УДК 681.5.07
DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-1-325-333

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПОЗИЦИОННОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

© А.А. Коробов, Л.Г. Гамова, Е.И. Глинкин

Доказана эффективность симметричного мультипликативного регулирования относительно позиционного закона за счет нормирования случайных сигналов измерения и управления тождественно оптимальному эквиваленту для автоматического программного управления в адаптивном диапазоне с заданной точностью.

Ключевые слова: эффективность регулирования; автоматизация микропроцессорных средств; симметричный критерий; прецизионный критерий.

Позиционное П-регулирование широко применяется в приборостроении и биомедицинской технике, при автоматизации электрооборудования и производственных процессов за счет простой реализации измерения сигналов в фиксированном диапазоне. Измерение с заданной точностью в адаптивном диапазоне аналитического контроля трудоемко и нетехнологично из-за аппаратного управления оператором в диалоговом режиме коэффициентом настройки П-регулятора итерационным методом последовательного приближения [1–5]. Это обусловлено незнанием закономерностей изменения нелинейности коэффициента настройки, изменяющейся по сложной функциональной зависимости статистического распределения при автоматическом контроле в адаптивном диапазоне.

1. ПОЗИЦИОННОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ

Принцип стандартного П-регулирования заключается в сравнении измеряемого сигнала амплитудой U на выходе объекта с нормированной уставкой амплитудой E в виде их разницы $\Delta = U - E$ для воздействия на объект управляющего сигнала амплитудой $I = k\,\Delta$, где k – неизвестный коэффициент настройки, подбирается оператором в диалоговом режиме под фиксированный диапазон при аппаратном управлении итерационным методом последовательного приближения [1; 3]. Пропорциональный режим прост и технологичен в узком фиксированном диапазоне примитивных контроллеров с жесткой структурой тестеров, копирующих статистическую градуировочную характеристику множества случайных ненормированных измерений. Использование закона П-регулирования в интеллектуальных компьютерных анализаторах ограничивает их гибкую архитектуру с ассоциативной адресацией до жесткой структуры примитивных тестеров, исключающих автоматический контроль в адаптивном диапазоне с заданной точностью образцовых мер. Для стандартного П-регулирования относительная погрешность ε_1 определяется отношением управляющего сигнала I к уставке E:

$$\varepsilon_1 = k\Delta / E = k\,\frac{E-U}{E}. \qquad (1)$$

Качественный анализ выражения (1) показывает изменение погрешности ε_1 пропорционально диапазону $\Delta = U - E$ регулирования при фиксированном коэффициенте k настройки. Заданная постоянная погрешность ε_1 регулирования достигается при адаптивном диапазоне за счет изменения коэффициента k по сложной обратнопропорциональной зависимости, что организуют субъективно итерационным приближением только аппаратным управлением в диалоговом режиме с оператором, исключающим автоматизацию.

2. МЕТОД ТОЖДЕСТВЕННОСТИ ЭКВИВАЛЕНТАМ

Программное управление с заданной точностью автоматического регулирования в адаптивном диапазоне контроля авторы предлагают по гибкому закону П-регулирования посредством симметричного мультипликативного критерия (СМК) с регламентируемой априори относительной погрешностью ε_2 методом тождественности эквивалентам [1–3]. Сущность программно управляемого позиционного регулирования обусловлена нормированием произведения случайных сигналов $\prod_{i=1}^{n} U_i$ тождественно максимальному эквиваленту $\max \prod_{i=1}^{n} U_i$. С изменением адаптивного диапазона случайным образом по тому же правилу изменяется произведение случайных переменных U_i и их тождественность нормируемому эквиваленту, оптимально отражающему гибкость адаптации диапазона автоматического контроля.

СМК Q позиционного регулирования представлен [2] отношением произведений $\prod_{i=1}^{n} U_i$ случайных i-х сигналов U_i к нормированному максимуму

$$Q = \frac{\prod_{i=1}^{n} U_i}{(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} U_i)^n}, \quad (2)$$

реализуемому средним арифметическим X_{CA} в степени n по числу $i = 1,n$ сигналов управления. Относительная погрешность ε_n МСК-регулирования соответствует по формуле (2) соотношению

$$\varepsilon_n = 1 - Q = 1 - \frac{\prod_{i=1}^{n} U_i}{X_{\text{CA}}^n}, \quad (3)$$

