \int\limits_0^{l_x} \int\limits_0^{l_y} [E_x^{0,\delta}(x_P, y_P) \frac{\partial}{\partial x_P} \varphi(M,P)|_{P\in S} + E_y^{0,\delta}(x_P, y_P) \frac{\partial}{\partial y_P} \varphi(M,P)|_{P\in S} +$$
$$+ E_z^{0,\delta}(x_P, y_P)(\mathbf{n}_1, \nabla_P \varphi(M,P))|_{P\in S}] dx_P dy_P. \tag{17}$$

Для разности приближенной и точной правой части интегрального уравнения (11) имеет место оценка

$$\|\Phi^\delta - \Phi\|_{L_2(\Pi(a))} \leqslant C\delta, \ C = Const.$$

Здесь

$$\Pi(a) = \{(x,y,z) : 0 < x < l_x, 0 < y < l_y, z = a\}, \ a < \min F(x,y).$$

Устойчивое приближенное решение интегрального уравнения первого рода (11) как некорректно поставленной задачи может быть получено аналогично [6] с использованием метода регуляризации Тихонова [4]. В качестве приближенного решения интегрального уравнения будем рассматривать экстремаль функционала Тихонова

$$M[w] = \| Kw - \Phi^\delta \|^2_{L_2(\Pi(a))} + \alpha \| w \|^2_{L_2}, \tag{18}$$

где K — интегральный оператор в (11). Экстремаль σ_α^δ может быть получена как решение уравнения Эйлера для функционала (18) и имеет вид

$$\sigma_\alpha^\delta(x,y) = \sum_{n,m=1}^{\infty} \frac{\tilde{\Phi}^\delta_{nm}(a) K_{nm}(a)}{1 + \alpha K^2_{nm}(a)} \sin\frac{\pi n x}{l_x} \sin\frac{\pi m y}{l_y}, \tag{19}$$

где $\tilde{\Phi}^{\delta}_{nm}(a)$ - коэффициенты Фурье функции $\Phi^{\delta}|_{\Pi(a)}$ вида (17) и $K_{nm}(a)$ имеет вид (15).

Приближенное решение (19) отличается от (14) регуляризирующим множителем. Сходимость приближенного решения (19) в L_2 к точному решению (14) обеспечивает

Т е о р е м а 1. *Для любого* $\alpha=\alpha(\delta)>0$ *такого, что* $\alpha(\delta)\to 0$ *и* $\delta/\sqrt{\alpha(\delta)}\to 0$ *при* $\delta\to 0$ *функция* σ^{δ}_{α} *вида* (19) *сходится к точному решению* (14) *в* L_2.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Следуя в целом схеме [10] оценки приближенного решения линейного интегрального уравнения, вводя функцию σ_{α} вида (19) при $\delta=0$, получим

$$\|\sigma^{\delta}_{\alpha}-\sigma\|_{L_2}=\|\sigma^{\delta}_{\alpha}-\sigma_{\alpha}\|_{L_2}+\|\sigma_{\alpha}-\sigma\|_{L_2}=$$

$$=\Big[\frac{4}{l_xl_y}\sum_{n,m=1}^{\infty}\Big(\frac{K_{nm}(a)}{1+\alpha K^2_{nm}(a)}\Big)^2|\tilde{\Phi}^{\delta}_{nm}(a)-\tilde{\Phi}_{nm}(a)|^2\Big]^{1/2}+$$

$$+\Big[\frac{4}{l_xl_y}\sum_{n,m=1}^{\infty}\Big(\frac{\alpha K^2_{nm}(a)}{1+\alpha K^2_{nm}(a)}\Big)^2|\tilde{\Phi}_{nm}(a)K_{nm}(a)|^2\Big]^{1/2}=$$

$$=\max_{x}\Big(\frac{x}{1+\alpha x^2}\Big)\|\Phi^{\delta}-\Phi\|_{L_2(\Pi(a))}+\Big[\frac{4}{l_xl_y}\sum_{n,m=1}^{\infty}\Big(\frac{\alpha K^2_{nm}(a)}{1+\alpha K^2_{nm}(a)}\Big)^2\sigma^2_{nm}\Big]^{1/2}=$$

$$=C\frac{\delta}{\sqrt{\alpha(\delta)}}+o(\alpha(\delta))\to 0,\ \delta\to 0$$

□

В случае, когда $\sigma(M)=\sigma_0\chi_D(M)$ в соответствие с (12) построим приближение D^{δ}_{λ} к носителю D плотности σ на основе приближенной функции плотности источников (19)

$$D^{\delta}_{\lambda}=\{(x,y):\frac{1}{\sigma_0}\sigma^{\delta}_{\alpha}(x,y)>\lambda,\ \ 0<\lambda<1\}. \tag{20}$$

