

ВЕСТНИК

Тамбовского Университета

Научно-теоретический
и практический журнал

Серия:
Естественные и технические науки

Том 20, вып. 1, 2015

Издаётся с 14 июня 1996 года
Выходит 6 раз в год

Журнал Тамбовского государственного университета имени Г.Р. Державина

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных журналов и изданий,
выпускаемых в Российской Федерации и рекомендуемых Высшей аттестационной комиссией
для опубликования основных научных результатов диссертаций

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS	5
НАУЧНЫЕ СТАТЬИ	
<i>E.O. Burlakov, E.S. Zhukovskiy</i>	Existence, uniqueness and continuous dependence on control of solutions to generalized neural field equations 9
<i>B.B. Провоторов</i>	Оптимальное управление эволюционной системой параболического типа с распределенными параметрами на графе 17
<i>Н.Н. Чеканова, И.К. Кириченко, В.Е. Богачев, Н.А. Чеканов</i>	Классический и квантовый подход в исследовании нелинейной гамильтоновой системы 29
<i>Л.Б. Райхельгауз</i>	Применение четного и нечетного преобразования Фурье–Бесселя к исследованию некоторых сингулярных дифференциальных уравнений 38
<i>С.Е. Жуковский, З.Т. Жуковская</i>	Достаточные условия локальной разрешимости управляемой системы 45
<i>Е.А. Плужникова</i>	Векторно накрывающие отображения в задачах управления 54
<i>В.С. Трещёв</i>	Непрерывная зависимость от параметров решений краевых задач для дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом 62
<i>В.М. Тюрин</i>	Замечание об одном свойстве линейных дифференциальных операторов в пространствах типа Соболева 67
<i>Д.Н. Черепанов, В.А. Старенченко, О.В. Селиваникова</i>	Роль деформационных точечных дефектов в деформационном упрочнении материалов с ГЦК структурой 72
<i>Е.Е. Дамаскинская, А.Г. Кадомцев</i>	Особенности стадий процесса разрушения при деформировании гетерогенных природных материалов 77
<i>Г.В. Клевцов, Р.З. Валиев, Н.А. Клевцова</i>	Прочность и механизм разрушения наноструктурированных легких материалов при циклическом нагружении 85
<i>Н.В. Малай, Е.В. Калюжная, Д.А. Морель, Е.Р. Щукин</i>	К вопросу о термофорезе нагретых крупных аэрозольных частиц сферической формы 92

П.Н. Жукова, В.А. Насонова	Подавление эффекта плотности в параметрическом рентгеновском излучении	98
В.С. Захвалинский, Л.В. Борисенко, А.Н. Хмара, Д.А. Колесников, Е.А. Пилиок	Исследование свойств тонких пленок ZnO, выращенных на подложках пористого Si	102
А.А. Шибков, А.Е. Золотов, А.А. Денисов, М.Ф. Гасанов, О.В. Гребенников, К.А. Прокуряков, С.А. Титов, Е.А. Чуфистова, М.А. Королева	Подавление эффекта Портевена–Ле Шателье электрическим током в алюминий-магниевом сплаве АМг6	105
В.В. Красильников, С.Е. Савотченко	Особенности радиационного упрочнения и распределения концентрации точечных дефектов при неравновесной диффузии	112
V.E. Gromov, Y.F. Ivanov, D.A. Romanov, G. Tang, S.V. Raykov, E.A. Budovskikh, L.P. Baschenko, G. Song	Peculiarities of the steel electroexplosive copper plating and subsequent electron-beam treatment	118
Лам Тан Фат, Ю.П. Вирченко	Гауссовские модели флуктуационного электромагнитного поля	125
И.В. Булычева, Д.В. Рогожин, Н.Е. Кушлинский, Ю.Н. Соловьев, F. Bertoni, P. Vaccini, В.Ю. Рошин, А.Н. Казакова, М.Д. Алиев	Классическая остеосаркома	130
А.С. Алейников, И.В. Гайдук, Л.Т. Лякина, А.М. Панин	Провоспалительные цитокины и матриксные металлопротеиназы в слюнном секрете больных хроническим сиалодохитом	137
В.Л. Чанг, А.А. Иванников, И.В. Булычева, Н.А. Огнерубов	Роль пролиферирующего ядерного антигена и p53 в опухолевом процессе при раке желудка	140
А.С. Дробышев, А.В. Баранов, О.Н. Ямщиков	Возможности лапароскопической холецистэктомии	143
А.В. Прудников, Р.М. Шахбанов, П.П. Космыгин, Бен Ромдан Зиед	Посттравматический артроз тазобедренных суставов	145
Т.И. Сокольская, А.В. Гулин, И.В. Сокольский	Экологический фактор как ведущая компонента эффективности лечения, реабилитации и оздоровления в условиях противотуберкулезного санатория	147
А.С. Волокитин, А.А. Бруйков, А.В. Гулин	Изменение показателей функционального состояния кардиореспираторной системы под влиянием занятий иппотерапией у детей с церебральным параличом в форме спастической диплегии	153
А.С. Волокитин, А.А. Бруйков, А.В. Гулин	Изменение уровня восприятия и мышления у детей с церебральным параличом под воздействием иппотерапии	156
Т.И. Сокольская, А.В. Гулин, В.Б. Максименко	Соматометрическая оценка показателей нутритивного статуса больных сахарным диабетом, проживающих в условиях промышленного города	159
Т.И. Сокольская, А.В. Гулин, В.Б. Максименко	Оценка нутритивного статуса больных хроническим панкреатитом в рамках соматометрического исследования	163
М.Л. Чернышева	Семейный анамнез и состояние здоровья новорожденных, получавших интенсивную терапию	166
М.Л. Чернышева	Факторы, влияющие на медицинскую активность семей при заболевании детей от 1 года до 14 лет	169
О.С. Кузнецова, А.В. Чернышев, В.Г. Виницкий, С.Н. Симонов	Анализ инфекций, передающихся половым путем, в Тамбовской области	173

М.Л. Чернышева, А.Б. Лутцев, А.В. Чернышев, Л.А. Горностаева	Конфликтологические аспекты подготовки организаторов здравоохранения	176
Н.С. Стрекалова, Д.А. Кузнецов	Анализ подходов к оценке эффективности управления фармацевтической деятельностью на региональном уровне	180
Г.А. Лада	Черепашья пиявка <i>Haementeria costata</i> : новый вид фауны Тамбовской области	183
Е.А. Равковская, И.А. Хворова, М.В. Пятова, Г.А. Лада	Гельминты обыкновенной чесночки (<i>Pelobates fuscus</i>) и озерной лягушки (<i>Pelophylax ridibundus</i>) на востоке Центрального Черноземья	185
А.М. Хусаинов, Л.Л. Фролова	Белок СО1 индикаторных зоопланктонных организмов как инструмент для оценки экологического состояния водоемов Казанского региона	189
А.А. Выпрыцкая, А.А. Кузнецов, И.И. Мустафин, З.И. Мазурин, С.В. Иванов, А.Ю. Чухланцев, А.М. Пучнин	<i>Sclerotinia sclerotiorum de By</i> в Тамбовской области	194
Д.Г. Смирнов, Ф.З. Башнев, В.П. Вехник, Н.М. Курмаева	Генетическая структура популяций <i>Myotis daubentonii</i> (Chiroptera) на Самарской Луке по результатам ISSR-анализа	199
А.С. Соколов, Г.А. Лада, Т.А. Миронова, Е.В. Калинкина, М.А. Орлов	К фауне наземных позвоночных Челнавского лесничества (Сосновский район Тамбовской области)	205
Ю.В. Зеленева, В.П. Судникова	Подбор изолятов <i>Stagonospora nodorum</i> , вызывающих септориоз пшеницы, для создания искусственного инфекционного фона	210
А.В. Козачек, Ю.В. Зеленева, Н.П. Беляева, К.А. Конькова, М.И. Михайлин, Т.В. Скопинцева, А.Г. Синельников	Загрязненность атмосферного воздуха Тамбовской области в свете необходимости обеспечения здоровья населения	214
А.В. Козачек, Ю.В. Зеленева, Т.В. Скопинцева, А.Г. Синельников, К.А. Конькова, М.И. Михайлин	Безопасность водных экосистем и проблемы реализации процесса очистки сточных вод от биогенных веществ	219
А.И. Жакин	Анализ послеаварийных процессов ЧАЭС	223
К.А. Литвинов, И.И. Пасечников	Информационная эффективность модели телекоммуникационной сети при различных алгоритмах маршрутизации с использованием параметра кибернетической мощности телекоммуникационной сети	232
Д.В. Кузьмин	Использование метода анализа иерархий при выборе варианта контрайлерной технологии	238
С.В. Ковалев	Классификация электробаромембранных аппаратов	245
С.В. Ковалев, С.И. Лазарев, Р.В. Попов	Особенности электрогиперфильтрационного извлечения 2-меркаптобензтиазола из промывных вод производства электрохимического синтеза 2,2'-дибензтиазолдисульфида	252
Е.И. Глинкин	Метод измерения артериального давления	258
Д.В. Сморкалов, А.В. Тютяев, А.М. Штеренберг	Моделирование истечения промывочной жидкости из насадки бурового долота в программном комплексе ANSYS Fluent	262
ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ		266
АННОТАЦИЯ ЖУРНАЛА		268

Учредитель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина» (392000, г. Тамбов, ул. Интернациональная, д. 33)

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР д. э. н., проф. В.М. Юрьев.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА: д. психол. н., д. эконом. н., проф. И.В. Грошев (зам. гл. редактора), д.т.н., проф. А.А. Арзамасцев (науч. редактор серии), И.В. Ильина (отв. секретарь), д.ф.-м.н., проф. А.А. Артемов, д.ф.-м.н., проф. А.В. Арутюнов (г. Москва), д.ф.-м.н., проф. Ю.И. Головин, доктор, проф. Г. ван Дейк (Нидерланды), д.биол.н., проф. А.В. Емельянов, д.ф.-м.н., проф. Е.С. Жуковский, д.м.н., проф. С.А. Захаров, д.м.н., проф. Н.Е. Кушлинский (г. Москва), д.биол.н., проф. Г.А. Лада, д.ф.-м.н., проф. Г.И. Малащенко, д.ф.-м.н., проф. В.Ф. Молчанов, д.м.н., проф. Т.М. Ненашева, д.м.н., проф. Н.А. Огнерубов, д.м.н., проф. Э.М. Османов, д.биол.н., проф. В.Н. Попов (г. Воронеж), доктор, проф. М. Певзнер (Франция), доктор, проф. Ф.Л. Перейра (Португалия), д.биол.н., проф. Г.С. Розенберг (г. Тольятти), д.м.н., проф. С.Н. Симонов, д.биол.н., проф. О.В. Смирнова (г. Москва), доктор, проф. К. Троич (Германия), д.г.н., проф. Л. Тушар (Франция), д.м.н., проф. О.Л. Фабрикантов, д.ф.-м.н., проф. В.А. Федоров, д.биол.н., проф. А.Т. Хусаинов (Казахстан), д.х.н., проф. Л.Е. Цыганкова, д.ф.-м.н., проф. А.А. Шибков, д.биол.н., проф. Г.В. Шляхтин (г. Саратов)

Адрес редакции: 392000, г. Тамбов, ул. Интернациональная, д. 33.
Тел. редакции: (4752) 72-34-34 доб. 0440. Тел. научного редактора: (4752) 72-34-34 доб. 2021. Факс (4752) 71-03-07.
E-mail: arz_sci@mail.ru; vestnik@tsu.tmb.ru Интернет: <http://vestnik.tsutmb.ru/rus>; <http://vestnik.tsutmb.ru/eng>
Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор). Свидетельство о регистрации СМИ от 03.07.2012 г. ПИ № ФС77-50436.
Индекс 83372 в каталоге агентства «Роспечать».

Редакторы: А.В. Олесик, М.И. Филатова.
Редактор английских текстов Е.А. Финаева.
Компьютерное макетирование: И.В. Ильина, Т.Ю. Молчанова.

Вестник Тамбовского университета. Сер. Естественные и технические науки. – Тамбов, 2015. – Т. 20. – Вып. 1. – 268 с. –
ISSN 1810-0198.

Подписано в печать 20.02.2015. Формат 60×84 1/8. Усл. печ. л. 32,50. Тираж 1000 экз. Заказ № 1163. Свободная цена.

Адрес издателя: 392000, г. Тамбов, ул. Интернациональная, д. 33. ФГБОУ ВПО «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина».
Отпечатано в Издательском доме Тамбовского государственного университета имени Г.Р. Державина.
392008, г. Тамбов, ул. Советская, 190г.

© ФГБОУ ВПО «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина», 2015
© Журнал «Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки», 2015. При перепечатке, а также при цитировании материалов ссылка на журнал обязательна.
Ответственность за содержание публикаций несет автор.

Tambov University REPORTS

A Journal of Tambov State University

The journal is on the official list of scientific periodicals in the Russian Federation and recommended by High Attestation Commission for publication principal scientific researches of dissertations

A Theoretical and Applied Scientific Journal

Series:
Natural and Technical Sciences

Volume 20, Issue 1, 2015

Published since June 14, 1996
Issued 6 times in year

CONTENTS

SCIENTIFIC ARTICLES

<i>E.O. Бурлаков, Е.С. Жуковский</i>	Существование, единственность и непрерывная зависимость от управления решений обобщенных уравнений нейронных полей	9
<i>V.V. Provotorov</i>	Optimum control of evolution system of parabolic type with distributed parameters on the graph	17
<i>N.N. Chekanova, I.K. Kirichenko, V.E. Bogachev, N.A. Chekanov</i>	Classical and quantum approach in the research of nonlinear hamilton system	29
<i>L.B. Raihelgauz</i>	The use of even and odd Fourier-Bessel transform to the study of some singular differential-equations	38
<i>S.E. Zhukovskiy, Z.T. Zhukovskaya</i>	Sufficient conditions for the control system local solvability	45
<i>E.A. Pluzhnikova</i>	The vektor covering mappings in control problems for systems of implicit differential equations	54
<i>V.S. Treshchev</i>	Continuous dependence on parameters of solutions to boundary-value problems for differential equations with deviating argument	62
<i>V.M. Tyurin</i>	Remark about the one property of linear differential operators in spaces of Sobolev type	67
<i>D.N. Cherepanov, V.A. Starenchenko, O.V. Selivanikova</i>	Role of the deformation point defects in deformation hardening of materials with F.C.C. structure	72
<i>E.E. Damaskinskaya, A.G. Kadomtsev</i>	Features of fracture stages at deformation of heterogeneous nature materials	77
<i>G.V. Klevtsov, R.Z. Valiev, N.A. Klevtsova</i>	Strength and fracture mechanism of nanostructured light materials under cyclic loading	85

<i>N.V. Malay, E.V. Kaluizhnaya, D.A. Morel, E.R. Shchukin</i>	To a question about thermophoresis heated large aerosol particles of the spherical form	92
<i>P.N. Zhukova, V.A. Nasonova</i>	The suppression of the density effect in the parametric X-ray radiation	98
<i>V.S. Zakhvalinskii, L.V. Borisenko, A.N. Khmara, D.A. Kolesnikov, E.A. Pilyuk</i>	Investigation of the properties of ZnO thin films, grown on the porous Si substrates	102
<i>A.A. Shibkov, A.E. Zolotov, A.A. Denisov, M.F. Gasanov, O.V. Grebenkov, K.A. Proskuraykov, S.A. Titov, E.A. Chuphistova, M.A. Koroleva</i>	Suppression of the Portevin–Le Chatelier effect by electric current in AMg6 alloy	105
<i>V.V. Krasilnikov, S.E. Savotchenko</i>	Peculiarities of radiation hardening and concentration distribution of point defects under non-equilibrium diffusion	112
<i>В.Е. Громов, Ю.Ф. Иванов, Д.А. Романов, Г. Танз, С.В. Райков, Е.А. Будовских, Л.П. Баценко, Г. Сонг</i>	Закономерности электровзрывного меднения стали с последующей электронно-пучковой обработкой	118
<i>Lam Tan Phat, Y.P. Virchenko</i>	Gaussian models of fluctuation electromagnetic field	125
<i>I.V. Bulicheva, D.V. Rogozhin, N.E. Kushlinskiy, Y.N. Solovyev, F. Bertoni, P. Bacchini, V.Y. Roshchin, A.N. Kazakova, M.D. Aliev</i>	Conventional osteosarcoma	130
<i>A.S. Aleinikov, I.V. Gaiduk, L.T. Lyakina, A.M. Panin</i>	Proinflammatory cytokines and matrix metalloproteinases in the saliva secretion of patients with chronic sialodoxit	137
<i>V.L. Chang, A.A. Ivannikov, I.V. Bulicheva, N.A. Ognerubov</i>	Role of nuclear proliferating antigen and p53 in the tumor process in gastric cancer	140
<i>A.S. Drobyshev, A.V. Baranov, O.N. Yamshchikov</i>	The possibilities of laparoscopic cholecystectomy	143
<i>A.V. Prudnikov, R.M. Shakhbanov, P.P. Kosmylin, Ben Romdan Zied</i>	Post-traumatic arthrosis of the hip joints	145
<i>T.I. Sokolskaya, A.V. Gulin, I.V. Sokolsky</i>	Environmental factor as the main component of determining effectiveness of treatment, rehabilitation and health improvement in conditions of antitubercular sanatorium	147
<i>A.S. Volokitin, A.A. Bruikov, A.V. Gulin</i>	Indicators of change in the functional state of the cardiovascular and respiratory systems under the influence of the practice of hippotherapy among children with cerebral palsy in the form of spastic diplegia	153
<i>A.S. Volokitin, A.A. Bruikov, A.V. Gulin</i>	Changes in the level of perception and thinking in children with cerebral palsy under the influence of hippotherapy	156
<i>T.I. Sokolskaya, A.V. Gulin, V.B. Maksimenko</i>	The somatometric assessment of the indicators of nutritive status of patients with diabetes mellitus living in an industrial city	159
<i>T.I. Sokolskaya, A.V. Gulin, V.B. Maksimenko</i>	Assessment of the nutritive status of patients with chronic pancreatitis in the context of somatometric studies	163
<i>M.L. Chernysheva</i>	Family history and health status of the newborn, receive emitting intensive therapy	166
<i>M.L. Chernysheva</i>	Factors influencing medical activity of families with the disease of children from 1 year to 14 years	169

<i>O.S. Kuznetsova, A.V. Chernyshev, V.G. Vinitsky, S.N. Simonov</i>	Analysis of infections, sexually transmitted, in Tambov region	173
<i>M.L. Chernysheva, A.B. Lutsev, A.V. Chernyshev, L.A. Gornostaeva</i>	Conflictologic aspects of preparing of organizers of public health	176
<i>N.S. Strekalova, D.A. Kuznetsov</i>	Analysis of approaches to the assessment of management effectiveness of pharmaceutical activities at the regional level	180
<i>G.A. Lada</i>	Turtle leech <i>Haementeria costata</i> : a new species in the fauna of Tambov province	183
<i>E.A. Ravkovskaya, I.A. Khvorova, M.V. Pyatova, G.A. Lada</i>	Helminthes of common spadefoot toad (<i>Pelobates fuscus</i>) and marsh frog (<i>Pelophylax ridibundus</i>) on the east of Central Chernozem Territory	185
<i>A.M. Khusainov, L.L. Frolova</i>	Protein CO1 as a marker for zooplankton identification for estimation of the ecological condition of water reservoirs of Kazan region	189
<i>A.A. Vypritskaya, A.A. Kuznetsov, I.I. Mustafin, Z.I. Mazurina, S.V. Ivanov, A.Y. Chukhlantsev, A.M. Puchnin</i>	<i>Sclerotinia sclerotiorum de By</i> in Tambov region	194
<i>D.G. Smirnov, F.Z. Baishev, V.P. Vekhnik, N.M. Kurmaeva</i>	The genetic structure of populations of <i>Myotis daubentonii</i> (Chiroptera) on the Samara Bend as a result of ISSR-analysis	199
<i>A.S. Sokolov, G.A. Lada, T.A. Mironova, E.V. Kalinkina, M.A. Orlov</i>	To the fauna of land vertebrates of Chelnavskoye forestry (Sosnovskii district of Tambov province)	205
<i>Y.V. Zelenava, V.P. Sudnikova</i>	Selection isolates <i>Stagonospora nodorum</i> , which causes septoria wheat, to create an artificial infectious background	210
<i>A.V. Kozachek, Y.V. Zelenava, N.P. Belyaeva, K.A. Konkova, M.I. Mikhailin, T.V. Skopintseva, A.G. Sinelnikov</i>	Pollution of atmospheric air of the Tambov region in light of the need to ensure the health of the population	214
<i>A.V. Kozachek, Y.V. Zelenava, T.V. Skopintseva, A.G. Sinelnikov, K.A. Konkova, M.I. Mikhailin</i>	The safety of aquatic ecosystems and problems of realization of process waste water from nutrients	219
<i>A.I. Zhakin</i>	Analysis of post-accident processes of ChAES	223
<i>K.A. Litvinov, I.I. Pasechnikov</i>	Informational efficiency of the model of the net with different routing algorithms and cybernetic power of the net	232
<i>D.V. Kuzmin</i>	Process of piggyback technology selection while using the analytic hierarchy	238
<i>S.V. Kovalev</i>	Classification of elektrobaromembrane devices	245
<i>S.V. Kovalev, S.I. Lazarev, R.V. Popov</i>	Peculiarities of electrohyperfiltration extraction 2-mercaptopbenzothiazole from wash waters of producing of electrochemical synthesis of 2,2'-dibenzthiazoldisulfid	252
<i>E.I. Glinkin</i>	Method of measurement of arterial pressure	258
<i>D.V. Smorkalov, A.V. Tyutyaev, A.M. Shterenberg</i>	Modelling of physical processes drilling oil and gas wells in using ANSYS Fluent	262

RULES FOR THE AUTHORS	266
SYNOPSIS OF THE JOURNAL	268

Founder: Federal State Budget Educational Institution of High Professional Education
“Tambov State University named after G.R. Derzhavin” (392000, Tambov, 33 Internatsionalnaya street)

EDITOR-IN-CHIEF: Prof. V.M. Yuryev.

EDITORIAL BOARD OF THE JOURNAL: Prof., Dr. I.V. Groshev (Deputy Editor-In-Chief), Prof., Dr. A.A. Arzamastsev (Series Managing Editor), I.V. Ilyina (Executive Editor), Prof., Dr. A.A. Artemov, Prof., Dr. A.V. Arutyunov (Moscow), Prof., Dr. Y.I. Golovin, Prof., Dr. G. van Dijk (Netherlands), Prof., Dr. A.V. Emelyanov, Prof., Dr. E.S. Zhukovskiy, Prof., Dr. G.A. Zakharov, Prof., Dr. N.E. Kushlinskiy (Moscow), Prof., Dr. G.A. Lada, Prof., Dr. G.I. Malaschonok, Prof., Dr. V.F. Molchanov, Prof., Dr. T.M. Nenasheva, Prof., Dr. N.A. Ognerubov, Prof., Dr. E.M. Osmanov, Prof., Dr. V.N. Popov (Voronezh), Prof., Dr. M. Pevzner (France), Prof., Dr. F.L. Pereira (Portugal), Prof., Dr. G.S. Rozenberg (Tolyatti), Prof., Dr. S.N. Simonov, Prof., Dr. O.V. Smirnova (Moscow), Prof., Dr. K.G. Troitzsch (Germany), Prof., Dr. L. Touchart (France), Prof., Dr. O.L. Fabrikantov, Prof., Dr. V.A. Fedorov, Prof., Dr. A.T. Khusainov (Kazakhstan), Prof., Dr. L.E. Tsygankova, Prof., Dr. A.A. Shibkov, Prof., Dr. G.V. Shlyakhtin (Saratov)

Editorial Office: 33 Internatsionalnaya street, Tambov, 392000, Russia.

Editorial Phone: (4752) 72-34-34 (0440). Phone of the Series Scientific Editor: (4752) 72-34-34 (2021).

Fax (4752) 71-03-07.

E-mail: arz_sci@mail.ru; vestnik@tsu.tmb.ru Internet: <http://vestnik.tsutmb.ru/rus>; <http://vestnik.tsutmb.ru/eng>

Journal is registered by Federal service for supervision in communication, information technologies and mass communications sphere (Roskomnadzor). Certificate of registration of mass information mean from 3 July, 2012.
ПИ № ФС77-50436.

The catalogue record available from the Rospechat Agency is 83372.

Editors: A.V. Olesik, M.I. Filatova.

English texts editor E.A. Finaeva.

Computer layout: I.V. Ilyina, T.Y. Molchanova.

Tambov University Review. Series: Natural and Technical Sciences. – Tambov, 2015. – Volume 20, Issue 1. – 268 p. –
ISSN 1810-0198.

Подписано в печать 20.02.2015. Формат 60×84 1/8. Усл. печ. л. 32,50. Тираж 1000 экз. Заказ № 1163. Свободная цена.

Publisher's address: 392000, Tambov, 33 Internatsionalnaya street, Federal State Budget Educational Institution of High Professional Education “Tambov State University named after G.R. Derzhavin”.

Published in Publishing House of Tambov State University named after G.R. Derzhavin
392008, Tambov, 190g Sovetskaya street.

© FSBEI of HPE “Tambov State University named after G.R. Derzhavin”, 2015

© The journal “Tambov University Review. Series: Natural and Technical Sciences”, 2015.

All rights of reproduction in any form reserved.

The author is responsible for the contents of publications.

УДК 517.988.6, 517.968.48, 51-76

EXISTENCE, UNIQUENESS AND CONTINUOUS DEPENDENCE ON CONTROL OF SOLUTIONS TO GENERALIZED NEURAL FIELD EQUATIONS

© E.O. Burlakov, E.S. Zhukovskiy

Key words: nonlinear integral equations; neural field equations; control; well-posedness.
We consider nonlinear integral equation involving essentially bounded control. We obtain conditions for existence and uniqueness of solution to this equation and continuous dependence of this solution on control.

1. Introduction

The problem of continuous dependence on parameters of various classes of operator equations has been considered in numerous papers (see, e.g. the review [1] as well as the monograph [2] (pp. 203–210) and the references therein). Apart from theoretical interest, the problem also has an application importance connected to real processes and phenomena modeling. As constants and functions involved in models can be found only approximately, the crucial property of a "good" model is its well-posedness, i.e. unique solvability and continuous dependence of the solution on the model parameters. The present work is utilizing the general results on existence, uniqueness and continuous dependence of solutions to operator Volterra equations on parameters obtained in [3] and applying these results to investigation of well-posedness of a controllable integral equation describing a wide class of models arising in neural field theory. Typical representative of this class is the Amari neural field equation [4]

$$w_t(t, x) = -w(t, x) + \int_R \omega(x - y) f(w(t, y)) dy, \quad t \geq 0, x \in \mathbb{R}, \quad (1.1)$$

Here the function $w(t, x)$ denotes the activity of a neural element at time t and position x . The connectivity function (spatial convolution kernel) $\omega(x)$ determines the coupling between the elements and the non-negative function $f(w)$ gives the firing rate of a neuron with activity w . Neurons at position x and time t are said to be active if $f(w(t, x)) > 0$.

The literature on the model (1.1) and its extensions is vast (see, e.g. [5–8]). The key issues in most of the published papers on these models are existence and stability of localized stationary solutions (so-called bumps).

The problems of therapy of Epilepsy, Parkinson's disease, and other disorders of the central nervous system were recently investigated in [9–12] using neural activity models which incorporate brain electrical stimulation. In these papers the stimulation is considered as control and the corresponding optimization problems are posed. The results we offer below allow to investigate well-posedness of such models and, particularly, can serve as justification of the numerical optimization procedure used in [13] (as the authors base their research on the Amari framework (1.1), where f is taken to be sigmoidal) as well as the starting point for implementation of numerical optimization to more complex objects (as were considered e.g. in [5, 6]).

We generalize the models from [4–6, 8] by introducing the following neural field equation

$$w(t, x) = \int_a^t \int_{\mathbb{R}^m} f(t, s, x, y, w(s, y), u(s, y)) dy ds, \quad t \in [a, \infty), \quad x \in \mathbb{R}^m, \quad (1.2)$$

with respect to the unknown continuous function $w : [a, \infty) \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$, which is spatially localized, i.e.

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} w(t, x) = 0, \quad t \in [a, \infty). \quad (1.3)$$

We obtain results on unique solvability of (1.2), (1.3) and continuous dependence of the solution on the Lebesgue measurable control $u : [a, \infty) \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^k$ involved in (1.2).

2. Existence, uniqueness and continuous dependence of solutions to Volterra operator equations on parameters

Let us introduce the following notation:

\mathbb{R}^m is the m -dimensional real vector space with the norm $|\cdot|$;

Λ is some metric space;

for any $\mathfrak{S} \subset \Lambda$, $r > 0$, we denote $B_\Lambda(\mathfrak{S}, r) = \bigcup_{\mathfrak{s} \in \mathfrak{S}} \{\lambda \in \Lambda \mid \rho_\Lambda(\lambda, \mathfrak{s}) < r\}$;

\mathcal{B} is some Banach space with the norm $\|\cdot\|_{\mathcal{B}}$;

μ is the Lebesgue measure;

$M([a, \infty) \times \mathbb{R}^m, \mu, \mathbb{R}^k, u_0)$ is a metric space of measurable functions $u : [a, \infty) \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^k$ such that vrai $\sup_{(t,x) \in [a, \infty) \times \mathbb{R}^m} |u(t, x) - u_0(t, x)| < \infty$, where $u_0 : [a, \infty) \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^k$ is some given measurable function, with the distance

$$\rho_{M([a, \infty) \times \mathbb{R}^m, \mu, \mathbb{R}^k, u_0)}(u_1, u_2) = \text{vrai} \sup_{(t,x) \in [a, \infty) \times \mathbb{R}^m} |u_1(t, x) - u_2(t, x)|;$$

$\Upsilon([a, b], \mathcal{B})$ is a Banach space of functions $v : [a, b] \rightarrow \mathcal{B}$ with the norm $\|\cdot\|_{\Upsilon}$;

$L(\Omega, \mu, \mathbb{R}^n)$ is the space of all measurable and integrable functions $\chi : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ with the norm $\|\chi\|_{L(\Omega, \mu, \mathbb{R}^n)} = \int_{\Omega} |\chi(s)| ds$;

$C_0(\Omega, \mathbb{R}^n)$ is the space of all continuous functions $\vartheta : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ satisfying the additional condition $\lim_{|x| \rightarrow \infty} \vartheta(x) = 0$ in the case if Ω is unbounded, with the norm $\|\vartheta\|_{C_0(\Omega, \mathbb{R}^n)} = \max_{x \in \Omega} |\vartheta(x)|$;

$C([a, b], C_0(\Omega, \mathbb{R}^n))$ is the space of all continuous functions $\nu : [a, b] \rightarrow C_0(\Omega, \mathbb{R}^n)$, with the norm $\|\nu\|_{C([a, b], C_0(\Omega, \mathbb{R}^n))} = \max_{t \in [a, b]} \|\nu(t)\|_{C_0(\Omega, \mathbb{R}^n)}$.

In the notation for functional spaces we will not indicate the definition domains and the image sets of functions, provided that this leads to no ambiguity.

Definition 2.1. An operator $\Psi : \Upsilon \rightarrow \Upsilon$ is said to be a *Volterra operator* (in the sense of A.N. Tikhonov [14]) if for any $\xi \in (0, b-a)$ and any $v_1, v_2 \in \Upsilon$ the fact that $v_1(t) = v_2(t)$ on $[a, a+\xi]$ implies that $(\Psi v_1)(t) = (\Psi v_2)(t)$ on $[a, a+\xi]$.

In what follows we assume that in the space Υ the following condition is fulfilled:

\mathcal{V} -condition [15]: For arbitrary $v \in \Upsilon$, $\{v_i\} \subset \Upsilon$ such that $\|v_i - v\|_{\Upsilon} \rightarrow 0$ and for any $\xi \in (0, b-a)$ if $v_i(t) = 0$ on $[a, a+\xi]$, then $v(t) = 0$ on $[a, a+\xi]$.

For any $\xi \in (0, b-a)$ let $\Upsilon_\xi = \Upsilon([a, a+\xi], \mathcal{B})$ denote the linear space of restrictions v_ξ of functions $v \in \Upsilon$ to $[a, a+\xi]$ which implies that for each $v_\xi \in \Upsilon_\xi$ there exists at least one extension $v \in \Upsilon$ of the function v_ξ . Then we can define the norm of Υ_ξ by $\|v_\xi\|_{\Upsilon_\xi} = \inf \|v\|_\Upsilon$, where the infimum is taken over all extensions $v \in \Upsilon$ of the function v_ξ . Hence, the space Υ_ξ becomes a Banach space.

For an arbitrary $\xi \in (0, b-a)$ let an operator $P_\xi : \Upsilon \rightarrow Y$ takes each $v_\xi \in \Upsilon_\xi$ to some extension $v \in \Upsilon$ of v_ξ . Moreover, we define the operators $E_\xi : \Upsilon \rightarrow \Upsilon_\xi$ by $(E_\xi v)(t) = v(t)$, $t \in [a, a+\xi]$ and $\Psi_\xi : \Upsilon_\xi \rightarrow \Upsilon_\xi$ by $\Psi_\xi v_\xi = E_\xi \Psi P_\xi v_\xi$, respectively. Note that for any Volterra operator $\Psi : \Upsilon \rightarrow \Upsilon$ the operator $\Psi_\xi : \Upsilon_\xi \rightarrow \Upsilon_\xi$ is also a Volterra operator and it is independent of the way $v = P_\xi v_\xi$ extends v_ξ .

Definition 2.2. A Volterra operator $\Psi : \Upsilon \rightarrow \Upsilon$ is called *locally contracting* if there exists $q < 1$ such that for any $r > 0$ one can find $\delta > 0$ such that the following two conditions are satisfied for all $v_1, v_2 \in \Upsilon$, such that $\|v_1\|_\Upsilon \leq r$, $\|v_2\|_\Upsilon \leq r$:

$$\text{q}_1) \quad \|E_\delta \Psi v_1 - E_\delta \Psi v_2\|_{\Upsilon_\delta} \leq q \|E_\delta v_1 - E_\delta v_2\|_{\Upsilon_\delta},$$

$\text{q}_2)$ for any $\gamma \in (0, b-a-\delta]$, the condition $E_\gamma v_1 = E_\gamma v_2$ implies that

$$\|E_{\gamma+\delta} \Psi v_1 - E_{\gamma+\delta} \Psi v_2\|_{\Upsilon_{\gamma+\delta}} \leq q \|E_{\gamma+\delta} v_1 - E_{\gamma+\delta} v_2\|_{\Upsilon_{\gamma+\delta}}.$$

Let us now consider the equation

$$v(t) = (\Psi v)(t), \quad t \in [a, b], \tag{2.1}$$

where with $\Psi : \Upsilon \rightarrow \Upsilon$ is a Volterra operator.

Definition 2.3. We define a *local solution* to Eq. (2.1) on $[a, a+\gamma]$, $\gamma \in (0, b-a)$ to be a function $v_\gamma \in \Upsilon_\gamma$ that satisfies the equation $\Psi_\gamma v_\gamma = v_\gamma$ on $[a, a+\gamma]$. We define a *maximally extended solution* to Eq. (2.1) on $[a, a+\zeta]$, $\zeta \in (0, b-a]$ to be a function $v_\zeta : [a, a+\zeta] \rightarrow \mathcal{B}$, whose restriction v_γ to $[a, a+\gamma]$ is a local solution of Eq. (2.1) for any $\gamma < \zeta$ and $\lim_{\gamma \rightarrow \zeta^-} \|v_\gamma\|_{\Upsilon_\gamma} = \infty$. We define a *global solution* to Eq. (2.1) to be a function $v \in \Upsilon$ that satisfies this equation on the entire interval $[a, b]$.

Let us now consider the equation

$$v(t) = (F(v, \lambda))(t), \quad t \in [a, b] \tag{2.2}$$

with a parameter $\lambda \in \Lambda$, where for each $\lambda \in \Lambda$ a Volterra operator $F(\cdot, \lambda) : \Upsilon \rightarrow \Upsilon$ satisfies the property: $F(\cdot, \lambda_0) = \Psi$ for some $\lambda_0 \in \Lambda$. Our aim is to formulate conditions for existence and uniqueness of solutions to Eq. (2.2) on a certain fixed set $[a, a+\xi] \subset [a, b]$ (We, naturally, also apply Definition 2.3 to Eq. (2.2) at each fixed $\lambda \in \Lambda$); and convergence of these solutions to solution to Eq. (2.1) in the norm of Υ_ξ as λ approaches λ_0 . This means, that the problem (2.2) is wellposed.

Definition 2.4. For any $\lambda \in \Lambda_0 \subseteq \Lambda$, let the Volterra operator $F(\cdot, \lambda) : \Upsilon \rightarrow \Upsilon$ be given. This family of operators is called *uniformly locally contracting* if there exist $q \geq 0$ and $\delta > 0$, such that for each $\lambda \in \Lambda_0 \subseteq \Lambda$ the operator $F(\cdot, \lambda) : \Upsilon \rightarrow \Upsilon$ is locally contracting with the constants q

and $\delta(r)$ independent of the choice of $\lambda \in \Lambda_0$. This means existence of a such $q < 1$ that for any $r > 0$ one can find $\delta > 0$ such that the operator $F(\cdot, \lambda) : \Upsilon \rightarrow \Upsilon$ (with any $\lambda \in \Lambda_0$) satisfies the conditions \mathbf{q}_1 , \mathbf{q}_2 for all $v_1, v_2 \in \Upsilon$, $\|v_1\|_\Upsilon \leq r$, $\|v_2\|_\Upsilon \leq r$.

The following theorem (see [3]) represents our main tool to study of the wellposedness of the problem (1.2), (1.3).

Theorem 2.1. *Assume that the following two conditions are satisfied:*

- 1) *There is a neighborhood Λ_0 of λ_0 where the operators $F(\cdot, \lambda) : \Upsilon \rightarrow \Upsilon$, $\lambda \in \Lambda_0$ are uniformly locally contracting;*
- 2) *For arbitrary $v \in \Upsilon$, the mapping $F : \Upsilon \times \Lambda \rightarrow \Upsilon$ is continuous at (v, λ_0) .*

Then for each $\lambda \in \Lambda_0$, Eq. (2.2) has a unique global or maximally extended solution, and each local solution is a restriction of this solution.

If Eq. (2.2) has a global solution v_0 at $\lambda = \lambda_0$, then for each λ (sufficiently close to λ_0) it also has a global solution $v = v(\lambda)$, and $\|v(\lambda) - v_0\|_\Upsilon \rightarrow 0$ as $\lambda \rightarrow \lambda_0$.

If Eq. (2.2) has a maximally extended solution $v_{0\zeta}$ defined on $[a, a+\zeta]$ at $\lambda = \lambda_0$, then for any $\gamma \in (0, \zeta)$ one can find a neighborhood of λ_0 such that for any λ in this neighborhood Eq. (2.2) has a local solution $v_\gamma = v_\gamma(\lambda)$ defined on $[a, a+\gamma]$ and $\|v_\gamma(\lambda) - v_{0\gamma}\|_{\Upsilon_\gamma} \rightarrow 0$ as $\lambda \rightarrow \lambda_0$.

Remark 2.1. *If the constant δ in the condition 1) of Theorem 2.1 is independent of r , then Eq. (2.2) has a global solution. This holds true e.g. in the case of τ -Volterra operators, when for all operators the corresponding delays $\tau > \delta_0$ for some $\delta_0 > 0$.*

3. Existence, uniqueness and continuous dependence on control of solutions to generalized neural field equations

We assume that for some $r_0 > 0$, the following conditions on the system (1.2), (1.3) are fulfilled:

- (i) For any $t \in [a, \infty)$, $w \in \mathbb{R}^n$, $x \in \mathbb{R}^m$ and any ball $u \in \mathbb{R}^k$, the function $f(t, \cdot, x, \cdot, w, u) : [a, \infty) \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ is measurable.
- (ii) For almost all $(s, y) \in [a, \infty) \times \mathbb{R}^m$ and any $u \in \mathbb{R}^k$, the function $f(\cdot, s, \cdot, y, \cdot, u)$ is continuous.
- (iii) For any $b \in (a, \infty)$ and any $r > 0$, it holds true that

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sup_{t \in [a, b], x \in \mathbb{R}^m \setminus B_{\mathbb{R}^m}(0, r)} \left| \int_a^t \int_{\mathbb{R}^m} f(t, s, x, y, w, u_0(s, y) + \Delta) dy ds \right| = 0$$

for any $w \in B_{\mathbb{R}^n}(0, r)$, uniformly for all $\Delta \in B_{\mathbb{R}^k}(0, r_0)$.