а для двух сигналов $i = 1,2$ нормированной уставки $U_1 = E$ и измеряемого $U_2 = U$ выражение (3) приводится к квадратичной оценке [1; 3]

$$\varepsilon_2 = \left(\frac{E-U}{E+U}\right)^2. \quad (4)$$

Для сравнительного анализа погрешностей ε_1 (1) и ε_2 (4) выразим измеряемый сигнал U через уставку E с переменной $m = E/U$ регулирования

$$\varepsilon_1 = k\frac{E-U}{E} = k\frac{E-E/m}{E},$$

а после сокращения на норму E находим $\varepsilon_1(m)$

$$\varepsilon_1 = k\frac{1-1/m}{1} = k\frac{m-1}{m}. \quad (5)$$

По аналогии с погрешностью $\varepsilon_1(m)$ фиксированного регулирования (5) вычислим относительную погрешность $\varepsilon_2(m)$ гибкого регулирования

$$\varepsilon_2 = \left(\frac{1-1/m}{1+1/m}\right)^2 = \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^2. \quad (6)$$

Оценки (5) и (6) удобны для анализа за счет одной переменной m в отличие от исходных выражений (1) и (4) – с двумя сигналами.

Сведем выражения (5) и (6) в систему уравнений для вычисления неизвестного коэффициента k через эффективность η_ε по точности стандартной оценки ε_1 к гибкому эквиваленту ε_2 регулирования:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = k\dfrac{m-1}{m}, \\ \varepsilon_2 = \left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)^2. \end{cases} \quad (7)$$

Определим эффективность η_ε по точности при делении первого уравнения на второе системы (7)

$$\eta_\varepsilon = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{k(m-1)(m+1)^2}{m(m-1)^2} \quad (7a)$$

после приведения подобных членов

$$\eta_\varepsilon = \frac{k(m+1)^2}{m(m-1)}. \quad (7б)$$

Неуправляемая погрешность ε_1 фиксированного регулирования оценивается относительно нормируемого эквивалента ε_2 – идеального конечного результата (ИКР) [5] с желаемой закономерностью нулевой меры

$$opt\varepsilon_2 = \varepsilon_2^* = 0, \quad (8)$$

что достигается (см. (6) и (7)) при условии

$$optm = m^* = 1. \quad (8a)$$

Из качественного анализа эффективности (7*а*) это следует для закономерности

$$opt\varepsilon_1 = \varepsilon_1^* = \varepsilon_2, \quad (8б)$$

когда выполняется условие

$$opt\eta_\varepsilon = \eta_\varepsilon^* = 1, \quad (8в)$$

что очевидно из тождества (7*а*).

Закономерности (8)–(8*в*) преобразуют тождество (7*а*) к желаемому ИКР

$$\eta_\varepsilon^* = \frac{k^*(m+1)^2}{m(m-1)}, \quad (9)$$

из которого следует алгоритм вычисления адаптивного коэффициента k^* – эквивалента ИКР:

$$k^* = \frac{m(m-1)}{(m+1)^2}. \quad (9a)$$

Анализ выражений случайной переменной η_ε (7*б*) и нормированного эквивалента η_ε^* (9) приводит, согласно методу тождественности эквиваленту [3], к закономерности

$$optk = k^* = 0 \quad (9б)$$

при выполнении условий ИКР (8).

Нормированная переменная m, как следует из алгоритма (9*а*), изменяется от нуля в начале регулирования при $U = 0$, что наглядно из определений (1) и (4) погрешностей, до единичного уровня при $U = E$ в конце регулирования.

Следовательно, гибкий коэффициент k^* оптимизации, в отличие от фиксированного коэффициента k стандартного П-регулирования, автоматически изменяется в адаптивном диапазоне {0,1} за счет тождественности произведения случайных переменных нормированному эквиваленту ИКР, представленному максимальным произведением средних арифметических величин адаптивного диапазона автоматического контроля.

Качественная оценка эффективности симметричного П-регулирования относительного стандартного проведена методом тождественности эквивалентам ИКР, количественную оценку эффективности СМК-регулирования строго докажем методом производных.

3. ЗАКОНОМЕРНОСТИ СТАНДАРТНОГО КРИТЕРИЯ

Определим закономерности стандартного П-регулирования для коэффициента k настройки и относительной погрешности ε_1. Оптимальная погрешность ε_1^* соответствует нулевой производной $\varepsilon_1^{'}$ оценки ε_1 относительно переменной m:

$$\varepsilon_1^{'} = \frac{d\varepsilon_1}{dm}\left[\frac{k(m-1)}{m}\right] = 0\,. \qquad (10)$$

Вычислим производную [4] по числителю и знаменателю для постоянного коэффициента k = Const

$$\varepsilon_1^{'} = k\left(\frac{1}{m} - \frac{m-1}{m^2}\right) = \frac{1}{m}\left[k - \frac{k(m-1)}{m}\right],$$

которая с учетом выражения (5) примет вид

$$\varepsilon_1^{'} = \left(k - \varepsilon_1^*\right) = 0\,.$$

Это соответствует решению

$$\varepsilon_1^* = k\,,$$

отражающему закономерность

$$opt\varepsilon_1 = \varepsilon_1^* = k\,, \qquad (10a)$$

оптимальная погрешность П-регулирования регламентирована фиксированным коэффициентом k настройки. С учетом диапазона варьирования коэффициента k = = {0,1} очевидно, что относительная погрешность оптимального режима ε_1^* = {0,1} также неопределенна, и при итерационном последовательном приближении для середины диапазона составляет до 50 % в адаптивном диапазоне автоматического контроля.