Т е о р е м а 2. *В условиях теоремы сходимости 1 мера разделенной разности* $\mu(D^{\delta}_{\lambda}\Delta D)\to$ $\to 0$ *при* $\delta\to 0$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Из теоремы 2 следует, что

$$\|\frac{1}{\sigma_0}\sigma^{\delta}_{\alpha}-\chi_D\|_{L_2(\Pi(0))}=C\frac{\delta}{\sqrt{\alpha(\delta)}}+o(\alpha(\delta))\to 0,\ \delta\to 0.$$

Из сходимости $\frac{1}{\sigma_0}\sigma^{\delta}_{\alpha}$ к χ_D в L_2 следует сходимость по мере [9]. Далее доказательство дословно повторяет доказательство теоремы в [8].

Формулы (20), (19), (17) решают поставленную обратную задачу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Прилепко А.И.* Обратные задачи теории потенциала // Математические заметки. 1973. Т. 14. № 5. С. 755–767.

2. *Сретенский Л.Н.* О единственности определения формы притягивающего тела по значениям его внешнего потенциала // ДАН СССР. 1954. Т. 99. № 1. С. 21–22.

3. *Ланеев Е.Б.* О некоторых постановках задачи продолжения потенциального поля // Вестник РУДН. Серия Физика. 2000. № 8(1). С. 21–28.

4. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 288 с.

5. *Ланеев Е.Б.* О погрешности периодической модели задаче продолжения потенциального поля // Вестник РУДН. Серия Физика. 2001. № 9(1). С .4–16.

6. *Ланеев Е.Б.* Устойчивое решение одной некорректно поставленной краевой задачи для потенциального поля // Вестник РУДН. Серия Прикладная математика и информатика. 2000. № 1. С. 105–112.

7. *Тихонов А.Н., Гласко В.Б., Литвиненко О.К., Мелихов В.Р.* О продолжении потенциала в сторону возмущающих масс на основе метода регуляризации // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1968. № 1. С. 30–48.

8 . *Ланеев Е.Б., Муратов М.Н., Пономаренко Е.Ю.* Об одной линейной обратной задаче потенциала в нечетно-периодической модели // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2015. Т. 20. № 5. С. 1757–1762.

9 . *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1972. 496 с.

10 *Иванов В.К., Васин В.В., Танана В.П.* Теория линейных некорректных задач и ее приложения. М., 1978. 206 с.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-01-05134) и гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ, № НШ-8215.2016.1.

Поступила в редакцию 15 октября 2016 г.

Ланеев Евгений Борисович, Российский университет дружбы народов, г. Москва, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор кафедры нелинейного анализа и оптимизации, e-mail: elaneev@yandex.ru

Муратов Михаил Николаевич, Российский университет дружбы народов, г. Москва, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры нелинейного анализа и оптимизации, e-mail: finger@rambler.ru

Пономаренко Екатерина Юрьевна, Российский университет дружбы народов, г. Москва, Российская Федерация, аспирант, кафедра нелинейного анализа и оптимизации, e-mail: elaneev@yandex.ru

Бааж Обаида, Российский университет дружбы народов, г. Москва, Российская Федерация, студент магистратуры, кафедра нелинейного анализа и оптимизации, e-mail: elaneev@yandex.ru

UDC 519.6
DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-6-2019-2025

ON A LINEAR INVERSE PROBLEM FOR THE NEWTONIAN POTENTIAL FOR BODIES OF CONSTANT THICKNESS

© **E. B. Laneev, M. N. Muratov, E. Yu. Ponomarenko , 0. Baaj**

Peoples' Friendship University of Russia
6 Miklukho-Maklay St., Moscow, Russian Federation, 117198
E-mail: elaneev@yandex.ru

A linear inverse problem for the Newtonian potential for bodies of constant thickness is considered, the field of potential is defined on a non-linear surface. A stable solution of the problem is obtained.