- (iv) For any $b \in (a, \infty)$ and any $r > 0$, there exists such $g_{(b,r)} \in L([a, b] \times \mathbb{R}^m, \mu, \mathbb{R})$ that

$$|f(t, s, x, y, w, u)| \leq g_{(b,r)}(s, y)$$

for all $x \in \mathbb{R}^m$, $w \in B_{\mathbb{R}^n}(0, r)$, $t \in [a, b]$, $u \in B_{\mathbb{R}^k}(\{u_0(t, x)\}, r_0)$ and almost all $(s, y) \in [a, b] \times \mathbb{R}^m$.

Definition 3.1. Choose an arbitrary $u \in B_M(u_0, r_0)$. We define a local solution to the system (1.2), (1.3), defined on $[a, a+\gamma] \times \mathbb{R}^m$, $\gamma \in (0, \infty)$, to be a function $w_\gamma \in C([a, a+\gamma], C_0(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^n))$, that satisfies the equation (1.2) on $[a, a+\gamma] \times \mathbb{R}^m$. We define a maximally extended solution to

the system (1.2), (1.3), defined on $[a, a+\eta] \times \mathbb{R}^m$, $\eta \in (0, \infty)$, to be a function $w_\eta : [a, a+\eta] \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$, whose restriction w_γ on $[a, a+\gamma] \times \mathbb{R}^m$ with any $\gamma < \eta$ is its local solution and $\lim_{\gamma \rightarrow \eta^-} \|w_\gamma\|_{C([a, a+\gamma], C_0(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^n))} = \infty$. We define a global solution to the system (1.2), (1.3) to be a function $w : [a, \infty) \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$, whose restriction w_γ on $[a, a+\gamma] \times \mathbb{R}^m$ for any $\gamma \in (0, \infty)$ is its local solution.

Theorem 3.1. *Let the assumptions (i) – (iv) hold true. Assume that the following conditions are satisfied:*

- 1) *For the given $r_0 > 0$ and any $r > 0$ there exists $\tilde{f}_r(s, y) \in L([a, \infty) \times \mathbb{R}^m, \mu, \mathbb{R})$ such that for which $|f(t, s, x, y, w_1, u) - f(t, s, x, y, w_2, u)| \leq \tilde{f}_r(s, y)|w_1 - w_2|$ for all $w_1, w_2 \in B_{\mathbb{R}^n}(0, r)$, $u \in B_{\mathbb{R}^k}(u_0(s, y), r_0)$, $t \in [a, \infty)$, $x \in B_{\mathbb{R}^m}(0, r)$.*
- 2) *For any $w \in \mathbb{R}^n$, $t \in [a, \infty)$, $x \in \mathbb{R}^m$, $\Delta \rightarrow 0$ it holds true that:*

$$|f(t, \cdot, x, \cdot, w, u_0(\cdot, \cdot) + \Delta) - f(t, \cdot, x, \cdot, w, u_0)| \rightarrow 0$$

in measure on $[a, \infty) \times \mathbb{R}^m$.

Then for each $u \in B_M(u_0, r_0)$, the system (1.2), (1.3) has a unique global or maximally extended solution, and each local solution is a restriction of this solution. Moreover, if at $u = u_0$ the system (1.2), (1.3) has a local solution $w_{0\gamma}$ defined on $[a, a+\gamma] \times \mathbb{R}^m$, then for any $\{u_i\} \subset M([a, \infty) \times \mathbb{R}^m, \mu, \mathbb{R}^k, u_0)$, $\rho_M(u_i, u_0) \rightarrow 0$ one can find number I such that for all $i > I$ the system (1.2), (1.3) has a local solution $w_\gamma = w_\gamma(u_i)$ defined on $[a, a+\gamma] \times \Omega$ and

$$\|w_\gamma(u_i) - w_{0\gamma}\|_{C([a, a+\gamma], C_0(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^n))} \rightarrow 0.$$

Proof. We are going to apply Theorem 2.1, so we represent (1.2) in terms of operator equation in the following way

$$\begin{aligned} w &= F(w, u), \\ (F(w, u))(t, x) &= \int_a^t \int_{\mathbb{R}^m} f(t, s, x, y, w(s, y), u(s, y)) dy ds. \end{aligned}$$

Here, for each $u \in B_M(u_0, r_0)$, $F : C([a, b], C_0(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^n)) \rightarrow C([a, b], C_0(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^n))$ provided that the conditions (i)–(iv) are fulfilled.

Choose an arbitrary $b \in (a, \infty)$, $q_0 < 1$, $r > 0$. Let $\gamma \in (0, b-a)$ and $w_1(t, \cdot) = w_2(t, \cdot)$, $t \in [a, a+\gamma]$, where $w_1, w_2 \in B_{C([a, b], C_0(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^n))}(0, r)$. Using assumptions (i)–(iv) and condition 1) of Theorem 3.1, we get the following estimates

$$\begin{aligned} &\sup_{t \in [a, a+\gamma+\delta], x \in \mathbb{R}^m} \left| \int_a^t \int_{\mathbb{R}^m} f(t, s, x, y, w_1(s, y), u) dy ds - \right. \\ &\quad \left. - \int_a^t \int_{\mathbb{R}^m} f(t, s, x, y, w_2(s, y), u) dy ds \right| \leq \\ &\varepsilon/2 + \sup_{t \in [a, a+\gamma+\delta], x \in B_{\mathbb{R}^m}(0, r_\varepsilon)} \int_{a+\gamma}^{a+\gamma+\delta} \int_{\mathbb{R}^m} \left| f(t, s, x, y, w_1(s, y), u) dy ds - \right. \\ &\quad \left. - \int_{a+\gamma}^{a+\gamma+\delta} \int_{\mathbb{R}^m} f(t, s, x, y, w_2(s, y), u) dy ds \right| \leq \end{aligned}$$

$$-f(t, s, x, y, w_2(s, y), u) \Big| dyds \leq \\ \varepsilon/2 + \sup_{t \in [a, a+\gamma+\delta], x \in B_{\mathbb{R}^m}(0, r_\varepsilon)} \left| \int_a^{a+\gamma+\delta} \int_{\mathbb{R}^m} \tilde{f}_r(s, y) \|w_1 - w_2\|_{C([a, b], BC(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^n))} dyds \right| \leq \varepsilon.$$

Here, $r_\varepsilon > 0$, $\delta > 0$ can be chosen in a such way that $\varepsilon < q_0$. Thus, we checked that condition q_2) is satisfied. The verification of condition q_1) is analogous.

Next, we take arbitrary $\varepsilon > 0$, $\widehat{w} \in C([a, b], C_0(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^n))$, $w_i \subset C([a, b], C_0(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^n))$, $u_i \subset M([a, \infty) \times \mathbb{R}^m, \mu, \mathbb{R}^k, u_0)$, $\|\widehat{w} - w_i\|_{C([a, b], C_0(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^n))}$, $\rho_M(u_i, u_0) \rightarrow 0$ ($i \rightarrow \infty$), and estimate

$$\begin{aligned} & \|F(\widehat{w}, u_0) - F(w_i, u_i)\|_{C([a, b], C_0(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^n))} = \\ &= \sup_{t \in [a, b], x \in \mathbb{R}^m} \left| \int_a^t \int_{\mathbb{R}^m} f(t, s, x, y, \widehat{w}(s, y), u_0(s, y)) dyds - \right. \\ &\quad \left. - \int_a^t \int_{\mathbb{R}^m} f(t, s, x, y, w_i(s, y), u_i(s, y)) dyds \right| \leq \\ &\leq \varepsilon/3 + \sup_{t \in [a, b], x \in B_{\mathbb{R}^m}(0, r_\varepsilon)} \left| \int_a^t \int_{\mathbb{R}^m} f(t, s, x, y, \widehat{w}(s, y), u_0(s, y)) dyds - \right. \\ &\quad \left. - \int_a^t \int_{\mathbb{R}^m} f(t, s, x, y, w_i(s, y), u_i(s, y)) dyds \right| = \\ &= \varepsilon/3 + \sup_{t \in [a, b], x \in B_{\mathbb{R}^m}(0, r_\varepsilon)} \int_a^t \int_{\mathbb{R}^m} \left(|f(t, s, x, y, \widehat{w}(s, y), u_0(s, y)) - f(t, s, x, y, \widehat{w}(s, y), u_i(s, y))| + \right. \\ &\quad \left. + |f(t, s, x, y, \widehat{w}(s, y), u_i(s, y)) - f(t, s, x, y, w_i(s, y), u_i(s, y))| \right) dyds. \end{aligned}$$

Estimating the first summand of the integrand, we get

$$\begin{aligned} & |f(t, s, x, y, \widehat{w}(s, y), u_0(s, y)) - f(t, s, x, y, \widehat{w}(s, y), u_i(s, y))| \leq \\ &\leq |f(t, s, x, y, \widehat{w}(s, y), u_0(s, y)) - f(\bar{t}^\varepsilon, s, \bar{x}^\varepsilon, y, \bar{\widehat{w}}^\varepsilon, u_0(s, y))| + \\ &\quad + |f(\bar{t}^\varepsilon, s, \bar{t}^\varepsilon, y, \bar{\widehat{w}}^\varepsilon, u_0(s, y)) - f(\bar{t}^\varepsilon, s, \bar{x}^\varepsilon, y, \bar{\widehat{w}}^\varepsilon, u_i(s, y))| + \\ &\quad + |f(\bar{t}^\varepsilon, s, \bar{x}^\varepsilon, y, \bar{\widehat{w}}^\varepsilon, u_i(s, y)) - f(t, s, x, y, \widehat{w}(s, y), u_i(s, y))|. \end{aligned}$$

Here \bar{t}^ε , \bar{x}^ε , $\bar{\widehat{w}}^\varepsilon$ are approximations of t , x , $\widehat{w}(s, y)$, taking finite number of values (on their compact ranges of definition). Thus, using the condition 2) of Theorem 3.1 and the assumptions (i)–(iv), the first and third summands on the right-hand side of the inequality go to 0 uniformly with respect to $(s, y) \in [a, b] \times \mathbb{R}^m$ and the second summand go to 0 in measure on $[a, b] \times \mathbb{R}^m$.

Next, estimation of $|f(t, s, x, y, \widehat{w}(s, y), u_i(s, y)) - f(t, s, x, y, w_i(s, y), u_i(s, y))|$ using the condition 1) of Theorem 3.1, gives uniform convergence of this expression to 0 on $[a, b] \times \mathbb{R}^m$.

Thus, we can find such I that for any $i > I$, we get

$$\begin{aligned} & \sup_{t \in [a, b], x \in B_{\mathbb{R}^m}(0, r_\varepsilon)} \int_a^t \int_{\mathbb{R}^m} \left(|f(t, s, x, y, \widehat{w}(s, y), u_0(s, y)) - f(t, s, x, y, \widehat{w}(s, y), u_i(s, y))| + \right. \\ &\quad \left. + |f(t, s, x, y, \widehat{w}(s, y), u_i(s, y)) - f(t, s, x, y, w_i(s, y), u_i(s, y))| \right) dyds \leq 2\varepsilon/3, \end{aligned}$$

which concludes the verification of Theorem 2.1 conditions and completes the proof.

REFERENCES

1. Vainikko G.M. Regular convergence of operators and approximate solution of equations // Science and Technics Totals. Journal of Soviet Mathematics. 1981. V. 6. P. 675–705.
2. Azbelev N.V., Maksimov V.P., Rakhmatullina L.F. Introduction to the Theory of Functional Differential Equations: Methods and Applications. New York: Hindawi Publishing Corporation, 2007.
3. Burlakov E., Zhukovskiy E., Ponosov A., Wyller J. On wellposedness of generalized neural field equations with delay // Journal of Difference Equations and Applications. 2015. V. 6. Iss. 2. P. 11–41.
4. Amari S. Dynamics of Pattern Formation in Lateral-Inhibition Type Neural Fields // Biological cybernetics. 1977. V. 27. P. 77–87.
5. Coombes S. Waves, bumps, and patterns in neural field theories // Biological cybernetics. 2005. V. 93. P. 91–108.
6. Blomquist P., Wyller J. Einevoll G.T. Localized activity patterns in two-population neuronal networks // Physica D. 2005. V. 206. P. 180–212.
7. Faye G., Faugeras O. Some theoretical and numerical results for delayed neural field equations // Physica D. 2010. V. 239. P. 561–578.
8. Malyutina E., Wyller J., Ponosov A. Two bump solutions of a homogenized Wilson – Cowan model with periodic microstructure // Physica D. 2014. V. 271. P. 19–31.
9. Tass P.A. A model of desynchronizing deep brain stimulation with a demand-controlled coordinated reset of neural subpopulations // Biological cybernetics. 2003. V. 89. P. 81–88.
10. Suffczynski P., Kalitzin S., Lopes Da Silva F.H. Dynamics of non-convulsive epileptic phenomena modeled by a bistable neuronal network // Neuroscience. 2004. V. 126. P. 467–484.
11. Kramer M.A., Lopour B.A., Kirsch H.E., Szeri A.J. Bifurcation control of a seizing human cortex // Physical Review E 2006 V. 73. 16 p. DOI: 10.1103/PhysRevE.73.041928.
12. Schiff S.J. Towards model-based control of Parkin- son's disease // Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 2010. V. 368. P. 2269–2308.
13. Ruths J., Taylor P., Dauwels J. Optimal Control of an Epileptic Neural Population Model // Proceedings of the International Federation of Automatic Control. Cape Town, 2014.
14. Tikhonov A.N. On functional equations of Volterra type and their applications to some problems of mathematical physics // Bull. MGU. Sect. A. 1938. V. 8. V. 1–25.
15. Zhukovskiy E.S. Continuous dependence on parameters of solutions to Volterra's equations // Sbornik: Mathematics. 2006. V. 10. P. 1435–1457.

ACKNOWLEDGEMENTS: The present research is supported by Russian Fund for Fundamental Research (Projects № 14-31-50184, № 14-01-97504).

Поступила в редакцию 21 ноября 2014 г.

Бурлаков Е.О., Жуковский Е.С. СУЩЕСТВОВАНИЕ, ЕДИНСТВЕННОСТЬ И НЕПРЕРЫВНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ОТ УПРАВЛЕНИЯ РЕШЕНИЙ ОБОБЩЕННЫХ УРАВНЕНИЙ НЕЙРОННЫХ ПОЛЕЙ.

Изучено нелинейное интегральное уравнение с ограниченным в существенном управлением. Получены условия существования и единственности решения такого уравнения, а также условия непрерывной зависимости решения от управления.

Ключевые слова: нелинейные интегральные уравнения; уравнения нейронных полей; управление; корректность.

Бурлаков Евгений Олегович, Норвежский университет естественных наук, г. Аас, Норвегия, аспирант, e-mail: eb_@bk.ru

Burlakov Evgenii Olegovich, Norwegian University of Life Sciences, Ås, Norway, PhD-candidate, e-mail: eb_@bk.ru

Жуковский Евгений Семенович, Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор, директор института математики, физики и информатики, e-mail: zukovskys@mail.ru

Zhukovskiy Evgeny Semenovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Director of the Institute of Mathematics, Physics and Informatics, e-mail: zukovskys@mail.ru

УДК 517.977.56

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЭВОЛЮЦИОННОЙ СИСТЕМОЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ НА ГРАФЕ

© В.В. Провоторов

Ключевые слова: начально-краевая задача на графе; корректность; оптимизация по стартовым условиям; финальное наблюдение; сопряженная система.

В работе рассматривается задача оптимального управления дифференциальной системой, состояние которой определяется как обобщенное (слабое) решение начально-краевой задачи с распределенными параметрами на графике в пространстве соболевского типа. Воздействие на систему осуществляется в начальный момент времени и является стартовым, наблюдение за состоянием системы осуществляется в конечный момент времени, являясь финальным. Сопряженное состояние системы определяется также обобщенным (слабым) решением начально-краевой задачи с распределенными параметрами на графике с финальным условием. Получены необходимые и достаточные условия существования единственного стартового управления и управляемости дифференциальной системой. Представленные утверждения и результаты носят конструктивный характер и применимы для численного решения рассматриваемых задач оптимального управления.

ВВЕДЕНИЕ

В работе рассматривается случай, когда состояние дифференциальной системы с распределенными параметрами на графике определяется как обобщенное (слабое) решение начально-краевой задачи на графике, воздействие на систему осуществляется в начальный момент времени и является стартовым, наблюдение за состоянием системы осуществляется в конечный момент времени, являясь финальным. При этом рассматривается след функции, описывающей состояние системы на графике при фиксированной временной переменной. Сопряженное состояние системы определяется обобщенным (слабым) решением начально-краевой задачи на графике с финальным условием. Получены условия существования единственного стартового управления и управляемости дифференциальной системой. Работа продолжает исследования, приведенные в [1–3].

1. Основные понятия и утверждения. Все рассмотрения используют произвольный связанный ограниченный ориентированный график, допускающий наличие циклов (петель), при этом сохраняются обозначения, принятые в [4; 5, с. 114]. Обозначим через $\partial\Gamma$ множество граничных ζ , через $J(\Gamma)$ – множество внутренних ξ узлов графа Γ и пусть Γ_0 – объединение всех ребер, не содержащих концевых точек, $\partial\mathcal{R}$ – множество всех граничных ребер (ребер, содержащих граничные узлы $\zeta \in \partial\Gamma$); $\Gamma_T = \Gamma_0 \times (0, T)$ ($\Gamma_t = \Gamma_0 \times (0, t)$), $\partial\Gamma_T = \partial\Gamma \times (0, T)$ ($\partial\Gamma_t = \partial\Gamma \times (0, t)$). Каждое ребро γ графа Γ ориентировано, параметризуется отрезком $[0, 1]$ и параметром $x \in [0, 1]$, граничные узлы параметризованы числом 1. Введем необходимые пространства: $L_p(\Gamma)$ ($p = 1, 2$) – банахово пространство измеримых на Γ_0 функций с конечной нормой $P_u P_{L_p}(\Gamma) = (\int u^p(x) dx)^{1/p}$ (аналогично определяются пространства $L_p(\Gamma_T)$, $p = 1, 2$); $W_2^1(\Gamma)$ – пространство функций из $L_2(\Gamma)$, имеющих обобщенную производную 1-го порядка также из $L_2(\Gamma)$, норма в $W_2^1(\Gamma)$ определяется скалярным произведением

$$(u, v)_{W_2^1(\Gamma)} = \int_{\Gamma} \left(u(x)v(x) + \frac{du(x)}{dx} \frac{dv(x)}{dx} \right) dx; \quad L_{2,1}(\Gamma_T) – пространство функций из $L_1(\Gamma_T)$ с нормой $P_u P_{L_{2,1}}(\Gamma_T) = \int_0^T (\int u^2(x,t) dx)^{1/2} dt$; $W_2^{1,0}(\Gamma_T)$ – пространство функций $u(x,t) \in L_2(\Gamma_T)$, имеющих обобщенную$$

производную 1-го порядка по x , принадлежащую $L_2(\Gamma_T)$, норма в $W_2^{1,0}(\Gamma_T)$ определяется соотношением

$$\text{P}_u \text{P}_{W_2^{1,0}(\Gamma)}^2 = \int_{\Gamma_T} \left(u(x, t)^2 + \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}^2 \right) dx dt.$$

Пусть далее $V_2(\Gamma_T)$ – множество всех функций $u(x, t) \in W_2^{1,0}(\Gamma_T)$, имеющих конечную норму

$$\text{P}_u \text{P}_{V_2(\Gamma_T)} \equiv \max_{0 \leq t \leq T} \|u(x, t)\|_{L_2(\Gamma)} + \left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\|_{L_2(\Gamma)} \quad (1)$$

и сильно непрерывных по t в норме $L_2(\Gamma)$, т. е. таких, что $\|u(x, t + \Delta t) - u(x, t)\|_{L_2(\Gamma)} \rightarrow 0$ при $\Delta t \rightarrow 0$ равномерно на $[0, T]$.

Рассмотрим билинейную форму

$$\ell(\mu, \nu) = \int_{\Gamma} \left(a(x) \frac{d\mu(x)}{dx} \frac{d\nu(x)}{dx} + b(x)\mu(x)\nu(x) \right) dx, \quad (2)$$

коэффициенты $a(x)$, $b(x)$ – фиксированные измеримые ограниченные на Γ_0 функции, суммируемые с квадратом: $a_* \leq a(x) \leq a^*$, $|b(x)| \leq \beta$, $x \in \Gamma_0$ (a_*, a^*, β – фиксированные положительные постоянные). Из леммы 2 [5, с. 72] следует, что в пространстве $W_2^1(\Gamma)$ есть множество Ω функций $u(x) \in C(\Gamma)$ ($C(\Gamma)$ – пространство непрерывных

на Γ функций), удовлетворяющих соотношениям $\sum_{\gamma_j \in R(\xi)} a(1)_{\gamma_j} \frac{du(1)_{\gamma_j}}{dx} = \sum_{\gamma_j \in r(\xi)} a(0)_{\gamma_j} \frac{du(0)_{\gamma_j}}{dx}$ во всех узлах

$\xi \in J(\Gamma)$ (здесь $R(\xi)$ – множество ребер, ориентированных «к узлу ξ », $r(\xi)$ – множество ребер ориентированных «от узла ξ »; через $u(\cdot)_{\gamma}$ обозначено сужение функции $u(\cdot)$ на ребро γ). Замыкание в норме $W_2^1(\Gamma)$ множества функций из Ω обозначим через $W_2^1(a, \Gamma)$. Если при этом элементы $u \in \Omega$ равны нулю во всех узлах $\zeta \in \partial\Gamma$, то получим пространство $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$.

Пусть далее $\Omega_0(a, \Gamma_T)$ – множество функций $u(x, t) \in V_2(\Gamma_T)$, чьи следы определены на сечениях области Γ_T плоскостью $t = t_0$ ($t_0 \in [0, T]$) как функции класса $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ и удовлетворяют соотношениям

$$\sum_{\gamma_j \in R(\xi)} a(1)_{\gamma_j} \frac{\partial u(1, t)_{\gamma_j}}{\partial x} = \sum_{\gamma_j \in r(\xi)} a(0)_{\gamma_j} \frac{\partial u(0, t)_{\gamma_j}}{\partial x} \quad (3)$$

для всех узлов $\xi \in J(\Gamma)$. Замыкание множества $\Omega_0(a, \Gamma_T)$ по норме (1), обозначим через $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$. Если в приведенном определении класс $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ заменить на $W_2^1(a, \Gamma)$, то получим пространство $V_2^{1,0}(a, \Gamma_T)$: $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T) \subset V_2^{1,0}(a, \Gamma_T) \subset W_2^{1,0}(\Gamma_T)$. Другим подпространством пространства $W_2^{1,0}(\Gamma_T)$ является $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ – замыкание в норме $W_2^{1,0}(\Gamma_T)$ множества гладких функций, удовлетворяющих соотношениям (3) для всех узлов $\xi \in J(\Gamma)$ и для любого $t \in [0, T]$, а также равных нулю вблизи $\partial\Gamma_T$. Отличием элементов пространства $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ ($V_2^{1,0}(a, \Gamma_T)$) от элементов $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ является отсутствие у последних

непрерывности по переменной t , соотношение (3) имеет место почти всюду на $(0, T)$. По мере необходимости будут введены другие пространства и их подпространства с интересующими нас свойствами.

В пространстве $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ рассмотрим спектральную задачу $-\frac{d}{dx} \left(a(x) \frac{du(x)}{dx} \right) + b(x)u(x) = \lambda u(x)$, т. е.

множество таких чисел λ , каждому из которых соответствует по крайней мере одно нетривиальное решение $u(x) \in W_{2,0}^1(a, \Gamma)$, удовлетворяющее тождеству $\ell(u, \eta) = \lambda(u, \eta)$ при любом $\eta(x) \in W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ (здесь и всюду ниже через (\cdot, \cdot) обозначено скалярное произведение в $L_2(\Gamma)$). Последнее соотношение выражает тот факт, что $u(x)$ есть обобщенная собственная функция класса $W_2^1(\Gamma)$ задачи

$$-\frac{d}{dx} \left(a(x) \frac{du(x)}{dx} \right) + b(x)u(x) = \lambda u(x), \quad u(x)|_{\partial\Gamma} = 0, \quad (4)$$

а λ – соответствующее ей собственное значение [6–7]. При этом собственные значения вещественные и имеют конечную кратность, их можно занумеровать в порядке возрастания модулей с учетом кратностей: $\{\lambda_n\}_{n \geq 1}$; соответственно нумеруется и множество собственных функций: $\{u_n(x)\}_{n \geq 1}$.

Теорема 1 [6]. Система обобщенных собственных функций $\{u_n(x)\}_{n \geq 1}$ образует ортогональный базис в пространстве $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ (и в пространстве $L_2(\Gamma)$ в силу плотности $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ в $L_2(\Gamma)$).

Замечание. Утверждение теоремы остается справедливым и для спектральной задачи (4), где краевое условие заменено на $\frac{du(x)}{dx} + \sigma u(x)|_{\partial\Gamma} = 0$ (постоянная σ своя для каждого граничного узла графа Γ – см. ниже замечание 2 к теореме 2); обобщенная собственная функция в этом случае принадлежит пространству $W_2^1(\Gamma)$ и удовлетворяет тождеству

$$\ell(u, \eta) + \sum_{\zeta \in \partial\Gamma} \sigma u \eta = \lambda(u, \eta)$$

при любом $\eta(x) \in W_2^1(a, \Gamma)$ (λ – собственное значение).

Далее рассматривается эволюционная задача с распределенными параметрами на графике и ей соответствующие задачи управления в пространствах $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ и $V_2^{1,0}(a, \Gamma_T)$ (пространства состояний): $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ используется при анализе 1-й краевой задачи, $V_2^{1,0}(a, \Gamma_T)$ – 2-й и 3-ей краевых задач. При этом в качестве пространства U допустимых управлений (пространство стартовых условий) используется $L_2(\Gamma)$: $U = L_2(\Gamma)$.

Рассмотрим уравнение в области Γ_T

$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(a(x) \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right) + b(x)y(x, t) = f(x, t), \quad (5)$$

представляющее собой систему дифференциальных уравнений с распределенными параметрами на каждом ребре γ графа Γ . Состояние системы (5) в области $\bar{\Gamma}_T$ определяется решением $y(x, t)$ уравнения (5), удовлетворяющим соотношениям (3), начальным и краевым условиям

$$y|_{t=0} = v(x), \quad x \in \Gamma, \quad (6)$$

$$y|_{x \in \partial\Gamma} = 0, \quad 0 < t < T; \quad (7)$$

выбор функций $v(x)$ в (6) определяет стартовые условия начально-краевой задачи (5) – (7). Предположения относительно функций $a(x)$, $b(x)$ остаются теми же, что и выше; $f(x, t) \in L_{2,1}(\Gamma_T)$, $v(x) \in L_2(\Gamma)$.

Определение 1. Обобщенным (слабым) решением класса $V_2^{1,0}(a, \Gamma_T)$ начально-краевой задачи (5)–(7) называется функция $y(x, t) \in V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$, удовлетворяющая интегральному тождеству

$$\int_{\Gamma} y(x, t)\eta(x, t)dx + \int_{\Gamma_t} \left(-y(x, t) \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} \right) dxdt + \ell_t(y, \eta) = \int_{\Gamma} v(x)\eta(x, 0)dx + \int_{\Gamma_t} f(x, t)\eta(x, t)dxdt \quad (8)$$

для любой $\eta(x, t) \in W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$ и при любом $t \in [0, T]$; $\ell_t(y, \eta)$ – билинейная форма, определенная соотношением

$$\ell_t(y, \eta) = \int_{\Gamma_t} \left(a(x) \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial x} + b(x)y(x, t)\eta(x, t) \right) dxdt.$$

Определение 2. Обобщенным (слабым) решением класса $W_2^{1,0}(a, \Gamma_T)$ начально-краевой задачи (5)–(7) называется функция $y(x, t) \in W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$, удовлетворяющая интегральному тождеству

$$\int_{\Gamma} \left(-y(x, t) \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} \right) dxdt + \ell_T(y, \eta) = \int_{\Gamma} v(x)\eta(x, 0)dx + \int_{\Gamma_t} f(x, t)\eta(x, t)dxdt \quad (9)$$

для любой $\eta(x, t) \in W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$, равной нулю при $t = T$.

Вначале мы покажем разрешимость задачи (5)–(7) в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$, затем докажем, что каждое такое решение фактически принадлежит пространству $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$. Завершим исследование анализом задачи стартового управления системой (5) в пространствах $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$, $V_2^{1,0}(a, \Gamma_T)$.

Теорема 2 [5, с. 120]. Начально-краевая задача (5)–(7) имеет по крайней мере одно обобщенное решение в пространстве $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$. При этом справедлива оценка

$$P|y(x, t)|_{V_2, \Gamma_T} \leq C^* \left(P|v|_{L_2(\Gamma)} + 2P|f|_{L_{2,1}(\Gamma_T)} \right). \quad (10)$$

Замечание 1. Краевое условие (7) может быть неоднородным: $y(x, t) = \phi(x, t)$, $x \in \partial\Gamma$, $0 < t < T$ ($\phi(x, t)|_{x \in \zeta} = \phi_\zeta(t)$ для каждого узла $\zeta \in \partial\Gamma$) и доказательство теоремы дословно повторяет приведенные рассуждения. При этом предварительно вводится новая неизвестная функция $U(x, t) = y(x, t) - \Phi(x, t) \in W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$, удовлетворяющая однородному краевому условию, здесь $\Phi(x, t)$ –

произвольная функция из $L_2(\Gamma_T)$, имеющая обобщенную производную $\frac{\partial \Phi}{\partial x} \in L_2(\Gamma_T)$ и удовлетворяющая (почти всюду) лишь неоднородному краевому условию. Правая часть уравнения (5) для $U(x, t)$ принимает вид

$F(x, t) = f(x, t) - b\Phi - \frac{\partial \Phi_x}{\partial x}$, в правой части соотношения (9) определения 2 для обобщенного решения $U(x, t)$

добавляется слагаемое $-\int_{\Gamma} b(x)\Phi(x, t)\eta(x, t)dxdt + \int_{\Gamma} a(x)\Phi_x(x, t)\eta_x(x, t)dxdt$.

Замечание 2. Утверждение теоремы остается справедливым и для начально-краевой задачи со смешанными краевыми условиями: условие (7) заменяется на

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} + \sigma y(x,t) |_{\partial\Gamma} = 0$$

(постоянная σ своя для каждого граничного ребра γ : $\sigma = \sigma_\gamma$, $\gamma \subset \partial\mathfrak{R}$). Обобщенное решение $y(x,t)$ такой начально-краевой задачи определяется в пространстве $W_2^{1,0}(a, \Gamma_T)$ и удовлетворяет тождеству

$$\int_T \left(-y(x,t) \frac{\partial \eta(x,t)}{\partial t} \right) dx dt + \ell_T(y, \eta) + \sum_{\gamma \in \partial\mathfrak{R}} \sigma_\gamma \int_0^T y(x,t) \eta(x,t) |_{x=1 \in \gamma} dt = \int_{\Gamma} v(x) \eta(x,0) dx + \int_{\Gamma_T} f(x,t) \eta(x,t) dx dt$$

для любой $\eta(x,t) \in W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$, равной нулю при $t = T$; обобщенные собственные функции принадлежат пространству $W_2^1(a, \Gamma)$ и удовлетворяют тождеству, приведенному в замечании к теореме 1.

Покажем далее, что обобщенное решение задачи (5)–(7) является элементом пространства $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$, при каждом фиксированном $t \in [0, T]$ принадлежит пространству $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ и непрерывно зависит от t в норме $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$, а, значит, и в норме $L_2(\Gamma)$.

Для анализа используем метод Фурье и систему обобщенных собственных функций задачи (4), плотную в $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ и ортонормированную в $L_2(\Gamma)$ (теорема 1). Рассмотрим ряд

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n t} u_n(x), a_n = \int_{\Gamma} v(x) u_n(x) dx \quad (11)$$

($\{\lambda_n\}_{n \geq 1}$ – множество собственных значений задачи (4)). Отметим, что сумма любого из его конечных отрезков есть обобщенное решение системы (5), удовлетворяющее краевому условию (7). Дальнейшее заключается в исследовании характера сходимости ряда (11), которое основано на анализе норм $P|y(x,t)|_{L_2(\Gamma)}$, $P|y_t(x,t)|_{L_2(\Gamma)}$ ($t \in [0, T]$):

$$P|y(x,t)|_{L_2(\Gamma)}^2 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 e^{-2\lambda_n t}, P|y_t(x,t)|_{L_2(\Gamma)}^2 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 \lambda_n^2 e^{-\lambda_n t}. \quad (12)$$

В силу $v(x) \in L_2(\Gamma)$ имеем $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = P|v(x)|_{L_2(\Gamma)}^2$ и ряды, стоящие в правых частях (12), равномерно сходятся относительно $t \in [0, T]$. Значит, сумма $y(x,t)$ ряда (11) является обобщенным решением задачи (5)–(7) из пространства $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$. Действительно, из указанной сходимости следует, что функция $y(x,t)$ принадлежит $W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ и удовлетворяет интегральному тождеству (8). Последнее вытекает из следующего: сумма $y^N(x,t)$ первых N членов ряда (11) удовлетворяет этому тождеству с функцией $v(x) = \sum_{n=1}^N a_n u_n(x)$ и в нем можно перейти к пределу при $N \rightarrow \infty$.

Пусть далее, λ_0 такое, что $\lambda_0 < \lambda_0^* = \min\{-\beta, \lambda_1\}$. Для скалярного произведения $[\mu, \nu] = \ell(\mu, \nu) - \lambda_0(\mu, \nu)$ в $L_2(\Gamma)$ получаем $[u_n, u_m] = \ell(u_n, u_m) - \lambda_0(u_n, u_m) = (\lambda_n - \lambda_0)\delta_n^m$ (δ_n^m – символ Кронекера), значит,

$$[y(x,t), y(x,t)] = \sum_{n=1}^{\infty} (\lambda_n - \lambda_0) a_n^2 e^{-2\lambda_n t}. \quad (13)$$

Так как $(\lambda_n - \lambda_0)e^{-2\lambda_n t} \leq \alpha(t)$ ($n = 1, 2, \dots$), где $\alpha(t) = \sup_{\lambda \in [\lambda_0, +\infty)} (\lambda - \lambda_0)e^{-2\lambda n t}$ является ограниченной

функцией на любом отрезке $[\varepsilon, T]$ ($\varepsilon > 0$), то в силу соотношения (13) обобщенное решение $y(x, t)$ есть элемент пространства $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ при любом $t \in (0, T]$ и непрерывно зависит от t в норме $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$. Таким образом, справедлива

Теорема 3. *Обобщенное решение $y(x, t) \in V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ начально-краевой задачи (5)–(7) при любом $t \in (0, T]$ принадлежит пространству $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$ и непрерывно зависит от t в норме $W_{2,0}^1(a, \Gamma)$.*

Задача (5)–(7) не может иметь двух различных решений. Действительно, пусть $y_1, y_2 \in V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ – два различных решения задачи (5)–(7), тогда в силу линейности этой задачи $y = y_1 - y_2 \in V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ – решение ее с нулевыми исходными данными: $f = 0, v = 0$. Отсюда и из неравенства (10) вытекает следующее утверждение:

Теорема 4. *Начально-краевая задача (5)–(7) имеет единственное обобщенное решение $y(x, t) \in V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$, непрерывно зависящее от исходных данных $f(x, t)$ и $v(x)$.*

Замечание. Доказательство единственности обобщенного решения в пространстве $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ ничем не отличается от приведенного выше. При этом следует учесть замечание 2 к теореме 2, а также заменить в определении 1 пространство $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ на $V_2^{1,0}(a, \Gamma_T)$ и соотношение (8) на

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} y(x, t)\eta(x, t)dx + \int_{\Gamma_t} \left(-y(x, t) \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} \right) dxdt + \ell_t(y, \eta) + \\ & + \sum_{\gamma \in \partial \Omega} \sigma_{\gamma} \int_0^t y(x, t)\eta(x, t) |_{x=1 \in \gamma} dt = \int_{\Gamma} v(x)\eta(x, 0)dx + \int_{\Gamma_t} f(x, t)\eta(x, t)dxdt \end{aligned}$$

для любой $\eta(x, t) \in W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$ и при любом $t \in [0, T]$.

Далее для дифференциальной системы (5) рассматривается задача оптимального управления в пространстве состояний, определяемом каждым из пространств $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ и $V_2^{1,0}(a, \Gamma_T)$.

2. Оптимальное управление дифференциальной системой (5). Остановимся на анализе задачи управления в пространстве состояний $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ (анализ в пространстве $V_2^{1,0}(a, \Gamma_T)$ аналогичен). Состояние $y(x, t) \in V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ системы (5), определяемое как обобщенное решение задачи (5)–(7) с начальным условием $v(x) \in U$, очевидно зависит от функции $v(x)$, являющейся стартовым состоянием системы (5)–(7). Поэтому всюду ниже обозначение $y(x, t)$ будет заменено на $y(v)(x, t)$.

Пусть $C : V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T) \rightarrow L_2(\Gamma)$ – линейный непрерывный оператор (оператор наблюдения, $L_2(\Gamma)$ – пространство наблюдений), для определенности будем считать, что наблюдением является $y(v)(x, T)$ ($Cy(v)(x, t) = y(v)(x, T)$), называемое финальным, возможны и иные типы наблюдений; $J(v)$ – функционал, требующий минимизации на выпуклом замкнутом множестве $U_{\partial} \subset U$, имеет вид:

$$J(v) = P y(v)(x, T) - z_0(x) P_{L_2(\Gamma)}^2 + (Nv, v)_U;$$

где $N : U \rightarrow U$ – линейный непрерывный эрмитов оператор, $(Nv, v)_U \geq \varsigma P v P_U$ ($\varsigma > 0$ – фиксированная постоянная); $z_0(x) \in L_2(\Gamma)$ – заданное наблюдение. Присутствие слагаемого $(Nv, v)_U$ в представлении функционала $J(v)$ гарантирует коэрцитивность квадратичной компоненты функционала $J(v)$ [5, с. 158].

Задача оптимального управления. Задача оптимального управления системой (5) состоит в отыскании $\min_{v \in U_{\partial}} J(v)$. Элемент $v^* \in U_{\partial}$ назовем оптимальным управлением системы (5), если он доставляет минимум функционала $J(v)$ на множестве U_{∂} .

Теорема 5. Задача оптимального управления системой (5) по стартовым состояниям $v(x) \in U$ имеет единственное решение $v^* \in U_{\partial}$, т. е.

$$J(v^*) = \min_{v \in U_{\partial}} J(v).$$

Доказательство. В силу утверждения теоремы 4 линейное отображение $v \rightarrow y(v)$ пространства стартовых состояний U в пространство состояний $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ системы (5) непрерывно. Функционал $J(v)$ определяется с помощью двух операторов: 1) оператора $v \rightarrow y(v)$ перехода от стартового состояния v к состоянию $y(v)$ системы (5), 2) оператора $y(v) \rightarrow Cy(v)$ перехода от состояния $y(v)(x, t)$ к наблюдению $Cy(v) = y(v)(x, T)$.

Преобразуем функционал $J(v)$ к следующему виду:

$$J(v) = PC[y(v) - y(0)] + Cy(0) - z_0 P_{L_2(\Gamma)}^2 + (Nv, v)_U = \pi(v, v) - 2l(v) + PCy(0) - z_0 P_{L_2(\Gamma)}^2,$$

где

$$\pi(u, v) = (C[y(v) - y(0)], C[y(v) - y(0)]) + (Nu, v)_U,$$

$$l(v) = (z_0 - Cy(0), C[y(v) - y(0)]).$$

Доказательство завершается применением утверждения теоремы 1.1 [8, с. 13], при этом учитывается очевидное неравенство $PCy(0) - z_0 P_{L_2(\Gamma)}^2 \geq 0$.

Получим соотношения, определяющие управление. Предварительно докажем следующее вспомогательное утверждение для состояний $y(v) \in V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$.

Лемма. Для любых $v, u \in U_{\partial}$ имеет место соотношение

$$y'(u)(v - u) = y(v) - y(u), \quad (14)$$

здесь $y'(u)$ – производная по стартовому состоянию $u(x)$ функции состояния $y(u)(x, t)$.