Закономерность (10*а*) позволяет оценить нелинейность η_1 за счет преобразования погрешности ε_1 к тождеству

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^*\eta_1\,, \qquad (11)$$

с соответствующей нелинейностью

$$\eta_1 = \left[\frac{(m-1)}{m}\right]. \qquad (11a)$$

Вычислим оптимальный эквивалент η_1^* стандартного регулирования из равенства нулю производной $\eta_1^{'} = 0$ относительно переменной m:

$$\eta_1^{'} = \frac{d\eta_1}{dm} = \frac{d}{dm}\left[\frac{(m-1)}{m}\right] = 0\,.$$

После дифференцирования числителя (m – 1) и знаменателя $1/m$ получим уравнение

$$\eta_1^{'} = \frac{1}{m} - \frac{m-1}{m^2} = \frac{1}{m}\left(1 - \frac{m-1}{m}\right),$$

которое с учетом выражения (11*а*) соответствует виду

$$\eta_1^{'} = \frac{1}{m}\left(1 - \eta_1^*\right) = 0\,.$$

Решение этого уравнения отражает закономерность

$$opt\eta_1 = \eta_1^* = 1\,, \qquad (11б)$$

которая невыполнима из-за противоречивых требований к переменной m – тождественности нулю и единице. Данное противоречие лишь подтверждает несостоятельность оптимального П-регулирования с регламентируемой погрешностью до 50 % за счет тождественности априори неоптимальному коэффициенту k = {0,1}.

4. ЗАКОНОМЕРНОСТИ СИММЕТРИЧНОГО КРИТЕРИЯ

Выявим закономерности МСК-регулирования методом производных без учета нормированного по максимуму эквивалента знаменателя критерия (2), выявленного методом оптимизации [1; 4]. Для этого продифференцируем относительную погрешность ε_2 (7) по переменной m

$$\varepsilon_2^{'} = \frac{d\varepsilon_2}{dm} = \frac{d}{dm}\left[\frac{(m-1)}{(m+1)}\right]^2 = 0$$

и получим уравнение

$$\varepsilon_2^{'} = 2\left(\frac{m-1}{m+1}\right)\frac{1}{m}\left(\frac{1}{m+1} - \frac{m-1}{(m+1)^2}\right).$$

Перемножим правую часть уравнения на числитель (m – 1) и с учетом алгоритма (6) сформируем тождество

$$\varepsilon_2' = \frac{2}{m+1}\left[\frac{m-1}{m+1} - \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^2\right] = 0,$$

откуда следует равенство оптимальной погрешности ε_2^*

$$\left(\frac{m-1}{m+1}\right) - \varepsilon_2^* = 0.$$

Результатом решения служит закономерность оптимизации

$$opt\varepsilon_2 = \varepsilon_2^* = \frac{m-1}{m+1} = 0, \qquad (12)$$

при выполнении условия

$$optm = m^* = 1, \qquad (12а)$$

что подтверждает оптимальность алгоритма (6) МСК-регулирования с квадратичной нормировкой закономерности (12)

$$\varepsilon_2 = \left(\varepsilon_2^*\right)^2. \qquad (12б)$$

Оптимальную нелинейность η_2^* регулирования определим из тождественности нелинейности η_2 критерию $Q(2)$ при замене $U_1 = E/m$; $U_2 = E$ для i = 1,2

$$\eta_2 = Q_2 = \frac{4EU}{(E+U)^2} = \frac{4m}{(m+1)^2}. \qquad (13)$$

Приравняем нулю производную выражения (13)

$$\eta_2' = \frac{d\eta_2}{dm} = \frac{d}{dm}\left[\frac{4m}{(m+1)^2}\right] = 0,$$

после дифференцирования получим

$$\eta_2' = 4\left[\frac{1}{(m+1)^2} - \frac{2m}{(m+1)^3}\right].$$

Приведем подобные члены с учетом алгоритма (13)

$$\frac{2}{m+1}\left[\frac{2}{(m+1)} - \frac{4m}{(m+1)^2}\right] = 0,$$

из которого следует равенство оптимальной нелинейности

$$\frac{2}{m+1} - \eta_2^* = 0.$$

Решением уравнения служит закономерность оптимизации нелинейности

$$opt\eta_2 = \eta_2^* = \frac{2}{m+1} = 1, \qquad (13а)$$

при условии оптимальной переменной

$$optm = m^* = 1, \qquad (13б)$$

тождественном требованию (12*а*).

