

УДК 539.12.04

ПОДАВЛЕНИЕ ЭФФЕКТА ПЛОТНОСТИ В ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ РЕНТГЕНОВСКОМ ИЗЛУЧЕНИИ

© П.Н. Жукова, В.А. Насонова

Ключевые слова: параметрическое рентгеновское излучение; источник излучения; эффект плотности.

Приводятся результаты исследований кинематической теории параметрического рентгеновского излучения (ПРИ). Очень важным в ПРИ является эффект плотности, который приводит к подавлению выхода излучения. В работе рассматривается случай, когда эффект плотности не проявляется. Этот случай соответствует геометрии обратного рассеяния в мишени конечной толщины, меньшей длины поглощения.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из важнейших направлений развития исследований физики параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) является разработка и создание эффективных источников квазимонохроматического рентгеновского излучения с плавно перестраиваемой линией, альтернативных современным синхротронам, поскольку ПРИ обладает уникально узким спектром и позволяет использовать электронные пучки с энергией, на порядки меньшей энергии пучков, применяемых в синхротронах для генерации излучения. Однако необходимо указать на главный недостаток ПРИ – низкую интенсивность, затрудняющую его практическое использование, а именно, негативное влияние эффекта плотности на свойства ПРИ. Проявление эффекта плотности Ферми возникает за счет экранирования поля электрона в результате поляризации электронов среды. Данный эффект приводит к насыщению амплитуды когерентных пиков, а также, что более важно, эффект ограничивает уменьшение спектральной ширины пиков с ростом энергии. Этот эффект является одним из ярких отличий процесса рассеяния виртуальных фотонов кулоновского поля релятивистского электрона от рассеяния свободных фотонов.

В настоящей статье приведен анализ ПРИ в направлении, противоположном скорости электрона. Такая геометрия интересна возможностью получения излучения с чрезвычайно узким спектром, поэтому обсуждаемому вопросу посвящены эксперименты [1]. Цель излагаемых ниже исследований состоит в доказательстве существования своеобразного эффекта, заключающегося в подавлении влияния эффекта плотности на ПРИ, а также в выяснении вопроса о правильном использовании кинематического приближения в теории ПРИ. В работе рассматривается случай, когда эффект плотности не проявляется. Этот случай соответствует геометрии обратного рассеяния в мишени конечной толщины, меньшей длины поглощения. Мы покажем, что в рассматриваемом случае результат сильно отличается от известной модели Феранчука–Ивашина.

Прогресс в экспериментальном исследовании ПРИ начался только после опубликования работы Феранчу-

ка–Ивашина в 1985 г., которая содержала очень простое и наглядное описание процесса излучения. Модель Феранчука–Ивашина исходит из кинематического рассеяния экранированного кулоновского поля быстрого электрона на периодических неоднородностях кристаллической решетки. Экранирование весьма существенно ограничивает выход ПРИ, поэтому вопрос о возможности подавления указанного эффекта имеет большой практический интерес.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Рассмотрим излучение быстрого электрона, влетающего вдоль нормали в кристалл, отражающие плоскости которого параллельны входной поверхности мишени.

Рассматривая задачу в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции [2]

$$\vec{E}_\omega = \sum_{\lambda=1}^2 \left[\int d^3k e^{i\vec{k}\vec{r}} \vec{e}_{\lambda 0} E_{\lambda 0} + \int d^3k_g e^{i\vec{k}_g\vec{r}} \vec{e}_{\lambda g} E_{\lambda g} \right], \quad (1)$$

где $\vec{e}_{\lambda 0}$ и $\vec{e}_{\lambda g}$ – обычные векторы поляризации для первичного и дифрагированного поля, $\vec{k}_g = \vec{k} + \vec{g}$, получим из уравнений Максвелла традиционную систему двухволновой теории:

$$\begin{aligned} & (k^2 - \omega^2(1 + \chi_0)) E_{\lambda 0} - \omega^2 \chi_{-g} \alpha_\lambda E_{\lambda g} = \\ & = \frac{i\omega e}{2\pi^2} \vec{e}_{\lambda 0} \vec{V} \delta(\omega - \vec{k}\vec{V}) \end{aligned} \quad (2)$$

$$(k^2 - \omega^2(1 + \chi_0)) E_{\lambda g} - \omega^2 \chi_g \alpha_\lambda E_{\lambda 0} = 0.$$

Здесь индексами 0 и g обозначены соответствующие коэффициенты разложения восприимчивости кристалла и компоненты поля, $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = \vec{e}_{20} \vec{e}_{2g}$.