Доказательство. Из соотношения (8) ($t = T$) для произвольных фиксированных $v, u \in U_{\partial}$ вытекает

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} [y(v)(x, T) - y(u)(x, T)] \eta(x, T) dx + \\ & + \int_{\Gamma_T} \left(-[y(v)(x, t) - y(u)(x, t)] \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} \right) dx dt + \ell_T(y(v) - y(u), \eta) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

для любой $\eta(x, t) \in W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$. С другой стороны, соотношение (8) ($t = T$) дает

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} [y(u + \theta(v - u))(x, T) - y(v)(x, T)] \eta(x, T) dx + \\ & + \int_{\Gamma_T} \left(-[y(u + \theta(v - u))(x, t) - y(v)(x, t)] \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} \right) dx dt + \ell_T(y(u + \theta(v - u)) - y(v), \eta) = 0 \end{aligned}$$

для любой $\eta(x, t) \in W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$. Деля обе части полученного соотношения на θ и вычисляя предел при $\theta \rightarrow 0$, приходим к соотношению

$$\int_{\Gamma} y'(u)(x, T) \eta(x, T) dx + \int_{\Gamma_T} \left(-y'(u)(x, t) [v(x) - u(x)] \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} \right) dx dt + \ell_T(y'(u) [v(x) - u(x)], \eta) = 0 \quad (16)$$

для любой $\eta(x, t) \in W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$.

Сравнивая левые части соотношений (15) и (16), учитывая принадлежность $y'(u)$ пространству $L_2(\Gamma_T)$, плотность $W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$ в пространстве $L_2(\Gamma_T)$ (лемма 1), а также произвольность $\eta \in W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$, получаем соотношение (14). Лемма доказана.

Теорема 6. Для того чтобы элемент $u(x, t) \in U_{\partial}$ был оптимальным управлением системы (5), необходимо и достаточно, чтобы удовлетворялись следующие соотношения

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} y(u)(x, t) \eta(x, t) dx + \\ & + \int_{\Gamma_T} \left(-y(u)(x, t) \frac{\partial \eta_t(x, t)}{\partial t} \right) dx dt + \ell_t(y(u)(x, t), \eta(x, t)) = \int_{\Gamma} u(x) \eta(x, 0) dx + \int_{\Gamma} f(x, t) \eta(x, t) dx dt \\ & (\forall t \in [0, T], \forall \eta(x, t) \in W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} (y(u)(x, T) - z_0(x))(y(v)(x, T) - y(u)(x, T)) dx + \\ & + (Nu, v - u)_U \geq 0 \quad (\forall v \in U_{\partial}), \end{aligned} \quad (18)$$

где $y(u) \in V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$.

Доказательство. В соответствии с утверждением теоремы 1.3 [8, с. 18] требуется показать, что неравенство (18) равнозначно неравенству $J'(u)(v - u) \geq 0$ для любого $v \in U_{\partial}$. Исходя из представления функционала $J(v)$, получим ($Cy(v)(x, t) = y(v)(x, T)$)

$$\begin{aligned} J(u + \theta(v - u)) - J(u) &= (Cy(u + \theta(v - u)) - z_0, Cy(u + \theta(v - u)) - z_0) + (Nu, u + \theta(v - u))_U - \\ &- (Cy(u) - z_0, Cy(u) - z_0) - (Nu, u)_U, \end{aligned}$$

откуда вытекает

$$J(u + \theta(v - u)) - J(u) = (Cy(u + \theta(v - u)) + Cy(u), C[y(u + \theta(v - u)) - y(u)]) - 2(z_0, C[y(u + \theta(v - u)) - y(u)]) + 2(Nu, v - u)_U.$$

Для последнее соотношение на θ , переходя к пределу при $\theta \rightarrow 0$ и учитывая соотношение (14), получаем

$$J'(u)(v - u) = 2(Cy(u) - z_0, C(y(u) - y(v))) + 2(Nu, v - u)_U,$$

откуда и из (18) следует неравенство $J'(u)(v - u) \geq 0$; соотношение (17) очевидно. Теорема доказана.

Введем сопряженное состояние $\omega(v)(x, t)$ системы (5) ($y(u) \in V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$), удовлетворяющее условиям (3) во всех внутренних узлах графа Γ , как обобщенное решение начально-краевой задачи

$$-\frac{\partial \omega(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(a(x) \frac{\partial \omega(x, t)}{\partial x} \right) + b(x) \omega(x, t) = 0, \quad (19)$$

$$\omega|_{t=T} = y(v)(x, T) - z_0(x), \quad x \in \Gamma, \quad (20)$$

$$\omega|_{x \in \partial\Gamma} = 0, \quad 0 < t < T. \quad (21)$$

Определение 3. Обобщенным решением задачи (19)–(21) называется функция $\omega(v)(x, t) \in W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$,

$\omega(v)(x, T) = y(v)(x, T) - z_0(x)$, удовлетворяющая интегральному тождеству

$$-\int_{\Gamma_T} \frac{\partial \omega(v)(x, t)}{\partial t} \zeta(x, t) dx dt + \ell_T(\omega(v), \zeta) = 0, \quad (22)$$

для любых функций $\zeta(x, t) \in W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$.

Преобразуем неравенство (18) с помощью сопряженного состояния $\omega(v)$ системы (5), используя симметричность формы $\ell_T(\mu, v)$ и свойство пространства $W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$ сопряженных состояний $\omega(v)$: на любом сечении Γ_T плоскостью $t = t_0$ ($t_0 \in [0, T]$) существует след функции $\omega(v)(x, t) \in W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$, как элемент $W_{2,0}^1(a, \Gamma) \subset L_2(\Gamma)$, причем этот след непрерывно зависит от $t \in [0, T]$, как от параметра, в норме пространства $L_2(\Gamma)$ [5, с. 117].

Неравенство (18) можно переписать в виде

$$(\omega(v)(x, T), y(v)(x, T) - y(u)(x, T)) + (Nu, v - u)_U \geq 0 \quad \forall v \in U_{\partial}. \quad (23)$$

Пусть $y(v)(x, t)$ – решение (8), $y(u)(x, t)$ – решение (8) при $v = u$, тогда для $\eta(x, t) = \omega(u)(x, t)$

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} ([y(v)(x, T) - y(u)(x, T)] \omega(u)(x, T)) dx - \int_{\Gamma_T} [y(v)(x, t) - y(u)(x, t)] \frac{\partial \omega(u)(x, t)}{\partial t} dx dt + \\ & + \ell_T(y(v) - y(u), \omega(u)) = \int_{\Gamma} [v(x) - u(x)] \omega(u)(x, 0) dx. \end{aligned} \quad (24)$$

Учитывая вытекающее из (17) при $\zeta(x, t) = y(v)(x, t) - y(u)(x, t) \in V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T) \subset W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ равенство нулю выражения $-\int_{\Gamma_T} [y(v)(x, t) - y(u)(x, t)] \frac{\partial \omega(u)(x, t)}{\partial t} dx dt + \ell_T(y(v) - y(u), \omega(u))$, получаем из (24) соотношение

$$\int_{\Gamma} [y(v)(x, T) - y(u)(x, T)] \omega(u)(x, T) dx = \int_{\Gamma} [v(x) - u(x)] \omega(u)(x, 0) dx,$$

приводящее неравенство (23) (значит, и (18)) к виду

$$\int_{\Gamma} [v(x) - u(x)] \omega(u)(x, 0) dx + (Nu, v - u)_U \geq 0 \quad \forall v \in U_{\partial}$$

или в эквивалентной форме ($U = L_2(\Gamma)$) к виду

$$(\omega(u)(x, 0) + Nu, v - u)_{L_2(\Gamma)} \geq 0 \quad \forall v \in U_{\partial}.$$

Таким образом, справедлива

Теорема 7. Пусть множество U_{∂} ограничено. Для того чтобы элемент $u(x) \in U_{\partial}$ был оптимальным управлением системы (5), необходимо и достаточно, чтобы удовлетворялись следующие соотношения:

$$\int_{\Gamma} y(u)(x, t) \eta(x, t) dx + \int_{\Gamma_t} \left(-y(u)(x, t) \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} \right) dx dt + \ell_t(y(u), \eta) = \int_{\Gamma} v(x) \eta(x, 0) dx + \int_{\Gamma_t} f(x, t) \eta(x, t) dx dt \quad (25)$$

для любых $\eta(x, t) \in W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$ и для любых $t \in [0, T]$;

$$-\int_{\Gamma_T} \frac{\partial \omega(u)(x, t)}{\partial t} \zeta(x, t) dx dt + \ell_T(\omega(u), \zeta) = 0,$$

для любых $\zeta(x, t) \in W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$,

$$\int_{\Gamma} (\omega(u)(x, 0) + Nu(x)) (v(x) - u(x)) dx \geq 0$$

для любых $v \in U_{\partial}$. Здесь $y(u) \in V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$, $\omega(u) \in W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$ и $\omega(u)(x, T) = y(u)(x, T) - z_0(x)$.

3. Управляемость системы (5). Приведем определение управляемости системы (5) в редакции, принятой в монографии [8, с. 214].

Определение 4. Система (5), состояние которой определяется как решение начально-краевой задачи (5)–(7), называется управляемой (в момент времени T), если наблюдение $Cy(v) = y(v)(x, T)$ заметает подпространство, плотное в пространстве наблюдений $L_2(\Gamma)$, когда управление v пробегает все пространство управлений U .

Покажем, что рассматриваемая система (5) управляема. Пусть функция $\rho(x)$ из пространства наблюдений $L_2(\Gamma)$ ортогональна к подпространству, заметаемому наблюдением $y(v)(x, T) : \int_{\Gamma} \rho(x) y(v)(x, T) dx = 0$ для любых $v \in U$. Рассмотрим функцию $p(x, t) \in W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$ как обобщенное решение начально-краевой задачи

$$-\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(a(x) \frac{\partial p(x, t)}{\partial x} \right) + b(x) p(x, t) = 0 \quad (26)$$

$$p(x, T) = \rho(x), x \in \Gamma, \quad p|_{x \in \partial \Gamma} = 0, t \in (0, T), \quad (27)$$

т. е. функция $p(x, t)$ ($p(x, T) = \rho(x)$, $x \in \Gamma$) удовлетворяет интегральному тождеству

$$-\int_{\Gamma_T} \frac{\partial p(x, t)}{\partial t} \zeta(x, t) dx dt + \ell_T(p, \zeta) = 0 \quad (28)$$

для любой $\zeta(x, t) \in W_{2,0}^1(a, \Gamma_T)$. Доказательство однозначной разрешимости задачи (26), (27) почти дословно повторяет рассуждения при доказательстве теорем 2 и 4. Положим в соотношении (35)

$$\zeta(x, t) = y(v)(x, t) - y(u)(x, t) \in V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T) \subset W_{2,0}^1(a, \Gamma_T),$$

тогда, учитывая соотношение (28) для $y(v)(x, t)$ и $y(u)(x, t)$ при $t = T$ и $\eta(x, t) = p(x, t)$, получаем

$$\begin{aligned} 0 &= -\int_{\Gamma_T} [y(v)(x, t) - y(u)(x, t)] \frac{\partial p(x, t)}{\partial t} dx dt + \ell_T(y(v) - y(u), p) = \\ &= -\int_{\Gamma} [y(v)(x, T) - y(u)(x, T)] p(x, T) dx + \int_{\Gamma} [v(x) - u(x)] p(x, 0) dx \end{aligned}$$

откуда в силу $p(x, T) = \rho(x)$ вытекает $\int_{\Gamma} [v(x) - u(x)] p(x, 0) dx = 0$ для любых $v(x), u(x) \in U$. Последнее означает, что $p(x, 0) = 0$ и в силу единственности обобщенного решения уравнения (26) с нулевыми исходными данными – $p(x, t) = 0$, значит, как следует из первого соотношения (27), $\rho(x) = 0$ (все равенства здесь понимаются почти всюду). Следовательно, справедлива

Теорема 8. Система (5), состояние которой определяется как обобщенное решение начально-краевой задачи (5)–(7) в пространстве $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$, управляема.

Задача оптимального управления системой (5) в пространстве $V_2^{1,0}(a, \Gamma_T)$ мало чем отличается от таковой в $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$. Все утверждения теорем 5–8 сохраняются: пространство $V_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$ заменяется на $V_2^{1,0}(a, \Gamma_T)$, краевое условие (21) в задаче (19)–(21), определяющей сопряженное состояние системы (5), заменяется на краевое условие, приведенное в замечании 2 к теореме 2, наконец, соотношение (22) в определении 3 принимает вид

$$-\int_{\Gamma_T} \frac{\partial \omega(v)(x, t)}{\partial t} \zeta(x, t) dx dt + \ell_T(\omega(v), \zeta) + \sum_{\gamma \in \partial \mathfrak{R}} \sigma_\gamma \int_0^t y(x, t) \eta(x, t) |_{x=1 \in \gamma} dt = 0,$$

для любых функций $\zeta(x, t) \in W_{2,0}^{1,0}(a, \Gamma_T)$.

4. Заключение. В работе рассмотрен распространенный в приложениях случай стартового управления $v \in U = L_2(\Gamma)$ и финального наблюдения $Cy(v) = y(v)(x, T)$ для дифференциальной системы (5), состояние $y(v)(x, t)$ которой описывается решением начально-краевой задачей (5)–(7). Хотя применение методов демонстрируется для указанных управления и наблюдения, используемые приемы обладают большой общностью и применимы к другим видам управлений и наблюдений, например, граничным [9–11]. В последнем случае $U = L_2(\partial\Gamma_T)$, а состояние системы (5) определяется как обобщенное решение задачи (5)–(7) с краевым условием $y|_{\partial\Gamma} = v$ вместо (7). При этом необходимо рассматривать след функции $y(v)$ на $\partial\Gamma_T$ (или части $\partial\Gamma_T$); сопряженное состояние системы описывается уравнениями, задаваемыми как на Γ_T , так и на $\partial\Gamma_T$. Следует отметить, что в работах [12–14] рассмотрены другие подходы при анализе прикладных задач управления и родственных им задач оптимизации [15, 16], имеющие, однако, аналогичную трактовку (в терминах сопряженного состояния) условий существования оптимального управления. Отметим также, что изучаемая задача допускает в представлении уравнения (5) особенности в виде стохастической компоненты [17] и разрывной нелинейности [18–20].

ЛИТЕРАТУРА

- Подвальный С.Л., Провоторов В.В. Оптимизация по стартовым условиям параболической системы с распределенными параметрами на графе // Системы управления и информационные технологии. 2014. Т. 58. № 4. С. 70–74.
- Подвальный С.Л., Провоторов В.В. Определение стартовой функции в задаче наблюдения параболической системы с распределенными параметрами на графике // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2014. Т. 10. № 6. С. 29–35.
- Провоторов В.В., Гнилицкая Ю.А. Граничное управление волновой системой в пространстве обобщенных решений на графике // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10: Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2013. № 3. С. 112–120.
- Волкова А.С., Гнилицкая Ю.А., Провоторов В.В. О разрешимости краевых задач для уравнений параболического и гиперболического типов на геометрическом графике // Системы управления и информационные технологии. 2013. Т. 51. № 1. С. 11–15.
- Провоторов В.В., Волкова А.С. Начально-краевые задачи с распределенными параметрами на графике. Воронеж, 2014. 188 с.
- Волкова А.С., Провоторов В.В. Обобщенные решения и обобщенные собственные функции краевых задач на геометрическом графике // Известия высших учебных заведений. Математика. 2014. № 3. С. 3–18.
- Провоторов В.В. Разложение по собственным функциям задачи Штурма–Лиувилля на графике-пучке // Известия высших учебных заведений. Математика. 2008. № 3. С. 59–62.
- Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными / пер. с фр. Н. Х. Розова; под ред. Р.В. Гамкрелидзе. М.: Мир, 1972. 414 с.
- Провоторов В.В. Оптимальное управление параболической системой с распределенными параметрами на графике // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10: Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2014. № 3. С. 154–163.
- Volkova A.S., Gnilitskaya Yu.A., Provotorov V.V. On the Solvability of Boundary-Value Problems for Parabolic and Hyperbolic Equations on Geometrical Graphs // Automation and Remote Control. 2014. Т. 75. № 2. С. 405–412.
- Provotorov V.V. Boundary control of a parabolic system with distributed parameters on a graph in the class of summable functions // Automation and Remote Control. 2015. Т. 76. № 2. С. 318–322.
- Александров А.Ю., Жабко А.П. Об асимптотической устойчивости решений нелинейных систем с запаздыванием // Сибирский математический журнал. 2012. Т. 53. № 3. С. 495–508.
- Александров А.Ю., Жабко А.П. Об асимптотической устойчивости решений одного класса систем нелинейных дифференциальных уравнений с запаздыванием // Известия высших учебных заведений. Математика. 2012. № 5. С. 3–12.
- Александров А.Ю., Жабко А.П. Об устойчивости решений одного класса нелинейных систем с запаздыванием // Автоматика и телемеханика. 2006. № 9. С. 3–14.
- Веремей Е.И., Корчанов В.М. Многоцелевая стабилизация динамических систем одного класса // Автоматика и телемеханика. 1988. № 9. С. 126–137.
- Бокова Я.М., Веремей Е.И. Вычислительные аспекты спектрального метода Н-оптимального синтеза // Известия РАН. Теория и системы управления. 1995. № 4. С. 88–96.
- Карелин В.В. Штрафные функции в задаче управления процессом наблюдения // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10: Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2010. № 4. С. 109–114.
- Потапов Д.К. Оптимальное управление распределенными системами эллиптического типа высокого порядка со спектральным параметром и разрывной нелинейностью // Известия РАН. ТиСУ. 2013. № 2. С. 19–24.

19. Приворотов В.В. Метод моментов в задаче гашения колебаний дифференциальной системы на графе // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10: Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2010. № 2. С. 60-69.
20. Kamachkin A.M., Yevstafyeva V.V. Oscillations in a relay control system at an external disturbance // Control Applications of Optimization 2000: Proceedings of the 11th IFAC Workshop. 2000. V. 2. P. 459-462.

Поступила в редакцию 20 января 2015 г.

Provotorov V.V. OPTIMUM CONTROL OF EVOLUTION SYSTEM OF PARABOLIC TYPE WITH DISTRIBUTED PARAMETERS ON THE GRAPH

The problem of optimal control of a differential system whose state is defined as a generalized (weak) solution of the initial-boundary value problem with distributed parameters on the graph in the space of Sobolev type is considered. The influence on the system is carried out at the initial time and is starting, monitoring of the system status is carried out at the final time, and is final. Adjoint state of the system is also defined as a generalized (weak) solution of the initial-boundary value problem with distributed parameters on the graph with the final condition. Necessary and sufficient conditions for the existence of a unique start control and manageability of differential system are obtained. The adduced allegations and the results are constructive and useful for the numerical solution of optimal control problems under consideration.

Key words: initial-boundary value problem on a graph; correctness; optimization by the starting conditions; final observation; adjoint system.

Приворотов Вячеслав Васильевич, Воронежский государственный университет, г. Воронеж, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, e-mail: wwprov@mail.ru

Provotorov Vyacheslav Vasilievich, Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor of Equations in Specific Derivatives and Theory of Probability Department, e-mail: wwprov@mail.ru

УДК 519.711.3

КЛАССИЧЕСКИЙ И КВАНТОВЫЙ ПОДХОД В ИССЛЕДОВАНИИ НЕЛИНЕЙНОЙ ГАМИЛЬТОНОВОЙ СИСТЕМЫ

© Н.Н. Чеканова, И.К. Кириченко, В.Е. Богачев, Н.А. Чеканов

Ключевые слова: гамильтонова система; нормализация Биркгофа–Густавсона; квантование; компьютерное моделирование.

Приведены результаты исследования автономной двумерной гамильтоновой системы в классическом и квантовом подходах. Показано, что в этой системе даже при наличии областей с отрицательной гауссовой кривизной отсутствует динамический хаос при классическом рассмотрении. При определенных значениях параметров в классической функции Гамильтона найден интеграл движения. Эти результаты подтверждаются проведенными численными расчетами сечений Пуанкаре. Получена классическая нормальная форма Биркгофа–Густавсона, а также ее квантовый аналог согласно правилу квантования Вейля. На основе этого квантового аналога получены приближенные формулы для вычисления энергетического спектра нижайших состояний для локального минимума, расположенного в начале координат.

1. Общая постановка задачи. Анализ публикаций по теме исследования

В настоящее время усилия ученых направлены на исследования различных явлений, которые описываются нелинейными дифференциальными уравнениями или их системами. Это связано с тем, что их описание при помощи нелинейных дифференциальных уравнений является более адекватным по сравнению с их анализом в теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений [1].

В настоящее время найти решение нелинейных дифференциальных уравнений и их систем в явном виде через известные элементарные или специальные функции есть задача нерешенная. Кроме того, подавляющее число нелинейных дифференциальных уравнений, несмотря на выполнение условий существования и единственности решений, допускают т. н. детерминированный или динамический хаос, открытый А. Пуанкаре еще в позапрошлом столетии [2].

Наиболее часто используемыми для описания реальных физических систем является гамильтонов формализм. Кстати говоря, что интересно, любую систему обыкновенных дифференциальных уравнений можно записать в гамильтоновом виде [3]. Методов предсказания динамического хаоса по виду функции Гамильтона к настоящему времени не существует. Тем не менее имеются различные критерии, которые позволяют предсказать существование динамического хаоса [4]. Одним из таких критериев является критерий отрицательной гауссовой кривизны [5–6]. Следует отметить, что этот критерий является ни необходимым, ни достаточным, но во многих случаях существование хаоса по виду функций Гамильтона он хорошо предсказывает [7].

Еще более интригующим вопросом является вопрос о квантовом проявлении динамического хаоса в системах, которые при классическом описании допускают хаотический режим движения [8].

2. Цель статьи

В настоящей работе сообщается о результатах, которые получены для одной, предложенной нами, консервативной двумерной гамильтоновой системы с тремя произвольными параметрами. Для этой системы при определенных условиях на параметры существует дополнительный интеграл движения, кроме полной энергии, т. е. система является интегрируемой. Также получена нормальная форма Биркгофа–Густавсона, которая позволяет приблизенно исследовать решения исходной неинтегрируемой системы. Как известно [9], в этих случаях использование нормальной формы Биркгофа–Густавсона позволяет достаточно удовлетворительно аналитически описывать сечений Пуанкаре.

На основе классической нормальной формы Биркгофа–Густавсона в соответствии с правилом Вейля получен ее квантовый аналог. Найдены приближенные формулы для нижайших уровней энергии в центральном минимуме.

3. Основная часть

3.1. Классическое рассмотрение

В работе рассмотрена двумерная система с функцией Гамильтона

$$H = \frac{1}{2} (p_1^2 + p_2^2) + V(q_1, q_2), \quad (1a)$$

$$V(q_1, q_2) = \frac{1}{2} (q_1^2 + q_2^2) + b \left(q_1^2 q_2 + \frac{1}{3} q_2^3 \right) + c q_1^2 q_2^2 + d (q_1^2 + q_2^2)^2, \quad (1b)$$

где b, c, d – параметры.

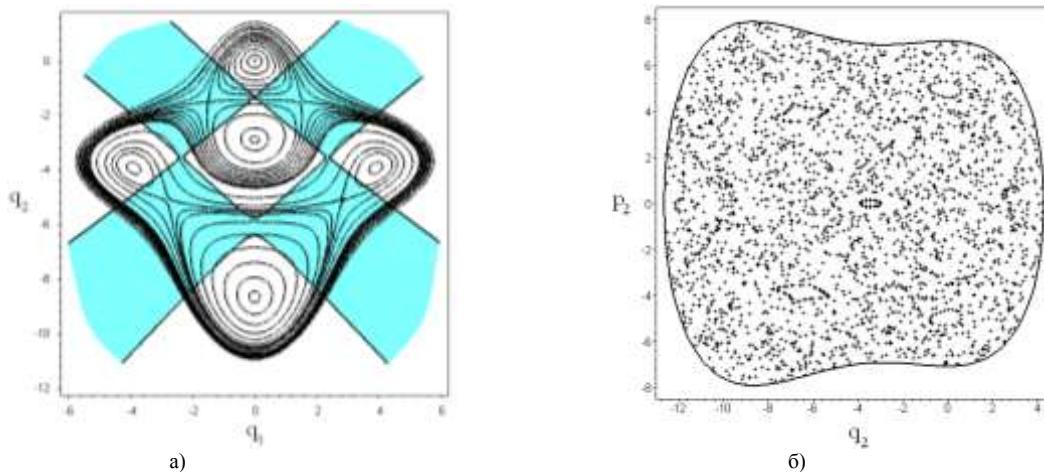


Рис. 1. а) изолинии ППЭ и области с отрицательной ГК (затемненная область) при параметрах: $d = 1/100$, $b = 4\sqrt{3}/15$, $c = 17/375$; б) сечения Пуанкаре

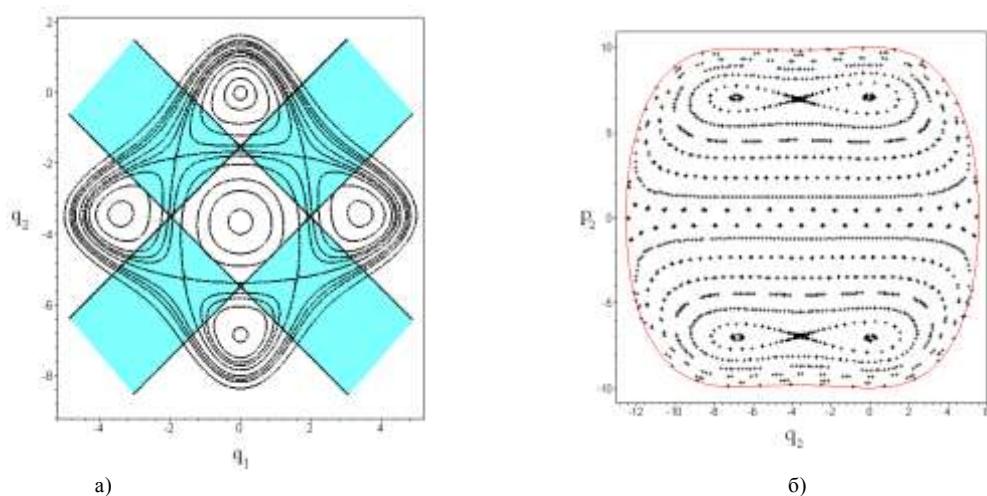


Рис. 2. а) изолинии ППЭ и области с отрицательной ГК (затемненная область) при параметрах: $b = 0,420$, $d = 0,01$; б) сечения Пуанкаре

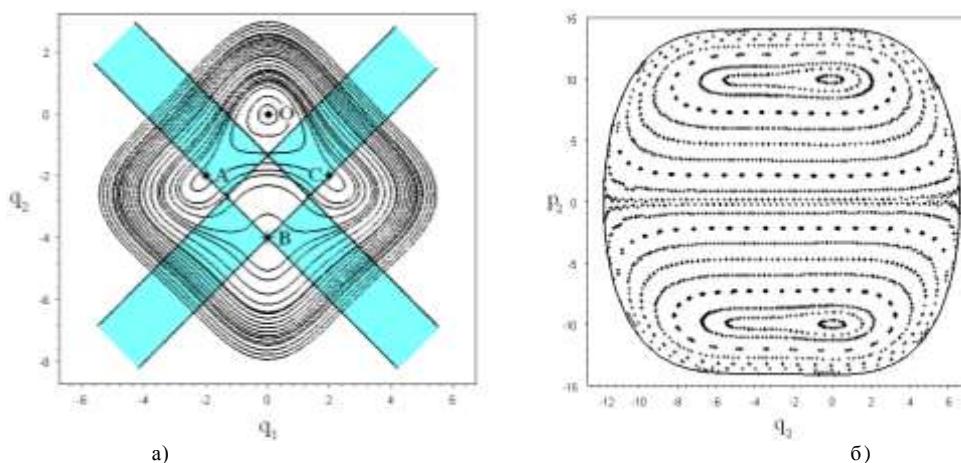


Рис. 3. а) изолинии ППЭ и области с отрицательной ГК (затемненная область) при параметрах: $b = 1/2$, $d = 1/64$; ($c = 4d$); б) сечения Пуанкаре

Поверхность потенциальной энергии $V(q_1, q_2)$ (ППЭ) имеет сложный рельеф, четыре минимума, четыре Седловых точки и один максимум при произвольных значениях параметров (рис. 1). При произвольных значениях параметров реализуется хаотический режим движения.

При условии $c = 4d$ нами был найден второй, кроме полной энергии, интеграл движения

$$I = p_1 p_2 + q_1 q_2 + b \left(q_1 q_2^2 + \frac{1}{3} q_1^3 \right) + 4d q_1 q_2 (q_1^2 + q_2^2). \quad (2)$$

В случае интегрируемости ($c = 4d$) ППЭ имеет, тем не менее, области с отрицательной гауссовой кривизной (рис. 2).

Проведенный анализ показывает, что исследуемая нами система отличается от изученных в литературе систем тем, что: 1) несмотря на наличие отрицательной гауссовой кривизны на ППЭ, она при условии $c = 4d$ является интегрируемой; 2) в широком диапазоне параметров стационарные точки квадратичной части ППЭ являются вырожденными, т. е. ее одно или оба собственные значения равны нулю (рис. 3, точки A, C и B).

В работе получена нормальная форма Биркгофа–Густавсона для гамильтоновой функции (1) в результате канонических преобразований $(p, q \rightarrow \xi, \eta)$, а затем еще одних $(\xi, \eta \rightarrow Q, P)$ с валентностью, равной мнимой единице [10]:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= 1/2i(-Q_1 + Q_2 + P_1 - P_2), \quad \xi_2 = 1/2(Q_1 + Q_2 + P_1 + P_2), \\ \eta_1 &= 1/2(Q_1 - Q_2 + P_1 - P_2), \quad \eta_2 = 1/2i(Q_1 + Q_2 - P_1 - P_2). \end{aligned} \quad (3)$$

С помощью программы [11] получена нормальная форма Биркгофа–Густавсона, которую представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} -iG_6 = \Psi_0 + C_{41}\Psi_0^2 + 4C_{42}\Psi_1^2 + 4C_{43}\Psi_2^2 + C_{61}\Psi_0^3 - 8C_{62}\Psi_3^3 - 2C_{63}\Psi_0^2\Psi_3 + 4C_{64}\Psi_1^2\Psi_0 - 8C_{65}\Psi_1^2\Psi_3 + \\ + 4C_{66}\Psi_2^2\Psi_0, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} C_{41} &= 3/2d - \frac{5}{12}b^2, \quad C_{42} = -\frac{5}{12}b^2 + 3/8c, \quad C_{43} = -\frac{d}{2} + \frac{c}{8}, \quad C_{61} = -\frac{235}{432}b^4 + \frac{173}{36}b^2d + \frac{13}{36}b^2c - \frac{17}{4}d^2, \\ C_{62} &= -2/9b^2d + 1/18b^2c, \quad C_{63} = -\frac{11}{9}b^2d + \frac{11}{36}b^2c, \quad C_{64} = -\frac{17}{64}c^2 + \frac{277}{36}b^2d + \frac{199}{72}b^2c - \frac{235}{144}b^4 - \frac{17}{8}cd, \\ C_{65} &= \frac{11}{9}b^2d - \frac{11}{36}b^2c, \quad C_{66} = 9/4d^2 - 1/2cd - \frac{1}{64}c^2 - 1/36b^2d + \frac{1}{144}b^2c. \end{aligned} \quad (5)$$

В выражении (4) введены следующие функции:

$$\Psi_0 = Q_1 P_1 + Q_2 P_2, \quad \Psi_1 = \frac{i}{2}(Q_1 P_2 - Q_2 P_1), \quad \Psi_2 = \frac{1}{2}(Q_1 P_1 - Q_2 P_2), \quad \Psi_3 = \frac{1}{2}(Q_1 P_2 + Q_2 P_1),$$

для которых выражения для скобок Пуассона следующие:

$$\{\Psi_0, \Psi_\lambda\} = 0, \quad \lambda = 1, 2, 3. \quad (6)$$

Из результатов для скобок Пуассона (6) непосредственно следует, что нормальная форма G_6 описывает интегрируемую систему, т. е. G_6 является интегрируемым приближением для, в общем, неинтегрируемой исходной системы, причем выполняется тождество

$$\Psi_1^2 + \Psi_2^2 + \Psi_3^2 = \frac{1}{4}\Psi_0^2. \quad (7)$$

Имеют место также соотношения

$$\{\Psi_1, \Psi_2\} = i\Psi_3, \quad \{\Psi_2, \Psi_3\} = i\Psi_1, \quad \{\Psi_3, \Psi_1\} = i\Psi_2, \quad (8)$$

которые коротко можно записать в виде

$$\{\Psi_\lambda, \Psi_\mu\} = i\varepsilon_{\lambda\mu\nu}, \quad \lambda, \mu, \nu = 1, 2, 3, \quad (9)$$

где $\varepsilon_{\lambda\mu\nu}$ – полностью антисимметричный тензор третьего ранга (символ Леви–Чивиты).

3.2. Квантовое рассмотрение

Для получения квантового аналога нормальной форму (4) представим в виде

$$\begin{aligned} G_6 &= G^{(2)} + G^{(4)} + G^{(6)}, \quad G^{(2)} = Q_1 P_1 + Q_2 P_2, \quad G^{(4)} = C_{41} (Q_1^2 P_1^2 + Q_2^2 P_2^2 + 2Q_1 P_1 Q_2 P_2) + C_{42} \left(\begin{array}{l} -Q_1^2 P_2^2 - Q_2^2 P_1^2 + \\ + 2Q_1 P_2 Q_2 P_1 \end{array} \right) + \\ &\quad + C_{43} (Q_1^2 P_1^2 + Q_2^2 P_2^2 - 2Q_1 P_1 Q_2 P_2), \\ G^{(6)} &= C_{61} (Q_1^3 P_1^3 + Q_2^3 P_2^3 + 3Q_1^2 P_1^2 Q_2 P_2 + 3Q_1 P_1 Q_2^2 P_2^2) + C_{62} (-Q_2^3 P_1^3 - Q_1^3 P_2^3 - 3Q_1^2 P_2^2 P_1 Q_2 - 3Q_1 P_2 Q_2^2 P_1^2) + \\ &\quad + C_{63} \left(\begin{array}{l} -Q_1^3 P_1^2 P_2 - Q_1^2 P_1^3 Q_2 - Q_2^2 P_2^3 Q_1 - Q_2^3 P_2^2 P_1 - \\ - 2Q_1^2 P_2^2 P_1 Q_2 - 2Q_1 P_2 Q_2^2 P_1^2 \end{array} \right) + C_{64} \left(\begin{array}{l} -Q_1^2 P_1^2 P_2^2 - Q_1^2 P_2^3 Q_2 - Q_2^2 P_1^3 Q_1 - Q_2^3 P_1^2 P_2 + \\ + 2Q_1^2 P_2 Q_2 P_1^2 + 2Q_1 P_2^2 Q_2^2 P_1 \end{array} \right) + \\ &\quad + C_{65} (Q_1^3 P_2^3 + Q_2^3 P_1^3 - Q_1^2 P_2^2 Q_2 P_1 - Q_1 P_2 Q_2^2 P_1^2) + C_{66} (Q_1^3 P_1^3 + Q_2^3 P_2^3 - Q_1^2 P_1^2 Q_2 P_2 - Q_1 P_1 Q_2^2 P_2^2). \end{aligned} \quad (10)$$

Как известно, переход от классического описания к квантовому является неоднозначным. Имеются различные правила соответствия [12]. В настоящей работе получение квантового аналога классической функции Гамильтона (4) проводим в соответствии с правилом Вейля:

$$\begin{aligned} W \{ Q_v^m \cdot P_v^n = P_v^n \cdot Q_v^m \} &= \dots, \quad v = 1, 2. \\ &= \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} \hat{P}_v^k \cdot Q_v^m \cdot P_v^{n-k}, \end{aligned} \quad (11)$$

Далее, используя соответствие между классическими канонически сопряженными переменными и их квантовыми операторами

$$Q_v \rightarrow \hat{Q}_v^+, \quad P_v \rightarrow \hat{P}_v \quad (12a)$$

и правилом коммутации

$$\hat{Q}_\mu \hat{Q}_v^+ - \hat{Q}_v^+ \hat{Q}_\mu = \delta_{\mu\nu}, \quad \mu, v = 1, 2, \quad (12b)$$

где $\delta_{\mu\nu}$ – символ Кронекера, по правилу Вейля (11) находим квантовый аналог нормальной формы Биркгофа–Густавсона в степенном приближении $S_{\max} = 6$ по произведению операторов \hat{Q}_v^+ и Q_μ степени $S_{\max} = 6$, который представим в виде следующей суммы

$$\hat{\Gamma}_6 = \hat{\Gamma}_{diag} + \hat{\Gamma}_{nondiag}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_{diag} &= \hat{Q}_1^+ \hat{Q}_1 + \hat{Q}_2^+ \hat{Q}_2 + 1 + C_{41} \left[\begin{array}{l} (\hat{Q}_1^+ \hat{Q}_1 + \hat{Q}_2^+ \hat{Q}_2 + 1)^2 \\ + 1/2 \end{array} \right] + C_{42} (\hat{Q}_1^+ \hat{Q}_1 + \hat{Q}_2^+ \hat{Q}_2 + 2\hat{Q}_1^+ \hat{Q}_1 \cdot \hat{Q}_2^+ \hat{Q}_2 + 1/2) + \\ &\quad + C_{43} (\hat{Q}_1^+ \hat{Q}_1 + \hat{Q}_2^+ \hat{Q}_2 + 2\hat{Q}_1^+ \hat{Q}_1 \cdot \hat{Q}_2^+ \hat{Q}_2 + 1/2) + C_{43} \left[(\hat{Q}_1^+ \hat{Q}_1 - \hat{Q}_2^+ \hat{Q}_2)^2 + 1/2 \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +C_{61}\left[\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1+\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2\right)^3+3\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1+\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2\right)^2+5\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1+\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2\right)+3\right]+ \\
& +C_{64}\left[\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1+\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2+1\right)\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1+\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2+1\right)\right. \\
& \left.+2\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1\cdot\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2\right]+C_{66}\left[\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1+\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2+1\right)\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1-\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2\right)^2+\right. \\
& \left.+\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1+\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2+1\right]
\end{aligned} \tag{14a}$$

$$\begin{aligned}
\hat{\Gamma}_{nondiag} = & -C_{42}\left(\hat{Q}_1^{+2}\hat{Q}_2^2+\hat{Q}_2^{+2}\hat{Q}_1^2\right)-C_{62}\left[6\hat{Q}_1^+\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1\right)\cdot\hat{Q}_2^+\left(\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2\right)+\right. \\
& \left.+3\hat{Q}_1^+\cdot\hat{Q}_2^+\left(\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2\right)+3\hat{Q}_2^+\cdot\hat{Q}_1^+\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1\right)+\hat{Q}_1^{+3}\hat{Q}_2^3+\hat{Q}_2^{+3}\hat{Q}_1^3\right]+ \\
& -C_{63}\left[\hat{Q}_1^+\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1+1\right)^2\cdot\hat{Q}_2+\hat{Q}_2^+\left(\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2+1\right)^2\cdot\hat{Q}_1+1/2\cdot\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_2+\hat{Q}_2^+\hat{Q}_1\right)+\right. \\
& \left.+\hat{Q}_1^+\hat{Q}_2^+\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1+\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2+1\right)^2+2\hat{Q}_1^+\hat{Q}_2^+\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1\cdot\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2\right)\right]-C_{64}\left[\hat{Q}_1^{+2}\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1+3/2\right)\hat{Q}_2^2+\right. \\
& \left.+\hat{Q}_2^{+2}\left(\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2+3/2\right)\hat{Q}_1^2+\hat{Q}_1^{+2}\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1\right)\hat{Q}_2^{+2}+\hat{Q}_2^{+2}\left(\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2\right)\hat{Q}_1^{+2}+\hat{Q}_1^{+2}\hat{Q}_2^{+2}\right]+ \\
& +C_{65}\left[\hat{Q}_1^{+3}\hat{Q}_2^3+\hat{Q}_2^{+3}\hat{Q}_1^3-2\hat{Q}_1^+\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1\right)\cdot\hat{Q}_2^+\left(\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2\right)-\hat{Q}_1^+\hat{Q}_2^+\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1+\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2\right)\right].
\end{aligned} \tag{14b}$$

В приближении $S_{\max} = 4$ приближенный квантовый аналог исходной функции Гамильтона (1) принимает вид

$$\begin{aligned}
\hat{G}_4 = & \hat{Q}_1^+\hat{Q}_1+\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2+1+C_{41}\left[\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1+\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2+1\right)^2+1/2\right]+C_{42}\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1+\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2+2\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1\cdot\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2+1/2\right)+ \\
& +C_{43}\left[\left(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1-\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2\right)^2+1/2\right]-C_{42}\left(\hat{Q}_1^{+2}\hat{Q}_2^2+\hat{Q}_2^{+2}\hat{Q}_1^2\right),
\end{aligned} \tag{15}$$

который в интегрируемом случае $c=4d$ классических уравнений движения также вследствие резонанса 1:1 содержит недиагональный член (последнее слагаемое в выражении (15)).