Следовательно, СМК тождественен нелинейности (13) с оптимизацией до постоянной нормы единичного уровня (13*а*) с оптимальной погрешностью (12) нулевого уровня при оптимальной переменной регулирования (12*а*), (13*б*), тождественной единичной мере. Необходимо отметить гибкость нелинейности симметричного регулирования, тождественной в пределе максимальной точности контроля при нулевой погрешности и единичной переменной за счет тождественности случайного измеряемого сигнала нормируемому значению уставки.

Сравним пределы регулирования с симметричным критерием в стандартном позиционном законе.

5. ПОГРЕШНОСТЬ И НЕЛИНЕЙНОСТЬ

Эффективность по точности η_ε несложно определить из сопоставления предельной погрешности ε_1^* (10*а*) П-закона с оптимальной погрешностью ε_2^* (12) симметричного регулирования [4–5], представленных системой уравнений:

$$\begin{cases} \varepsilon_1^* = k, \\ \varepsilon_2^* = \dfrac{m-1}{m+1}. \end{cases} \qquad (14)$$

Поделим первое уравнение системы (14) на второе и выразим эффективность η_ε по точности

$$\eta_\varepsilon = \frac{\varepsilon_1^*}{\varepsilon_2^*} = \frac{k(m+1)}{m-1}, \qquad (14а)$$

откуда находим зависимость погрешностей

$$\varepsilon_1^* = \frac{k(m+1)}{m-1}\varepsilon_2^*. \qquad (14б)$$

Зависимость (14*б*) показывает, что погрешность стандартного регулирования ε_1^* в k-раз выше погрешности ε_2^* симметричного критерия, соответствующего нулевой мере при оптимальном регулировании, когда переменная m в пределе стремится к единичной норме.

Эффективность по нелинейности η_η найдем из сопоставления выражения η_1^* (11*а*) к эквиваленту η_2^* (13*а*) согласно системе уравнений

$$\begin{cases} \eta_1^* = \dfrac{m-1}{m}, \\ \eta_2^* = \dfrac{2}{m+1}. \end{cases} \tag{15}$$

Из отношения уравнений системы (15) вычислим эффективность η_η по нелинейности регулирования

$$\eta_\eta = \frac{\eta_1^*}{\eta_2^*} = \frac{(m-1)(m+1)}{2m}, \tag{15а}$$

откуда находим зависимость нелинейностей

$$\eta_1^* = \frac{m^2-1}{2m}\eta_2^*. \tag{15б}$$

Из анализа зависимости (15*б*) следует для предельного значения переменной $m = 1$ и оптимального эквивалента $\eta_2^* = 1$ приближение стандартной нелинейности $\eta_1^* = 0$ к нулю, что противоречит автоматическому регулированию в адаптивном диапазоне аналитического контроля.

Количественная оценка для предельной закономерности $m^* \to 1$ (12*а*), (13*б*) сведена в табл. 1 и 2, отражающие погрешности ε_1^* и ε_2^* (14), нелинейности η_1^* и η_2^* (15) и эффективности по точности η_ε (14*а*) и нелинейности η_η (15*а*).

Таблица 1

Стандартный критерий

m	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1
ε_1, %	0,89	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99

m	1,1	1,09	1,08	1,07	1,06	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1
ε_1, %	1,099	1,089	1,079	1,069	1,059	1,049	1,039	1,029	1,019	1,009	0,99

Таблица 1.1

Эффективность по точности

m	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1
η_ε	–9,5	–10,611	–12	–13,785	–16,16	–19,5	–24,5	–32,833	–49,5	–99,5	0

m	1	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05	1,06	1,07	1,08	1,09	1,1
η_ε	0	100,5	50,5	33,83	25,5	20,5	17,16667	14,78571	13	11,61	10,5

Таблица 2

Симметричный критерий

m	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1,00
ε_2, %	0,84	0,22	0,17	0,13	$9{,}57^{-2}$	$6{,}28^{-2}$	$4{,}17^{-2}$	$2{,}32^{-2}$	$1{,}02^{-2}$	$2{,}53^{-3}$	0

m	1,1	1,09	1,08	1,07	1,06	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1
ε_2, %	0,23	0,19	0,15	0,11	$8{,}48^{-2}$	$5{,}95^{-2}$	$3{,}85^{-2}$	$2{,}18^{-2}$	$9{,}8^{-3}$	$2{,}48^{-3}$	0

Таблица 2.1

Эффективность по нелинейности

m	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1
η_η	–0,0855	–0,0782	–0,0706	–0,0628	–0,0547	–0,0463	–0,0376	–0,028	–0,019	–0,009	0

m	1	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05	1,06	1,07	1,08	1,09	1,1
η_η	0	0,0101	0,0206	0,031	0,0424	0,053	0,065	0,077	0,089	0,1025	0,1155