Key words: ill-posed problem; inverse problem of the potential; the Sretenskiy class of bodies; method of Tikhonov regularization

REFERENCES

1. *Ppilepko A.I.* Obpatnye zadachi teopii potentsiala // Matematicheskie zametki. 1973. T. 14. № 5. S. 755–767.
2. *Sretenskij L.N.* O edinctvennocti oppedeleniya fopmy ppityagivayushchego tela po znacheniyam ego vneshnego potentsiala // DAN SSSR. 1954. T. 99. № 1. S. 21–22.
3. *Laneev E.B.* O nekotoryh postanovkah zadachi prodolzheniya potentsial'nogo polya // Vestnik RUDN. Seriya Fizika. 2000. № 8(1). S. 21–28.
4. *Tihonov A.N., Arsenin V.YA.* Metody resheniya nekorrektnyh zadach. M.: Nauka, 1979. 288 c.
5. *Laneev E.B.* O pogreshnosti periodicheskoj modeli zadache prodolzheniya potentsial'nogo polya // Vestnik RUDN. Seriya Fizika. 2001. № 9(1). S. 4–16.
6. *Laneev E.B.* Ustojchivoe reshenie odnoj nekorrektno postavlennoj kraevoj zadachi dlya potentsial'nogo polya // Vestnik RUDN. Seriya Prikladnaya matematika i informatika. 2000. № 1. S. 105–112.
7. *Tihonov A.N., Glasko V.B., Litvinenko O.K., Melihov V.R.* O prodolzhenii potentsiala v storonu vozmushchayushchih mass na osnove metoda regulyarizatsii // Izv. AN SSSR. Fizika Zemli. 1968. № 1. S. 30–48.
8. *Laneev E.B., Muratov M.N., Ponomarenko E.YU.* Ob odnoj linejnoj obratnoj zadache potentsiala v nechetno-periodicheskoj modeli // Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Review. Series: Natural and Technical Sciences, 2015. T. 20. № 5. S. 1757–1762.
9. *Kolmogorov A.N., Fomin S.V.* Elementy teorii funktsij i funktsional'nogo analiza. M.: Nauka, 1972. 496 s.
10 *Ivanov V.K., Vacin V.V., Tanana V.P.* Teopiya linejnyx nekoppektnyx zadach i ee ppilozheniya. M., 1978. 206 c.

ACKNOWLEDGEMENTS: The work is partially supported by the Russian Fund for Basic Research (project № 15-01-05134) and by the grant of the Russian Federation President for the state support of leading scientific schools № NSh-8215.2016.1.

Received 15 October 2016

Laneev Evgeniy Borisovich, Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor of Nonlinear Analysis and Optimization Department, e-mail: elaneev@yandex.ru

Muratov Mikhail Nikolaevich, Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russian Federation, Candidate of Physics and Mathematics, Associate professor of Nonlinear Analysis and Optimization Department, e-mail: finger@ramler.ru

Ponomarenko Ekaterina Yuryevna, Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russian Federation, post graduate student of Nonlinear Analysis and Optimization Department, e-mail: elaneev@yandex.ru

Baaj Obaida, Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russian Federation, M.Sc. student of Nonlinear Analysis and Optimization Department, e-mail:elaneev@yandex.ru

Информация для цитирования:

Ланеев Е.Б., Муратов М.Н., Пономаренко Е.Ю., Бааж О. Об одной линейной обратной задаче потенциала для тел постоянной толщины // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2016. Т. 21. Вып. 6. С. 2019-2025. DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-6-2019-2025

Laneev E.B., Muratov M.N., Ponomarenko E.Yu., Baaj 0. Ob odnoj linejnoj obratnoj zadache potenciala dlya tel postoyannoj tolshchiny [On a linear inverse problem for the newtonian potential for bodies of constant thickness]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Review. Series: Natural and Technical Sciences*, 2016, vol. 21, no. 6, pp. 2019-2025. DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-6-2019-2025 (In Russian)