В результате проведенного выше квантования получаем уравнение Шредингера

$$\hat{G}_6|E\rangle=E|E\rangle, \tag{16}$$

которое в нашем приближенном подходе соответствует исходной классической гамильтоновой системе (1). Здесь в обозначениях Дирака $|E\rangle$ – вектор состояния квантовой системы с энергией, равной E . Для его решения можно использовать собственные функции и значения изотропного двумерного осциллятора [10] с гамильтонианом, равным

$$\hat{G}_2=\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1+\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2+1. \tag{17}$$

Легко убедиться, что каждое собственное состояние изотропного двумерного осциллятора (17), кроме основного состояния, $(N+1)$ -кратно вырождено.

Введя основное (вакуумное) состояние

$$\hat{Q}_1|0,0\rangle=\hat{Q}_2|0,0\rangle=0, \tag{18}$$

получим следующий ортонормированный базис

$$|N,L\rangle=\left[\left(\frac{N+L}{2}\right)!\cdot\left(\frac{N-L}{2}\right)!\right]^{-\frac{1}{2}}\hat{Q}_2^{\left(\frac{N-L}{2}\right)}\hat{Q}_1^{\left(\frac{N+L}{2}\right)}|0,0\rangle, \tag{19}$$

где N – главное квантовое число, $N=0,1,2,3,\dots$, а L – орбитальное квантовое число, которое при заданном значении N принимает следующие значения: $L=\pm N, \pm(N-2), \pm(N-4), \dots, 1$ (или 0). Используя определение основного состояния (18) и правило коммутации (12), получим следующие соотношения:

$$\begin{aligned}\hat{Q}_1^+|N,L\rangle &= \sqrt{\frac{N+L+2}{2}}|N+1,L+1\rangle, \quad \hat{Q}_2^+|N,L\rangle = \sqrt{\frac{N-L+2}{2}}|N+1,L-1\rangle, \\ \hat{Q}_1^-|N,L\rangle &= \sqrt{\frac{N+L}{2}}|N-1,L-1\rangle, \quad \hat{Q}_2^-|N,L\rangle = \sqrt{\frac{N-L}{2}}|N-1,L+1\rangle.\end{aligned}\quad (20)$$

Из соотношений (20) непосредственно следуют выражения:

$$\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1^-|N,L\rangle = \left(\frac{N+L}{2}\right)|N,L\rangle, \quad \hat{Q}_2^+\hat{Q}_2^-|N,L\rangle = \left(\frac{N-L}{2}\right)|N,L\rangle, \quad (21)$$

т. е. векторы $|N,L\rangle$ являются собственными для операторов $(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1)^k$ и $(\hat{Q}_2^+\hat{Q}_2)^k$, $k=1,2,3,\dots$. Абстрактный вектор состояния $|N,L\rangle$ в представлении полярных координат $u(r,\phi) = \langle r, \phi | N, L \rangle$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$(\hat{Q}_1^+\hat{Q}_1 + \hat{Q}_2^+\hat{Q}_2 + 1)u(r,\phi) = \lambda \cdot u(r,\phi), \quad (22)$$

где

$$\hat{Q}_{1,2}^\pm = \mp \frac{i}{2} \exp(\mp i\phi) \left(\frac{\partial}{\partial r} \mp \frac{\partial}{\partial \phi} - r \right), \quad \hat{Q}_{1,2}^\pm = \mp \frac{i}{2} \exp(\pm i\phi) \left(\frac{\partial}{\partial r} \pm \frac{\partial}{\partial \phi} + r \right), \quad (23)$$

а λ – собственные значения.

В предположении, что собственная функция $u(r,\phi)$ представима в виде

$$u(r,\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-iL\phi) \cdot R(r), \quad (24)$$

для радиальной функции $R(r)$ получаем следующее обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left(2\lambda - r^2 - \frac{L^2}{r^2} \right) R = 0,$$

которое при замене $R = r^{|L|} \exp(r^2/2) y(r)$ приводит к уравнению

$$\frac{d^2y}{dr^2} + \left(\frac{2|L|}{r} - 2r + \frac{1}{r} \right) \frac{dy}{dr} - (2|L| - 2\lambda + 2)y = 0,$$

а после замены $x = r^2$ приходим к уравнению Куммера [13]

$$x \frac{d^2y}{dx^2} + (|L| + 1 - x) \frac{dy}{dx} - \frac{1}{2} (|L| - \lambda + 1)y = 0. \quad (25)$$

Решением уравнения Куммера является следующий гипергеометрический ряд

$$y(x) = M(a, b, x) = 1 + \frac{a}{b} \frac{x}{1!} + \frac{a(a+1)}{b(b+1)} \frac{x^2}{2!} + \frac{a(a+1)(a+2)}{b(b+1)(b+2)} \frac{x^3}{3!} + \dots, \quad (26)$$

где

$$2a = |L| + 1 - \lambda, \quad b = |L| + 1.$$

Исходя из физических соображений, согласно которым функция $y(x)$ должна быть конечной, полагаем, что $a = -n$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. Тогда гипергеометрический ряд обрывается, превращаясь в полином, а числовая величина λ должна принимать только дискретный ряд значений $\lambda = 2n + |L| + 1$ или $\lambda = N + 1$, где $N = 2n + |L|$, $N = 0, 1, 2, 3, \dots$.

После известных стандартных вычислений можно получить следующий ортонормированный базисный набор функций $u(r, \phi)$ для квантового изотропного двумерного осциллятора

$$u_{NL}(r, \phi) = \frac{i^N}{L!} \frac{\exp(-iL\phi)}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{[(N+L)/2]!}{[(N-L)/2]!}} \times r^L \exp\left(-\frac{r^2}{2}\right) M(a, b, r^2), \quad (27a)$$

$$a = -\left(\frac{N-L}{2}\right), \quad b = |L| + 1, \quad (27b)$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\infty u_{N'L'}(r, \phi) r^2 dr d\phi = \delta_{NN'} \delta_{LL'}. \quad (27c)$$

Вычислив матричные элементы квантового аналога $\langle N', L' | N, L \rangle$ классической нормальной формы, в общем, в произвольном приближении по степеням переменных S_{\max} , можно, например, методом диагонализации найти решение уравнения Шредингера (16), т. е. найти приближенные волновые функции и соответствующий приближенный энергетический спектр с определенным учетом нелинейных членов в исходной классической функции Гамильтона и для конкретной «потенциальной ямы» (локального минимума на ППЭ).

Однако в предлагаемом подходе эти результаты приближенно равны только для энергий, не превышающих энергию потенциальной энергии в соседней к данному локальному минимуму, а также они никак не учитывают эффекты квантового туннелирования между многими локальными минимумами, которые имеются при произвольных значениях параметров в исследуемой классической системе, описываемой функцией Гамильтона (1). Найти явное аналитическое решение как в классическом случае для системы с функцией Гамильтона (1), так и при ее точном представлении оператором Шредингера

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_2^2} \right) + \frac{1}{2} (q_1^2 + q_2^2) + b \left(q_1^2 q_2 + \frac{1}{3} q_2^3 \right) + c q_1^2 q_2^2 + d (q_1^2 + q_2^2)^2 \quad (28)$$

не представляется возможным. Также прямые численные расчеты даже с применением современных достаточно мощных компьютеров сталкиваются с трудностью решения задач на собственные значения, например, тщательно разработанными программными пакетами на основе метода диагонализации, какой является и задача интегрирования уравнения Шредингера для двух и более переменных.

Одна из трудностей связана с тем, что волновая функция между двумя локальными минимумами принимает значения очень близкие к нулю, поэтому из-за ограниченных возможностей современных электронных вычислительных устройств неизбежно наступает потеря значащих цифр, а в итоге невозможность решения задачи.

Как нам кажется, одним из перспективных направлений в решении уравнения Шредингера является метод самосогласованного базиса [14], который есть модификация известного метода Канторовича [15] на случай задачи на собственные значения на бесконечном интервале. Методом самосогласованного базиса достаточно успешно найдено решение уравнения Шредингера, ППЭ которого имеет много минимумов [16].

Тем не менее метод нормальных форм Биркгофа–Густавсона дает удовлетворительное описание как при классическом подходе, так и квантовом.

К примеру, квантовый спектр в $S_{\max} = 4$ приближении и соответствующие собственные векторы $|E\rangle$ находятся из следующего уравнения Шредингера

$$\hat{G}_4 |E\rangle = E |E\rangle, \quad (29)$$

которое можно, например, решить методом диагонализации, представляя вектор состояния $|E\rangle$ в виде разложения по базисному набору:

$$|E\rangle = \sum_{N,L} C_{NL} |N, L\rangle. \quad (30)$$

Используя выражения (20), находим приближенную формулу (без учета недиагональных членов) для вычисления энергетического спектра при $SMAX = 4$ (общий случай)

$$E_{NL} = 1 + N + \left(\frac{3d}{2} - \frac{5b^2}{12} \right) \left(N^2 + 2N + \frac{3}{2} \right) + \left(\frac{3c}{8} - \frac{5b^2}{12} \right) \times \left(\frac{1}{2}N^2 - \frac{1}{2}L^2 + N + \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{c}{8} - \frac{d}{2} \right) \left(L^2 + \frac{1}{2} \right), \quad (31)$$

если $c = 4d$ (интегрируемый случай)

$$E_{NL} = N + 1 + \left(\frac{3d}{2} - \frac{5b^2}{24} \right) (3N^2 + 6N - L^2 + 4). \quad (32)$$

Как видно из формул (31), (32), энергетический спектр вырожден по знаку орбитального квантового момента. В общем, для получения формулы (32) следует учесть недиагональную часть, которая при $SMAX = 4$ определяется недиагональным выражением

$$\gamma(N, L) = 1/4 \cdot \sqrt{\frac{(N-L+2)(N-L+4)(N+L)}{N+L-2}}, \quad (33)$$

которое присутствует как в общем, так и в интегрируемом случае, однако, как видно, энергетический спектр в обоих случаях вырожден по знаку орбитального квантового момента. Кроме того, учет вклада недиагонального элемента оказывает влияние (сдвиг) на уровни, отличающиеся значением орбитального квантового числа на четыре единицы. Поэтому формулы (31), (32) с удовлетворительной точностью описывают энергетический спектр нижайших состояний в окрестности стационарной точки, расположенной в начале координат.

Аналогичным способом можно получить формулы для нижайших состояний в окрестностях других имеющихся стационарных точек, в которых потенциальная функция имеет локальный минимум.

4. Выводы и перспективы дальнейших исследований

В настоящей работе изучен конкретный класс консервативных гамильтоновых систем с двумя степенями свободы. Показано, что при произвольных значениях параметров функции Гамильтона в системе имеет место хаотический режим движения. Найдено, что при выполнении условия $c = 4d$ система является интегрируемой, и это подтверждается вычисленными сечениями Пуанкаре. Методом Биркгофа–Густавсона получена функция Гамильтона, которая при малых энергиях адекватно описывает поведение фазовых траекторий исходной системы.

Исследуемая нами система отличается от изученных в литературе систем тем, что: 1) несмотря на наличие отрицательной гауссовой кривизны на ППЭ, она при условии $c = 4d$ является интегрируемой; 2) в широком диапазоне параметров стационарные точки квадратичной части ППЭ являются вырожденными, т. е. ее одно или оба собственные значения равны нулю.

На основе классической нормальной формы Биркгофа–Густавсона по правилу Вейля был получен ее квантовый аналог. Получены выражения для последующего, при надобности, вычисления энергетических спектров и соответствующих волновых функций. В частности, для нижайших уровней энергии получена формула в явном виде в потенциальной яме в начале координат. Подобные формулы аналогично могут быть получены для всех локальных минимумов, которые возможны при допустимых значениях параметров в исходной функции Гамильтона (1).

В дальнейшем планируется провести подобные исследования для других консервативных гамильтоновых систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Табор М. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике. М.: УРСС, 2001. 320 с.
2. Пуанкаре А. Избранные труды в трех томах. М.: Наука, 1972. Т. 2. 358 с.
3. Dirac P.A.M. Generalized hamiltonian dynamics // Proceed. Roy. Soc. L., 1958. V. A246. P. 326-332.
4. Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. М.: Мир, 1984. 528 с.
5. Toda M. Instability of trajectories of lattice with cubic nonlinearity // Phys. Lett. 1974. V. 48. P. 335-336.
6. Крикошев И.В., Литинский Г.Б., Лузанов А.В. Неустойчивость и стохастизация при внутримолекулярном перераспределении энергии в химической динамике // Хим. физика. 1985. Т. 4. № 6. С. 309-317.
7. Belajva I.N., Gusev A.A., Lukianenko A.N., Rostovtsev V.A., Vinitsky S.I. Symbolic-numeric Solution of the the Two-dimensional Shroedinger Equation with Double-well Potential // Computer Algebra and Differential Equations Acta Academiae Aboensis. 2007. V. B67. № 2. P. 78-86.
8. Штокман Х.-Ю. Квантовый хаос. М.: Физматлит, 2004. 376 с.
9. Богачев В.Е., Чеканов Н.А. Символьно-численные расчеты нормальной формы, интеграла движения и сечений Пуанкаре для консервативных двумерных гамильтоновых систем // Вычислительные технологии. 2012. Т. 17. № 4. С. 3-13.
10. Чеканов Н.А. Квантование нормальной формы Биркгофа–Густавсона // Ядерная физика. 1989. Т. 50. Вып. 8. С. 344-346.
11. Basios V., Chekanov N.A., Markovski B.L., Rostovtsev V.A., Vinitsky S.I. GITA: a REDUCE program for the normalization of polynomial Hamiltonians // Comp. Phys. Commun. 1995. V. 90. P. 355-368.
12. Ezra G.S., Fried L.E. Perturb: a program for calculating vibrational energies by generalized algebraic quantization // Comp. Phys. Commun. 1988. V. 51. P. 103-114.
13. Абрамович М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 832 с.
14. Винницкий С.И., Инопин Е.В., Чеканов Н.А. Решение двумерного уравнения Шредингера в самосогласованном базисе. Дубна, 1993. Препринт ОИЯИ. 11 с.
15. Канторович, Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. Л.: Физматгиз, 1962. 708 с.

16. Лукьяненко А.Н., Чеканов Н.А. Классическая и квантовая двумерные модельные системы с пятичленным полиномиальным потенциалом // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Теоретическая и прикладная физика. Саров, 2009. Вып. 2. С. 14-20.

Поступила в редакцию 12 января 2015 г.

Chekanova N.N., Kirichenko I.K., Bogachev V.E., Chekanov N.A. CLASSICAL AND QUANTUM APPROACH IN THE RESEARCH OF NONLINEAR HAMILTON SYSTEM

The results of investigation of autonomic two-dimensional Hamiltonian system in classical and quantum approaches are presented. It is shown that in this system even with negative Gaussian domain the dynamical chaos in classical dynamics is absent. For certain parametrical values in classical Hamilton function the integral of motion is found. These results are confirmed by numerical direct calculations of Poincare sections. The classical normal Birkhof-Gustavson form is obtained and its quantum analogue according to Weyl rule is constructed. On the base of the constructed quantum analogue the approximated formula for the lowest energy levels in local minimum that located in origin are obtained.

Key words: Hamilton's system; Birkhoff-Gustavson normalization; quantization; computer modeling.

Чеканова Наталья Николаевна, Украинская инженерно-педагогическая академия, г. Харьков, Украина, кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры высшей и прикладной математики, e-mail: Chekanova76@list.ru

Chekanova Natalia Nikolaevna, Ukrainian Engineering Pedagogics Academy, Kharkov, Ukraine, Candidate of Physics and Mathematics, Senior Lecturer of Higher and Applied Mathematics Department, e-mail: Chekanova76@list.ru

Кириченко Игорь Константинович, Украинская инженерно-педагогическая академия, г. Харьков, Украина, доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой информатики и компьютерных технологий, e-mail: ikir238@rambler.ru

Kirichenko Igor Konstantinovich, Ukrainian Engineering Pedagogics Academy, Kharkov, Ukraine, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of Informatics and Computer Technologies Department, e-mail: ikir238@rambler.ru

Богачев Василий Евгеньевич, Белгородский университет кооперации, экономики и права, г. Белгород, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры естественнонаучных дисциплин, e-mail: jancoov@gmail.com

Bogachev Vasiliy Evgenievich, Belgorod University of Cooperation, Economics and Law Belgorod, Russian Federation, Candidate of Physics and Mathematics, Senior Lecturer of Natural Science Department, e-mail: jancoov@gmail.com

Чеканов Николай Александрович, Белгородский юридический институт МВД России, г. Белгород, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры информационно-компьютерных технологий; Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Российская Федерация, профессор кафедры прикладной математики и информатики, e-mail: Chekanov@bsu.edu.ru; Nik.Chekanov2010@yandex.ru

Chekanov Nikolai Aleksandrovich, Belgorod Law Institute of the Ministry of the Interior of the Russian Federation, Belgorod, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Professor of Information and Computer Technology Department; Belgorod State National Research University, Belgorod, Russian Federation, Professor of Applied Mathematics and Informatics Department, e-mail: Chekanov@bsu.edu.ru; Nik.Chekanov2010@yandex.ru

УДК 519.9:532

**ПРИМЕНЕНИЕ ЧЕТНОГО И НЕЧЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ–БЕССЕЛЯ
К ИССЛЕДОВАНИЮ НЕКОТОРЫХ СИНГУЛЯРНЫХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

© Л.Б. Райхельгауз

Ключевые слова: полное преобразование Фурье–Бесселя; четная и нечетная составляющая; сингулярные дифференциальные уравнения.

Рассмотрено обыкновенное дифференциальное уравнение с сингулярным дифференциальным оператором Бесселя. Для исследования возможных решений применяется «полное преобразование Фурье–Бесселя», введенное И.А. Киприяновым и В.В. Катраховым. Методика исследований проверяется на известных решениях полигармонического оператора и В-полигармонического оператора.

Известно, что при исследовании задач теории функций и дифференциальных уравнений с сингулярным дифференциальным оператором Бесселя

$$B = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{2p+1}{x} \frac{d}{dx}, \quad p > -\frac{1}{2}$$

(или оператором типа $\frac{p}{x} \frac{d}{dx}$) роль преобразований Фурье с успехом выполняет преобразование Фурье–Бесселя следующего вида [1–3]:

$$F_B[f(x)](\xi) = \int_0^\infty f(x) j_p(x\xi) x^{2p+1} dx. \quad (1)$$

Обратное преобразование определяется равенством

$$F_B^{-1}[g(\xi)](x) = \frac{1}{2^{2p} \Gamma^2(p+1)} F_B[g(x)](\xi). \quad (1')$$

В этих равенствах ядро $j_p(x)$ – j -функция Бесселя, связанная с функцией Бесселя первого рода $J_p(x)$ равенством

$$j_p(x) = 2^p \Gamma(p+1) \frac{J_p(x)}{x^p}. \quad (2)$$

Но j -функция Бесселя – четная функция, и поэтому преобразование (1) применяется лишь для работы с четными функциями f (как косинус-преобразование Фурье.) Другое сильное ограничение для применения преобразования (1) – оно приспособлено лишь для операторов «четного порядка» типа B_x^m [4]. Ситуация, когда в уравнении присутствуют «нечетные» производные (например, градиент функции) не такая уж редкая, скорее, наоборот, поскольку эта ситуация более общая. Мы используем введенное И.А. Киприяновым и В.В. Катраховым в работе [1] преобразование Фурье–Бесселя общего вида, ядро которого содержит «четное» $j_p(x)$ и «нечетное» $i \frac{x}{2(p+1)} j_{p+1}(x)$ свои составляющие.

Практическое применение общего преобразования Фурье–Бесселя потребует следующие факты: обратимость общего преобразования Фурье–Бесселя в соответствующем классе весовых распределений; формулы представления

дифференциальных операций в образах Фурье–Бесселя.

Общее прямое и обратное преобразование Фурье–Бесселя введем по формулам, соответственно,

$$\mathfrak{J}_B[f(x)](\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \Lambda_p^+(x\xi) (x^2)^{p+1/2} dx, \quad (3)$$

$$\mathfrak{J}_B^{-1}[f(x)](\xi) = \frac{1}{2^{2p+1} \Gamma^2(p+1)} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \Lambda_p^-(x\xi) (x^2)^{p+1/2} dx, \quad (4)$$

где $\Lambda_p^\pm = j_p(x\xi) \mp i \frac{x\xi}{2(p+1)} j_{p+1}(x\xi)$.

Заметим, что здесь, в отличие от работы [1], мы используем нормирующий коэффициент $\frac{1}{2(p+1)}$ перед нечетной составляющей ядра. Это сделано для удобства работы с дифференциальными операторами.

Теорема 1 (теорема обращения) [4].

Пусть $f \in L_2^p(R_1^+)$. Тогда имеет место формула обращения

$$\mathfrak{J}_B^{-1}[\mathfrak{J}_B[f]] = f; \quad \mathfrak{J}_B[\mathfrak{J}_B^{-1}[f]] = f. \quad (5)$$

Доказательство. Для четных функций формула обращения получена И.А. Киприяновым [2]. Поэтому нам достаточно доказать формулу обращения в случае применения преобразования Фурье–Бесселя к нечетной функции. Так, как и в [2], мы используем формулу обращения преобразования Ганкеля

$$H_p[f](\xi) = \int_0^{\infty} (x\xi)^{1/2} J_p(x\xi) f(x) dx = \hat{f}(\xi) \quad (6)$$

$$H_p^{-1}[f](x) = \int_0^{\infty} (x\xi)^{1/2} J_p(x\xi) \hat{f}(\xi) d\xi = f(x). \quad (7)$$

В случае применения преобразования Фурье–Бесселя к нечетной функции формулу (5) рассмотрим на основе функции J_{p+1} . Заменим функцию Бесселя первого рода J_{p+1} нормированной функцией Бесселя j_{p+1} по формуле (2), а функцию \hat{f} – на функцию $x^{p+1/2} \hat{f}(x)$. Тогда получим

$$(x^{p+1/2} \hat{f})(\xi) = \frac{\xi^{p+1/2}}{2^p \Gamma(p+1)} \int_0^{\infty} x^{2p+1} \frac{x\xi}{2(p+1)} j_{p+1}(x\xi) f(x) dx = \frac{\xi^{p+1/2}}{2^p \Gamma(p+1)} \hat{f}(\xi).$$

Обращая полученное равенство по формуле (7), имеем

$$x^{p+1/2} f(x) = \frac{x^{p+1/2}}{2^p \Gamma(p+1)} \int_0^{\infty} \frac{x\xi}{2(p+1)} j_{p+1}(x\xi) \hat{f}(\xi) \xi^{2p+1} d\xi.$$

Если предположить функцию f нечетной, то, распространяя интегрирование по всей прямой, из этого и предыдущего рассуждений получаем две формулы

$$\hat{f}(\xi) = \frac{1}{2^{p+1} \Gamma(p+1)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x\xi}{2(p+1)} j_{p+1}(x\xi) f(x) x^{2p+1} dx; \quad f(x) = \frac{1}{2^{p+1} \Gamma(p+1)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x\xi}{2(p+1)} j_{p+1}(x\xi) \hat{f}(\xi) \xi^{2p+1} dx,$$

которые и представляют собой формулы нечетного преобразования Фурье–Бесселя и ее обращения. Аналогично доказывается второе из равенств (5).

Доказательство заканчено.

На основе аналогичной теоремы Планшереля для преобразования Ганкеля [6] получена формула Планшереля–

Парсеваля для полного преобразования Фурье–Бесселя $(f, g)_p = (\mathfrak{J}_B[f] \mathfrak{J}_B[g])_p, \|f\|_{L_2^p} = \|\mathfrak{J}_B[f]\|_{L_2^p}$. Далее в работе она не используется, поэтому ее доказательство в этой работе не приводим.

Дифференциальные операции с оператором Бесселя. Введем обозначение: $\frac{d}{dx} = D$. В этих обозначениях оператор Бесселя запишем следующим образом

$$B = D^2 + \frac{2p+1}{x}D, \quad p > -1/2.$$

Пусть f – четная по x функция, принадлежащая пространству Шварца основных функций. Тогда

$$\mathfrak{J}_B[Bf](\xi) = -\xi^2 \mathfrak{J}_B[f](\xi); \quad (8)$$

$$\mathfrak{J}_B[Df](\xi) = i\xi \mathfrak{J}_B[f](\xi). \quad (9)$$

Действительно, для четной составляющей преобразования \mathfrak{J}_B равенство $F_B[Bf] = -\xi^2 F_B[f]$ известно [2]. Но отсюда сразу вытекает равенство $\mathfrak{J}_B[Bf] = -\xi^2 \mathfrak{J}_B[f]$.

Рассмотрим нечетную составляющую в равенстве (4). Имеем

$$\mathfrak{J}_B[Df] = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i x \xi}{2(p+1)} j_{p+1}(x \xi) Df(x) (x^2)^{p+1/2} dx = - \frac{2i}{\xi} \int_0^{\infty} D j_p(x \xi) Df(x) (x^2)^{p+1/2} dx.$$

Интегрируя по частям, получим $\mathfrak{J}_B[Df] = \frac{2i}{\xi} \int_0^{\infty} D(x^{2p+1} D j_p(x \xi)) f(x) dx$.

Учитывая, что $\frac{1}{x^{2p+1}} D(x^{2p+1} D) = B$ и $B j_p(x \xi) = -\xi^2 j_p(x \xi)$, получаем $\mathfrak{J}_B[Df] = 2i\xi F_B[f](\xi)$.

Теперь, распространяя интегрирование на $(-\infty, +\infty)$ и добавляя нечетную составляющую преобразования \mathfrak{J}_B , получим формулу (9).

Как следствие формул (8) и (9) получаем для целого числа m

$$\mathfrak{J}_B[B^m f](\xi) = (i\xi)^{2m} \mathfrak{J}_B[f](\xi); \quad (10)$$

$$\mathfrak{J}_B[DB^m f](\xi) = (i\xi)^{2m+1} \mathfrak{J}_B[f](\xi). \quad (11)$$

Пусть $L(D_B) = \sum_{\alpha \leq 2m} a_\alpha D_B^\alpha$, где a_α – постоянные коэффициенты и оператор D_B^α задается равенством

$$D_B^\alpha = \begin{cases} B^m, & \alpha = 2m \\ \frac{d}{dx} B^m, & \alpha = 2m+1 \end{cases} \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

тогда из (10), (11) следует, что в образах полного преобразования Фурье–Бесселя действие этого оператора примет вид

$$\mathfrak{J}_B[L(D_B)f](\xi) = L(i\xi) \mathfrak{J}_B[f](\xi).$$

В этой формуле заложено начало нового операционного исчисления, но оно имеет одну странную особенность. Применение этого оператора возможно только к четным функциям.

Введем весовую линейную форму

$$(f, g)_p = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) g(x) x^{2p+1} dx, \quad (12)$$

которую при необходимости будем понимать в смысле главного значения.

Через $L_2^p(R_1^+)$ будем обозначать множество четных по переменной x функций f , для которых $f(x)x^{(2p+1)/2} \in L_2(R_1)$. Норму элементов в этом пространстве зададим равенством

$$\|f\|_{L_2}^p = \left[\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 x^{2p+1} dx \right]^{1/2}.$$

С этой нормой пространство $L_2^p(R_1^+)$ – банаово [2].

Теорема 2. Пусть регулярная весовая обобщенная функция f принадлежит пространству медленно растущих распределений S' , а функция $\frac{1}{L(i\xi)}$ является мультипликатором этого пространства, тогда весовая обобщенная функция $u(x) = \mathfrak{I}_B^{-1}\left[\frac{\mathfrak{I}_B[f](\xi)}{L(i\xi)}\right](x)$ является решением уравнения $L(D_B)u = f$.

Доказательство основано на непосредственной подстановке решения в последнее уравнение.

Теорема 3 [7]. Пусть $\Phi(R_N^+)$ – основное пространство функций с непрерывным обобщенным сдвигом, F_B и F_B^{-1} – прямое и обратное преобразования Фурье–Бесселя и $\Psi(R_N^+) = \{\psi = F_B[\varphi], \varphi \in \Phi(R_N^+)\}$.

Если регулярное распределение g является мультипликатором в пространстве $\Psi(R_N^+)$, то распределение $F^{-1}[g] = f$ – обобщенный свертыватель в пространстве $\Phi'(R_N^+)$, и для любого распределения $f_1 \in \Phi'(R_N^+)$ имеет место формула $F_B[(f * f_1)_\gamma] = F_B[f]F_B[f_1]$.

Из теоремы 2 и из теоремы 3 вытекает следующая теорема.

Теорема 4. Пусть регулярная весовая обобщенная функция f принадлежит пространству медленно растущих распределений S' , а функция $\frac{1}{L(i\xi)}$ является мультипликатором этого пространства. Тогда решение уравнения $L(D_B)u = f$ имеет следующее представление в виде обобщенной свертки

$u(x) = \int_0^\infty \mathfrak{I}_{ev}^{-1}[\mathfrak{I}_B[f]](y) T^x \left(\mathfrak{I}_{ev}^{-1}\left[\frac{1}{L(i\xi)}\right]\right)(y) y^\gamma dy$, где T^x – обобщенный сдвиг:

$$(T^y f)(x) = \frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(p+1/2)\Gamma(1/2)} \times \int_0^\pi f\left(\sqrt{x^2 + y^2 - 2xy \cos \alpha}\right) \sin^{2p} \alpha d\alpha.$$

Обыкновенные сингулярные дифференциальные уравнения. Пусть $S_{ev}(R_1)$ – основное пространство функций, состоящих из четных функций пространства Л. Шварца. Через S'_{ev} обозначим соответствующее весовой линейной форме (12) множество обобщенных функций над S_{ev} . Пусть δ_γ – весовое распределение Дирака, действующее по формуле

$$(\delta_\gamma, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta_\gamma(x) \varphi(x) x^{2p+1} dx = \varphi(0).$$

Фундаментальным решением оператора $L(D_B)$ называется весовое распределение $\varepsilon(x)$, удовлетворяющее уравнению

$$L(D_B) \varepsilon = \delta, \quad (13)$$

т. е. для любого φ , принадлежащего $S_{ev}(R_1)$, выполнено равенство

$$(L(D_B)\varepsilon, \varphi)_\gamma = \varphi(0).$$

Лемма 1. Для того чтобы обобщенная функция $u = \varepsilon \in S_{ev}^{\gamma}$ была фундаментальным решением оператора $L(D_B)$, необходимо и достаточно, чтобы ее четное преобразование Фурье–Бесселя удовлетворяло уравнению

$$L(i\xi)F_B[\varepsilon](\xi) = 1, \quad (14)$$

где $L(\xi) = \sum_{\alpha=0}^{2m} a_{\alpha} \xi^{\alpha}$.

Доказательство. Пусть $f \in S_{ev}^{\gamma}$ – регулярное весовое распределение, и φ принадлежит пространству Шварца основных функций $S(R_1)$. Как хорошо известно, любая функция может быть представлена в виде суммы своей четной и нечетной составляющей, т. е. $\varphi = \varphi_{ev} + \varphi_{od}$. Тогда $(f, \phi)_{\gamma} = (f, \phi_{ev})$, $(f', \phi)_{\gamma} = (f', \phi_{od})$.

Обобщенной B -производной функции f называется весовое распределение Bf такое, что

$$(Bf, \phi)_{\gamma} = (f, B\phi)_{\gamma}. \quad (15)$$

Учитывая четность f и ее B -производной, выражение (14) запишем в виде

$$(B^k f, \varphi)_{\gamma} = (f, B^k \varphi_{ev})_{\gamma}.$$

Из определения (14) и из определения четного преобразования Фурье–Бесселя обобщенных функций [1] вытекает

$$(\mathfrak{I}_B[D_B^{\alpha}]f, \varphi)_{\gamma} = ((i\xi)^{2k} F_{ev}[f], \varphi)_{\gamma}.$$

Следовательно, при $\alpha = 2k$

$$\mathfrak{I}_B[D_B^{\alpha}]f = (i\xi)^{2k} F_{ev}[f] = (i\xi)^{2k} \mathfrak{I}_B[f]. \quad (16)$$

Пусть $\alpha = 2k+1$. Первая B -производная в смысле весовых обобщенных функций определяется выражением:

$$\left(\frac{d}{dx} f, \varphi \right)_{\gamma} = - \left(f, \frac{1}{x^{\gamma}} \frac{d}{dx} (x^{\gamma} \varphi(x)) \right)_{\gamma}.$$

Имеем

$$(\mathfrak{I}_B[D_B^{\alpha}]f, \phi)_{\gamma} = (D_B^{\alpha}f, \mathfrak{I}_{od}[\phi_{ev} + \phi_{od}])_{\gamma} = -i \left(\frac{d}{dx} B_{\gamma}^k f, \mathfrak{I}_{od}[\phi_{od}] \right)_{\gamma} = \left(B_{\gamma}^k f, i x^{-\gamma} \frac{d}{dx} x^{\gamma} \mathfrak{I}_{od}[\phi_{od}] \right)_{\gamma}. \quad (17)$$

В последнем выражении основную функцию преобразуем следующим образом:

$$i x^{-\gamma} \frac{d}{dx} x^{\gamma} \mathfrak{I}_{od}[\phi_{od}] = i x^{-\gamma} \frac{d}{dx} x^{\gamma} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x\xi}{\gamma+1} j_{\frac{\gamma+1}{2}}(x\xi) \phi_{od}(\xi) \xi^{\gamma} d\xi = i \int_{-\infty}^{\infty} j_{\frac{\gamma-1}{2}}(x\xi) \xi \phi_{od}(\xi) \xi^{\gamma} d\xi = F_B[(i\xi) \phi_{od}(\xi)].$$

Продолжая (16), получим

$$\begin{aligned} (\mathfrak{I}_B[D_B^{\alpha}]f, \phi)_{\gamma} &= (B_{\gamma}^k f, F_{ev}[(i\xi)(\phi_{od} + \phi_{ev})])_{\gamma} = (f, F_{ev}[(i\xi)^{2k+1} \phi])_{\gamma} = (F_{ev}[f], (i\xi)^{2k+1} \phi)_{\gamma} = \\ &= ((i\xi)^{2k+1} F_{ev}[f], \phi)_{\gamma} = ((i\xi)^{2k+1} \mathfrak{I}_B[f], \phi)_{\gamma}. \end{aligned}$$

Таким образом, при нечетных $\alpha = 2k+1$ мы получили

$$\mathfrak{I}_B[D_B^{\alpha}]f = (i\xi)^{2k+1} F_{ev}[f] = (i\xi)^{2k+1} \mathfrak{I}_B[f]. \quad (18)$$

Теперь из (6) и (8), учитывая, что $\Im_B[\delta_\gamma] = 1$, получаем (14).

Обратно. Если $\varepsilon \in S'_{ev}$ и удовлетворяет уравнению (9), то в силу (16), (18) ε удовлетворяет уравнению (13), т. е. является фундаментальным решением оператора $L(D_B)$.

Доказательство закончено.

Связь с решением однородного уравнения. Доказанная выше лемма позволила нам получить следующее утверждение, представляющее собой аналог хорошо известного классического результата о связи фундаментального решения обыкновенного дифференциального уравнения с решением соответствующего однородного уравнения.

Теорема 5. Фундаментальное решение оператора $L(D_B)$ представляется в виде $\varepsilon(x) = \theta_{od}(x)Z(x)$, где

$$\theta_{od}(x) = \frac{1}{2} \begin{cases} -1, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ 1, & x > 0, \end{cases}$$

а четная функция $Z(x)$ является решением в R_1 однородного уравнения

$$L(D_B)Z(x) = 0, \quad (19)$$

удовлетворяющего весовым начальным условиям

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^\gamma Z(x) = \dots = \lim_{x \rightarrow 0} x^\gamma D_B^{m-2} Z(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0} x^\gamma \frac{d}{dx} B^{m-1} Z(x) = 1;$$

и условию ограниченности решения при $x \rightarrow \infty$:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^\gamma D_B^{m-2} Z(x) < \infty, \quad \forall \alpha < 2m.$$

Доказательство стандартно [5] и здесь оно не приводится.

Известны частные случаи. Полигармоническое уравнение.

Рассмотрим уравнение

$$\Delta^m \varepsilon_{m,n} = \delta.$$

Переходя к сферическим координатам, получим

$$B^m \varepsilon_{m,n}(r) = \delta_{n-1}(r), \quad (20)$$

где $B_\gamma^k = \left(\frac{d^2}{dx_j^2} + \frac{\gamma_j}{x_j} \frac{d}{dx_j} \right)^k$, δ_{n-1} – δ -функционал Киприянова:

$$(\varphi, \delta_\gamma)_\gamma = \int_0^\infty \varphi(x) \Delta_\gamma x^\gamma dx = \frac{\varphi(0)}{|S_1|}.$$

Для простоты будем предполагать, что размерность пространства нечетная. В этом случае фундаментальное решение полигармонического уравнения имеет вид

$$\varepsilon_m(r) = \omega_{n,m} r^{2m-n} = \omega_{n,m} r^{2m-\gamma-1}, \quad \gamma = n-1,$$

где $\omega_{n,m} = \frac{(-1)^m \Gamma\left(\frac{n}{2} - m\right)}{\Gamma(m) 2^{2m} \pi^{n/2}}$, $n = 2k+1$.

Для уравнения (20) ставим следующие весовые начальные условия

$$\lim_{r \rightarrow 0} r^{n-1} \frac{d}{dr} B^{m-1} \varepsilon_{m,n} = \frac{1}{|S_1|}, \quad (21)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} r^{n-1} D_B^k \varepsilon_{m,n} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, 2(m-1), \quad (22)$$

где

$$D_B^k = \begin{cases} B_{n-1}^{k/2}, & k = 2l, \\ \frac{d}{dr} B_{n-1}^{(k-1)/2}, & k = 2l+1. \end{cases}$$

Решение в образах Фурье–Бесселя совпадает с известным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Киприянов И.А., Катрахов В.В. Об одном классе одномерных сингулярных псевдодифференциальных операторов // Мат. сборник. 1977. Т. 104. № 1. С. 49–68.
2. Киприянов И.А. Сингулярные эллиптические краевые задачи. М.: Наука, 1997. 199 с.
3. Левитан Б.М. Операторы обобщенного сдвига и некоторые их приложения. М.: ГИФМЛ, 1962. 323 с.
4. Ляхов Л.Н., Ляхова С.Л. Общее преобразование Фурье–Бесселя и сингулярные системы уравнений Навье–Стокса // ДАН. 2004. Т. 399. № 2. С. 157–162.
5. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1967. 152 с.
6. Бохнер А.М. Лекции об интегралах Фурье. М., 1962. 360 с.
7. Ляхов Л.Н. О свертывателях и мультипликаторах классов функций, связанных с преобразованием Фурье–Бесселя // ДАН. 1998. Т. 360. № 1. С. 16–19.

Поступила в редакцию 6 февраля 2015 г.

Raihelgauz L.B. THE USE OF EVEN AND ODD FOURIER-BESSEL TRANSFORM TO THE STUDY OF SOME SINGULAR DIFFERENTIAL-EQUATIONS

The ordinary differential equation with singular differential operator Bessel is considered. For research of possible decisions is applied “full transformation of Fourier–Bessel”, entered by I.A. Kipriyanov and V.V. Katrahov. The technique of researches is checked on known decisions of poligemonic operator and the B-polyharmonious operator.

Key words: full transformation of Fourier–Bessel; even and odd component; singular differential equations.

Райхельгауз Леонид Борисович, Воронежский государственный университет, г. Воронеж, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, e-mail: jikol_85@mail.ru

Raihelgauz Leonid Borisovich, Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor of Equation in Particular Derivative and Theory of Probability Point Department, e-mail: jikol_85@mail.ru

УДК 517.988.8, 517.929

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ ЛОКАЛЬНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ

© С. Е. Жуковский З. Т. Жуковская

Ключевые слова: управляемая система; многозначное отображение; накрывающее отображение.

Исследуются управляемые системы со смешанными ограничениями, геометрическими ограничениями на управление и многозначной дифференциальной связью. Для этих систем получены достаточные условия локальной разрешимости.