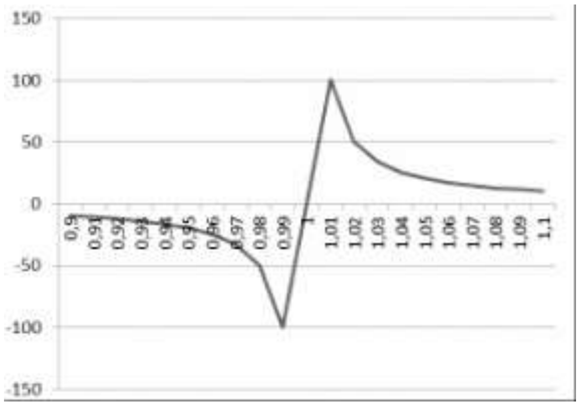

Рис. 1. Эффективность по точности

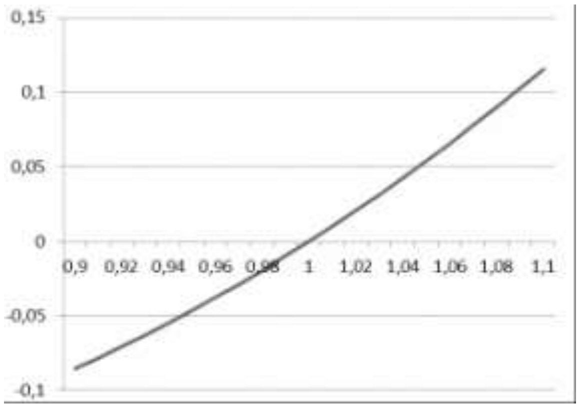

Рис. 2. Эффективность по нелинейности

На рис. 1–2 показаны графики эффективности по точности и нелинейности.

Анализ табл. 1 и 2 численно доказывает низкую точность стандартного критерия из-за неопределенности нелинейности (табл. 1), требующего подстройки фиксированного коэффициента П-регулирования в диалоговом режиме оператором, исключающей автоматизацию адаптивного контроля, в отличие от симметричного критерия с гибким регулированием в адаптивном диапазоне автоматического контроля за счет оптимизации (табл. 2) относительной погрешности и нелинейности к нормируемым эквивалентам, соответствующим нулевой и единичной мере, согласно аналитическим закономерностям оптимизации.

6. СТЕПЕННЫЕ КРИТЕРИИ

Ниже проанализированы закономерности степенных симметричных критериев, сформированных по аналогии с квадратичной погрешностью ε_2 (6) регулирования [1–2], в виде алгоритмов:

$$\varepsilon_i = \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^i ;\ i = 1,n. \tag{16}$$

Оптимизация проведена от простого к сложному методом производных для выявления закономерностей регулирования.

Шаг 1 выявляет закономерности линейного критерия со степенью $i = 1$

$$\varepsilon_1 = \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^1 . \tag{17}$$

Приравняем нулю производную $\varepsilon_1^{'}$ критерия ε_1 (17) относительно переменной m

$$\varepsilon_1^{'} = \frac{d\varepsilon_1}{dm} = \frac{d}{dm}\left[\frac{(m-1)}{(m+1)}\right] = 0\,,$$

и вычислим производную

$$\varepsilon_1^{'} = \left(\frac{1}{m+1} - \frac{m-1}{(m+1)^2}\right) = 0\,.$$

Перемножим правую часть уравнения на числитель $(m - 1)$ и с учетом алгоритма (17) сформируем тождество

$$\frac{1}{m-1}\left[\frac{m-1}{m+1} - \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^2\right] = \frac{1}{m-1}\left(\frac{m-1}{m+1} - \varepsilon_1^{*2}\right),$$

откуда следует равенство оптимальной погрешности ε_1^{*}

$$\left(\frac{m-1}{m+1}\right) - \varepsilon_1^{*2} = 0\,.$$

Результатом решения служит закономерность оптимизации

$$opt\varepsilon_1 = \varepsilon_1^{*} = \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^{1/2} = 0\,, \tag{17а}$$

при выполнении условия

$$optm = m^{*} = 1\,. \tag{17б}$$

Шаг 2 определяет закономерности квадратичного (бинарного) критерия для $i = 2$:

$$\varepsilon_2 = \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^2 . \tag{18}$$

Для выявления оптимальной погрешности

$$\varepsilon_2^{'} = \frac{d\varepsilon_2}{dm} = \frac{d}{dm}\left[\frac{(m-1)}{(m+1)}\right]^2 = 0$$