Будем исходить из кинематических уравнений теории ПРИ, следующих из общей динамической системы

(2), в которой пренебрежено обратным воздействием дифрагированной волны на падающую.

$$(k^2 - \omega^2(1 + \chi_0))E_{\lambda 0} = \frac{i\omega e}{2\pi^2} \vec{e}_{\lambda 0} \vec{V} \delta(\omega - \vec{k}\vec{V}) \quad (3)$$

$$(k_g^2 - \omega^2(1 + \chi_0))E_{\lambda g} - \omega^2 \chi_g \alpha_\lambda E_{\lambda 0} = 0.$$

В рамках используемого приближения решение первого уравнения (3) представляет собой обычное кулоновское поле быстрого электрона в среде, а дифрагированное поле возникает вследствие рассеяния кулоновского поля. Получающаяся при этом конечная формула для спектрально-углового распределения ПРИ описывает, по существу, излучение в безграничной среде (формула Феранчука–Ивашина [3]). В случае мишени конечной толщины возникает переходное излучение, рассеяние которого в кристалле приводит к дополнительному излучению, называемому дифрагированным переходным излучением (ДПИ) [4]. Как правило, ДПИ изучается в рамках динамического подхода. Кинематическая же теория ПРИ, используемая часто для интерпретации экспериментальных данных, оперирует с вкладом только рассеянного кулоновского поля. Исключением является работа [5], в которой не рассматриваются, однако, вопросы, составляющие предмет настоящей статьи. Следует заметить, что в случае достаточно малых энергий излучающего электрона, когда оказывается справедливым условие кинематического описания $\gamma \ll \omega/\omega_0$, традиционная кинематическая формула формально правильно описывает ПРИ. Известно, однако, что кинематический подход позволяет описать эксперимент и в случае, когда выполнено условие, обратное приведенному выше [6]. Вместе с тем можно указать случаи, когда формула Феранчука–Ивашина явно не может быть использована. Таким образом, возникает необходимость детального анализа кинематического подхода, что и проводится ниже.

При решении уравнений (3) в решении первого уравнения необходимо учесть свободные поля, отвечающие переходному излучению. Менее тривиальной является необходимость учета свободных полей во втором уравнении (3). Указанные поля, позволяющие обнулить дифрагированное поле на выходе кристалла, отсутствуют в рамках динамического подхода. Используя обычные граничные условия для определения неизвестных коэффициентов в свободных полях и совершая преобразование Фурье для конечного выражения, описывающего поле излучения в вакууме, получаем следующую формулу для амплитуды излучения:

$$A_\lambda = \frac{e n_x}{\pi V} \vec{e}_{\lambda 0} \vec{V} \omega^4 \chi_g \alpha_\lambda \left[\frac{1}{g^2 - 2g\omega\sqrt{n_x^2 + \chi_0}} \times \left(\frac{1}{\omega^2 \left(\frac{1}{V^2} - n_x^2 \right)} - \frac{1}{\omega^2 \left(\frac{1}{V^2} - n_x^2 - \chi_0 \right)} \right) \times \left(1 - \exp \left(-i \left(g - 2\omega\sqrt{n_x^2 + \chi_0} \right) L \right) \right) + \right. \quad (4)$$

$$\left. + \left(\frac{1}{\left(g - \frac{\omega}{V} \right)^2 - \omega^2 (n_x^2 + \chi_0)} - \frac{1}{\omega^2 \left(\frac{1}{V^2} - n_x^2 - \chi_0 \right)} \right) \times \left(1 - \exp \left(-i \left(g - \frac{\omega}{V} - \omega\sqrt{n_x^2 + \chi_0} \right) L \right) \right) \right]$$