1. Введение и постановка задачи

В настоящей работе рассматривается следующая управляемая система:

$$\begin{cases} 0 \in F(t, x, \dot{x}, u) & \forall t \in [t_0, t_1], \\ x(t_0) = a, \\ 0 \in G(t, x, u) & \forall t \in [t_0, t_1], \\ u(t) \in U & \forall t \in [t_0, t_1]. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $F : [t_0, t_1] \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times U \rightrightarrows \mathbb{R}^k$, $G : [t_0, t_1] \times \mathbb{R}^n \times U \rightrightarrows \mathbb{R}^s$ — заданные многозначные отображения (всюду в этой статье мы полагаем, что многозначное отображение — это отображение, которое каждой точке области определения ставит в соответствие некоторое непустое замкнутое множество), $U \subseteq \mathbb{R}^m$ — заданное непустое замкнутое множество, $a \in \mathbb{R}^n$ — заданный вектор, t_0, t_1 — заданные числа.

Обозначим через $L_\infty([t_0, t_1], U)$ метрическое пространство всех измеримых существенно ограниченных функций $u : [t_0, t_1] \rightarrow U$ с метрикой

$$\rho_\infty(u, v) = \operatorname{vrai} \sup_{t \in [t_0, t_1]} |u(t) - v(t)| \quad \forall u, v \in L_\infty([t_0, t_1], U).$$

При $U = \mathbb{R}^m$ в пространстве $L_\infty([t_0, t_1], U)$ введем норму по формуле

$$\|u\| = \operatorname{vrai} \sup_{t \in [t_0, t_1]} |u(t)| \quad \forall u \in L_\infty([t_0, t_1], U).$$

Через $AC_\infty([t_0, t_1], \mathbb{R}^n)$ обозначим пространство абсолютно непрерывных функций $x : [t_0, t_1] \rightarrow \mathbb{R}^n$, имеющих производную в $L_\infty([t_0, t_1], \mathbb{R}^n)$.

Будем называть управляемую систему (1) *локально разрешимой*, если существуют число $\tau > 0$ и функции $u(\cdot) \in L_\infty([t_0, t_0 + \tau], U)$, $x \in AC_\infty([t_0, t_0 + \tau], \mathbb{R}^n)$ такие, что $0 \in G(t, x(t), u(t))$ для почти всех $t \in [t_0, t_0 + \tau]$ и функция $x(\cdot)$ является решением задачи Коши $0 \in F(t, x, \dot{x}, u) \quad \forall t \in [t_0, t_0 + \tau]$, $x(t_0) = a$. Пару (x, u) в этом случае будем называть решением системы (1) на отрезке $[t_0, t_0 + \tau]$.

Всюду далее будем предполагать, что отображения F и G удовлетворяют условиям Кааратедори, т. е.:

- 1) отображения $F(\cdot, x, \dot{x}, u)$ и $G(\cdot, x, u)$ измеримы для всех $x, \dot{x} \in \mathbb{R}^n$, $u \in U$;
- 2) отображения $F(t, \cdot)$ и $G(t, \cdot)$ непрерывны для п.в. $t \in [t_0, t_1]$;
- 3) для каждого $R > 0$ существует число $M > 0$ такое, что если $|x| + |\dot{x}| + |u| \leq R$, то $|y| \leq M$ для п.в. $t \in [t_0, t_1]$, для всех $y \in F(t, x, \dot{x}, u)$.

Определение непрерывности и измеримости многозначного отображения можно найти, например, в [1].

Целью данной работы является получение достаточных условий локальной разрешимости системы (1). В случае, когда отображения F и G однозначны, достаточные условия локальной разрешимости управляемой системы приведены в [2, 3]. Эти результаты были получены на основе теории накрывающих отображений, разработанной в [4, 5]. Здесь мы получим условия разрешимости задачи (1), используя теорию накрывающих отображений, в частности, теорему о двойной неподвижной точке из [6]. Отметим, что накрывающие отображения широко применяются при исследовании обыкновенных дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной неизвестной функции (см. [7, 8]), при исследовании абстрактных и интегральных уравнений Вольтерра (см. [9]), неявных дифференциальных включений (см. [10]) и т. д.

2. Основной результат

Приведем определения, необходимые для формулировки основного результата. Пусть X , Y – метрические пространства с метриками ρ_X , ρ_Y , соответственно, задано число $\alpha > 0$. Для произвольных $x \in X$, $r \geq 0$ обозначим через $B_X(x, r)$ замкнутый шар в пространстве X с центром в точке $x \in X$ радиуса $r \geq 0$. Кроме того, положим

$$B_X(A, r) = \bigcup_{a \in A} B(a, r) \quad \forall A \subset X, \quad \forall r \geq 0.$$

Определение 1. Многозначное отображение $F : X \rightrightarrows Y$ называется α -накрывающим, если

$$F(B_X(x_0, r)) \supseteq B_Y(F(x_0), \alpha r) \quad \forall r \geq 0, \quad \forall x_0 \in X$$

Определение 2. Будем говорить, что многозначное отображение $F : X \rightrightarrows Y$ удовлетворяет условию Липшица в константой $L \geq 0$, если

$$h(F(x_1), F(x_2)) \leq L \rho_X(x_1, x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in X.$$

В этом определении h – расстояние по Хаусдорфу, определяемое соотношением

$$h(U, V) = \inf\{r \geq 0 : U \subset B_Y(V, r), \quad V \subset B(U, r)\} \quad \forall U \subset Y, \quad \forall V \subset Y.$$

Сформулируем основной результат настоящей статьи. Пусть заданы функции $x_0 \in AC_\infty([t_0, t_1], \mathbb{R}^n)$, $u_0 \in L_\infty([t_0, t_1], U)$, $f_0 \in L_\infty([t_0, t_1], \mathbb{R}^k)$, $g_0 \in L_\infty([t_0, t_1], \mathbb{R}^s)$ такие, что

$$f_0(t) \in F(t, x_0(t), \dot{x}_0(t), u_0(t)), \quad g_0(t) \in G(t, x_0(t), u_0(t)) \quad \forall t \in [t_0, t_1]; \quad x_0(t_0) = a.$$

Теорема 1. *Предположим, что*

a) отображения $F(t, \cdot, v, u)$, $F(t, x, v, \cdot)$, $G(t, \cdot, u)$ удовлетворяют условию Липшица с константами $L_{F,v} > 0$, $L_{F,u} > 0$ и $L_{G,x} > 0$, соответственно, для п.в. $t \in [t_0, t_1]$, для всех $x, v \in \mathbb{R}^n$, $u \in U$;

b) отображения $F(t, x, \cdot, u)$, $G(t, x, \cdot)$ являются накрывающими с константами $\alpha_F > 0$ и $\alpha_G > 0$, соответственно, для п.в. $t \in [t_0, t_1]$, $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in U$;

Тогда управляемая система (1) локально разрешима. Причем для всех

$$\varepsilon > 0 \quad u \quad \tau \in \left(0; \frac{\alpha_F \alpha_G}{L_{F,u} L_{G,x} + L_{F,x} \alpha_G}\right)$$

существует решение (x, u) системы (1) на отрезке $[t_0, t_0 + \tau]$ такое, что выполнены оценки

$$\begin{aligned} |x_0(t) - x(t)| &\leq \tau \left[\frac{L_{F,u} \|g_0\|_\infty + \alpha_G \|f_0\|_\infty}{(\alpha_F - \tau L_{F,x}) \alpha_G - \tau L_{F,u} L_{G,x}} + \varepsilon \right] \quad \forall t \in [t_0, t_0 + \tau], \\ |u_0(t) - u(t)| &\leq \frac{(\alpha_F - \tau L_{F,x}) \|g_0\|_\infty + \tau L_{G,x} \|f_0\|_\infty}{(\alpha_F - \tau L_{F,x}) \alpha_G - \tau L_{F,u} L_{G,x}} + \varepsilon \quad \dot{\forall} t \in [t_0, t_0 + \tau]. \end{aligned}$$

3. Вспомогательные сведения

Приведем некоторые утверждения о свойствах многозначных отображений, действующих в метрических пространствах. Пусть X, Y – метрические пространства с метриками ρ_X, ρ_Y , соответственно. Графиком многозначного отображения Ψ будем называть множество

$$\text{gph}(\Psi) = \{(x, y) : x \in X, y \in \Psi(x)\}.$$

Зададим на множестве $X \times Y$ метрику по формуле

$$\rho((x, y), (u, v)) = \rho_X(x, u) + \rho_Y(y, v) \quad \forall (x, y) \in X \times Y, \quad \forall (u, v) \in X \times Y.$$

Будем говорить, что многозначное отображение Ψ замкнуто, если его график является замкнутым подмножеством пространства $X \times Y$.

Следующее утверждение было доказано в [6]. Пусть заданы многозначные отображения $\Gamma_1 : X \rightrightarrows Y, \Gamma_2 : Y \rightrightarrows X$.

Л е м м а 1. Пусть хотя бы один из графиков $\text{gph}(\Gamma_1)$ или $\text{gph}(\Gamma_2)$ является полным подмножеством в $X \times Y$. Предположим, что отображения Γ_j являются β_j -липшицевыми, $j \in \{1, 2\}$, причем $\beta_1 \beta_2 < 1$.

Тогда множество

$$D(\Gamma_1, \Gamma_2) := \{(x, y) \in X \times Y : y \in \Gamma_1(x), x \in \Gamma_2(y)\}$$

непусто. Более того, для произвольных $x \in X, y \in Y, \varepsilon > 0$ существует точка $(\xi_1, \xi_2) \in D(\Gamma_1, \Gamma_2)$ такая, что

$$\rho_X(x, \xi_1) \leq \frac{\beta_2 \text{dist}(y, \Gamma_1(x)) + \text{dist}(x, \Gamma_2(y))}{1 - \beta_1 \beta_2} + \varepsilon, \quad (2)$$

$$\rho_Y(y, \xi_2) \leq \frac{\text{dist}(y, \Gamma_1(x)) + \beta_1 \text{dist}(x, \Gamma_2(y))}{1 - \beta_1 \beta_2} + \varepsilon. \quad (3)$$

Пусть Z – метрическое пространство с метрикой ρ_Z , задано многозначное отображение $\varphi : X \times Y \rightrightarrows Z$, точка $\theta \in Z$ и числа $\alpha > 0, \beta \geq 0$. Определим многозначное отображение $\Phi : X \rightrightarrows Y$ формулой

$$\Phi(x) = \{y : \theta \in \varphi(x, y)\} \quad \forall x \in X.$$

Л е м м а 2. Пусть

a) многозначное отображение $\varphi(x, \cdot)$ является α -накрывающим и замкнутым для любого $x \in X$;

b) многозначное отображение $\varphi(\cdot, y)$ является β -липшицевым.

Тогда

1) многозначное отображение Φ корректно определено, т. е. множество $\Phi(x)$ непусто и замкнуто при любом $x \in X$;

2) многозначное отображение Φ является $(\alpha\beta^{-1})$ -липшицевым.

Доказательство. 1) Выберем произвольную точку $x \in X$. Поскольку многозначное отображение $\varphi(x, \cdot)$ является α -накрывающим, то оно сюръективно. Следовательно, существует точка $y \in Y$ такая, что $\theta \in \varphi(x, y)$, и значит $\Phi(x) \neq \emptyset$.

Докажем замкнутость множества $\Phi(x)$. Пусть последовательность $\{y_n\} \subset \Phi(x)$ сходится к некоторому $y \in Y$. Следовательно, $\theta \in \varphi(x, y_n)$ при любом n . Из замкнутости отображения $\varphi(x, \cdot)$ и того, что $(y_n, \theta) \rightarrow (y, \theta)$ при $n \rightarrow \infty$, следует $y \in \Phi(x)$. Таким образом, $\Phi(x)$ замкнуто.

2) Докажем теперь липшицевость отображения Φ . Отображение $\varphi(x, \cdot)$ является α -накрывающим, т. е. для всех $x \in X$ верно следующее:

$$\forall y_0 \in Y, \forall z_0 \in \varphi(x, y_0), \forall z \in Z \quad \exists y \in Y : z \in \varphi(x, y) \text{ и } \rho_Y(y, y_0) \leq \frac{1}{\alpha} \rho_Z(z, z_0). \quad (4)$$

Зафиксируем произвольные $x_1, x_2 \in X$ и $y_1 \in \Phi(x_1)$. Тогда, очевидно, $\theta \in \varphi(x_1, y_1)$. В силу липшицевости отображения $\varphi(\cdot, y_1)$ имеем

$$h(\varphi(x_1, y_1), \varphi(x_2, y_1)) \leq \beta \rho_X(x_1, x_2).$$

Поскольку $\theta \in \varphi(x_1, y_1)$, для любого $\varepsilon > 0$ существует $z \in \varphi(x_2, y_1)$ такой, что $\rho(\theta, z) \leq \beta \rho(x_1, x_2) + \varepsilon$. В силу (4) существует точка $y_2 \in Y$ такая, что $\theta \in \varphi(x_2, y_2)$ и $\rho(y_1, y_2) \leq \alpha^{-1} \rho(\theta, z)$. Таким образом, мы показали, что

$$\forall x_1 \in X, \forall x_2 \in X, \forall y_1 \in \Phi(x_1), \forall \varepsilon > 0 \quad \exists y_2 \in \Phi(x_2) : \rho(y_1, y_2) \leq \frac{\beta}{\alpha} \rho(x_1, x_2) + \varepsilon.$$

Следовательно, отображение Φ является $\alpha\beta^{-1}$ -липшицевым. \square

Пусть X_1, X_2, Y_1, Y_2 – метрические пространства, метрики в которых мы будем обозначать символом ρ , заданы многозначные отображения $F_j : X_1 \times X_2 \rightrightarrows Y_j$ и точки $y_j \in Y_j$, $j \in \{1, 2\}$. Рассмотрим систему включений

$$\begin{cases} y_1 \in F_1(x_1, x_2), \\ y_2 \in F_2(x_1, x_2) \end{cases} \quad (5)$$

с неизвестным $(x_1, x_2) \in X_1 \times X_2$. Приведем достаточные условия разрешимости этой системы.

Л е м м а 3. Пусть пространства X_j , Y_j полны, $j \in \{1, 2\}$. Предположим, что

a) $F_1(\cdot, x_2)$ и $F_2(x_1, \cdot)$ являются замкнутыми и накрывающими с константами $\alpha_1 > 0$ и $\alpha_2 > 0$, соответственно, для любых $x_1 \in X_1$, $x_2 \in X_2$;

b) отображения $F_1(x_1, \cdot)$ и $F_2(\cdot, x_2)$ являются липшицевыми с константами $\beta_1 \geq 0$ и $\beta_2 \geq 0$, соответственно, для любых $x_1 \in X_1$, $x_2 \in X_2$;

c) $\beta_1\beta_2 < \alpha_1\alpha_2$.

Тогда система (5) имеет решение. Более того, для всех $(\bar{x}_1, \bar{x}_2) \in X_1 \times X_2$, $\bar{y}_1 \in F_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$, $\bar{y}_2 \in F_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$, $y_1 \in Y_1$, $y_2 \in Y_2$, $\varepsilon > 0$ существует решение $(\xi_1, \xi_2) \in X_1 \times X_2$ системы (5) такое, что

$$\rho(\bar{x}_1, \xi_1) \leq \frac{\beta_1\rho(y_2, \bar{y}_2) + \alpha_2\rho(y_1, \bar{y}_1)}{\alpha_1\alpha_2 - \beta_1\beta_2} + \varepsilon; \quad (6)$$

$$\rho(\bar{x}_2, \xi_2) \leq \frac{\alpha_1\rho(y_2, \bar{y}_2) + \beta_2\rho(y_1, \bar{y}_1)}{\alpha_1\alpha_2 - \beta_1\beta_2} + \varepsilon. \quad (7)$$

Доказательство. Определим отображения $\Gamma_1 : X_2 \rightrightarrows X_1$ и $\Gamma_2 : X_1 \rightrightarrows X_2$ формулами

$$\Gamma_1(x_2) = \{x_1 : y_1 \in F_1(x_1, x_2)\}, \quad \Gamma_2(x_1) = \{x_2 : y_2 \in F_2(x_1, x_2)\}, \quad x_1 \in X_1, x_2 \in X_2.$$

Согласно лемме 2 отображения Γ_j определены корректно и являются $(\alpha_j\beta_j^{-1})$ -липшицевыми, $j \in \{1, 2\}$. Так как пространства X_1 и X_2 полны, то в силу своей замкнутости графики отображений Γ_1 и Γ_2 являются полными множествами. Итак, для отображений Γ_1 , Γ_2 выполнены условия леммы 1.

Зафиксируем произвольные $(\bar{x}_1, \bar{x}_2) \in X_1 \times X_2$, $\bar{y}_1 \in F_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$, $\bar{y}_2 \in F_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$, $\varepsilon > 0$. Согласно лемме 1 существует двойная точка $(\xi_1, \xi_2) \in X_1 \times X_2$ отображений Γ_1 и Γ_2 , т. е.

$$\xi_1 \in \Gamma_1(\xi_2), \quad \xi_2 \in \Gamma_2(\xi_1).$$

Из определения отображений Γ_j , $j \in \{1, 2\}$, следует, что точка (ξ_1, ξ_2) является решением системы (5).

Покажем, что верны оценки (6) и (7). Согласно лемме 1 выполняются неравенства (2), (3). Кроме того,

$$\text{dist}(\bar{x}_1, \Gamma_1(\bar{x}_2)) \leq \frac{1}{\alpha_1}\rho(y_1, \bar{y}_1). \quad (8)$$

Действительно, поскольку отображение $F_1(\cdot, \bar{x}_2)$ является α_1 -накрывающим, то для $\bar{x}_1 \in X_1$, $\bar{y}_1 \in F_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ существует $x_1 \in X_1$ такой, что $y_1 \in F_1(x_1, \bar{x}_2)$ и $\rho(\bar{x}_1, x_1) \leq \frac{1}{\alpha_1}\rho(y_1, \bar{y}_1)$.

Следовательно, $\text{dist}(\bar{x}_1, \Gamma_1(\bar{x}_2)) \leq \rho(\bar{x}_1, x_1) \leq \alpha_1^{-1}\rho(y_1, \bar{y}_1)$. Аналогично можно показать, что верно неравенство

$$\text{dist}(\bar{x}_2, \Gamma_2(\bar{x}_1)) \leq \frac{1}{\alpha_2}\rho(y_2, \bar{y}_2). \quad (9)$$

Из оценок (2), (3) и неравенств (8), (9) вытекают соотношения (6) и (7). \square

Пусть задано непустое замкнутое множество $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, число $T \in [t_0, t_1]$ и многозначное отображение $P : [t_0, T] \times \Omega \rightrightarrows \mathbb{R}^k$. Зададим многозначный оператор Немыцкого $\mathcal{N}_P : L_\infty([t_0, T], \Omega) \rightrightarrows L_\infty([t_0, T], \mathbb{R}^k)$ формулой

$$\mathcal{N}_P(\omega) = \{y \in L_\infty([t_0, T], \mathbb{R}^k) : y(t) \in P(t, \omega(t)) \quad \forall t \in [t_0, T]\} \quad \forall \omega \in L_\infty([t_0, T], \Omega).$$

Приведем критерии липшицевости и накрываемости оператора \mathcal{N}_P .

Лемма 4. Предположим, что многозначное отображение $P(\cdot)$ удовлетворяет условиям Каратеодори: для почти всех $t \in [t_0, T]$ многозначное отображение $P(t, \cdot)$ непрерывно; для всех $x \in \Omega$ многозначное отображение $P(\cdot, x)$ измеримо; для каждого $R > 0$ существует $M > 0$ такое, что если $|x| \leq R$, то $|y| \leq M$ для п.в. $t \in [t_0, T]$, для всех $y \in P(t, x)$.

Тогда

- 1) многозначное отображение \mathcal{N}_P определено корректно и является замкнутым;
- 2) если для почти всех $t \in [t_0, T]$ многозначное отображение $P(t, \cdot)$ является α -накрывающим, то \mathcal{N}_P также является α -накрывающим;
- 3) если для почти всех $t \in [t_0, T]$ многозначное отображение $P(t, \cdot)$ является β -липшицевым, то \mathcal{N}_P также является β -липшицевым.

Доказательство. 1) Из теорем 1.5.6, 1.5.18 из [1] следует, что $\mathcal{N}_P(\omega) \neq \emptyset$ для любого $\omega \in L_\infty([t_0, T], \Omega)$. Замкнутость множества $\mathcal{N}_P(\omega)$ очевидна. Таким образом доказано, что многозначное отображение $\mathcal{N}_P(\cdot)$ определено корректно.

Докажем, что многозначное отображение $\mathcal{N}_P(\cdot)$ замкнуто. Пусть заданы последовательности $\{\omega_n\} \subset L_\infty([t_0, T], \Omega)$, $\{y_n\} \subset L_\infty([t_0, T], \mathbb{R}^k)$, сходящиеся к $\omega \in L_\infty([t_0, T], \Omega)$ и $y \in L_\infty([t_0, T], \mathbb{R}^k)$, соответственно, и такие, что $y_n \in \mathcal{N}_P(\omega_n)$ для любого n . Тогда

$$y_n(t) \in P(t, \omega_n(t)), \quad \omega_n(t) \rightarrow \omega(t), \quad y_n(t) \rightarrow y(t) \quad \dot{\forall} t \in [t_0, T].$$

Из непрерывности многозначного отображения $P(t, \cdot)$ следует, что $y(t) \in P(t, \omega(t))$ для п.в. t .

2) Из леммы 4.1 из [10] следует α -накрываемость отображения $\mathcal{N}_P(\cdot)$.

3) Возьмем произвольные функции $\omega_1, \omega_2 \in L_\infty([t_0, T], \Omega)$, $y_1 \in \mathcal{N}_P(\omega_1)$. Поскольку многозначное отображение $P(t, \cdot)$ является β -липшицевым для почти всех $t \in [t_0, T]$, для любого $\varepsilon > 0$ имеем

$$B_{\mathbb{R}^k}(y_1(t), \beta|\omega_1(t) - \omega_2(t)| + \varepsilon) \cap P(t, \omega_2(t)) \neq \emptyset \quad \dot{\forall} t \in [t_0, T].$$

Из [1], 1.5.8 (а), следует, что многозначное отображение

$$t \mapsto B_{\mathbb{R}^k}(y_1(t), \beta|\omega_1(t) - \omega_2(t)| + \varepsilon) \cap P(t, \omega_2(t)), \quad t \in [t_0, T]$$

измеримо. Согласно теореме 1.5.6 из [1], существует измеримая функция $y_2 : [t_0, T] \rightarrow \mathbb{R}^k$ такая, что

$$y_2(t) \in B_{\mathbb{R}^k}(y_1(t), \beta|\omega_1(t) - \omega_2(t)| + \varepsilon) \cap P(t, \omega_2(t)) \quad \dot{\forall} t \in [t_0, T].$$

Из условий Каратеодори следует, что функция y_2 существенно ограничена. Итак, доказано, что $y_2 \in \mathcal{N}_P(\omega_2)$ и $\rho_\infty(y_1, y_2) \leq \beta\rho_\infty(\omega_1, \omega_2) + \varepsilon$.

Аналогично можно показать, что для любых функций $\omega_1, \omega_2 \in L_\infty([t_0, T], \Omega)$, $y_2 \in \mathcal{N}_P(\omega_2)$, для любого $\varepsilon > 0$ существует функция $y_1 \in \mathcal{N}_P(\omega_1)$ такая, что $\rho_\infty(y_2, y_1) \leq \beta\rho_\infty(\omega_1, \omega_2) + \varepsilon$. Следовательно, для любого $\varepsilon > 0$

$$h(\mathcal{N}_P(\omega_1), \mathcal{N}_P(\omega_2)) \leq \beta\rho_\infty(\omega_1, \omega_2) + \varepsilon \quad \forall \omega_1, \omega_2 \in L_\infty([t_0, T], \Omega),$$

и, значит, многозначное отображение $\mathcal{N}_P(\cdot)$ является β -липшицевым. \square

Зададим многозначный интегральный оператор $\mathcal{I}_P : L_\infty([t_0, T], \Omega) \rightrightarrows L_\infty([t_0, T], \mathbb{R}^k)$ формулой

$$\mathcal{I}_P(\omega) = \left\{ y \in L_\infty([t_0, T], \mathbb{R}^k) : y(t) \in P\left(t, a + \int_{t_0}^t \omega(s) ds\right) \quad \dot{\forall} t \in [t_0, T] \right\}$$

для любого $\omega \in L_\infty([t_0, T], \Omega)$. Приведем критерии липшицевости оператора \mathcal{I}_P из [10].

Л е м м а 5. Предположим, что многозначное отображение $P(\cdot)$ удовлетворяет условиям Каратеодори: для почти всех $t \in [t_0, T]$ многозначное отображение $P(t, \cdot)$ непрерывно; для всех $x \in \Omega$ многозначное отображение $P(\cdot, x)$ измеримо; для каждого $R > 0$ существует $M > 0$ такое, что если $|x| \leq R$, то $|y| \leq M$ для п.в. $t \in [t_0, T]$, для всех $y \in P(t, x)$.

Тогда если для почти всех $t \in [t_0, T]$ многозначное отображение $P(t, \cdot)$ является β -липшицевым, то $\mathcal{I}_P(\cdot)$ является $(\beta(T - t_0))$ -липшицевым.

4. Доказательство основного результата

Выберем произвольное число

$$T \in \left(t_0, t_0 + \frac{\alpha_F \alpha_G}{L_{F,u} L_{G,x} + L_{F,x} \alpha_G} \right]. \quad (10)$$

Положим

$$X_1 = L_\infty([t_0, T], \mathbb{R}^n), \quad X_2 = L_\infty([t_0, T], U), \quad Y_1 = L_\infty([t_0, T], \mathbb{R}^k), \quad Y_2 = L_\infty([t_0, T], \mathbb{R}^s).$$

Зададим многозначные операторы $\mathcal{F} : X_1 \times X_2 \rightrightarrows Y_1$, $\mathcal{G} : X_1 \times X_2 \rightrightarrows Y_2$ формулами

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(v, u) &= \left\{ y \in Y_1 : y(t) \in F \left(t, a + \int_{t_0}^t v(s) ds, v(t), u(t) \right) \quad \forall t \in [t_0, T] \right\}, \\ \mathcal{G}(v, u) &= \left\{ y \in Y_2 : y(t) \in G \left(t, a + \int_{t_0}^t v(s) ds, u(t) \right) \quad \forall t \in [t_0, T] \right\} \end{aligned}$$

для любых $v \in X_1$, $u \in X_2$. В силу леммы 4.1 и леммы 5 многозначные отображения \mathcal{F} и \mathcal{G} определены корректно.

Рассмотрим систему включений

$$\begin{cases} 0 \in \mathcal{F}(v, u), \\ 0 \in \mathcal{G}(v, u). \end{cases} \quad (11)$$

Покажем, что если пара $(v, u) \in X_1 \times X_2$ является решением системы (11), то пара (x, u) , где

$$x(t) = a + \int_{t_0}^t v(s) ds \quad \forall t \in [t_0, T],$$

есть локальное решение системы (1). Действительно, пусть $(v, u) \in X_1 \times X_2$ – решение системы (11). Тогда $x(0) = a$. Кроме того, поскольку $\dot{x}(t) = v(t) \quad \forall t \in [t_0, T]$, из определения операторов \mathcal{F} и \mathcal{G} следует, что $0 \in F(t, x(t), \dot{x}(t), u(t))$, $0 \in G(t, x(t), u(t)) \quad \forall t \in [t_0, T]$. Таким образом, пара (x, u) является локальным решением системы (1).

Покажем, что система (11) совместна. Для этого достаточно доказать, что для нее выполнены предположения леммы 3 с $F_1 = \mathcal{F}$, $F_2 = \mathcal{G}$.

Очевидно, что пространства X_j , Y_j полны, $j \in \{1, 2\}$. Из леммы 4.3 следует, что многозначный оператор $\mathcal{F}(v, \cdot)$ является $L_{F,u}$ -липшицевым для всех $v \in X_1$. Из леммы 5 вытекает, что многозначный оператор $\mathcal{G}(\cdot, u)$ является $(T - t_0)L_{G,x}$ -липшицевым для всех $u \in X_2$. Далее, из леммы 4.2 следует, что многозначный оператор $\mathcal{G}(v, \cdot)$ является замкнутым и α_G -накрывающим для всех $v \in X_1$.

Осталось доказать, что отображение $\mathcal{F}(\cdot, u)$ является $(\alpha_F - (T - t_0)L_{F,x})$ -накрывающим для всех $u \in X_2$. Определим многозначный оператор $\mathfrak{F} : X_1 \times X_2 \rightrightarrows Y_1$ по формуле

$$\mathfrak{F}(v_1, v_2, u) \equiv \left\{ y \in Y_1 : y(t) \in F \left(t, a + \int_{t_0}^t v_1(s) ds, v_2(t), u(t) \right) \quad \forall t \in [t_0, T] \right\}$$

для любых $v_1, v_2 \in X_1$, $u_1 \in X_2$. В силу лемм 4 и 5 этот оператор корректно определен, является замкнутым, $((T - t_0)L_{F,x})$ -липшицевым по переменной v_1 и α_F -накрывающим по переменно v_2 . Из (10) вытекает, что

$$(T - t_0)L_{F,x} < \alpha_F.$$

В силу следствия 3.2 из [10] оператор $v \mapsto \mathfrak{F}(v, v, u)$ является $(\alpha_F - (T - t_0)L_{F,x})$ -накрывающим для всех $u \in X_2$. А так как $\mathfrak{F}(v, v, u) \equiv \mathfrak{F}(v, u)$, оператор $\mathcal{F}(\cdot, u)$ является $(\alpha_F - (T - t_0)L_{F,x})$ -накрывающим для всех $u \in X_2$.

Итак, доказано, что для системы (11) все предположения леммы 3 с $F_1 = \mathcal{F}$ и $F_2 = \mathcal{G}$ выполнены. Следовательно, в силу леммы 3 для любого $\varepsilon > 0$ существует решение (ξ, η) системы (11) такое, что выполняются оценки

$$\rho_\infty(\dot{x}_0, \xi) \leq \frac{L_{F,u}\|g_0\| + \alpha_G\|f_0\|}{(\alpha_F - (T - t_0)L_{F,x})\alpha_G - L_{F,u}L_{G,x}(T - t_0)} + \varepsilon, \quad (12)$$

$$\rho_\infty(u_0, \eta) \leq \frac{(\alpha_F - (T - t_0)L_{F,x})\|g_0\| + (T - t_0)L_{G,x}\|f_0\|}{(\alpha_F - (T - t_0)L_{F,x})\alpha_G - L_{F,u}L_{G,x}(T - t_0)} + \varepsilon. \quad (13)$$

Как было показано выше, пара (x, η) , где $x(t) = a + \int_{t_0}^t \xi(s)ds$, $t \in [t_0, T]$, есть локальное решение системы (1). Искомые оценки этого решения прямо вытекают из неравенств (12) и (13) при $\tau = T - t_0$. \square

ЛИТЕРАТУРА

1. Борисович Ю.Г., Гельман Б.Д., Мышикис А.Д., Обуховский В.В. Введение в теорию многозначных отображений и дифференциальных включений. М.: Физматлит, 2007.
2. Арутюнов А.В., Жуковский С.Е. Локальная разрешимость управляемых систем со смешанными ограничениями // Дифф. уравнения. 2010. Т. 46. № 11. С. 1561-1570.
3. Arutyunov A.V., Zhukovskiy S.E. Existence of local solutions in constrained dynamic systems // Applicable Analysis. 2011, V. 90. Iss. 6. P. 889-898.
4. Арутюнов А.В. Накрывающие отображения в метрических пространствах и неподвижные точки // Докл. РАН. 2007. Т. 416. № 2. С. 151-155.
5. Арутюнов А.В. Устойчивость точек совпадения и свойства накрывающих отображений // Мат. заметки. 2009. Т. 86. № 2. С. 163-169.
6. Арутюнов А.В., Гельман Б.Д. О структуре множества точек совпадения // Мат. сборник (принята к печати, будет опубликована в 2015 г.).
7. Арутюнов А.В., Аваков Е.Р., Жуковский Е.С. Накрывающие отображения и их приложения к дифференциальным уравнениям, не разрешенным относительно производной // Дифф. уравнения. 2009. Т. 45. № 5. С. 613-634.
8. Арутюнов А.В., Жуковский Е.С., Жуковский С.Е., О корректности дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной // Дифф. уравнения. 2011. Т. 47. № 11. С. 1523-1537.

9. Arutyunov A.V., Zhukovskiy E.S., Zhukovskiy S.E. Covering mappings and well-posedness of nonlinear Volterra equations // Nonlin. Anal.: TMA. 2012. V. 75. P. 1026-1044.
10. Arutyunov A., de Oliveira V.A., Pereira F.L., Zhukovskiy E., Zhukovskiy S. On the solvability of implicit differential inclusions // Appl. Anal. 2014. DOI: 10.1080/00036811.2014.891732.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена в рамках реализации государственного задания министерства образования и науки РФ в сфере научной деятельности, проект № 1.333.2014/К и при финансовой поддержке РФФИ, проект N 14-01-31185, при поддержке гранта Marie Curie IIF (FP7-PEOPLE-2011-IIF 911177).

Поступила в редакцию 10 ноября 2014 г.

Zhukovskiy S.E., Zhukovskaya Z.T. SUFFICIENT CONDITIONS FOR THE CONTROL SYSTEM LOCAL SOLVABILITY

A control system with mixed constraints, geometrical constraints for the control variable and set-valued dynamics is considered. The sufficient conditions for local solvability of the system are obtained.

Key words: control system; set-valued mapping; covering mapping.

Жуковский Сергей Евгеньевич, Российский университет дружбы народов, г. Москва, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры нелинейного анализа и оптимизации, e-mail: s-e-zhuk@yandex.ru

Zhukovskiy Sergey Evgenyevich, Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russian Federation, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Nonlinear Analysis and Optimization Department, e-mail: s-e-zhuk@yandex.ru

Жуковская Зухра Тагировна, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация, аспирант кафедры системного анализа, e-mail: zyxra2@yandex.ru

Zhukovskaya Zukhra Tagirovna, Moscow State University, Moscow, Russian Federation, Postgraduate student of System Analysis Department, e-mail: zyxra2@yandex.ru

УДК 517.977.1, 517.988.6

ВЕКТОРНО НАКРЫВАЮЩИЕ ОТОБРАЖЕНИЯ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ

© Е. А. Плужникова

Ключевые слова: векторно накрывающие отображения; метрические пространства; управляемые системы; обыкновенные дифференциальные уравнения неявного вида. Предлагаются условия разрешимости, оценки решений систем с векторно накрывающими отображениями метрических пространств. На основании этих результатов исследуется управляемая дифференциальная система неявного вида со смешанными ограничениями на управление и дополнительными ограничениями на производную решения. Получены условия локальной разрешимости, непрерывной зависимости решений от параметров.

1. Векторно накрывающие отображения

Вначале приведем определение классического «скалярного» накрывания.

Пусть заданы метрические пространства (X, ρ_X) , (Y, ρ_Y) . Обозначим через $B_X(u, r)$ замкнутый шар $\{x \in X : \rho_X(x, u) \leq r\}$ с центром в точке $u \in X$ радиуса $r \geq 0$ в пространстве X , аналогичное обозначение введем в пространстве Y .

Пусть задано число $\alpha > 0$.

Определение 1 [1]. Отображение $\Psi : X \rightarrow Y$ называется α -накрывающим (накрывающим), если для любых $r \geq 0$, $u \in X$ имеет место включение

$$B_Y(\Psi(u), \alpha r) \subset \Psi(B_X(u, r)).$$

Свойство α -накрывания равносильно следующему соотношению:

$$\forall u \in X \quad \forall y \in Y \quad \exists x \in X \quad \Psi(x) = y \quad \& \quad \rho_X(x, u) \leq \alpha^{-1} \rho_Y(y, \Psi(u)).$$

Нас будет интересовать проблема исследования систем уравнений, порождаемых векторными отображениями, действующими в произведении метрических пространств и являющимися по части аргументов накрывающими, а по остальным аргументам — липшицевыми. При попытке применения к таким системам результатов [1]–[3] о накрывающих отображениях возникают проблемы определения метрики в произведении пространств; нахождения условий гарантирующих, что накрывающее по некоторым аргументам отображение само будет обладать этим свойством (относительно метрики, введенной в произведениях пространств). К тому же метрика должна быть «удачной»: обеспечивать нужные соотношения между константами накрывания и липшицевости. Здесь предлагается другой подход: в произведениях метрических пространств мы не определяем метрику через метрики сомножителей, а пользуемся самим набором этих метрик.

Стандартно обозначим \mathbb{R}^n — n -мерное вещественное пространство, \mathbb{R}_+^n — конус векторов с неотрицательными компонентами пространства \mathbb{R}^n , I_n — единичную $n \times n$ матрицу.

Пусть заданы метрические пространства (X_i, ρ_{X_i}) , (Y_j, ρ_{Y_j}) , $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$. Определим $\bar{X} = \prod_{i=1}^n X_i$, $\bar{Y} = \prod_{j=1}^m Y_j$, $\bar{\rho}_{\bar{X}} \doteq (\rho_{X_1}, \dots, \rho_{X_n})$, $\bar{\rho}_{\bar{Y}} \doteq (\rho_{Y_1}, \dots, \rho_{Y_m})$. Под сходимостью $x^k \rightarrow x$ при $k \rightarrow \infty$ в произведении \bar{X} понимаем сходимость последовательностей компонент данных векторов, т. е. $\rho_{X_i}(x_i^k, x_i) \rightarrow 0$, $i = \overline{1, n}$, что равносильно сходимости $\bar{\rho}_{\bar{X}}(x^k, x) \rightarrow 0$ в пространстве \mathbb{R}^n . Аналогично понимаем сходимость в \bar{Y} . В произведении \bar{X} определим «векторный шар» — множество

$$\bar{B}_{\bar{X}}(u, r) \doteq \{x \in \bar{X} : \bar{\rho}_{\bar{X}}(x, u) \leq r\} = \prod_{i=1}^n B_{X_i}(u_i, r_i),$$

где $r = (r_1, \dots, r_n) \in \mathbb{R}_+^n$, $u = (u_1, \dots, u_n) \in \bar{X}$. Аналогично, для $d = (d_1, \dots, d_m) \in \mathbb{R}_+^m$, $w = (w_1, \dots, w_m) \in \bar{Y}$ обозначим

$$\bar{B}_{\bar{Y}}(w, d) \doteq \{y \in \bar{Y} : \bar{\rho}_{\bar{Y}}(y, w) \leq d\} = \prod_{j=1}^m B_{Y_j}(w_j, d_j).$$

Пусть задана $n \times m$ матрица A с неотрицательными компонентами a_{ij} , $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$.

Определение 2. Отображение $\Psi : \bar{X} \rightarrow \bar{Y}$ будем называть *векторно A-накрывающим* (*векторно накрывающим*), если для любых $u \in \bar{X}$, $r \in \mathbb{R}_+^m$ имеет место включение

$$\bar{B}_{\bar{Y}}(\Psi(u), r) \subset \Psi(\bar{B}_{\bar{X}}(u, Ar)).$$

При выполнении данного соотношения матрицу A будем называть *матрицей накрываания отображения* Ψ .

Заметим, что *отображение* $\Psi : \bar{X} \rightarrow \bar{Y}$ является *векторно A-накрывающим* тогда и только тогда, когда

$$\forall u \in \bar{X} \quad \forall y \in \bar{Y} \quad \exists x \in \bar{X} \quad \Psi(x) = y \quad \& \quad \bar{\rho}_{\bar{X}}(x, u) \leq A \bar{\rho}_{\bar{Y}}(y, \Psi(u)).$$

Отметим, что при $n = m = 1$ матрица A содержит лишь один элемент (a_{11}) , в этом случае определения 1 и 2 равносильны, причем $a_{11} = \alpha^{-1}$.

Пусть определено отображение $\Upsilon = (\Upsilon_1, \Upsilon_2, \dots, \Upsilon_m) : \bar{X}^2 \rightarrow \bar{Y}$ и задан вектор $y = (y_1, y_2, \dots, y_m) \in \bar{Y}$. Рассмотрим систему

$$\Upsilon_j(x_1, x_2, \dots, x_n, x_1, x_2, \dots, x_n) = y_j, \quad j = \overline{1, m},$$

относительно неизвестного $x = (x_1, \dots, x_n) \in \bar{X}$. Эту систему будем также записывать в виде векторного уравнения

$$\Upsilon(x, x) = y. \tag{1}$$

Пусть задана $m \times n$ матрица B с неотрицательными компонентами b_{ji} , $j = \overline{1, m}$, $i = \overline{1, n}$. Отображение $\Phi : \bar{X} \rightarrow \bar{Y}$ будем называть *векторно B-липшицевым*, если для любых $u, x \in \bar{X}$ выполнено

$$\bar{\rho}_{\bar{Y}}(\Phi(x), \Phi(u)) \leq B \bar{\rho}_{\bar{X}}(x, u).$$

Это условие означает, что для любых $l = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$ и $u, x \in \bar{X}$ таких, что $u_i = x_i$ при всех $i \neq l$, выполнено

$$\rho_{Y_j}(\Phi_j(x), \Phi_j(u)) \leq b_{jl} \rho_{X_l}(x_l, u_l).$$

Следующий результат — векторный аналог теоремы 1 работы [1].