после дифференцирования получим уравнение

$$\varepsilon_2' = 2\left(\frac{m-1}{m+1}\right)\left(\frac{1}{m+1} - \frac{m-1}{(m+1)^2}\right).$$

Перемножим правую часть уравнения на числитель (m – 1) и с учетом алгоритма (18) сформируем тождество

$$\frac{2}{m+1}\left[\frac{m-1}{m+1} - \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^2\right] = \left(\frac{m-1}{m+1} - \varepsilon_2^*\right) = 0\,,$$

откуда следует равенство оптимальной погрешности ε_2^*

$$\left(\frac{m-1}{m+1}\right) - \varepsilon_2^* = 0\,.$$

Результатом решения служит закономерность оптимизации

$$opt\varepsilon_2 = \varepsilon_2^* = \frac{m-1}{m+1} = 0\,, \tag{18a}$$

при выполнении условия

$$optm = m^* = 1, \tag{18б}$$

тождественном требованию (17*б*).

Шаг 3 отражает закономерности кубического ε_3 критерия (i = 3) по аналогии с квадратичным (18):

$$\varepsilon_3 = \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^3. \tag{19}$$

Оптимальную погрешность ε_3^* определим из обнуления производной ε_3' критерия ε_3 (19) относительно переменной m регулирования

$$\varepsilon_3' = \frac{d\varepsilon_3}{dm} = \frac{d}{dm}\left[\frac{(m-1)}{(m+1)}\right]^3 = 0$$

при дифференцировании

$$\varepsilon_3' = 3\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^2\left(\frac{1}{m+1} - \frac{m-1}{(m+1)^2}\right).$$

Перемножим правую часть уравнения до полиномов алгоритма (19)

$$\frac{3}{m+1}\left[\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^2 - \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^3\right] = \frac{3}{m+1}\left[\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^2 - \varepsilon_3^*\right] = 0$$

и получим равенство оптимальной погрешности ε_3^*

$$\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^2 - \varepsilon_3^* = 0\,.$$

Результатом решения служит закономерность оптимизации

$$opt\varepsilon_3 = \varepsilon_3^* = \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^2 = 0\,, \tag{19a}$$

при тождественных условиях (17*б*) и (18*б*).

Шаг i обобщает закономерности предыдущих итераций дифференцирования для i-й степени по алгоритму

$$\varepsilon_i = \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^i. \tag{20}$$

Оптимальную погрешность ε_i^* вычислим из производной ε_i' критерия ε_i (20) относительно переменной m регулирования при нулевом равенстве

$$\varepsilon_i' = \frac{d\varepsilon_i}{dm} = \frac{d}{dm}\left[\frac{(m-1)}{(m+1)}\right]^i = 0\,,$$

при дифференцировании которого

$$\varepsilon_i' = i\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^{i-1}\left(\frac{1}{m+1} - \frac{m-1}{(m+1)^2}\right).$$

получим тождество

$$\frac{i}{m+1}\left[\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^{i-1} - \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^i\right] = \frac{i}{m+1}\left[\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^{i-1} - \varepsilon_i^*\right] = 0\,,$$

т. к. выражения в скобках соответствуют оптимальным погрешностям ε_i^* (20) i-го и (i – 1)-го шагов итерации. Тождество приводит к равенству

$$\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^{i-1} - \varepsilon_i^* = 0\,,$$

а также закономерности оптимизации

$$\underset{m\to 1}{opt}\varepsilon_i = \varepsilon_i^* = \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^{i-1} = 0\,, \tag{20a}$$

тождественной условиям (17)–(19) предыдущих итераций.

Шаг n подобен шагу i при равенстве i = n, систематизирует закономерности (n – 1)-х итераций в правила оптимизации критерия ε_n :

$$\varepsilon_n = \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^n. \tag{21}$$