Здесь n_x – составляющая единичного вектора в направлении излучения, параллельная нормали к поверхности кристалла; L – толщина кристалла. Обратим внимание на структуру выражения (4), показывающую, что в рамках кинематического приближения механизмы ПРИ и ДПИ вносят аддитивный вклад в полную амплитуду. Первое слагаемое в (4) соответствует вкладу ДПИ. Излучение реализуется в окрестности частоты $\omega \cong g/2n_x$, соответствующей брэгговскому резонансу для свободных фотонов, рассеивающихся в кристалле. Второе слагаемое в (4) соответствует вкладу ПРИ, реализующемуся в окрестности частоты $\omega \cong gV/(1 + n_x V)$. В релятивистском случае приведенные частоты практически совпадают.

Рассмотрим спектрально-угловое распределение полного излучения. Вводя в рассмотрение угол наблюдения $\bar{\theta}$, так что $n_x = 1 - \theta^2/2$ и учитывая условие $\gamma \gg 1$, получаем из (4) следующее выражение:

$$\frac{dE}{d\omega d\theta^2} = \frac{e^2 \omega_g^4 \theta^2}{\pi^2 g^2} \times \left[\left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \right)^2 \times \frac{\sin^2 \left(\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \gamma^{-2} \right) \right) \right) L}{\left(\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \gamma^{-2} \right) \right) \right)^2} + \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2} - \frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \right)^2 \times \frac{\sin^2 \left(\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) \right) \right) L}{\left(\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) \right) \right)^2} + 2 \frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2} - \frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \right) \times \frac{1}{\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) \right)} \frac{1}{\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \gamma^{-2} \right) \right)} \right) \times \sin^2 \left(\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) \right) \right) L \times$$

$$\begin{aligned} & \times \sin^2 \left(\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \gamma^{-2} \right) \right) \right) \times \\ & \times L + \frac{1}{4} \sin 2 \left(\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \gamma^{-2} \right) \right) \right) L \times \\ & \times \sin 2 \left(\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \gamma^{-2} \right) \right) \right) L \left. \right] , \quad (5) \end{aligned}$$

точно учитывающее вклады ПРИ и ДПИ, а также интерференцию между ними. Первое слагаемое в (5) соответствует вкладу ПРИ. Именно этим слагаемым ограничиваются обычно в рамках кинематического подхода. Иногда добавляется второе слагаемое, соответствующее вкладу ДПИ [7] (отметим, что вклад ДПИ пропорционален толщине кристалла [5]: данное обстоятельство обусловлено неизменностью поля переходного излучения в рамках кинематического приближения).

После интегрирования (5) по частоте получается точная кинематическая формула для углового распределения полного излучения, учитывающая конечную толщину мишени и интерференцию между ПРИ и ДПИ

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d\theta^2} &= \frac{e^2 \omega_g^4 L}{\pi g^2} \theta^2 \left[\left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \right)^2 + \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2} - \frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \right)^2 + \right. \\ & \left. + 2 \frac{\sin \eta}{\eta} \frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2} - \frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \right) \right], \quad (6) \\ \eta &= \frac{gL}{\gamma^2}. \end{aligned}$$

Согласно (6), характер интерференции определяется значением коэффициента η , порядка отношения толщины кристалла к длине формирования излучения на характерной частоте ПРИ и ДПИ $\omega \cong g/2$. В случае тонкого кристалла ($\eta < 1$) интерференция приводит к полному подавлению эффекта плотности

$$\frac{dE}{d\theta^2} = \frac{e^2 \omega_g^4 L}{\pi g^2} \theta^2 \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2} \right)^2. \quad (7)$$

Таким образом, традиционная кинематическая формула углового распределения ПРИ совершенно не описывает излучение в рассматриваемом случае тонкого кристалла, и достаточно высоких энергий излучающего электрона, когда справедливо неравенство $\gamma \gg \omega/\omega_0$. Излучение происходит так, как будто рассеивается неэкранированное средой кулоновское поле быстрого электрона.