Теорема 1. Пусть пространства X_i , $i = \overline{1, n}$, являются полными и выполнены следующие условия:

(1.1) существует такая $n \times m$ матрица A , что при любом $u \in \overline{X}$ отображение $\Upsilon(\cdot, u) : \overline{X} \rightarrow \overline{Y}$ является векторно A -накрывающим;

(1.2) существует такая $m \times n$ матрица B , что при любом $v \in \overline{X}$ отображение $\Upsilon(v, \cdot) : \overline{X} \rightarrow \overline{Y}$ является векторно B -липшицевым;

(1.3) для произвольной последовательности $\{v^k\} \subset \overline{X}$, если имеют место сходимости $\bar{\rho}_{\overline{X}}(v^k, u) \rightarrow 0$, $\bar{\rho}_{\overline{Y}}(\Upsilon(v^k, u), y) \rightarrow 0$, то выполнено соотношение $\Upsilon(u, u) = y$;

(1.4) для спектрального радиуса ϱ квадратной матрицы BA выполнено $\varrho(BA) < 1$. Тогда для любого $u^0 \in \overline{X}$ существует решение $x = \xi \in \overline{X}$ системы (1), удовлетворяющее неравенству

$$\bar{\rho}_{\overline{X}}(\xi, u^0) \leq A(I_m - BA)^{-1} \bar{\rho}_{\overline{Y}}(\Upsilon(u^0, u^0), y). \quad (2)$$

Доказательство. Так как $(I_m - BA)^{-1} = I_m + BA + (BA)^2 + \dots$ (см., например, [4, с. 116]), а матрицы A , B имеют неотрицательные компоненты, то при любом номере $k = 0, 1, 2, \dots$ выполнено

$$(I_m - BA)^{-1} \geq I_m + BA + \dots + (BA)^k$$

(это неравенство понимается, естественно, как неравенство для соответствующих элементов матриц).

Выберем произвольный $u_0 \in \overline{X}$. Определим последовательность $x^k \in \overline{X}$ следующим образом.

Положим $x_0 = u_0$. В силу предположения (1.1) существует такой $x_1 \in \overline{X}$, что

$$\Upsilon(x^1, x^0) = y, \quad \bar{\rho}_{\overline{X}}(x^1, x^0) \leq A \bar{\rho}_{\overline{Y}}(\Upsilon(u^0, u^0), y).$$

Вследствие предположения (1.2) выполнено неравенство

$$\bar{\rho}_{\overline{Y}}(\Upsilon(x^1, x^1), y) \leq B \bar{\rho}_{\overline{X}}(x^1, x^0).$$

Далее, снова в силу предположения (1.1) существует такой $x_2 \in \overline{X}$, что

$$\Upsilon(x^2, x^1) = y, \quad \bar{\rho}_{\overline{X}}(x^2, x^1) \leq A \bar{\rho}_{\overline{Y}}(\Upsilon(x^1, x^1), y).$$

Отсюда следует оценка

$$\bar{\rho}_{\overline{X}}(x^2, x^1) \leq ABA \bar{\rho}_{\overline{Y}}(\Upsilon(u^0, u^0), y).$$

Повторяя подобные рассуждения, на каждом k -ом шаге ($k = 1, 2, \dots$) будем определять элемент $x^k \in \overline{X}$, удовлетворяющий соотношениям:

$$\Upsilon(x^k, x^{k-1}) = y, \quad \bar{\rho}_{\overline{X}}(x^k, x^{k-1}) \leq A(BA)^{k-1} \bar{\rho}_{\overline{Y}}(\Upsilon(u^0, u^0), y).$$

Компоненты x_i^k векторов построенной последовательности при каждом $i = \overline{1, n}$ образуют в X_i фундаментальную последовательность. Действительно, из оценки $\varrho(BA) < 1$ следует сходимость $\|(BA)^k\|_{\mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m} \rightarrow 0$ при $k \rightarrow \infty$; таким образом

$$\begin{aligned} \forall l = 1, 2, \dots \quad \bar{\rho}_{\overline{X}}(x^{k+l}, x^k) &\leq A(BA)^k (I_m + \dots + (BA)^{l-1}) \bar{\rho}_{\overline{Y}}(\Upsilon(u^0, u^0), y) \leq \\ &\leq A(BA)^k (I_m - BA)^{-1} \bar{\rho}_{\overline{Y}}(\Upsilon(u^0, u^0), y) \rightarrow 0, \text{ при } k \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

Вследствие полноты пространств X_i последовательность $\{x^k\}$ сходится. Пусть последовательность $\{x^k\}$ сходится к $\xi \in \overline{X}$. Покажем, что ξ есть искомое решение системы (1).

Из соотношений

$$\bar{\rho}_{\overline{Y}}(\Upsilon(x^k, x^k), y) = \bar{\rho}_{\overline{Y}}(\Upsilon(x^k, x^k), \Upsilon(x^k, x^{k-1})) \leq B \bar{\rho}_{\overline{X}}(x^k, x^{k-1})$$

следует сходимость $\bar{\rho}_{\overline{Y}}(\Upsilon(x^k, x^k), y) \rightarrow 0$ при $k \rightarrow \infty$. Таким образом, вследствие предположения (1.3) имеем $\Upsilon(\xi, \xi) = y$. Для доказательства теоремы остается заметить, что неравенство (2) следует из оценки

$$\bar{\rho}_{\overline{X}}(x^k, x_0) \leq A(I_m + \dots + (BA)^{k-1})\bar{\rho}_{\overline{Y}}(\Upsilon(u^0, u^0), y) \leq A(I_m - BA)^{-1}\bar{\rho}_{\overline{Y}}(\Upsilon(u^0, u^0), y).$$

Следствие 1. При выполнении условий теоремы 1 отображение $F : \overline{X} \rightarrow \overline{Y}$, определяемое формулой $F(x) = \Upsilon(x, x)$, $x \in \overline{X}$, является векторно накрывающим, матрица накрытия этого отображения есть $A(I_m - BA)^{-1}$.

2. Управляемые системы

Обозначим $\mathbf{d}_{\mathbb{R}^n}(x, H) = \inf_{h \in H} |x - h|$ — расстояние в \mathbb{R}^n от точки $x \in \mathbb{R}^n$ до множества $H \subset \mathbb{R}^n$; $\text{comp}(\mathbb{R}^n)$ — пространство непустых компактных подмножеств \mathbb{R}^n . Пусть заданы $A_0 \in \mathbb{R}^n$, $[a, b] \subset \mathbb{R}$, измеримые многозначные отображения

$$\Omega : [a, b] \rightarrow \text{cl}(\mathbb{R}^n), \quad U : [a, b] \rightarrow \text{comp}(\mathbb{R}^m), \quad V : [a, b] \rightarrow \text{comp}(\mathbb{R}^{l_2}),$$

их измеримые сечения $\tilde{\omega} : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$, $\tilde{u} : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^m$, $\tilde{v} : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^{l_2}$. Функцию $\tilde{\omega}$ будем предполагать суммируемой. Определим пространство $AC_\infty([a, b], \Omega, \tilde{\omega})$ таких абсолютно непрерывных функций $x : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$, что $\dot{x} \in L_\infty([a, b], \Omega, \tilde{\omega})$, с метрикой $\rho_{AC_\infty}(x_1, x_2) = |x_1(a) - x_2(a)| + \rho_{L_\infty}(\dot{x}_1, \dot{x}_2)$. Определим измеримую (см., например, [5, с. 71]) функцию $t \in [a, b] \mapsto \max_{v \in V(t)} |v - \tilde{v}(t)| \in \mathbb{R}$. Пусть эта функция существенно ограничена. Далее, пусть заданы удовлетворяющие условиям Каратеодори функции

$$f : [a, b] \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^{l_1}, \quad g : [a, b] \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^{l_2}.$$

Рассмотрим управляемую систему

$$f(t, x(t), \dot{x}(t), u(t)) = 0, \quad t \in [a, b], \quad x(a) = A_0, \tag{3}$$

со смешанными ограничениями на управление

$$u(t) \in U(t), \quad g(t, x(t), u(t)) \in V(t), \quad t \in [a, b], \tag{4}$$

и дополнительным ограничением на производную решения

$$\dot{x}(t) \in \Omega(t), \quad t \in [a, b]. \tag{5}$$

Если для некоторого значения $\tau \in (0, b - a]$ существует пара функций $(x, u) \in AC_\infty([a, a + \tau], \Omega, \tilde{\omega}) \times L_\infty([a, a + \tau], U, \tilde{u})$, удовлетворяющая при п.в. $t \in [a, a + \tau]$ уравнению (3) и включениям (4),(5), то управляемую систему (3)–(5) будем называть локально разрешимой. Сформулируем условия локальной разрешимости этой системы.

Пусть задано $\sigma > 0$. Положим $D = B_{\mathbb{R}^n}(A_0, \sigma)$. При каждом $t \in [a, b]$ определим множество

$$H(t) = \left(\bigcap_{x \in D} g(t, x, U(t)) \right) \bigcap V(t).$$

Относительно функций f , g будем предполагать выполненным следующее условие: для произвольного $r > 0$ существует такое $R > 0$, что при п.в. $t \in [a, b]$ и любых $x, z \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, если $|x - A_0| \leq \sigma$, $|z - \tilde{\omega}(t)| \leq r$, $|u - \tilde{u}(t)| \leq r$, то имеют место неравенства

$$|f(t, x, z, u)| \leq R, \quad |g(t, x, u) - \tilde{v}(t)| \leq R.$$

Основной результат о локальной разрешимости управляемой системы (3)–(5) предварим следующим вспомогательным утверждением.

Лемма 1. *Пусть при п.в. $t \in [a, b]$ множество $H(t)$ не пусто. Тогда многозначное отображение $H : [a, b] \rightarrow \text{comp}(\mathbb{R}^{l_2})$ измеримо и для произвольной функции $w \in L_\infty([a, b], \mathbb{R}^{l_2}, \tilde{v})$ функция $t \in [a, b] \mapsto \mathbf{d}_{\mathbb{R}^{l_2}}(w(t), H(t)) \in \mathbb{R}_+$ измерима и существенно ограничена.*

Отметим, что утверждаемая в лемме 1 измеримость многозначного отображения $H : [a, b] \rightarrow \text{comp}(\mathbb{R}^{l_2})$ позволяет записать ограничения (4) в виде уравнения

$$g(t, x(t), u(t)) = \eta(t), \quad t \in [a, b],$$

где функция $\eta : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^{l_2}$ — любой измеримый селектор отображения H и поэтому удовлетворяет включениям $\eta(t) \in V(t)$, $\eta(t) \in g(t, x, U(t))$ при п.в. $t \in [a, b]$ и любых $x \in D$. Таким образом, исследуемая управляемая система сводится к системе уравнений в соответствующих метрических пространствах функций, к которой применимы рассмотренные выше результаты. Далее, для произвольной функции $w \in L_\infty([a, b], \mathbb{R}^{l_2}, \tilde{v})$ можно в качестве измеримого селектора отображения H выбрать функцию η_0 , реализующую расстояние $\mathbf{d}_{\mathbb{R}^{l_2}}(w(t), H(t))$, т. е. удовлетворяющую при п.в. $t \in [a, b]$ равенству $|w(t) - \eta_0(t)| = \mathbf{d}_{\mathbb{R}^{l_2}}(w(t), H(t))$ (см., например, [6]). Этот факт полезен для нахождения оценок решения управляемой системы.

Реализуя описанную схему, получаем следующие условия локальной разрешимости управляемой системы (3)–(5).

Теорема 2. *Пусть при п.в. $t \in [a, b]$ множество $H(t)$ не пусто. Пусть существуют такие числа $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$, $\beta_1 \geq 0$, $\beta_2 \geq 0$, что при п.в. $t \in [a, b]$ и любых $x \in D$, $u \in U(t)$, $z \in \Omega(t)$ выполнены условия: отображение $f(t, x, \cdot, u) : \Omega(t) \rightarrow \mathbb{R}^{l_1}$ является α_1 -накрывающим; отображение $f(t, \cdot, z, \cdot) : D \times U(t) \rightarrow \mathbb{R}^{l_1}$ является β_1 -липшицевым; отображение $g(t, x, \cdot) : U(t) \rightarrow \mathbb{R}^{l_2}$ является α_2 -накрывающим; отображение $g(t, \cdot, u) : D \rightarrow \mathbb{R}^{l_2}$ является β_2 -липшицевым.*

Тогда управляемая система (3)–(5) локально разрешима. Кроме того, при любом $\tau \in (0, (\beta_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2)^{-1}\alpha_1\alpha_2)$, для произвольной пары $(v_0, u_0) \in L_\infty([a, a + \tau], \Omega, \tilde{\omega}) \times L_\infty([a, a + \tau], U, \tilde{u})$, первая компонента которой отвечает неравенству $\int_a^\tau |v_0(s)| ds \leq \sigma$, существует решение $(x, u) \in AC_\infty([a, a + \tau], \Omega, \tilde{\omega}) \times L_\infty([a, a + \tau], U, \tilde{u})$ управляемой системы (3)–(5), компоненты которого удовлетворяют оценкам

$$\begin{aligned} \left(1 - \tau \frac{\beta_1}{\alpha_1} - \tau \frac{\beta_1\beta_2}{\alpha_1\alpha_2}\right) \text{vrai sup}_{t \in [a, a+\tau]} |\dot{x}(t) - v_0(t)| &\leq \frac{1}{\alpha_1} \phi_1 + \frac{\beta_1}{\alpha_1\alpha_2} \phi_2, \\ \left(1 - \tau \frac{\beta_1}{\alpha_1} - \tau \frac{\beta_1\beta_2}{\alpha_1\alpha_2}\right) \text{vrai sup}_{t \in [a, a+\tau]} |u(t) - u_0(t)| &\leq \frac{\beta_1\beta_2}{\alpha_1\alpha_2} \phi_1 + \left(\frac{1}{\alpha_2} - \tau \frac{\beta_1}{\alpha_1\alpha_2}\right) \phi_2. \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \text{vrai sup}_{t \in [a, a+\tau]} \left| f\left(t, A_0 + \int_a^t v_0(s) ds, v_0(t), u_0(t)\right) \right|, \\ \phi_2 &= \text{vrai sup}_{t \in [a, a+\tau]} \mathbf{d}_{\mathbb{R}^{l_2}}(w_0(t), H(t)), \quad w_0(t) = g\left(t, A_0 + \int_a^t v_0(s) ds, u_0(t)\right). \end{aligned}$$

Доказательство. Определим отображения

$$\begin{aligned}\Upsilon_1 : (L_\infty([a, a + \tau], \Omega, \tilde{\omega}) \times L_\infty([a, a + \tau], U, \tilde{u}))^2 &\rightarrow L_\infty([a, a + \tau], \mathbb{R}^{l_1}), \\ (\Upsilon_1(w_1, w_2, v_1, v_2))(t) &= f\left(t, \left(A_0 + \int_a^t v_1(s) ds\right), w_1(t), v_2(t)\right); \\ \Upsilon_2 : (L_\infty([a, a + \tau], \Omega, \tilde{\omega}) \times L_\infty([a, a + \tau], U, \tilde{u}))^2 &\rightarrow L_\infty([a, a + \tau], \mathbb{R}^{l_2}, \tilde{v}), \\ (\Upsilon_2(w_1, w_2, v_1, v_2))(t) &= g\left(t, \left(A_0 + \int_a^t v_1(s) ds\right), w_2(t)\right).\end{aligned}$$

Обозначим $z_1 = \dot{x}$, $z_2 = u$, и относительно неизвестного

$$z = (z_1, z_2) \in L_\infty([a, a + \tau], \Omega, \tilde{\omega}) \times L_\infty([a, a + \tau], U, \tilde{u})$$

перепишем управляемую систему (3)–(5) в виде следующей системы двух уравнений

$$\Upsilon_1(z_1, z_2, z_1, z_2) = 0, \quad \Upsilon_2(z_1, z_2, z_1, z_2) = \eta_0, \quad (7)$$

где функция η_0 реализует расстояние $d_{\mathbb{R}^{l_2}}(w_0(t), H(t))$.

Для доказательства теоремы покажем, что определенное здесь отображение $\Upsilon = (\Upsilon_1, \Upsilon_2)$ удовлетворяет условиям теоремы 1. Имеем:

– при любых $v \in L_\infty([a, a + \tau], \Omega, \tilde{\omega}) \times L_\infty([a, a + \tau], U, \tilde{u})$ отображение

$$\Upsilon(\cdot, v) : L_\infty([a, a + \tau], \Omega, \tilde{\omega}) \times L_\infty([a, a + \tau], U, \tilde{u}) \rightarrow L_\infty([a, a + \tau], \mathbb{R}^{l_1}) \times L_\infty([a, a + \tau], \mathbb{R}^{l_2}, \tilde{v})$$

является векторно A -накрывающим, где $A = \begin{pmatrix} 1/\alpha_1 & 0 \\ 0 & 1/\alpha_2 \end{pmatrix}$;

– при любых $w \in L_\infty([a, a + \tau], \Omega, \tilde{\omega}) \times L_\infty([a, a + \tau], U, \tilde{u})$ отображение

$$\Upsilon(w, \cdot) : L_\infty([a, a + \tau], \Omega, \tilde{\omega}) \times L_\infty([a, a + \tau], U, \tilde{u}) \rightarrow L_\infty([a, a + \tau], \mathbb{R}^{l_1}) \times L_\infty([a, a + \tau], \mathbb{R}^{l_2}, \tilde{v})$$

является векторно B -липшицевым, где $B = \begin{pmatrix} \tau\beta_1 & \beta_1 \\ \tau\beta_2 & 0 \end{pmatrix}$.

Для спектрального радиуса ρ матрицы $BA = \begin{pmatrix} \frac{\tau\beta_1}{\alpha_1} & \frac{\beta_1}{\alpha_2} \\ \frac{\tau\beta_2}{\alpha_1} & 0 \end{pmatrix}$ выполнено $\rho(BA) < 1$, если

$\tau < (\beta_1\alpha_2 + \beta_2\alpha_1)^{-1}\alpha_1\alpha_2$ (что и предполагается в доказываемой теореме). Таким образом, выполнены все предположения теоремы 1, существует решение системы (7), а следовательно, локально разрешима и исходная управляемая система (3)–(5).

Для получения оценок решений найдем матрицы

$$(I_2 - BA)^{-1} = \left(1 - \tau\frac{\beta_1}{\alpha_1} - \tau\frac{\beta_1\beta_2}{\alpha_1\alpha_2}\right)^{-1} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\beta_1}{\alpha_2} \\ \frac{\tau\beta_2}{\alpha_1} & 1 - \frac{\tau\beta_1}{\alpha_1} \end{pmatrix};$$

$$A(I_2 - BA)^{-1} = \left(1 - \tau\frac{\beta_1}{\alpha_1} - \tau\frac{\beta_1\beta_2}{\alpha_1\alpha_2}\right)^{-1} \begin{pmatrix} \frac{1}{\alpha_1} & \frac{\beta_1}{\alpha_1\alpha_2} \\ \frac{\tau\beta_2}{\alpha_1\alpha_2} & \frac{1}{\alpha_2} - \frac{\tau\beta_1}{\alpha_1\alpha_2} \end{pmatrix};$$

Остается подставить найденные матрицы в неравенство (2), и мы получим требуемые оценки (6). Теорема доказана.

Поскольку в теореме 2 утверждается существование «локального» решения, то условия этой теоремы можно ослабить, требуя их выполнения не при п.в. $t \in [a, b]$, а лишь для $t \in [a, a + \bar{\tau}]$ при некотором $\bar{\tau} \in (0, b - a)$.

Исследуем непрерывную зависимость от параметров решений управляемой дифференциальной системы (3)–(5).

Пусть заданы: числа $A_0^k \in \mathbb{R}^n$, $k = 1, 2, \dots$; измеримые многозначные отображения

$$\Omega : [a, b] \rightarrow \text{cl}(\mathbb{R}^n), \quad U : [a, b] \rightarrow \text{comp}(\mathbb{R}^m), \quad V_k : [a, b] \rightarrow \text{comp}(\mathbb{R}^{l_2}),$$

их измеримые сечения $\tilde{\omega} : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$, $\tilde{u} : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^m$, $\tilde{v}^k : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^{l_2}$, $k = 1, 2, \dots$. Функцию $\tilde{\omega}$ будем предполагать суммируемой; а измеримую функцию $t \in [a, b] \mapsto \max_{v \in V_k(t)} |v - \tilde{v}(t)| \in \mathbb{R}$ существенно ограниченной. Далее, пусть при любом $k = 1, 2, \dots$ определены удовлетворяющие условиям Каратеодори функции

$$f_k : [a, b] \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^{l_1}, \quad g_k : [a, b] \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^{l_2},$$

относительно которых, кроме того, предполагаем, что для любого $r > 0$ существует такое $R_k > 0$, что при п.в. $t \in [a, b]$ для всех $x \in \mathbb{R}^n$, $z \in \Omega(t)$, $u \in U(t)$, удовлетворяющих условию $|x| + |z| + |u| \leq r$, имеют место неравенства $|f_k(t, x, z, u)| \leq R_k$, $|g_k(t, x, u)| \leq R_k$.

Рассмотрим последовательность управляемых систем

$$f_k(t, x(t), \dot{x}(t), u(t)) = 0, \quad x(a) = A_0^k, \quad (8)$$

$$u(t) \in U(t), \quad g_k(t, x(t), u(t)) \in V_k(t), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (9)$$

$$\dot{x}(t) \in \Omega(t), \quad t \in [a, b]. \quad (10)$$

Пусть для некоторой пары функций $(x^0, u^0) \in AC_\infty([a, b], \Omega) \times L_\infty([a, b], U)$ при $k \rightarrow \infty$ имеют место соотношения

$$\begin{aligned} &\text{vrai } \sup_{t \in [a, b]} |f_k(t, x^0(t), \dot{x}^0(t), u^0(t))| \rightarrow 0, \quad A_0^k \rightarrow x^0(a), \\ &H_k(t) = \left(\bigcap_{x \in D(t)} g_k(t, x, U(t)) \right) \cap V_k(t) \neq \emptyset, \\ &\text{vrai } \sup_{t \in [a, b]} \varrho_{\mathbb{R}^{l_2}}(g_k(t, x^0(t), u^0(t)), H_k(t)) \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Получим условия, обеспечивающие существование при любом натуральном k такого решения $(x_m, u_m) \in AC_\infty([a, b], \Omega) \times L_\infty([a, b], U)$ управляемой системы (8)–(10), что последовательность (x^k, u^k) сходится к (x^0, u^0) в пространстве $AC_\infty([a, b], \Omega) \times L_\infty([a, b], U)$.

Положим $D^0(t) = B_{\mathbb{R}^n}(x^0(t), \sigma)$, $\sigma > 0$.

Т е о р е м а 3. Пусть существуют такие числа $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$, $\beta_1 \geq 0$, $\beta_2 \geq 0$, что при п.в. $t \in [a, b]$ и любых $x \in D^0(t)$, $u \in U(t)$, $z \in \Omega(t)$, $k = 1, 2, \dots$ выполнены условия: отображение $f_k(t, x, \cdot, u) : \Omega(t) \rightarrow \mathbb{R}^{l_1}$ является α_1 -накрывающим; отображение $f_k(t, \cdot, z, \cdot) : D \times U(t) \rightarrow \mathbb{R}^{l_1}$ является β_1 -липшицевым; отображение $g_k(t, x, \cdot) : U(t) \rightarrow \mathbb{R}^{l_2}$ является α_2 -накрывающим; отображение $g_k(t, \cdot, u) : D \rightarrow \mathbb{R}^{l_2}$ является β_2 -липшицевым.

Тогда, если справедливы соотношения (11), то для всех достаточно больших значений k управляемая система (8)–(10) разрешима на всем $[a, b]$, и существует такое ее решение $(x^k, u^k) \in AC_\infty([a, b], \Omega) \times L_\infty([a, b], U)$, что имеет место сходимость $(x^k, u^k) \rightarrow (x^0, u^0)$ (в пространстве $AC_\infty([a, b], \Omega) \times L_\infty([a, b], U)$).

Доказательство существования решения управляемой системы (8)–(10) при каждом натуральном k следует из теоремы 1, применяемой к системе операторных уравнений

$$\Upsilon_1^k(z_1, z_2, z_1, z_2) = 0, \quad \Upsilon_2^k(z_1, z_2, z_1, z_2) = \eta_0^k,$$

где

$$\Upsilon_1^k : (L_\infty([a, a + \tau], \Omega, \tilde{\omega}) \times L_\infty([a, a + \tau], U, \tilde{u}))^2 \rightarrow L_\infty([a, a + \tau], \mathbb{R}^{l_1}),$$

$$(\Upsilon_1^k(w_1, w_2, v_1, v_2))(t) = f^k\left(t, \left(A_0 + \int_a^t v_1(s) ds\right), w_1(t), v_2(t)\right);$$

$$\Upsilon_2^k : (L_\infty([a, a + \tau], \Omega, \tilde{\omega}) \times L_\infty([a, a + \tau], U, \tilde{u}))^2 \rightarrow L_\infty([a, a + \tau], \mathbb{R}^{l_2}, \tilde{v}),$$

$$(\Upsilon_2^k(w_1, w_2, v_1, v_2))(t) = g^k\left(t, \left(A_0 + \int_a^t v_1(s) ds\right), w_2(t)\right);$$

элемент $\eta_0^k \in H_k$ реализует расстояние $\mathbf{d}_{\mathbb{R}^{l_2}}(w_0^k(t), H_k(t))$, $w_0^k(t) = g_k\left(t, A_0 + \int_a^t \dot{x}_0(s) ds, u_0(t)\right)$.

Сходимость $(x^k, u^k) \rightarrow (x^0, u^0)$ следует из оценок (6) решения (x^k, u^k) и предельных соотношений (11).

ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнов А.В. Накрывающие отображения в метрических пространствах и неподвижные точки // Доклады Академии наук. 2007. Т. 416. № 2. С. 151–155.
2. Арутюнов А.В. Устойчивость точек совпадения и многозначные накрывающие отображения в метрических пространствах // Доклады Академии наук. 2009. Т. 427. № 5. С. 583–585.
3. Арутюнов А.В. Точки совпадения двух отображений // Функциональный анализ и его приложения. 2014. Т. 48. № 1. С. 89–93.
4. Крейн С.Г. Функциональный анализ. М., 1972. 544 с.
5. Борисович Ю.Г., Гельман Б.Д., Мишикис А.Д., Обуховский В.В. Введение в теорию многозначных отображений и дифференциальных включений. М., 2011. 224 с.
6. Himmelberg C.J., Van Vleck F.S. Lipschitzian generalized differential gathers // Rend. Sem. Mat. Padova. 1972. V. 48. С. 159–169.

БЛАГОДАРНОСТИ: Благодарю профессора А.В. Арутюнова за замечания, критику, советы. Работа поддержана грантом РФФИ № 14-31-50181.

Поступила в редакцию 16 декабря 2014 г.

Pluzhnikova E.A. THE VEKTOR COVERING MAPPINGS IN CONTROL PROBLEMS FOR SYSTEMS OF IMPLICIT DIFFERENTIAL EQUATIONS

Conditions that guarantee solvability, estimates of the solutions to systems of the vektor covering mappings in metric spaces are offered. On the basis of these results the controlled implicit differential system with mixed constraints on control and an additional constraint on the solution's derivative is investigated. Conditions that guarantee local solvability, continuous dependence of the solutions on parameters are obtained.

Key words: the vektor covering mappings; metric spaces; controlled systems; the ordinary differential equations of an implicit look.

Плужникова Елена Александровна, Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры и геометрии, e-mail: pluznikova_elena@mail.ru

Pluzhnikova Elena Aleksandrovna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate of Physics and Mathematics, Associated Professor of Algebra and Geometry Department, e-mail: pluznikova_elena@mail.ru

УДК 517.988.6, 517.922

НЕПРЕРЫВНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ОТ ПАРАМЕТРОВ РЕШЕНИЙ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОТКЛОНИЮЩИМСЯ АРГУМЕНТОМ

© Трещёв В.С.

Ключевые слова: накрывающие отображения; метрические пространства; дифференциальное уравнение неявного вида с отклоняющимся аргументом; краевая задача.

Получены условия непрерывной зависимости от параметров решений апериодической краевой задачи для системы дифференциальных уравнений неявного вида с отклоняющимся аргументом. Метод основан на утверждениях о векторных накрывающих отображениях.

Используются следующие обозначения для пространств определенных на $[a, b]$ вещественных функций: L_∞ – банахово пространство измеримых существенно ограниченных функций с нормой $\|x\|_{L_\infty} = \text{vrai sup}_{t \in [a, b]} |x(t)|$; AC_∞ – банахово пространство таких абсолютно непрерывных функций, что $\dot{x} \in L_\infty$, с нормой $\|x\|_{AC_\infty} = \|\dot{x}\|_{L_\infty} + |x(a)|$; C – пространство непрерывных функций, $\|x\|_C = \max_{t \in [a, b]} |x(t)|$. Стандартно, обозначим, B^n – декартово произведение множеств $B \times \dots \times B$.

В работах [1] – [3] предложен метод исследования неявных дифференциальных уравнений, основанный на утверждениях о накрывающих отображениях. В [1], [2] найдены условия существования решения задачи Коши и их непрерывной зависимости от параметров, в [3] для таких уравнений исследованы краевые задачи. Использованные в этих работах идеи и подходы применимы и к функционально-дифференциальным уравнениям неявного вида. Здесь аналогичными методами получены условия разрешимости апериодической краевой задачи для дифференциального уравнения неявного вида с отклоняющимся аргументом.

Пусть X, Y метрические пространства с метриками ρ_X, ρ_Y соответственно. Приведем результаты работ [1], [3], [4], существенно используемые в работе.

Определение 1 [4]. Отображение $F : X \rightarrow Y$ называется α -накрывающим, $\alpha > 0$, если для любых $x_0 \in X$, $y \in Y$ существует $x \in X$, удовлетворяющий уравнению $F(x) = y$ и оценке

$$\rho_X(x, x_0) \leq \frac{1}{\alpha} \rho_Y(y, F(x_0)). \quad (1)$$

Определение 2 [1]. Отображение $F : X \rightarrow Y$ называется условно α -накрывающим, $\alpha > 0$, если для любых $u \in X$, $y \in F(X)$ существует $x \in X$, удовлетворяющий уравнению $F(x) = y$ и оценке (1).

Пусть для любого $j = \overline{1, n}$ заданы метрические пространства (X_j, ρ_{X_j}) , (Y_j, ρ_{Y_j}) , точки $y_j \in Y_j$, и определены отображения $\Phi_i : X_i \times \prod_{j=1}^n X_j \rightarrow Y_i$, $i = \overline{1, n}$. Рассмотрим систему уравнений

$$\Phi_i(x_i, x_1, x_2, \dots, x_n) = y_i, \quad (2)$$

относительно неизвестного $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \prod_{j=1}^n X_j$.

Положим $X = \prod_{j=1}^n X_j$, $Y = \prod_{j=1}^n Y_j$, определим отображение $\Upsilon : X \times X \rightarrow Y$ равенством

$\Upsilon(u, x) = (\Phi_i(u_i, x))_{i=\overline{1,n}}$ и запишем систему (1) в виде уравнения

$$\Upsilon(x, x) = y.$$

Пусть далее заданы числа $\alpha_i > 0$, $\beta_{ij} \geq 0$, $i, j = \overline{1, n}$. Определим матрицы

$$A = \text{diag}(\alpha_i)_{n \times n}, \quad B = (\beta_{ij})_{n \times n}, \quad C = A^{-1}B = (\alpha_i^{-1}\beta_{ij})_{n \times n}.$$

Обозначим $\varrho(C)$ – спектральный радиус матрицы C .

Теорема 1 [3]. *Пусть метрические пространства X_j , $j = \overline{1, n}$, являются полными и для всех $i = \overline{1, n}$ выполнены следующие условия: для любого $x \in X$ отображение $\Phi_i(\cdot, x) : X_i \rightarrow Y_i$ является условно α_i -накрывающим и $y_i \in \Phi_i(X_i, x)$; при любых $j = \overline{1, n}$, для всех $u_i \in X_i$, $x_1 \in X_1$, …, $x_{j-1} \in X_{j-1}$, $x_{j+1} \in X_{j+1}$, …, $x_n \in X_n$ отображение $\Phi_i(u_i, x_1, \dots, x_{j-1}, \cdot, x_{j+1}, \dots, x_n) : X_j \rightarrow Y_i$ является β_{ij} -липшицевым; для любой последовательности $\{u^k\} \subset X$ из того, что $u^k \rightarrow u$, $\Upsilon(u^k, u) \rightarrow y$, следует $\Upsilon(u, u) = y$.*

Тогда, если $\varrho(C) < 1$, то система уравнений (2) разрешима и, кроме того, для любого $\varepsilon > 0$ можно так определить монотонную норму $|\cdot|$ в пространстве \mathbb{R}^n , что при задании метрики в X формулой

$$\rho_{X^n}(x, u) = |\rho_{X_1}(x_1, u_1), \rho_{X_2}(x_2, u_2), \dots, \rho_{X_n}(x_n, u_n)|, \quad \forall x, u \in X$$

для произвольного $u^0 = (u_1^0, u_2^0, \dots, u_n^0) \in X$ существует решение $x = \xi \in X$ системы (2), удовлетворяющее оценке

$$\rho_X(\xi, u^0) \leq \left(\frac{1}{1 - \varrho(C)} + \varepsilon \right) \left| \left(\frac{\rho_{Y_1}(y_1, \Phi_1(u_1^0, u^0))}{\alpha_1}, \dots, \frac{\rho_{Y_n}(y_n, \Phi_n(u_n^0, u^0))}{\alpha_n} \right) \right|. \quad (3)$$

Теперь сформулируем условия, обеспечивающие непрерывную зависимость от параметров решений апериодической краевой задачи для системы дифференциальных уравнений неявного вида с отклоняющимся аргументом.

Пусть при любом натуральном m заданы измеримая функция $h^m : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$, измеримая существенно ограниченная функция $y^m : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$, измеримая по Борелю ограниченная функция $\varphi^m : (-\infty, a) \cup (b, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$, и функция $f^m : [a, b] \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$, удовлетворяющая условиям Каратедори (т. е. измеримая по первому и непрерывная по второму аргументу). Пусть далее для любого $r > 0$ найдется такое число M^m , что при любых $x, w \in \mathbb{R}^n$, удовлетворяющих оценке $|x| + |w| \leq r$, и при почти всех $t \in [a, b]$ имеет место неравенство $|f^m(t, x, w)| \leq M^m$. Далее, пусть для любого $i = \overline{1, n}$ заданы числа A_i^m, B_i^m, Δ_i^m . Рассмотрим при каждом $m = 1, 2, \dots$ следующую краевую задачу:

$$\begin{cases} f_i^m(t, x_1(h_{i1}^m(t)), \dots, x_n(h_{in}^m(t)), \dot{x}_i(t)) = y_i^m(t), & t \in [a, b]; \\ x_i(s) = \varphi_i^m(s), & \text{если } s \notin [a, b], \\ A_i^m x_i(a) + B_i^m x_i(b) = \Delta_i^m, & i = \overline{1, n}. \end{cases} \quad (4)$$

Для любых $i, j = \overline{1, n}$ определим множества

$$E_{ij}^m = (h_{ij}^m)^{-1}[a, b] = \{t \in [a, b] : h_{ij}^m(t) \in [a, b]\},$$

являющиеся, очевидно, измеримыми, и числа

$$H_{ij}^m = \begin{cases} \text{vrai sup}_{t \in E_{ij}^m} (h_{ij}^m(t) - a), & \text{если } E_{ij}^m \neq \emptyset, \\ 0, & \text{если } E_{ij}^m = \emptyset. \end{cases}$$

Определим оператор $S_{h_{ij}^m} : C \rightarrow L_\infty$

$$(S_{h_{ij}^m}x)(t) = \begin{cases} x_i(h_{ij}^m(t)), & \text{если } t \in E_{ij}^m, \\ \varphi_i^m(h_{ij}^m(t)), & \text{если } t \notin E_{ij}^m, \end{cases}$$

и запишем систему (4) в следующем виде

$$\begin{cases} f_i^m \left(t, S_{h_{i1}^m}(x_1(a) + \int_a^{(\cdot)} \dot{x}_1(s) ds)(t), \dots, S_{h_{in}^m}(x_n(a) + \int_a^{(\cdot)} \dot{x}_n(s) ds)(t), \dot{x}_i(t) \right) = y_i^m(t), \\ (A_i^m + B_i^m)x_i(a) + B_i^m \int_a^b \dot{x}_i(s) ds = \Delta_i^m, \quad i = \overline{1, n}. \end{cases} \quad (5)$$

Решением полученной системы естественно считать абсолютно непрерывную функцию $x \in AC_\infty^n$, каждая компонента которой имеет существенно ограниченную производную.

Пусть для некоторой функции $u^0 \in AC_\infty^n$, при $m \rightarrow \infty$ имеют место соотношения

$$\text{vrai } \sup_{t \in [a, b]} |f_i^m \left(t, S_{h_{i1}^m}(u_1^0(a) + \int_a^{(\cdot)} \dot{u}_1^0(s) ds)(t), \dots, S_{h_{in}^m}(u_n^0(a) + \int_a^{(\cdot)} \dot{u}_n^0(s) ds)(t), \dot{u}_i^0(t) \right) - y_i^m(t)| \rightarrow 0, \quad (6)$$

$$A_i^m u_i^0(a) + B_i^m u_i^0(b) - \Delta_i^m \rightarrow 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (7)$$

Теорема 2. Пусть для всех $i = \overline{1, n}$ и при любом натуральном m выполнены следующие условия: $A_i^m + B_i^m \neq 0$; существует такое $\alpha_i^m > 0$, что при почти всех $t \in [a, b]$ и любом $x \in \mathbb{R}^n$ отображение $f_i^m(t, x, \cdot) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ является условно α_i^m -накрывающим и имеет место включение $y_i^m(t) \in f_i^m(t, x, \mathbb{R})$; для любого $j = \overline{1, n}$ существует такое $\beta_{ij}^m \geq 0$, что при почти всех $t \in E_{ij}^m$ и любых $w \in \mathbb{R}$, $(x_1, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^{n-1}$ отображение $f_i^m(t, x_1, \dots, x_{j-1}, \cdot, x_{j+1}, \dots, x_n, w) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ является β_{ij}^m -липшицевым. Пусть далее справедливы соотношения (6), (7); при $m \rightarrow \infty$ выполнено: $A_i^m \rightarrow A_i$, $B_i^m \rightarrow B_i$, $H_{ij}^m \rightarrow H_{ij}$, $\alpha_i^m \rightarrow \alpha_i$, $\beta_{ij}^m \rightarrow \beta_{ij}$, $i, j = \overline{1, n}$, и матрица

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix},$$

$$C_{11} = (\alpha_i^{-1} \beta_{ij} H_{ij})_{n \times n}, \quad C_{12} = (\alpha_i^{-1} \beta_{ij})_{n \times n}, \quad (8)$$

$$C_{21} = \text{diag}\{|A_i + B_i|^{-1} |B_i|(b-a)\}_{n \times n}, \quad C_{22} = (0)_{n \times n},$$

имеет спектральный радиус $\varrho(C) < 1$.