Таблица 3

Степенные критерии

m	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1,01
ε_1	$–5,26^{–2}$	$–4,71^{–2}$	$–4,17^{–2}$	$–3,63^{–2}$	$–3,09^{–2}$	$–2,56^{–2}$	$–2,04^{–2}$	$–1,52^{–2}$	$–1,01^{–2}$	$5,03^{–3}$	$4,98^{–3}$
ε_2	$2,77^{–2}$	$2,22^{–2}$	$1,74^{–2}$	$1,32^{–2}$	$9,57^{–4}$	$6,58^{–4}$	$4,17^{–4}$	$2,32^{–4}$	$1,02^{–4}$	$2,53^{–5}$	$2,48^{–5}$
ε_3	$–1,46^{–4}$	$–1,05^{–4}$	$–7,23^{–5}$	$–4,77^{–5}$	$–2,96^{–5}$	$–1,69^{–5}$	$–8,5^{–6}$	$–3,53^{–6}$	$–1,03^{–6}$	$–1,27^{–7}$	$1,23^{–7}$
ε_4	$7,67^{–6}$	$4,93^{–6}$	$3,01^{–6}$	$1,73^{–6}$	$9,15^{–7}$	$4,32^{–7}$	$1,74^{–7}$	$5,38^{–8}$	$1,04^{–8}$	$6,38^{–10}$	$6,13^{–10}$
ε_5	$–4,04^{–7}$	$–2,32^{–7}$	$–1,26^{–7}$	$–6,28^{–8}$	$–2,83^{–8}$	$–1,11^{–8}$	$–3,54^{–9}$	$–8,19^{–10}$	$–1,05^{–10}$	$–3,2^{–12}$	$3,05^{–12}$
ε_6	$2,13^{–8}$	$1,1^{–8}$	$5,23^{–9}$	$2,28^{–9}$	$8,75^{–10}$	$8,42^{–10}$	$7,23^{–11}$	$1,25^{–11}$	$1,06^{–12}$	$1,61^{–14}$	$1,52^{–14}$
ε_7	$–1,12^{–9}$	$–5,56^{–10}$	$–2,18^{–10}$	$–8,26^{–11}$	$–2,71^{–11}$	$–7,29^{–12}$	$–1,74^{–12}$	$1,9^{–13}$	$–1,07^{–14}$	$–8,09^{–17}$	$7,55^{–17}$
ε_8	$5,89^{–11}$	$2,43^{–11}$	$9,09^{–12}$	$3^{–12}$	$8,37^{–13}$	$1,87^{–13}$	$3,01^{–14}$	$2,89^{–15}$	$1,08^{–16}$	$4,07^{–19}$	$3,75^{–19}$
ε_9	$–3,1^{–12}$	$–1,15^{–12}$	$–3,79^{–13}$	$–1,09^{–13}$	$–2,59^{–14}$	$–4,79^{–15}$	$–6,14^{–16}$	$–4,41^{–17}$	$–1,1^{–18}$	$–2,04^{–21}$	$1,87^{–21}$
ε_{10}	$1,63^{–13}$	$5,4^{–14}$	$1,58^{–14}$	$3,94^{–15}$	$8,01^{–16}$	$1,23^{–16}$	$1,25^{–17}$	$6,71^{–19}$	$1,06^{–20}$	$1,03^{–23}$	$9,29^{–24}$

Вычисляют оптимальную погрешность ε_n^* из обнуления производной ε_n' критерия ε_n (21) относительно переменной m регулирования

$$\varepsilon_n' = \frac{d\varepsilon_n}{dm} = \frac{d}{dm}\left[\frac{(m-1)}{(m+1)}\right]^n = 0\,,$$

из дифференцирования которой

$$\varepsilon_n' = n\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^{n-1}\left(\frac{1}{m+1} - \frac{m-1}{(m+1)^2}\right),$$

перемножив правую часть уравнения до полиномов алгоритма (21), получают

$$\frac{n}{m+1}\left[\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^{n-1} - \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^n\right] = \frac{n}{m+1}\left[\varepsilon_{n-1}^* - \varepsilon_n^*\right] = 0\,,$$

т. к. оптимальные оценки ε_n^*, ε_{n-1}^* соответствуют критерию (21) на n-м и (n – 1)-м шаге. Из тождества синтезируют равенство

$$\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^{n-1} - \varepsilon_n^* = 0$$

и находят закономерность оптимизации

$$\underset{m\to 1}{opt}\varepsilon_n = \varepsilon_n^* = \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^{n-1} = 0\,, \qquad (21a)$$

а также правила тождественности эквивалентам ИКР

$$\underset{m\to 1}{opt}\varepsilon_n = \underset{m\to 1}{opt}\varepsilon_{n-1} = \ldots = \underset{m\to 1}{opt}\varepsilon_1 = 0. \qquad (21б)$$

Следовательно, закономерности оптимизации степенных критериев тождественны желаемому эквиваленту ИКР с нормированным уровнем нулевой меры, причем нечетные критерии отражают отрицательный знак регулирования, а эффективность степенных оценок повышается за счет увеличения степени погрешности в адаптивном диапазоне автоматического контроля (табл. 3).