Выясним степень искажения классического распределения ПРИ в зависимости от энергии излучающего электрона и толщины мишени. Рассматриваемая проблема описывается следующей из (6) универсальной функцией:

$$\begin{aligned} F(x, y, \eta) &= \eta \cdot x^2 \left[\left(\frac{1}{1+x^2+y^2} \right)^2 + \left(\frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2+y^2} \right)^2 + \right. \\ & \left. + 2 \frac{\sin \eta}{\eta} \frac{1}{1+x^2+y^2} \left(\frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2+y^2} \right) \right], \quad (8) \end{aligned}$$

где $x = \gamma\theta$, $y = \gamma\omega_0/\omega$. Ясно, что в случае $y \ll 1$ вклад переходного излучения в формирование выхода ПРИ мал при любых толщинах мишени, поэтому выход излучения адекватно описывается формулой (7). Интересно, что в случае высоких энергий $y \gg 1$ подавляющий вклад в формирование выхода полного излучения вносит переходное излучение (см. эксперимент [8], показавший, что механизм ПРИ вносит существенный вклад только в область больших углов наблюдения, где плотность излучения сравнительно невелика), поэтому формула (7) снова описывает основной вклад в выход излучения, резко отличаясь при этом от традиционной кинематической формулы ПРИ.

Наибольшее влияние толщина мишени оказывает на форму углового распределения излучения в области умеренных энергий, когда $y \geq 1$. Кривые на рис. 1 описывают угловое распределение только ПРИ, сумму независимых вкладов ПРИ и ДПИ, а также распределение полного излучения с учетом интерференции ПРИ и ДПИ. Видим, что в области малых толщин, в которой выполнено условие $\eta < 1$, интерференция существенно влияет на структуру углового распределения. С ростом толщины это влияние уменьшается (рис. 2), что вполне естественно, поскольку на расстоянии порядка длины формирования возбуждающие излучение первичные кулоновское и переходное поля смещаются по фазе на π и перестают интерферировать. Как следствие, разрушается интерференция ПРИ и ДПИ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты исследований, приведенные в данной статье, позволяют сформулировать следующий вывод:

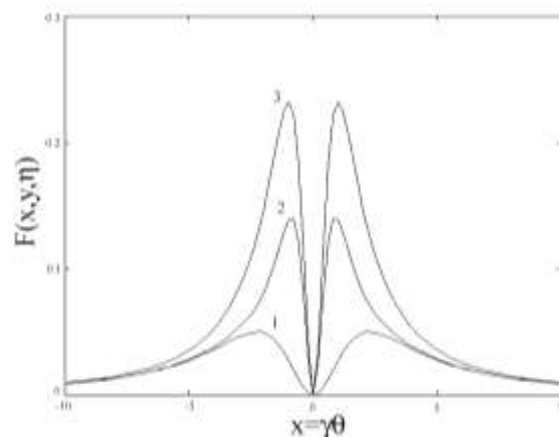


Рис. 1. Угловое распределение излучения. $y = \gamma\omega_0/\omega = 2$, $\eta = 1$. 1 – только ПРИ; 2 – сумма независимых вкладов ПРИ и ДПИ; 3 – полное излучение с учетом интерференции ПРИ и ДПИ

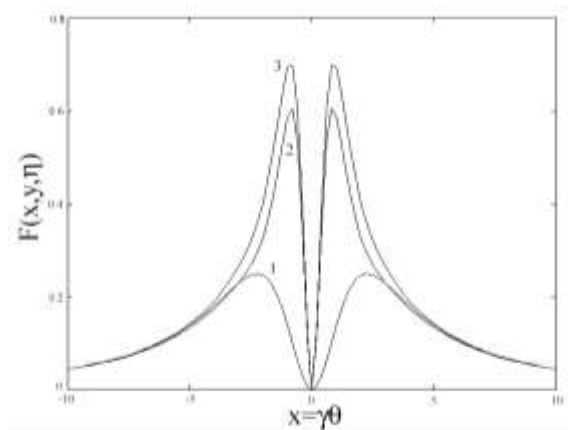


Рис. 2. Угловое распределение излучения. $y = \gamma \omega_0 / \omega = 2$, $\eta = 5$. 1 – только ПРИ; 2 – сумма независимых вкладов ПРИ и ДПИ; 3 – полное излучение с учетом интерференции ПРИ и ДПИ