Тогда, начиная с некоторого номера, при каждом m существует такое решение $\xi^m = (\xi_1^m, \xi_2^m, \dots, \xi_n^m) \in AC_\infty^n$ краевой задачи (3), что

$$\text{vrai } \sup_{t \in [a, b]} |\xi_i^m(t) - u_i^0(t)| \rightarrow 0 \text{ при } m \rightarrow \infty.$$

Доказательство. Определим при $m = 1, 2, \dots$ отображения $\Phi_i^m : L_\infty \times L_\infty^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow L_\infty$, $\phi_i^m : \mathbb{R} \times L_\infty^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ соотношениями

$$\begin{aligned}
& \left(\Phi_i^m(u_i, v_1, \dots, v_n, v_{n+1}, \dots, v_{2n}) \right)(t) = \\
& = f_i^m \left(t, S_{h_{i1}^m} \left(v_{n+1} + \int_a^{(\cdot)} v_1(s) ds \right)(t), \dots, S_{h_{in}^m} \left(v_{2n} + \int_a^{(\cdot)} v_n(s) ds \right)(t), u_i(t) \right); \\
& \phi_i^m(u_{i+n}, v_1, \dots, v_n, v_{n+1}, \dots, v_{2n}) = (A_i^m + B_i^m)u_{i+n} + B_i^m \int_a^b v_i(s) ds, \quad i = \overline{1, n}
\end{aligned}$$

Запишем краевую задачу (4) в виде системы операторных уравнений

$$\begin{cases} \Phi_i^m(\dot{x}_i, \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n, x_1(a), \dots, x_n(a)) = y_i^m, \\ \phi_i^m(x_i(a), \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n, x_1(a), \dots, x_n(a)) = \Delta_i^m, \quad i = \overline{1, n}. \end{cases} \quad (9)$$

относительно неизвестных $\dot{x} \in L_\infty^n$ и $x(a) \in \mathbb{R}^n$. К исследованию полученной системы (9) применим теорему 1.

Возьмем достаточно малое положительное ε . В силу условия α_i^m -накрываемости отображения $f_i^m(t, x, \cdot) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, согласно ([3], теорема 3), отображение $\Phi_i^m(\cdot, v_1, \dots, v_n, v_{n+1}, \dots, v_{2n}) : L_\infty \rightarrow L_\infty$ будет α_i^m -накрывающим. Следовательно, при всех m , больших некоторого значения m_0 , это отображение будет $(\alpha_i - \varepsilon)$ -накрывающим. Далее, для произвольного $j = \overline{1, n}$ и любых $v_j, \tilde{v}_j \in L_\infty$ выполнено

$$\begin{aligned}
& \left\| \left(\Phi_i^m(u_i, v_1, \dots, v_j, \dots, v_n, v_{n+1}, \dots, v_{2n}) - \Phi_i^m(u_i, v_1, \dots, \tilde{v}_j, \dots, v_n, v_{n+1}, \dots, v_{2n}) \right) \right\|_{L_\infty} \leq \\
& \leq \beta_{ij}^m \text{vrai sup}_{t \in E_{ij}^m} \left| \left(S_{h_{ij}^m} \int_a^{(\cdot)} v_j(s) ds \right)(t) - \left(S_{h_{ij}^m} \int_a^{(\cdot)} \tilde{v}_j(s) ds \right)(t) \right| \leq \\
& \leq \beta_{ij}^m \|v_j - \tilde{v}_j\|_{L_\infty} \text{vrai sup}_{t \in E_{ij}^m} (h_{ij}^m(t) - a) = \beta_{ij}^m H_{ij}^m \|v_j - \tilde{v}_j\|_{L_\infty}.
\end{aligned}$$

Таким образом, отображение $\Phi_i^m(u_i, v_1, \dots, v_{j-1}, \cdot, v_{j+1}, v_n, v_{n+1}, \dots, v_{2n}) : L_\infty \rightarrow L_\infty$ удовлетворяет условию Липшица с константой $\beta_{ij}H_{ij} + \varepsilon$ при всех m , больших некоторого m_1 .

Аналогично, отображение $\Phi_i^m(u_i, v_1, \dots, v_n, v_{n+1}, \dots, v_{j-1}, \cdot, v_{j+1}, \dots, v_{2n}) : \mathbb{R} \rightarrow L_\infty$ является $(\beta_{ij} + \varepsilon)$ -липшицевым при достаточно больших m , для всех $j = \overline{n+1, 2n}$.

Также легко проверяется, что при всех m , начиная с некоторого номера, функционал ϕ_i^m по первому аргументу $\phi_i^m(\cdot, v_1, \dots, v_n, v_{n+1}, \dots, v_{2n}) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ является $(|A_i + B_i| - \varepsilon)$ -накрывающим; не зависит от остальных аргументов, кроме v_i , и по этому аргументу функционал $\phi_i^m(u_{i+n}, v_1, \dots, v_{i-1}, \cdot, v_{i+1}, \dots, v_n, v_{n+1}, \dots, v_{2n}) : L_\infty \rightarrow \mathbb{R}$ удовлетворяет условию Липшица с константой $|B_i|(b - a) + \varepsilon$.

Определим матрицу

$$G_\varepsilon = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix},$$

где

$$G_{11} = \left(\frac{\beta_{ij}H_{ij} + \varepsilon}{\alpha_i - \varepsilon} \right)_{n \times n}, \quad G_{12} = \left(\frac{\beta_{ij} + \varepsilon}{\alpha_i - \varepsilon} \right)_{n \times n},$$

$$G_{21} = \text{diag} \left\{ \frac{|B_i|(b - a) + \varepsilon}{|A_i + B_i| - \varepsilon} \right\}_{n \times n}, \quad G_{22} = (0)_{n \times n},$$

Так как $\varrho(C) < 1$, то согласно теореме [6] о непрерывной зависимости собственных чисел от элементов матрицы можно было первоначально так выбрать $\varepsilon > 0$, что $\varrho(G_\varepsilon) < 1$.

Итак, согласно теореме 1 при достаточно больших m система (9) разрешима. Существует такая монотонная норма $|\cdot|$ в \mathbb{R}^n , что для каждого натурального m , начиная с некоторого номера, существует решение $\xi^m \in AC_{\infty}^n$ краевой задачи (4), удовлетворяющее неравенству

$$\begin{aligned} & \rho_{AC_{\infty}^n}(\xi^m, u^0) \leq \\ & \leq \left(\frac{1}{1 - \varrho(G_{\varepsilon})} + \varepsilon \right) \left| \left(\frac{\rho_{L_{\infty}}(y_1^m, z_1^m)}{\alpha_1 - \varepsilon}, \dots, \frac{\rho_{L_{\infty}}(y_n^m, z_n^m)}{\alpha_n - \varepsilon}, \frac{|\Delta_1^m - \Delta_1^0|}{|A_1 + B_1| - \varepsilon}, \dots, \frac{|\Delta_n^m - \Delta_n^0|}{|A_n + B_n| - \varepsilon} \right) \right|, \end{aligned}$$

где

$$z_i^m = \Phi_i^m(u_i^0, \dot{u}_1^0, \dots, \dot{u}_n^0, u_1^0(a), \dots, u_n^0(a)).$$

Вследствие этой оценки и соотношений (6), (7) получаем $\xi^m \rightarrow u^0$. Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнов А.В., Аваков Е.Р., Жуковский Е.С. Накрывающие отображения и их приложения к дифференциальным уравнениям, не разрешенным относительно производной // Дифференциальные уравнения. 2009. Т. 45. № 5. С. 613–634.
2. Арутюнов А.В., Жуковский Е.С., Жуковский С.Е. О корректности дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной // Дифференциальные уравнения. 2011. Т. 47. № 11. С. 1523–1537.
3. Жуковский Е.С., Плужникова Е.А. Накрывающие отображения в произведении метрических пространств и краевые задачи для дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной // Дифференциальные уравнения. 2013. Т. 49. № 4. С. 439–456.
4. Арутюнов А.В. Накрывающие отображения в метрических пространствах и неподвижные точки // Доклады Академии наук. 2007. Т. 416. № 2. С. 151–155.
5. Азбелев Н.В., Максимов В.П., Рахматуллина Л.Ф. Введение в теорию функционально-дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1991. 280 с.
6. Островский А.М. Решение уравнений и систем уравнений. М.: ИЛ, 1963. 214 с.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 14-01-97504).

Поступила в редакцию 20 января 2015 г.

Treshchev V.S.

CONTINUOUS DEPENDENCE ON PARAMETERS OF SOLUTIONS TO BOUNDARY-VALUE PROBLEMS FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH DEVIATING ARGUMENT

Conditions of continuous dependence on parameters of solutions of an a-periodic boundary-value problem for a system of implicit differential equations with deviating argument are received. The method is based on statements about vector covering mappings.

Key words: covering mappings; metrical spaces; implicit differential equation with deviating argument; boundary-value problem.

Трещёв Валентин Сергеевич, Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, аспирант кафедры алгебры и геометрии, e-mail: treshchev.math@mail.ru

Treshchev Valentin Sergeyevich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Postgraduate student of Algebra and Geometry Department, e-mail: treshchev.math@mail.ru

УДК 517.983.36

**ЗАМЕЧАНИЕ ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ
ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ
В ПРОСТРАНСТВАХ ТИПА СОБОЛЕВА**

© Тюрин В.М.

Ключевые слова: пространство Соболева–Слободецкого–Степанова; дифференциальные E -операторы; оценки решений дифференциальных уравнений.

Показано, что при определенных условиях линейные дифференциальные операторы одновременно являются E -операторами в пространствах Соболева–Слободецкого и Соболева–Степанова–Слободецкого.

Пусть X – банахово пространство с нормой $\|\cdot\|$; $C = C(\mathbb{R}^n, X)$ – пространство непрерывных ограниченных функций $u : \mathbb{R}^n \rightarrow X$ sup-нормой ($n \geq 1$); $H^m = H^m(\mathbb{R}^n, X)$ – пространство Соболева, состоящее из функций $u \in L^p = L^p(\mathbb{R}^n, X)$, имеющих обобщенные производные $D^\alpha u \in L^p$ и конечную норму

$$\|u\|_{1m} = \sum_{|\alpha| \leq m} \|D^\alpha u\|_{10}, \quad m \in \mathbb{Z}_+, \quad 1 < p < \infty,$$

$\|u\|_{10}$ – норма функции $u \in L^p$ ([1] с. 60; [2] с. 37). В пространстве Соболева–Слободецкого $H^{1m\gamma} = H^{1m\gamma}(\mathbb{R}^n, X)$ ([3] с. 228) норма определяется равенством $\|u\|_{1m\gamma} = \|u\|_{1m} + \langle u \rangle_{1m\gamma}$, где

$$\langle u \rangle_{1m\gamma} = \sum_{|\alpha| \leq m} \left(\int_{\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n} \frac{\|D^\alpha u(x) - D^\alpha u(y)\|^p}{|x - y|^{n+p\gamma}} dx dy \right)^{1/p} < \infty, \quad 0 < \gamma < 1,$$

$H^{10\gamma} = H^{10\gamma}(\mathbb{R}^n, X)$ – пространство функций $u \in L^p$, норма в котором задается равенством $\|u\|_{10\gamma} = \|u\|_{10} + \langle u \rangle_{10\gamma}$; $M^p = M^p(\mathbb{R}^n, X)$ – пространство Степанова ([4] с. 78) сильно измеримых (по Бохнеру) функций $u : \mathbb{R}^n \rightarrow X$, у которых

$$\|u\|_{20} = \sup_{x \in \mathbb{R}^n} \left(\int_{K(x)} \|u(x)\|^p dx \right)^{1/p} < \infty,$$

$K(x)$ – единичный куб в \mathbb{R}^n с центром в точке x ; $W^m = W^m(\mathbb{R}^n, X)$ пространство Соболева–Степанова функций $u \in M^p$, имеющих обобщенные производные $D^\alpha u \in M^p$, при этом норма элемента $u \in W^m$ находится по формуле

$$\|u\|_{2m} = \sum_{|\alpha| \leq m} \|D^\alpha u\|_{20} < \infty;$$

пространство $H^{20\gamma} = H^{20\gamma}(\mathbb{R}^n, X)$ определяется конечной нормой $\|u\|_{20\gamma} = \|u\|_{20} + \langle u \rangle_{20\gamma}$ ($u \in H^{20\gamma}$), а пространство $H^{2m\gamma} = H^{2m\gamma}(\mathbb{R}^n, X)$ – нормой $\|u\|_{2m\gamma} = \|u\|_{2m} + \langle u \rangle_{2m\gamma} < \infty$, где

$$\langle u \rangle_{2m\gamma} = \sum_{|\alpha| \leq m} \sup_{x, y \in \mathbb{R}^n} \left(\int_{K(x) \times K(y)} \frac{\|D^\alpha u(x) - D^\alpha u(y)\|^p}{|x - y|^{n+p\gamma}} dx dy \right)^{1/p}, \quad u \in H^{2m\gamma}.$$

Рассмотрим линейный дифференциальный оператор $P : H^{jm\gamma} \rightarrow H^{j0\gamma}$ ($j = 1, 2$) в частных производных, действующий по формуле

$$Pu = \sum_{|\alpha| \leq m} A\alpha(x)D^\alpha u(x)$$

с коэффициентами $A\alpha(x) \in C(\mathbb{R}^n, EndX)$.

Оператор $P : H^{jm\gamma} \rightarrow H^{j0\gamma}$ будем называть E -оператором (энергетическим оператором), если существуют такие числа $d_1^j > 0$ и $d_2^j > 0$, не зависящие функции $u \in H^{jm\gamma}$, что

$$\|u\|_{jm\gamma} \leq d_1^j \|Pu\|_{j0\gamma} + d_2^j \|u\|_j \quad (1)$$

для всех $u \in H^{jm\gamma}$.

Теорема. Для того, чтобы оператор $P : H^{2m\gamma} \rightarrow H^{20\gamma}$ являлся E -оператором, необходимо, а при $n \geq p$ и достаточно, чтобы оператор $P : H^{1m\gamma} \rightarrow H^{10\gamma}$ был также E -оператором.

Доказательство. Для произвольного $T > 1$ определим на \mathbb{R}^n гладкую неотрицательную финитную функцию $\varphi_T(x, \xi) = \varphi_T \leq 1$ с носителем в шаре $B(\xi, 2T)$, причем $\varphi_T(x, \xi) = 1$ при $x \in B(\xi, T)$ и $|D^\alpha \varphi| \leq b_1 T^{-1}$ (b_1 не зависит от T , $\alpha \neq 0$, $\xi \in \mathbb{R}^n$ - параметр).

Пусть оператор $P : H^{2m\gamma} \rightarrow H^{20\gamma}$ есть E -оператор. Возьмем произвольную функцию $u \in H^{1m\gamma}$. Очевидно, что $\varphi_T u \in H^{2m\gamma}$. Согласно неравенству (1) имеем оценку

$$\|\varphi_T u\|_{2m\gamma} \leq d_1^2 \|\varphi_T P u\|_{20\gamma} + d_2^2 \|Q\|_{20\gamma} + d_2^2 \|\varphi_T u\|_{20\gamma}, \quad (2)$$

где $Q = Q(u, \varphi_T)$ дифференциальный оператор порядка не выше $n - 1$ по переменной u . Непосредственные вычисления дают:

$$\begin{aligned} \|\varphi_T P u\|_{20\gamma} &\leq 2 \sup_{|x-\xi| \leq 4T} \left(\int_{K(x)} \|P u(x)\|^p dx \right)^{1/p} + \\ &+ c_1 \sup_{\substack{|x-\xi| \leq 4T, \\ |y-\eta| \leq 4T}} \left(\int_{K(x) \times K(y)} \frac{\|P u(x) - P u(y)\|^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dx dy \right)^{1/p}, \end{aligned} \quad (3)$$

при этом число T выбрано достаточно большим;

$$\begin{aligned} \|Q\|_{20\gamma} &\leq b_2 T^{-1} \sum_{|\alpha| \leq m} \sup_{|x-\xi| \leq 2T} \left(\int_{K(x)} \|D^\alpha u(x)\|^p dx \right)^{1/p} + \\ &+ b_3 T^{-1} \sum_{|\alpha| \leq [m]} \sup_{\substack{|x-\xi| \leq 4T, \\ |y-\eta| \leq 4T}} \left(\int_{K(x) \times K(y)} \frac{\|D^\alpha u(x) - D^\alpha u(y)\|^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dx dy \right)^{1/p}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \|\varphi_T u\|_{20\gamma} &\leq a_1 \sup_{|x-\xi| \leq 4T} \left(\int_{K(x)} \|u(x)\|^p dx \right)^{1/p} + \\ &+ a_2 \sup_{\substack{|x-\xi| \leq 4T, \\ |y-\eta| \leq 4T}} \left(\int_{K(x) \times K(y)} \frac{\|u(x) - u(y)\|^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dx dy \right)^{1/p}. \end{aligned} \quad (5)$$

Величины $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $b_2 > 0$, $b_3 > 0$ и $c_1 > 0$ не зависят от функции и числа T .

Из неравенств (2) – (5) следует

$$\begin{aligned}
& \sum_{|\alpha| \leq m} \sup_{|x-\xi| \leq \frac{T}{2}} \left(\int_{K(x)} ||D^\alpha u(x)||^p dx \right)^{1/p} + \\
& + \sum_{|\alpha| \leq m} \sup_{\substack{|x-\xi| \leq \frac{T}{2}, \\ |y-\xi| \leq \frac{T}{2}}} \left(\int_{K(x) \times K(y)} \frac{||D^\alpha u(x) - D^\alpha u(y)||^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dxdy \right)^{1/p} \leq \\
& \leq 2d_1^2 \sup_{|x-\xi| \leq 4T} \left(\int_{K(x)} ||Pu(x)||^p dx \right)^{1/p} + \\
& + c_1 d_1^2 \sup_{\substack{|x-\xi| \leq 4T, \\ |y-\eta| \leq 4T}} \left(\int_{K(x) \times K(y)} \frac{||Pu(x) - Pu(y)||^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dxdy \right)^{1/p} + \\
& + b_2 d_1^2 T^{-1} \sum_{|\alpha| \leq m} \sup_{|x-\xi| \leq 2T} \left(\int_{K(x)} ||D^\alpha u(x)||^p dx \right)^{1/p} + \\
& + b_3 d_1^2 T^{-1} \sum_{|\alpha| \leq m} \sup_{\substack{|x-\xi| \leq 4T, \\ |y-\eta| \leq 4T}} \left(\int_{K(x) \times K(y)} \frac{||D^\alpha u(x) - D^\alpha u(y)||^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dxdy \right)^{1/p} + \\
& + a_1 d_2^2 \sup_{|x-\xi| \leq 4T} \left(\int_{K(x)} ||u(x)||^p dx \right)^{1/p} + \\
& + a_2 d_2^2 \sup_{\substack{|x-\xi| \leq 4T, \\ |y-\eta| \leq 4T}} \left(\int_{K(x) \times K(y)} \frac{||u(x) - u(y)||^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dxdy \right)^{1/p}. \tag{6}
\end{aligned}$$

Положим в (6) $x = \xi$, $y = \eta$, а затем, если взять такое T , что $b_2 d_1^2 < \frac{T}{2}$ и $b_3 d_1^2 < \frac{T}{2}$, то из (6) получим

$$\begin{aligned}
& \sum_{|\alpha| \leq m} \left(\int_{K(\xi)} ||D^\alpha u(x)||^p dx \right)^{1/p} + \sum_{|\alpha| \leq m} \left(\int_{K(\xi) \times K(\eta)} \frac{||D^\alpha u(x) - D^\alpha u(y)||^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dxdy \right)^{1/p} \leq \\
& \leq 4d_1^2 \left(\int_{K(\xi)} ||Pu(x)||^p dx \right)^{1/p} + 2c_1 d_1^2 \left(\int_{K(\xi) \times K(\eta)} \frac{||Pu(x) - Pu(y)||^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dxdy \right)^{1/p} + \\
& + 2a_1 d_2^2 \left(\int_{K(\xi)} ||u(x)||^p dx \right)^{1/p} + 2a_2 d_2^2 \left(\int_{K(\xi) \times K(\eta)} \frac{||u(x) - u(y)||^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dxdy \right)^{1/p}. \tag{7}
\end{aligned}$$

Рассмотрим куб $K(0, R)$ в \mathbb{R}^n с центром $x = 0$, ребра которого имеют длину $R \in \mathbb{N}$ и параллельны осям координат. Разобьем этот куб на $v = R^n$ единичных кубов $K(\xi_j)$ расположенных подобно кубу $K(0, R)$. Применим к каждому кубу $K(\xi_j)$ неравенство (7) :

$$\sum_{|\alpha| \leq m} \left(\int_{K(\xi_j)} ||D^\alpha u(x)||^p dx \right)^{1/p} + \sum_{|\alpha| \leq m} \left(\int_{K(\xi_j) \times K(\xi_j)} \frac{||D^\alpha u(x) - D^\alpha u(y)||^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dxdy \right)^{1/p} \leq$$

$$\begin{aligned} &\leq 4d_1^2 \left(\int_{K(\xi_j)} \|Pu(x)\|^p dx \right)^{1/p} + 2c_1 d_1^2 \left(\int_{K(\xi_j) \times K(\xi_j)} \frac{\|Pu(x) - Pu(y)\|^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dx dy \right)^{1/p} + \\ &+ 2a_1 d_2^2 \left(\int_{K(\xi_j)} \|u(x)\|^p dx \right)^{1/p} + 2a_2 d_2^2 \left(\int_{K(\xi_j) \times K(\xi_j)} \frac{\|u(x) - u(y)\|^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dx dy \right)^{1/p}. \end{aligned}$$

Отсюда следует

$$\begin{aligned} &\sum_{|\alpha| \leq m} \left(\int_{K(0,R)} \|D^\alpha u(x)\|^p dx \right)^{1/p} + \sum_{|\alpha| \leq m} \left(\int_{K(0,R) \times K(0,R)} \frac{\|D^\alpha u(x) - D^\alpha u(y)\|^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dx dy \right)^{1/p} \leq \\ &\leq 4d_1^2 \left(\int_{K(0,R)} \|Pu(x)\|^p dx \right)^{1/p} + 2c_1 d_1^2 \left(\int_{K(0,R) \times K(0,R)} \frac{\|Pu(x) - Pu(y)\|^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dx dy \right)^{1/p} + \\ &+ 2a_1 d_2^2 \left(\int_{K(0,R)} \|u(x)\|^p dx \right)^{1/p} + 2a_2 d_2^2 \left(\int_{K(0,R) \times K(0,R)} \frac{\|u(x) - u(y)\|^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dx dy \right)^{1/p}. \end{aligned}$$

Устремляя в последнем неравенстве $R \rightarrow \infty$, получим

$$\|u\|_{1m\gamma} \leq d_1^2(4 + 2c_1) \|Pu\|_{10\gamma} + 2(a_1 + a_2) d_2^2 \|u\|_{10\gamma}, \quad (8)$$

т. е. оператор $P : H^{1m\gamma} \rightarrow H^{10\gamma}$ есть E -оператор.

Аналогично доказывается достаточность, при этом нужно воспользоваться неравенством ($u \in H^{1m\gamma}$):

$$\begin{aligned} &\|\varphi_T u\|_{1m\gamma} \leq d_1^1 \|\varphi_T P u\|_{10\gamma} + d_1^1 \|Q\|_{10\gamma} + d_2^1 \|\varphi_T u\|_{10\gamma}, \\ &\int_{|x-\xi| \leq 12^t T} \|D^\alpha u(x)\|^p dx \leq \mu \|D^\alpha u(x)\|_{20}^p, \quad |\alpha| \leq m, \quad \mu = (2 \cdot 12^t T)^n, \\ &\int_{\substack{|x-\xi| \leq 12^t T, \\ |y-\eta| \leq 12^t T}} \frac{\|D^\alpha u(x) - D^\alpha u(y)\|^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dx dy \leq \mu^2 \langle D^\alpha u \rangle_{20\gamma}^p, \\ &\int_{|x-\xi| \leq 12^t T} \|P u(x)\|^p dx \leq \mu \|P u\|_{20}, \\ &\int_{\substack{|x-\xi| \leq 12^t T, \\ |y-\eta| \leq 12^t T}} \frac{\|P u(x) - P u(y)\|^p}{|x-y|^{n+p\gamma}} dx dy \leq \mu^2 \langle P u \rangle_{20\gamma}^p. \end{aligned}$$

Теорема доказана.

Замечание. Обратимость и корректность операторов $P : H^{jm\gamma} \rightarrow H^{j0\gamma}$ изучалась в [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Соболев С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. 3-е изд., доп. и перераб. М.: Наука, 1988. 333 с.
2. Тейлор М. Псевдодифференциальные операторы. М.: Мир, 1985. 468 с.
3. Трибель Х. Теория интерполяции, функциональные пространства, дифференциальные операторы. М.: Мир, 1980. 664 с.
4. Левитан Б.М., Жиков В.В. Почти периодические функции и дифференциальные уравнения. М.: Изд-во МГУ, 1978. 205 с.
5. Кузнецова Т.Б., Тюрин В.М. О корректности линейных дифференциальных операторов эллиптического типа в некоторых функциональных пространствах. Современная математика и ее приложения. 2007. Т. 57. С. 19–28.

Поступила в редакцию 27 ноября 2014 г.

Tyurin V. M.

REMARK ABOUT THE ONE PROPERTY OF LINEAR DIFFERENTIAL OPERATORS IN SPACES OF SOBOLEV TYPE.

Is shown that under certain conditions the linear differential operators are also an E -operators in Sobolev–Slobodetsky spaces and Sobolev–Stepanov–Slobodetsky spaces.

Key words: Space of Sobolev–Slobodetcky–Stepanov; differential E -operators; estimates for solutions of differential equations.

Тюрин Василий Михайлович, Липецкий государственный педагогический университет, г. Липецк, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики, e-mail: tvmla@yandex.ru

Tyurin Vasily Mikhaylovich, Lipetsk State Pedagogical University, Lipetsk, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor of Mathematics Department, e-mail: tvmla@yandex.ru

УДК 539.374

РОЛЬ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ТОЧЕЧНЫХ ДЕФЕКТОВ В ДЕФОРМАЦИОННОМ УПРОЧНЕНИИ МАТЕРИАЛОВ С ГЦК СТРУКТУРОЙ

© Д.Н. Черепанов, В.А. Старенченко, О.В. Селиваникова

Ключевые слова: пластическая деформация; упрочнение; точечные дефекты; дислокации; фрагменты; границы. Исследовано изменение концентрации деформационных точечных дефектов в процессе пластической деформации металлов с ГЦК структурой. Показано, что точечные дефекты обеспечивают связность системы субструктурных уровней и, вследствие этого, оказывают влияние на деформационное упрочнение материала.

Свойства таких сложных многоуровневых систем, как деформируемое твердое тело, во многом зависит не столько от свойств самих структурных единиц, составляющих систему, сколько от связности системы, т. е. качества связей, обеспечивающих взаимное влияние элементов структуры друг на друга. Наличие прямых и обратных связей между структурными элементами порождает такие свойства системы, которые отсутствуют у ее элементов.

Явления пластической деформации и деформационного упрочнения материалов, обусловленные наличием дислокаций, оказываются также зависимыми и от способности краевых дислокаций и дислокационных стенок наклона к перемещению путем поглощения или испускания точечных дефектов краями экстраплоскостей. Поскольку аннигиляция только винтовых дислокаций может обеспечить снижение интенсивности накопления дислокаций не более чем в два раза по сравнению с интенсивностью генерации дислокаций, то объяснить наблюдаемую стадию насыщения на кривой деформирования невозможно без аннигиляции краевых дислокаций вследствие их движения под действием точечных дефектов [1].

Для выявления связей между субструктурными и мезоуровнями можно использовать математическую модель пластической деформации в виде системы дифференциальных уравнений баланса величин, характеризующих деформационные дефекты кристаллического строения, такие как плотность дислокаций (ρ_m –

сдвигобразующих дислокаций, ρ_d^i , ρ_d^v – дислокаций в динамических дипольных конфигурациях), концентрация точечных дефектов (c_i – межузельных атомов, c_{1v} – моно- и c_{2v} – бивакансий) и плотность границ разориентировки N_W [2]. Выявление изменения интенсивности накопления точечных дефектов по сравнению с интенсивностью генерации означает наличие связи между концентрацией точечных дефектов и величиной деформационного упрочнения. Исследование качества этой связи необходимо для ответа на вопрос о роли точечных дефектов в деформационном упрочнении

и субструктурных превращениях в деформируемом материале.

Если принять для интенсивностей рекомбинации точечных дефектов (межузельных атомов, моно- и бивакансий) и скоростей их аннигиляции выражения [2]:

$$\begin{aligned} R_{i1v} &= K_R w_{1v}^i c_i c_{1v} D_i, \quad R_{i2v} = K_R w_{2v}^i c_i c_{2v} D_i, \\ R_{1vi} &= K_R w_i^{1v} c_i c_{1v} D_i, \quad R_{vv} = K_R w_{1v}^{1v} (c_{1v})^2 D_{1v}, \\ R_{2vi} &= K_R w_i^{2v} c_i c_{2v} D_{2v}, \quad A_{ip} = (w_e \rho_m + \rho_d^v) c_i D_i, \\ A_{1vp} &= (w_e \rho_m + \rho_d^i) c_{1v} D_{1v}, \\ A_{2vp} &= (w_e \rho_m + \rho_d^i) c_{2v} D_{2v}, \end{aligned}$$

где $K_R = 28\pi r_R b^{-3}$, $r_R \approx 8,38b/\sqrt[3]{T}$ – радиус объема рекомбинации; T – температура деформирования; $D_k = D_0 \exp(-U_k^m k_B^{-1} T^{-1}) m t b^3 k_B^{-1} T^{-1}$ – коэффициент диффузии точечных дефектов k -го типа ($k = i, 1v, 2v$), дрейфующих к стокам под действием внутренних напряжений $m t$; m – фактор Шмидта; k_B – постоянная Больцмана; $D_0 = 12b^2 v_D$ – предэкспоненциальный множитель; b – модуль вектора Бюргерса; v_D – частота Дебая; w_e – доля невинтовых дислокаций, а для интенсивностей генерации – выражения [2]:

$$\begin{aligned} G_i &= K_{Gi} (\rho_m) \sqrt{\rho_m}, \\ G_{1v} &= K_{G1v} (\rho_m) \sqrt{\rho_m} + \dot{a}^{-1} w_i^{2v} R_{i2v}, \\ G_{2v} &= K_{G2v} (\rho_m) \sqrt{\rho_m} + \dot{a}^{-1} w_{1v}^{1v} R_{vv}, \end{aligned}$$

где \dot{a} – скорость сдвиговой деформации; $K_{Gk} = 4w_k \tau_j G^{-1} \Delta S_D^s / \Delta S_D$, w_k^k – отношение суммарной площади поверхности стоков k -го типа к суммарной площади поверхности всех стоков для точеч-

ных дефектов k -го типа; $\Delta S_D^s / \Delta S_D$ – доля площади, замечаемой винтовыми дислокационными сегментами, генерирующими при скольжении цепочки точечных дефектов и дислокаций в динамических дипольных конфигурациях; $\tau_j = 0,25Gbc_j$ – напряжение, необходимое для волочения порогов на винтовых дислокационных сегментах; $c_j = \sqrt{V_a(V_a(K_v)^{-2} + \exp(V_a(\tau_n - \tau)k_B^{-1}T^{-1}))^{-1}}$ – стационарная плотность порогов [3]; $\tau = \tau_f + \alpha G b \sqrt{\rho_m}$ – напряжение сопротивления движению винтовых сегментов, α – параметр, описывающий экспериментально наблюдаемую связь между $\sqrt{\rho}$ и приложенным напряжением, G – модуль сдвига; τ_n – напряжение перегиба на кривой зависимости скорости движения винтовой дислокации от напряжения τ ; V_a – объем активации; K_v – постоянная, то уравнения баланса для концентраций точечных дефектов примут вид [2]:

$$\dot{c}_i = \dot{a}G_i - A_{i\text{op}} - R_{i1v} - R_{i2v}, \quad (1)$$

$$\dot{c}_{1v} = \dot{a}G_{1v} - A_{1v\text{op}} - R_{1v,i} - R_{vv} + w_i^{2v}R_{i2v}, \quad (2)$$

$$\dot{c}_{2v} = \dot{a}G_{2v} - A_{2v\text{op}} - R_{2v,i} + w_{1v}^{1v}R_{vv}. \quad (3)$$

При записи уравнения баланса для плотности сдвигообразующих дислокаций

$$\dot{\rho}_m = \dot{a}(G_m^e + G_{mW}) - \sum_k \sqrt{8w_e\rho_m} w_e w_m^k \rho_m c_k D_k / b \quad (4)$$

предполагается, что, во-первых, в рассматриваемом интервале температур все винтовые дислокации аннигилируют с той же интенсивностью, с которой они генерируются дислокационными источниками; во-вторых, скопления краевых дислокаций, остановленные прочными барьерами, под воздействием межузельных атомов перестраиваются в дислокационные стенки и, в-третьих, дислокационные стенки распадаются под действием внутренних напряжений, образуя сдвигообразующие дислокации. В уравнении (4) $G_m^e = w_e(1 - w_W^m)FD^{-1}b^{-1}$ – интенсивность генерации краевых дислокаций с учетом того, что их часть $w_W^m = n_W/n$ формирует зародыши границ фрагментов, а $G_{mW} = \dot{a}^{-1}K_\tau N_W/d_W$ – интенсивность распада стенок на отдельные дислокации, где K_τ – постоянная; $d_W = \frac{K_{aW}\beta_j\xi\rho_m D^2 b}{8(n^*+1)}$ – среднее расстояние между дислокациями в стенке наклона; $\xi \approx 0,5$ – доля дислокации «леса»; $\beta_j \approx 0,43$ – доля порогообразующих дислокаций; n – число испущенных источником дислокаций; n^* – число переползающих дислокаций скопления на границе зоны сдвига; множитель K_{aW} учи-

тывает влияние на процесс формирования стенок аннигиляции дислокаций [2].

После перестройния n^* дислокаций в стенку исчезают обратные поля напряжений от скопления, поэтому дислокационный источник испускает еще одну такую же порцию дислокаций. В итоге, для числа дислокаций n_W , образующих зародыши границ, имеем [2]:

$$n_W \approx \frac{D\pi(1-\nu)\alpha_{dyn}\sqrt{\rho_m}}{\ell n 8 - \ell n(3\beta_j\xi b\rho_m D)}.$$

Для диаметра зоны сдвига D используется обобщенное соотношение Кронмюллера $D = B_r\tau/Gb\rho_m$ [1], где B_r – параметр, характеризующий дислокационную структуру; $F \approx 5$ – множитель, определяемый геометрией дислокационных петель.

Диполи межузельного и вакансационного типов образуются динамически в результате торможения порогами винтовых сегментов дислокаций и их огибания краевыми компонентами дислокационной петли [4]. Интенсивности генерации диполей могут быть представлены как [2]: $G_d^i = G_d^v = K_{Gd}\sqrt{\rho_m}$. Скорости аннигиляции динамических диполей записываются следующим образом [2]: $A_{dk} = w_d^k < h >^{-1} b^{-1} \rho_d^k c_k D_k$, где $< h > \approx 6b$ – среднее плечо динамических диполей (среднее расстояние между дислокациями разного знака, образующими диполь), $k = i, v$. Поэтому уравнения баланса для плотностей ρ_d^i и ρ_d^v имеют вид [2]:

$$\dot{\rho}_d^i = \dot{a}G_d^i - w_d^v < h >^{-1} b^{-1} \rho_d^i (D_{1v}c_{1v} + D_{2v}c_{2v}), \quad (5)$$

$$\dot{\rho}_d^v = \dot{a}G_d^v - w_d^i < h >^{-1} b^{-1} \rho_d^v c_i D_i. \quad (6)$$

Принимая выражения для интенсивности динамического зарождения границ: $G_{Wm}^{dyn} = d_W w_e w_W^m FD^{-1}b^{-1}$, интенсивности разрастания дислокационных стенок: $G_{Wm} = \dot{a}^{-1}b^{-1}w_{Wm}D_W \sum_k D_k w_m^k c_k d_W w_e \rho_m N_W$ и для

скорости разрушения стенок $A_{W\tau} = K_\tau N_W$, получаем уравнения баланса для плотности стенок [2]

$$\dot{N}_W = \dot{a}(G_{Wm}^{dyn} + G_{Wm}) - A_{W\tau}. \quad (7)$$

Условия деформирования задаются уравнениями:

$$\dot{a} = \dot{a}(\rho_m, \rho_d^i, \rho_d^v, c_i, c_{1v}, c_{2v}, N_W, T, \tau, t), \quad (8)$$

$$\dot{T} = \dot{T}(\rho_m, \rho_d^i, \rho_d^v, c_i, c_{1v}, c_{2v}, N_W, \dot{a}, \tau, t), \quad (9)$$

$$\dot{\tau} = \dot{\tau}(\rho_m, \rho_d^i, \rho_d^v, c_i, c_{1v}, c_{2v}, N_W, \dot{a}, T, t). \quad (10)$$

Уравнения (8)–(10) учитывают также и то, что величинами a , T и τ можно управлять в технологических процессах, изменяя со временем, например, тем-

пературу, направление деформации, тип деформации или способ воздействия на материал.

В случае, когда происходит одноосная деформация ГЦК-монокристалла при постоянной умеренной температуре, с осью деформации, ориентированной в направлении [001], уравнения (8), (9) имеют вид:
 $\dot{a} = \text{const}$, $\dot{T} = \text{const}$, а для деформирующего напряжения используется формула [2]

$$\tau = \tau_f + \alpha G b \sqrt{\rho_m} + \alpha_1 G b \sqrt{\rho_{\gamma}} + \frac{G b N_W}{4\pi} \ln \frac{1}{N_W b}, \quad (11)$$

где $\rho_{\gamma} = w_W^m \rho_m + N_W / d_W$ – избыточная плотность дислокаций, создающих разориентировки.

При невысоких температурах диффузионная составляющая пластической деформации пренебрежимо мала, и связь с истинной деформацией ε осуществляется равенством $\dot{a} = K \dot{\varepsilon}$. При высоких температурах общая истинная (логарифмическая) деформация ε складывается из сдвиговой деформации в лабораторной системе координат a/K и диффузионной деформации ε_{diff} , следовательно, $\dot{a} = K(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_{diff})$, где $\dot{\varepsilon} = \text{const}$ – постоянная скорость деформации.

При одноосной деформации только одна компонента σ тензора напряжений отлична от нуля, а выбранная ориентация оси деформирования приводит к тому, что сдвиговые напряжения во всех системах скольжения равны τ , поэтому $\sigma = m\tau$.

В случае ползучести при постоянной нагрузке $\sigma S = \text{const}$, где S – площадь сечения, для нормальной компоненты тензора напряжений σ получаем $\dot{\sigma} = -\sigma \dot{S}/S$. Поэтому, принимая отношение $-\dot{S}/S$ приращения площади к исходной площади сечения равным соответствующему изменению суммарных площадей, заметаемых дислокациями, имеем $\dot{\tau} = \tau(\dot{a} + K \dot{\varepsilon}_{diff})$ и $\dot{a} = K(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_{diff})$, где скорость деформации $\dot{\varepsilon}$ складывается из сдвиговой деформации, обусловленной термоактивируемым преодолением препятствий, и диффузионной компоненты $\dot{\varepsilon}_{diff}$. Для ползучести при постоянном напряжении имеем $\dot{\sigma} = 0$.

В случае испытаний на релаксацию напряжений принимается $\dot{\varepsilon} = -\dot{\varepsilon}_e$, где ε_e – упругая деформация, и, значит, $\dot{a} = -K(\dot{\varepsilon}_e + \dot{\varepsilon}_{diff})$, где $\dot{\varepsilon}_e = \dot{\sigma}/E$, E – модуль Юнга, $\dot{\sigma} = m\dot{\tau}$, $\tau = \tau_f + \alpha G b \rho_m^{1/2}$, $\dot{\tau} = 0,5\alpha G b \rho_m^{-1/2} \dot{\rho}_m$.

Изменение температуры в объеме деформируемого тела, где температура распределена равномерно, описывается уравнением $\dot{T} = C_v^{-1}(\dot{a}\tau - \dot{E}_{stor}) + \partial T/\partial t$ [5], где C_v – теплоемкость; E_{stor} – запасенная энергия; слагаемое $\partial T/\partial t$ соответствует изменению температуры на поверхности вышеупомянутого объема.

Деформационные точечные дефекты осаждаются на стоки, в качестве которых могут выступать краевые дислокационные сегменты, и рекомбинируют с другими точечными дефектами.

Если определить мощность стоков некоторого типа как площадь поверхности в единице объема и принять

для мощностей следующие обозначения:
 $\beta_m = 2\pi b w_e \rho_m$, $\beta_{id} = 2\pi b \rho_d^i$, $\beta_{vd} = 2\pi b \rho_d^v$,
 $\beta_i = 4\pi r_R^2 b^{-1} c_i$, $\beta_{1v} = 4\pi r_R^2 b^{-1} c_{1v}$, $\beta_{2v} = 4\pi r_R^2 b^{-1} c_{2v}$,
то суммарные мощности стоков для точечных дефектов будут равны: $\beta_i^{sum} = \beta_m + \beta_{vd} + \beta_{2v} + \beta_{1v}$,
 $\beta_{1v}^{sum} = \beta_m + \beta_{id} + \beta_i + \beta_{1v}$, $\beta_{2v}^{sum} = \beta_m + \beta_{id} + \beta_i$, а для функций w_k^k получаем равенства: $w_k^k = \beta_k / \beta_{\bar{k}}^{sum}$.