ВЫВОДЫ

1. Погрешность пропорциональна диапазону П-регулирования при фиксированном коэффициенте настройки, а заданная постоянная погрешность регулирования достигается при адаптивном диапазоне за счет изменения коэффициента настройки по сложной обратно пропорциональной зависимости, что организуют субъективно итерационным приближением только аппаратным управлением в диалоговом режиме с оператором, исключающим автоматизацию.
2. Оптимальная погрешность П-регулирования регламентирована фиксированным коэффициентом настройки, и при его варьировании относительная погрешность оптимального режима также неопределенна и при итерационном последовательном приближении для середины диапазона составляет до 50 % в адаптивном диапазоне автоматического контроля.
3. Гибкий коэффициент оптимизации, в отличие от фиксированного коэффициента стандартного П-регулирования, автоматически изменяется в адаптивном диапазоне за счет тождественности произведения случайных переменных нормированному эквиваленту ИКР, представленному максимальным произведением средних арифметических величин адаптивного диапазона автоматического контроля.
4. СМК тождественен нелинейности с оптимизацией до постоянной нормы единичного уровня с оптимальной погрешностью нулевого уровня при оптимальной переменной регулирования, тождественной единичной мере, причем гибкость нелинейности симметричного регулирования тождественна в пределе максимальной точности контроля при нулевой погрешности и единичной переменной за счет эквивалентности случайного измеряемого сигнала нормируемому значению уставки.
5. Для предельного значения переменной симметричного регулирования и оптимального эквивалента нелинейности единичного уровня приближается стандартная нелинейность к нулю, что противоречит автоматическому регулированию в адаптивном диапазоне аналитического контроля.

6. Закономерности оптимизации степенных критериев тождественны желаемому эквиваленту ИКР с нормированным уровнем нулевой меры, причем нечетные критерии отражают отрицательный знак регулирования, а эффективность степенных оценок повышается за счет увеличения степени погрешности в адаптивном диапазоне автоматического контроля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Коробов А.А., Гамова Л.Г., Глинкин Е.И.* Меры оценок эффективности регулирования // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2015. Т. 20. Вып. 4. С. 920-926.
2. *Глинкин Е.И.* Оптимальные меры оценки эффективности // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2014. Т. 19. Вып. 6. С. 1863-1869.
3. Патент РФ по заявке № 2014122724, МПК G05B 17/00. Способ и система автоматического управления / А.А. Коробов, Е.И. Глинкин. М.: ФИПС, 2015. Положительное решение от 08.09.2015.
4. *Глинкин Е.И., Глинкин М.Е.* Технология аналого-цифровых преобразователей. Тамбов: ТГТУ, 2008. 140 с.
5. *Глинкин Е.И.* Техника творчества. Тамбов: ТГТУ, 2010. 168 с.

Поступила в редакцию 11 января 2016 г.

Коробов Артем Андреевич, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, аспирант, кафедра биомедицинской техники, e-mail: korobov91@gmail.com

Гамова Людмила Геннадиевна, Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, г. Елец, Российская Федерация, кандидат биологических наук, доцент кафедры биомедицинской жизнедеятельности и основы медицинских знаний, e-mail: bmt@nnn.tstu.ru

Глинкин Евгений Иванович, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, доктор технических наук, профессор кафедры биомедицинской техники, заслуженный изобретатель Российской Федерации, e-mail: bmt@nnn.tstu.ru

UDC 681.5.07
DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-1-325-333

THE EFFECTIVENESS OF POSITION CONTROL

© A.A. Korobov, L.G. Gamova, E.I. Glinkin

The efficiency of a symmetric multiplicative regulation concerning the position of the law due to the valuation of random measurement and control signals identically optimal equivalent software for automatic control in the adaptive range with a given accuracy is proved.
Key words: regulatory efficiency; automation microprocessor means; symmetrical criteria; precision criteria.

REFERENCES

1. Korobov A.A., Gamova L.G., Glinkin E.I. Mery otsenok effektivnosti regulirovaniya. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*. Tambov, 2015, vol. 20, no. 4, pp. 920-926.
2. Glinkin E.I. Optimal'nye mery otsenki effektivnosti. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*. Tambov, 2014, vol. 19, no. 6, pp. 1863-1869.
3. Korobov A.A., Glinkin E.I. *Sposob i sistema avtomaticheskogo upravleniya*. Patent RF, no. 2014122724, MPK G05B 17/00, 2015.
4. Glinkin E.I., Glinkin M.E. *Tekhnologiya analogo-tsifrovykh preobrazovateley*. Tambov, Tambov State Technical University Publ., 2008. 140 p.
5. Glinkin E.I. *Tekhnika tvorchestva*. Tambov, Tambov State Technical University Publ., 2010. 168 p.

Received 11 January 2016

Korobov Artem Andreevich, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Post-graduate Student, Bio-medical Technics Department, e-mail: korobov91@gmail.com

Gamova Lyudmila Gennadievna, Yelets State University named after Ivan Bunin, Yelets, Russian Federation, Candidate of Biology, Associate Professor of Biomedical Life and Basis of Medical Knowledge Department, e-mail: bmt@nnn.tstu.ru

Glinkin Evgeniy Ivanovich, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Doctor of Technics, Professor of Bio-medical Technics Department, Honored Inventor of Russian Federation, e-mail: bmt@nnn.tstu.ru