развитая строгая кинематическая теория ПРИ в геометрии обратного рассеяния в мишени с конечной толщиной предсказывает весьма существенное влияние интерференции ПРИ и ДПИ на форму углового распределения результирующего излучения, зависящую от толщины мишени, а также полное подавление эффекта плотности в мишенях достаточно малой толщины вследствие указанной интерференции.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Freudenberger J., Genz H., Morokhovskii V.V., Richter A., Sellschop J.P.F.* Parametric X-ray observed under Bragg condition: Boost intensity by a factor of two // *Phys. Rev. Lett.* 2000. V. 84. P. 270-273.

Жукова Полина Николаевна, Белгородский юридический институт МВД России, г. Белгород, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры информационно-компьютерных технологий в деятельности органов внутренних дел, e-mail: pnzukova@mail.ru

Zhukova Polina Nikolaevna, Belgorod Law University IM of Russia, Belgorod, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, Professor of Information Computer Technologies in the Activity of Interior Affairs Agency Department, e-mail: pnzukova@mail.ru

Насонова Валентина Афанасьевна, Белгородский юридический институт МВД России, г. Белгород, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры информационно-компьютерных технологий в деятельности органов внутренних дел, e-mail: pnzukova@mail.ru

Nasonova Valentina Afanasyevna, Belgorod Law University IM of Russia, Belgorod, Russian Federation, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Professor of Information Computer Technologies in the Activity of Interior Affairs Agency Department, e-mail: pnzukova@mail.ru

2. *Gurevich V.L., Laikhtman B.D.* The theory of phonon relaxation in He(II) at low temperatures // *Annals of Physics.* 1977. V. 106. P. 444-471.
3. *Feranchuk I.D., Ivashin A.V.* Theoretical investigation of the parametric X-ray features // *J. Physique.* 1985. V. 46. P. 1981-1986.
4. *Caticha A.* Transition-diffracted radiation and the Cerenkov emission of X-rays // *Phys. Rev. A.* 1989. V. 40. P. 4322-4329.
5. *Artru H., Rullhusen P.* Parametric X-rays and diffracted radiation in perfect and mosaic crystals // *Nucl. Instr. Meth. B.* 1998. V. 45. P. 1-7.
6. *Лобко А.С.* Экспериментальные исследования параметрического рентгеновского излучения. Минск: БГУ, 2006. 201 с.
7. *Morokhovskiy V.V., Freudenberger J., Genz H. et al.* Theoretical description and experimental detection of the interference between parametric X-rays and coherent bremsstrahlung // *Phys. Rev. B.* 2000. V. 61. P. 3348-3352.
8. *Adishchev Y., Arichev S., Vnukov A., Vukolov A., Potylitsyn A., Kuznetsov S., Zabaev V., Kalinin B., Kaplin V., Uglov S., Kubankin A., Nasonov N.* Angular distribution of X-ray radiation by 500 MeV electrons in tungsten crystal // *NIMB.* 2003. V. 201. P. 114-122.
9. *Gostishchev N., Nasonov N., Zhukova P.* Anomalous density effect in polarization bremsstrahlung from relativistic electrons moving through solid target // *Proceedings of SPIE The International Society for Optical Engineering International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling: Phenomena II. Ser. "International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling: Phenomena II"* sponsors: SPIE Europe, Comune di Frascati, Italy, SPIE – Russia Chapter, ISMN CNR-Institute of Nanostructured Materials, Italy, LPI RAS_P.N. Lebedev Physical Institute RAS, Russia. Rome. 2007. V. 6634.

Поступила в редакцию 20 января 2015 г.

Zhukova P.N., Nasonova V.A. THE SUPPRESSION OF THE DENSITY EFFECT IN THE PARAMETRIC X-RAY RADIATION

The results of studies are showed of the kinematic theory of parametric X-ray radiation (PXR). Density effect makes significant contribution to suppression to the parametric X-ray yield. In this paper we consider the case where the density effect does not occur. This case corresponds to the backscattering geometry in the final thickness target smaller than the absorption length.

Key words: parametric X-ray radiation; radiation source; density effect.