Численное решение системы уравнений (1)–(7) при условии $\dot{a} = \text{const}$ позволяет получить зависимости плотностей и концентраций дефектов от степени сдвиговой деформации. Если в этих уравнениях удалить слагаемые, связанные с релаксацией дефектной структуры, то можно получить зависимости плотностей и концентраций сгенерированных дефектов от степени деформации. Разность между характеристиками сгенерированных и накопленных дефектов дает величину характеристикики проаннигилировавших дефектов.

Следует заметить, что система уравнений (1)–(7), реализованная для одноосной деформации при постоянной скорости деформации и при комнатной температуре, удовлетворительно верифицирована [2] экспериментальными данными для чистых однофазных ГЦК-металлов в зависимости от степени деформации, такими как: макроскопические кривые упрочнения, плотность дислокаций, концентрация вакансий, размер $d_{Fr} = N_W^{-1}$ фрагментов, угол разориентировки

$$\varphi = 2 \arcsin \left(0,5 K_D D b \left(w_W^m \rho_m + N_W / d_W \right) \right),$$

где $K_D \leq 0,5$ – множитель, обусловленный тем, что дислокационные скопления сосредоточены менее чем на четверти длины зоны сдвига [2].

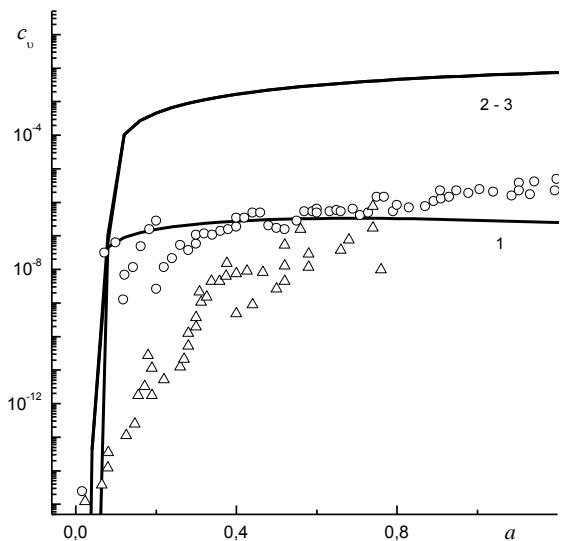


Рис. 1. Зависимости концентрации моновакансий от степени деформации: кривая 1 – кинетика накопления точечных дефектов; кривые 2 и 3 – оценки концентраций сгенерировавшихся и проаннигилировавших точечных дефектов соответственно. Точками нанесены экспериментальные данные для монокристаллов (△) и поликристаллов (○) меди по данным [6]

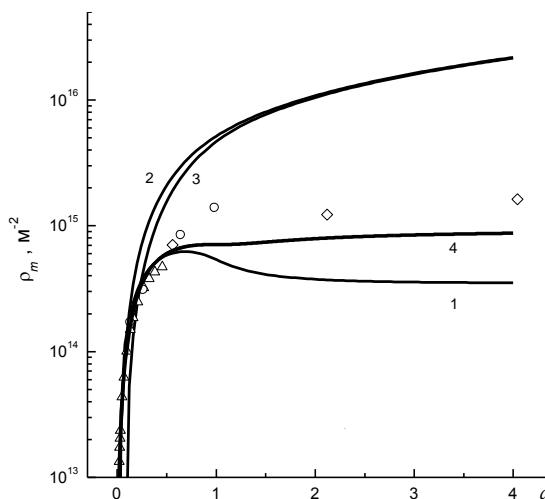


Рис. 2. Зависимости плотности дислокаций от степени деформации: кривая 1 – кинетика накопления сдвиговообразующих дислокаций; кривые 2 и 3 – плотности сгенерировавшихся и проаннигилировавших дислокаций, соответственно; кривая 4 – кинетика накопления суммарной плотности дислокаций. Кривая 1 рассчитана с учетом аннигиляции как винтовых, так и краевых дислокаций, а также с учетом механизма релаксационного роста дислокационных стенок. Точками нанесены экспериментальные данные для монокристаллов (Δ) и поликристаллов (\circ , \diamond) меди по данным [4; 6]

Согласно расчетным данным, представленным на рис. 1 и 2, подавляющая часть сгенерированных дефектов участвует в релаксационных процессах. Модельные оценки показывают, что уже к концу третьей стадии деформирования концентрация сгенерированных вакансий (рис. 1) в отсутствие механизмов их аннигиляции на дислокациях может достигать физически нереальных для кристаллического состояния значений $10^{-3} \dots 10^{-2}$. Уход точечных дефектов на дислокации не позволяет достичнуть этих значений, понижая концентрацию точечных дефектов до реально наблюдаемых значений $10^{-7} \dots 10^{-5}$.

Можно предполагать, что при подавленной диффузии (при пластических воздействиях в условиях низких температур и высокоскоростных деформациях) возможно создание аморфных структур деформации.

Поэтому, с одной стороны, поглощение точечных дефектов дислокациями препятствует процессам аморфизации, а с другой стороны, становится ясной важнейшая роль воздействия на дислокации потоков точечных дефектов высокой интенсивности в эволюции дислокационных субструктур. Учет связей между структурными элементами, осуществляемых точечными дефектами, является особенно важным при анализе процессов формированияnanoструктур под воздействием глубоких деформаций.

Зависимости плотности проаннигилировавших сдвиговообразующих дислокаций от концентраций точечных дефектов, ушедших на стоки на рис. 3, показывают прямую связь между аннигиляцией дислокаций и осаждением точечных дефектов на краевых дислокационных сегментах, заложенную в модель.

Осаждение межузельных атомов на дислокации происходит сначала более интенсивно, чем осаждение бивакансий (рис. 3), однако при глубоких деформациях вклады межузельных атомов и бивакансий в аннигиля-

цию дислокаций становятся одного порядка. Это происходит, по-видимому, вследствие интенсификации рекомбинации моновакансий в бивакансии. Влияние рекомбинации межузельных атомов с вакансиями не является существенным.

Наблюдается также прямая связь между формированием фрагментированной структуры и уходом точечных дефектов на стоки (рис. 4). Эта прямая связь выявляется только при моделировании и не была явно заложена в модели. Видно, что чем интенсивнее происходит осаждение точечных дефектов на дислокациях, тем интенсивнее идет фрагментация.

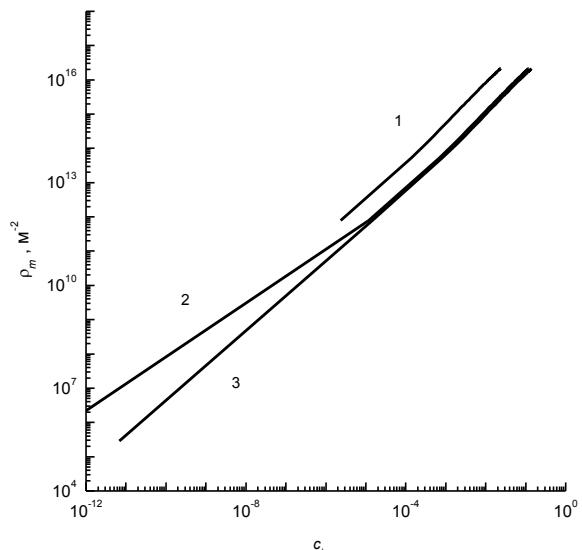


Рис. 3. Зависимости плотности проаннигилировавших сдвиговообразующих дислокаций от концентрации ушедших на стоки точечных дефектов: моновакансий – кривая 1, бивакансий – кривая 2, межузельных атомов – кривая 3

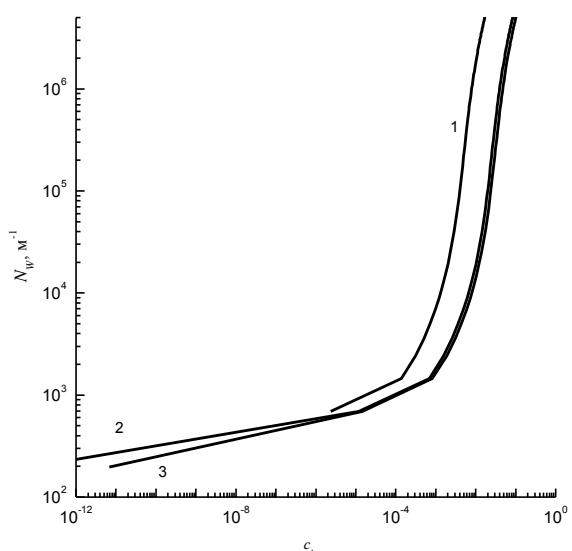


Рис. 4. Зависимости плотности сгенерированных дислокационных стенок от концентрации ушедших на стоки точечных дефектов: моновакансий – кривая 1, бивакансий – кривая 2, межузельных атомов – кривая 3

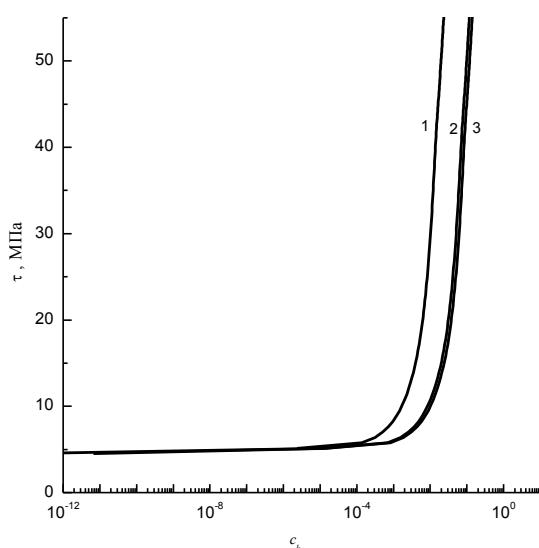


Рис. 5. Зависимости деформирующего напряжения τ от концентрации ушедших на стоки точечных дефектов: моновакансий – кривая 1, бивакансий – кривая 2, межузельных атомов – кривая 3

Известно, что между накоплением точечных дефектов и упрочнением имеется обратная связь, т. к. увеличение концентрации точечных дефектов влечет за собой интенсификацию аннигиляции дислокаций и вследствие этого – разупрочнение. В то же время на рис. 5 наблюдается слабая прямая связь между деформирующим напряжением τ , вычисленным исходя из формулы (11), и концентрациями точечных дефектов, ушедших на стоки.

Пока осаждение точечных дефектов на стоках происходит с высокой интенсивностью, напряжение почти не изменяется, а когда концентрация точечных дефек-

тов, уходящих на стоки, стабилизируется, напряжение очень быстро возрастает.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что изменения подвижность точечных дефектов, например, подбирая температурный режим или вводя в материал примеси, можно управлять интенсивностью субструктурных превращений.

ЛИТЕРАТУРА

- Попов Л.Е., Кобылев В.С., Ковалевская Т.А. Концепция упрочнения и динамического возврата в теории пластической деформации // Изв. вузов. Физика. 1982. № 6. С. 56-82.
- Старченко В.А., Черепанов Д.Н., Соловьева Ю.В., Попов Л.Е. Генерация и накопление точечных дефектов в процессе пластической деформации в монокристаллах с ГЦК-структурой // Изв. вузов. Физика. 2009. № 4. С. 60-71.
- Черепанов Д.Н., Старченко В.А., Слободской М.И. Кинетика порогов на движущейся винтовой дислокации в ГЦК-кристалле // Изв. вузов. Физика. 2009. № 9/2. С. 108-117.
- Göttsler E. Versetzungsstruktur und Verfestigung von [100]-Kupfereinkristallen I. Versetzungsanordnung und Zellstruktur zugverformter Kristalle // Phys. Stat. Sol. 1973. V. 28. P. 1057-1076.
- Колупаева С.Н., Старченко В.А., Попов Л.Е. Неустойчивости пластической деформации кристаллов. Томск: Изд-во ТГУ, 1994. 301 с.
- Ungár E., Schafler E., Hanák P., Bernstorff S., Zehetbauer M. Vacancy production during plastic deformation in copper determined by in situ X-ray diffraction // Materials Science and Engineering. 2007. V. A426. P. 398-401.

Поступила в редакцию 12 февраля 2015 г.

Cherepanov D.N., Starichenko V.A., Selivanikova O.V.
ROLE OF THE DEFORMATION POINT DEFECTS IN DEFORMATION HARDENING OF MATERIALS WITH F.C.C. STRUCTURE

Change of the deformation point defects concentrations in process of plastic strain of metals with F.C.C. structure is investigated. It is shown that point defects provide connectivity of the substructural levels system and there of influence on work hardening.

Key words: plastic strain; hardening; point defects; dislocations; fragments; boundaries.

Черепанов Дмитрий Николаевич, Томский государственный архитектурно-строительный университет, г. Томск, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент, e-mail: d_n_ch@mail.ru

Cherepanov Dmitry Nikolaevich, Tomsk State University of Architecture and Building, Tomsk, Russian Federation, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, e-mail: d_n_ch@mail.ru

Старченко Владимир Александрович, Томский государственный архитектурно-строительный университет, г. Томск, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор кафедры высшей математики, декан общеобразовательного факультета, e-mail: star@tsuab.ru

Starichenko Vladimir Aleksandrovich, Tomsk State University of Architecture and Building, Tomsk, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor of Higher Mathematics Department, Dean of Educational Faculty, e-mail: star@tsuab.ru

Селиваникова Ольга Валерьевна, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск, Российская Федерация, старший преподаватель кафедры физико-энергетических установок физико-технического института, e-mail: selov@tpu.ru

Selivanikova Olga Valerievna, Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation, Senior Lecturer of Physical and Power Plants Department of Institute of Physics and Technology, e-mail: selov@tpu.ru

УДК 539.42

ОСОБЕННОСТИ СТАДИЙ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ ПРИ ДЕФОРМИРОВАНИИ ГЕТЕРОГЕННЫХ ПРИРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ

© Е.Е. Дамаскинская, А.Г. Кадомцев

Ключевые слова: самоорганизованная критичность; очаг разрушения; дефект; акустическая эмиссия; энергетическое распределение.

Проведен анализ результатов лабораторных экспериментов по деформированию горных пород и натурных измерений на действующем горном предприятии. Показано, что в рассмотренных экспериментах выделяются две стадии дефектообразования. Анализ энергетических распределений сигналов акустической эмиссии (АЭ) показал, что на первой стадии распределение имеет экспоненциальный вид. Происходит хаотичное образование дефектов по всему объему. На второй стадии появляются пространственные области, в которых система переходит в состояние самоорганизованной критичности. Наблюдается локализация дефектообразования. Энергетическое распределение сигналов акустической эмиссии становится степенным. С помощью компьютерного моделирования проведен расчет напряжений в ансамблях дефектов одинакового и существенно различного размера. Обнаружены «опасные» конфигурации дефектов, развитие которых приводит к образованию дефектов, способных к саморазвитию даже в условиях постоянной нагрузки, что ведет к появлению магистральной трещины. Показано, что функциональный вид энергетического распределения сигналов АЭ на ранних этапах нагружения позволяет выделить пространственную область образца, в которой в дальнейшем произойдет локализация дефектообразования, приводящая к макроразрушению.

ВВЕДЕНИЕ

Работы, посвященные исследованию развития разрушения на микроуровне (трещины) в хрупких гетерогенных материалах, в т. ч. горных породах, ведутся не один десяток лет [1–2]. Однако к настоящему времени нет определенного понимания того, какова связь разрушения с образованием и накоплением дефектов в деформируемом материале и каким образом возникновение единичных дефектов приводит к разрушению образца.

Одним из немногих методов, позволяющим исследовать образование и накопление дефектов в объеме образца в процессе деформирования, является метод акустической эмиссии (АЭ) [3].

Экспериментальные базы данных содержат десятки (сотни) тысяч сигналов АЭ, поэтому вполне естественно для анализа использовать статистические методы обработки. Конечно, с помощью статистической обработки сложно понять механизм разрушения, но можно выявлять закономерности процесса.

Существует большое число различных статистических параметров: это фрактальная размерность, спектр мощности временной автокорреляционной функции, корреляционный интеграл, дисперсия коэффициентов вейвлет-преобразования исследуемого временного ряда и др. Поведение этих параметров при накоплении дефектов в образцах гранита подробно анализировалось В.Л. Гиляровым [4]. В его работах показано, что при приближении к макроразрушению все эти параметры изменяются.

Еще один подход – анализ распределений числа сигналов АЭ по энергии. Такой метод получил широкое распространение в сейсмологии. В середине XX в. Б. Гутенберг и К. Рихтер [5] установили, что распределение

числа землетрясений по магнитуде (энергии) для любого заданного региона и промежутка времени описывается степенной функцией [5–9]. Распределения числа событий по энергии анализировались не только на больших масштабах разрушения – землетрясения, горные удары, но и в лабораторных экспериментах по деформированию образцов горных пород [6: 10–11]. В этих работах основное внимание уделялось анализу изменения угла наклона графика повторяемости (*b*-value).

В ряде работ [8; 12] показано, что перед крупным событием (т. е. событием, сопровождающимся АЭ-сигналом с большой энергией) угол наклона графика повторяемости изменяется характерным образом.

Однако при анализе лабораторных экспериментов по деформированию образцов горных пород и натурных измерений на действующем горном предприятии мы столкнулись с тем, что распределение сигналов акустической эмиссии по энергии не всегда удается аппроксимировать степенной функцией. В связи с этим были поставлены задачи:

- 1) выяснить условия, при которых распределение по энергии аппроксимируется степенной функцией;
- 2) выяснить, существуют ли ситуации, при которых распределение имеет функциональный вид, отличный от степенного;
- 3) установить связь между функциональным видом распределения и особенностями процесса накопления дефектов.

МАТЕРИАЛ И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Проведен анализ лабораторных экспериментов и данных мониторинга акустической эмиссии на одном из действующих горных предприятий Дальнего Востока.

В экспериментах на установке, позволяющей управлять деформацией и давлением подводимой к образцу воды (подробнее описано в [13–14]), испытывались цилиндрические образцы гранита Вестерли ($h = 190,5$ мм, $d = 76,2$ мм). Образцы деформировали в условиях постоянного всестороннего сжатия и одностороннего осевого нагружения. Наблюдение за трещиногенерированием проводилось с помощью регистрации сигналов акустической эмиссии (АЭ). Известно, что основным источником АЭ в горных породах являются образующиеся трещины [15], и существует связь между параметрами трещин и АЭ-сигналов [16]. Точность определения координат гипоцентров источников АЭ составила ± 4 мм во всем объеме образца, для более чем 10^5 сигналов. В результате проведенного эксперимента формировалась база данных, которая представляет собой набор параметров хронологически последовательных сигналов АЭ. Каждый сигнал характеризовался временем излучения, тремя координатами гипоцентра и амплитудой, приведенной к определенной референс- сфере. Важно отметить, что приведенная амплитуда не зависит от геометрии расположения пьезопреобразователей и может служить энергетической характеристикой источника сигнала.

Аналогичная база данных получена в результате измерений, проводимых Институтом горного дела ДВО РАН г. Хабаровск на глубоких горизонтах месторождения «Антей». Было зарегистрировано около 7000 событий в энергетическом диапазоне от единиц Дж до тысячи Дж за период наблюдений 13 месяцев – с января 2010 по январь 2011 г.

Лабораторные эксперименты по деформированию образцов горных пород. Подробный пространственно-временной анализ развития разрушения в экспериментах был проведен ранее в [17]. В данной работе проведен детальный анализ распределений АЭ-сигналов, зарегистрированных на разных этапах деформирования. Был проведен анализ серии экспериментов. Покажем общие (характерные) результаты на примере одного из них.

На рис. 1а показано пространственное распределение дефектов в образце на ранней стадии деформиро-

вания (0,5–0,6 времени до разрушения образца). Видно, что дефекты образуются хаотично во всем объеме образца. Однако распределение АЭ сигналов по энергии не удается однозначно аппроксимировать ни степенной, ни экспоненциальной функцией. Это наглядно иллюстрируют рис. 1б, 1с, на которых данное распределение построено в полулогарифмических и в двойных логарифмических координатах. Это означает, что имеет место наложение функций. Мы предположили, что такая картина возможна, если в различных пространственных частях образца характер дефектообразования различный.

Было проведено пространственное сканирование образца: выделялся некий пространственный объем и строилось распределение для сигналов только из этого объема, затем происходило смещение объема, и процедура повторялась. В результате оказалось, что в образце хорошо выделяются области, в которых распределение аппроксимируется экспоненциальной функцией (рис. 2а, области А, С на рис. 1а), и области, в которых распределение аппроксимируется степенной функцией (рис. 2б, область В на рис. 1а). (Отметим, что никакая амплитудная селекция сигналов не позволяет обнаружить «особенность» области В на пространственном распределении проекций гипоцентров.)

На завершающем этапе деформирования наблюдается локализация дефектообразования. Это наглядно иллюстрирует пространственное распределение проекций гипоцентров сигналов АЭ (рис. 3а). (Наиболее отчетливо область локализации выявляется при анализе сигналов с относительно большими амплитудами.) Распределение по энергии АЭ-сигналов имеет степенной вид (рис. 3б). Важно отметить, что локализация дефектообразования происходит именно в той пространственной области (область В), в которой еще на ранних этапах энергетическое распределение имело степенной вид.

Таким образом, мы обнаружили, что в ряде случаев существует отклонение от закона Гутенберга–Рихтера – распределение по энергии не всегда степенное.

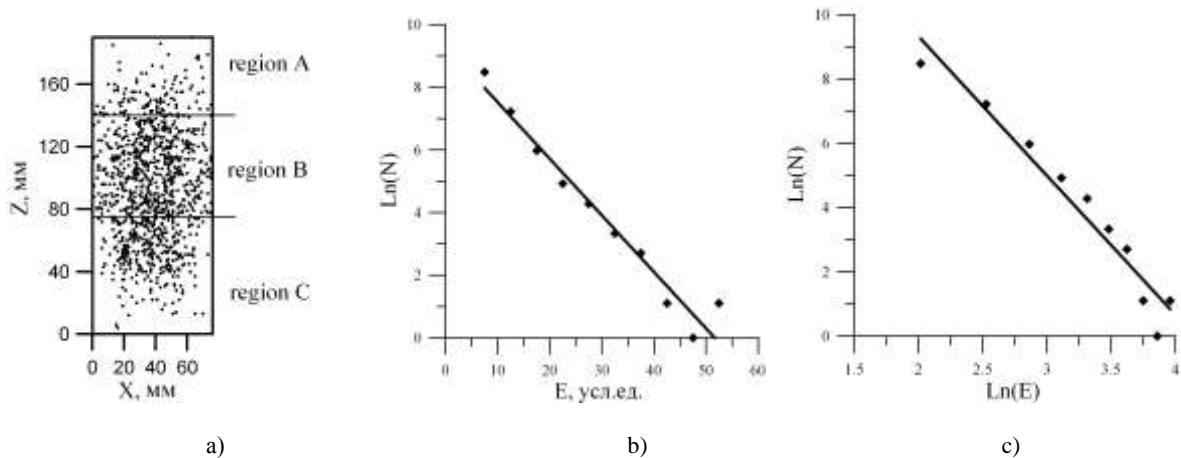


Рис. 1. Пространственный и энергетический анализ разрушения гранитных образцов. Проекции координат гипоцентров источников АЭ: а – начальная стадия нагружения (АЭ-сигналы, зарегистрированные в период времени от начала нагружения до 0,6 долговечности образца); б, с – распределения числа N сигналов акустической эмиссии по энергии E

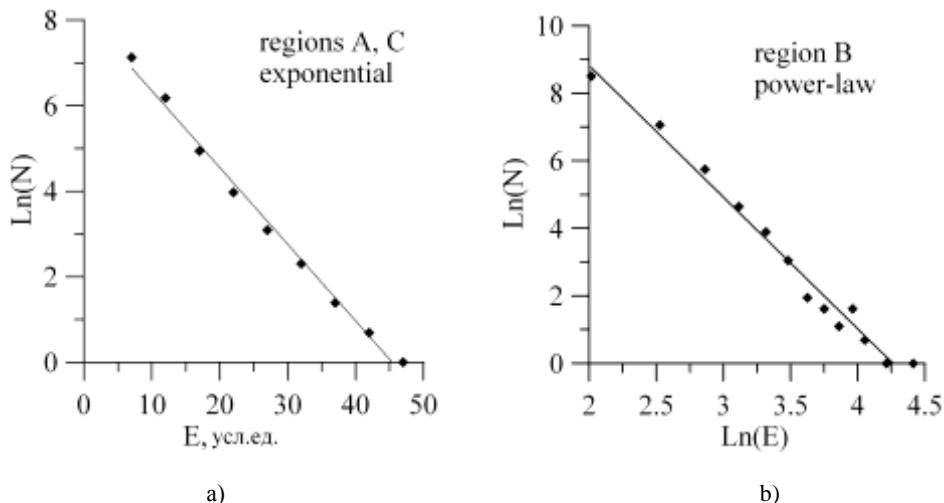


Рис. 2. Энергетический анализ разрушения гранитных образцов (период времени от начала нагружения до 0,6 долговечности образца). Распределения числа N сигналов акустической эмиссии по энергии E , полученные в результате пространственного «сканирования» образца: а – области A , C ; б – область B

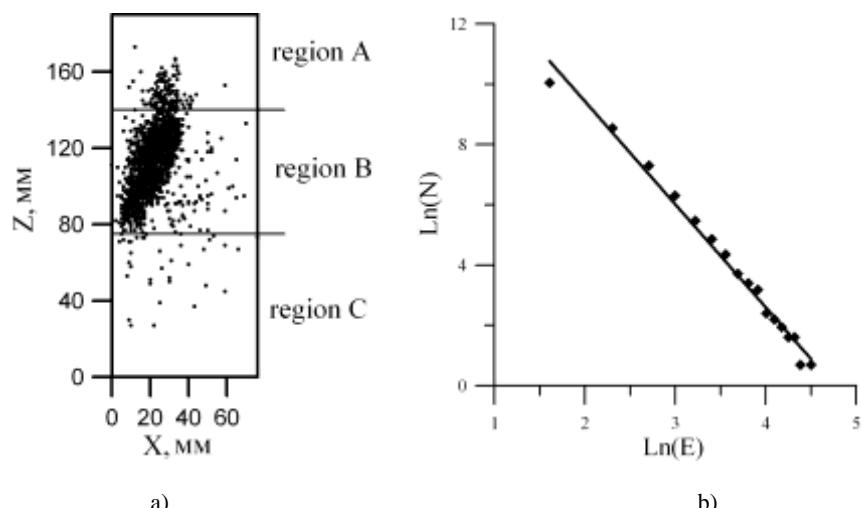


Рис. 3. Пространственный и энергетический анализ разрушения гранитных образцов (период времени от 0,9 долговечности вплоть до разрушения образца): а – проекции координат гипоцентров источников АЭ; б – распределения числа N сигналов акустической эмиссии по энергии E

Разрушение природного массива (действующее горное предприятие). На большом масштабе разрушения (действующее горное предприятие) также был проведен анализ изменения функционального вида распределения энергии АЭ-сигналов. Распределения АЭ-сигналов по энергии строились не для всей совокупности данных, а за последовательные промежутки времени (по месяцам). Для удобства анализа и наглядности распределения строились в двойных логарифмических координатах и в полулогарифмических координатах.

Пример распределения, построенного для данных, зарегистрированных на начальных этапах разрушения, показаны на рис. 4а. Видно, что в двойных логарифмических координатах данные не удается аппроксимировать линейной функцией. Напротив, в полулогарифмических координатах данные аппроксимируются линейной функцией. Это означает, что распределение экспо-

ненциальное. Было обнаружено, что в течение первых шести месяцев наблюдения распределения АЭ-сигналов по энергии имеют экспоненциальный вид. В этот период времени локализации дефектов не наблюдается (рис. 4б).

В 7 и 8 месяцах при аппроксимации распределений не удается отдать предпочтение степенной или экспоненциальной функции (рис. 5). (Подобная картина наблюдалась в лабораторном эксперименте.)

На рис. 6 показано распределение, полученное в 11 месяце. Аналогичный вид имеют энергетические распределения, полученные в 9–13 месяцев наблюдения. Функциональный вид распределения изменился, – данные хорошо аппроксимируются линейной функцией в двойных логарифмических координатах, т. е. распределение является степенным. При этом на пространственном распределении дефектов отчетливо видна локализация (рис. 6б).

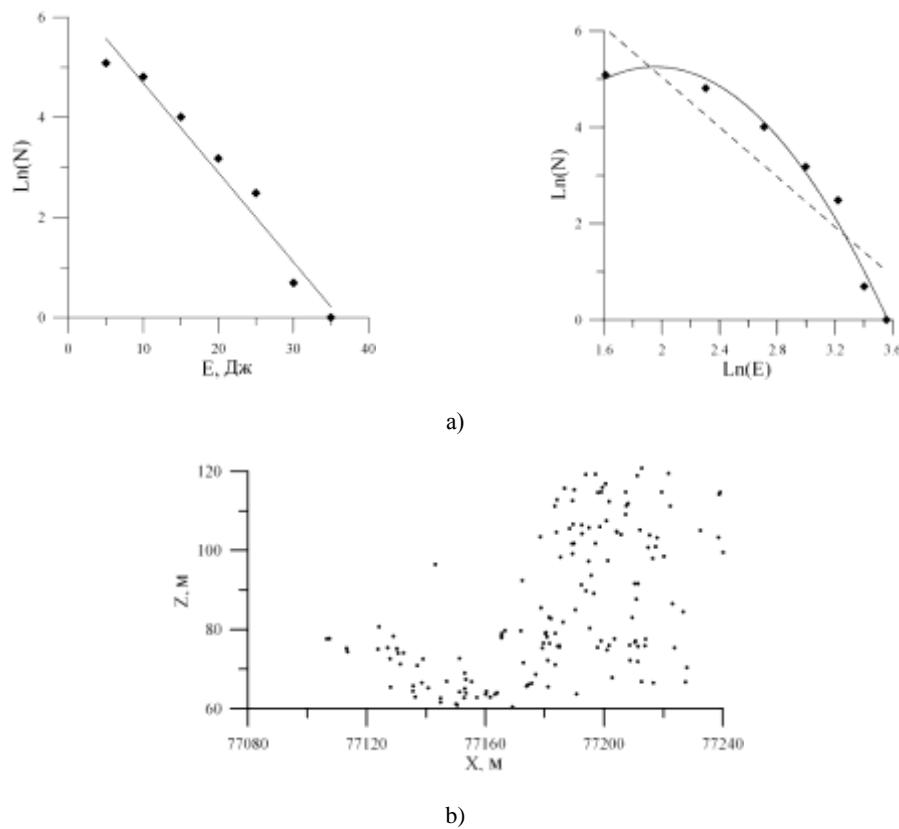


Рис. 4. Пространственный и энергетический анализ накопления дефектов в контролируемом целике действующего горного предприятия. Распределение по энергии АЭ-сигналов, зарегистрированных на начальном этапе (а). Проекции координат гипоцентров, соответствующих источников АЭ (б)

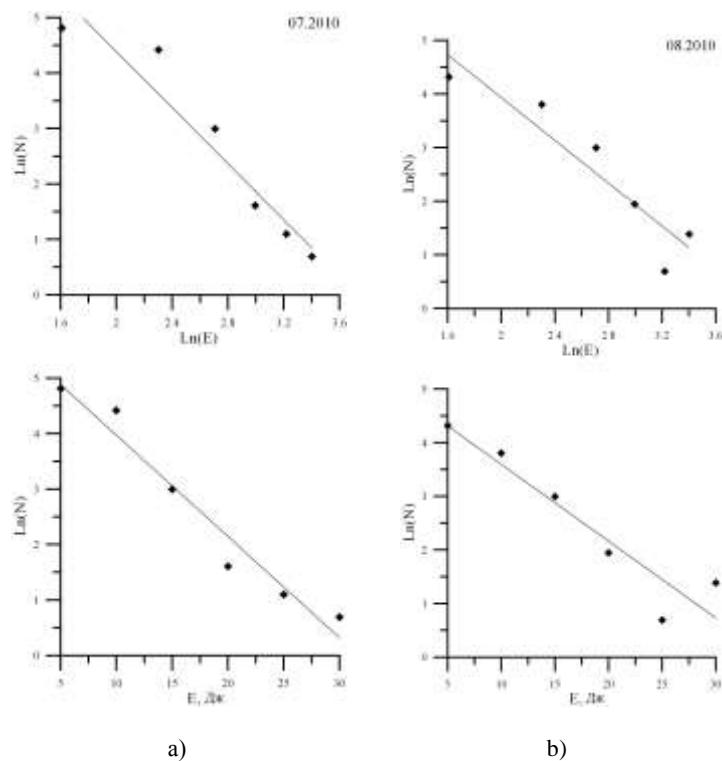


Рис. 5. Энергетический анализ накопления дефектов в контролируемом целике действующего горного предприятия (7 и 8 месяцы наблюдений)

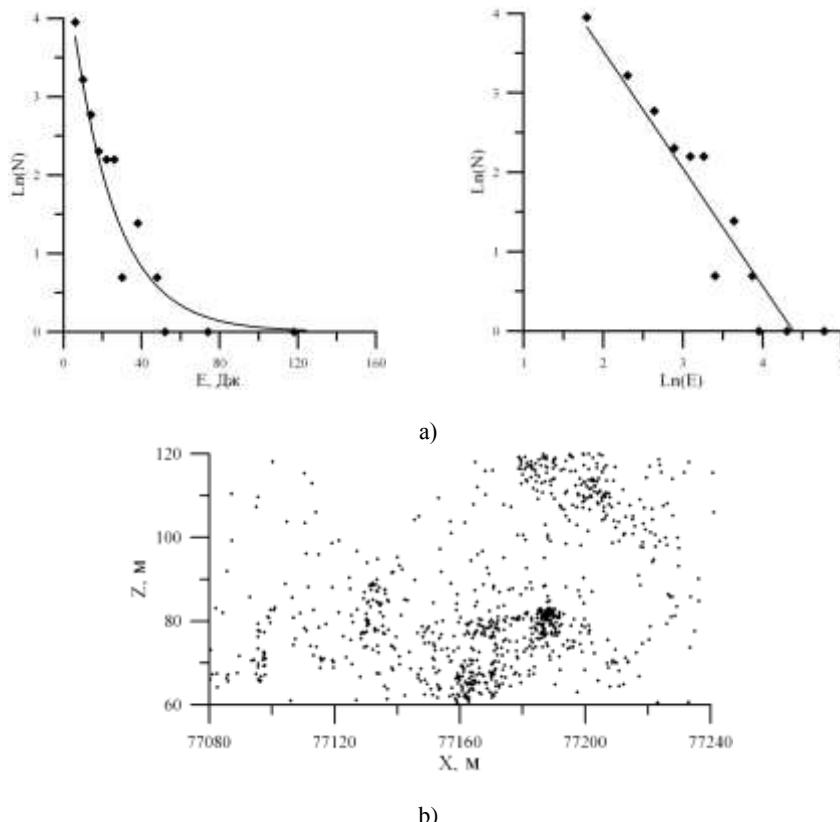


Рис. 6. Пространственный и энергетический анализ накопления дефектов в контролируемом целике действующего горного предприятия: а – распределение по энергии АЭ-сигналов; б – проекции координат гипоцентров соответствующих источников АЭ

Таким образом, анализ лабораторных экспериментов и крупномасштабного разрушения показал, что:

- дисперсионному накоплению дефектов соответствует экспоненциальное распределение;
- локализованному накоплению дефектов соответствует степенное распределение;
- если распределение не удается аппроксимировать степенной или экспоненциальной функцией, то следует провести пространственное «сканирование» образца для выделения областей с явно выраженным функциональным видом распределения.

Мы полагаем, что этот результат позволяет говорить о том, что функциональный вид распределения энергии АЭ-сигналов может служить индикатором характера накопления дефектов.

ОБСУЖДЕНИЕ

В большом числе экспериментов по деформированию горных пород – и в тех, которые анализировали мы [17], и в тех, что известны по работам других исследователей [13; 18], – наблюдалось хаотичное дефектообразование, затем локализованное (формирование очага разрушения). Именно со стадией локализованного дефектообразования связано макроразрушение (или потеря целостности). Однако к настоящему времени нет определенного понимания того, почему происходит этот качественный переход в характере дефектообразования (с чем он связан).

Мы предполагаем, что функциональный вид энергетического распределения поможет установить физи-

ческую основу (природу) характера дефектообразования.

Известно, что для простых систем [19] характерно экспоненциальное распределение случайной величины x

$$\frac{\Delta n}{\Delta x} \sim \exp\left(-\frac{x}{x_0}\right).$$

При экспоненциальном распределении имеется характерный масштаб x_0 , и нет однородности функции распределения относительно величины x . В нашем случае под «простой системой» мы понимаем совокупность независимо образующихся под действием механической нагрузки дефектов (трещин).

На ранних этапах деформирования наблюдается экспоненциальное распределение АЭ-сигналов по энергии:

$$\frac{\Delta N}{\Delta E} \sim \exp\left(-\frac{E}{E_0}\right).$$

В данном случае E_0 – характерная энергия. Принято считать, что имеется корреляция между размером дефекта и выделившейся при его образовании энергией [16]. Следовательно, характерная энергия предполагает «характерный» размер дефекта d_0 .

Можно предположить, что дефекты, которые образуются на ранних этапах при невысоких нагрузках, связаны с неким характерным элементом структуры.

Для лабораторных образцов горных пород это может быть, например, зерно. Трещина либо проходит по телу зерна и упирается в границы, либо распространяется вдоль границы. В пористых материалах (например, песчаник) характерным элементом структуры может быть межпоровая перемычка. Однако, по-видимому, напряжения (не только средние, но и локальные), которые достигаются в материале при хаотичном (равномерном) дефектообразовании, недостаточно высоки для того, чтобы обеспечить рост (развитие) образовавшегося дефекта. По существу, происходит разрушение слабых мест. Образование такого дефекта приводит к релаксации локальных напряжений, и, что очень важно, дальнейшего роста этого дефекта не наблюдается (он сохраняет «характерный» размер).

Эти предположения были проверены с помощью компьютерного моделирования [20]. На основании экспериментальных результатов [14] была оценена объемная доля трещин в граните и, как следствие, среднее расстояние между ними, на ранних этапах деформирования. Затем с учетом этих данных был проведен расчет напряжений в ансамбле дефектов одинакового (равного) размера. Напряжения рассчитывались с помощью метода конечных элементов. На рис. 7 приведена эпюра напряжений, возникающих в таком ансамбле. Установлено, что локальные напряжения даже вблизи поверхности этих дефектов далеки от теоретической прочности, а следовательно, недостаточны для разрушения материала.

Таким образом, можно говорить о том, что существует уровень напряжений, назовем его $\sigma_{\text{перехода}}$, ниже которого происходит хаотичное образование дефектов преимущественно одного размера. Экспериментальные результаты, приведенные в [14; 17], показывают, что если не увеличивать напряжение, то активность АЭ уменьшается и становится равной нулю, т. е. наблюдается исчерпание слабых мест. Для развития разрушения необходимо увеличить напряжение. Это приведет к разрушению более прочных связей и образованию дефектов в широком диапазоне размеров. В результате становится вероятным образование «опасных» конфигураций дефектов, локальные напряжения в которых во много раз выше средних.

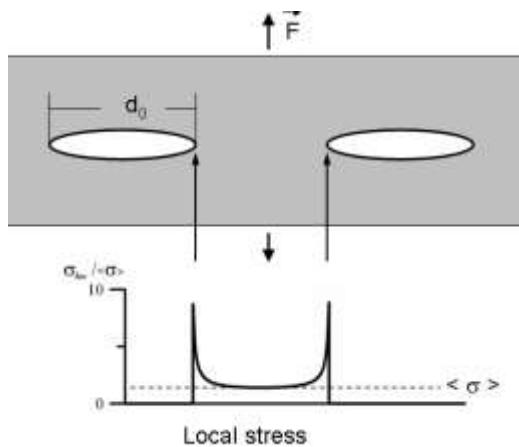


Рис. 7. Эпюра напряжений, возникающих в ансамбле дефектов одинакового размера: σ_{loc} – локальное напряжение, $\langle \sigma \rangle$ – среднее напряжение

Физические причины, определяющие величину $\sigma_{\text{перехода}}$, в настоящее время не ясны. Можно предположить, что, скорее всего, эта величина зависит от исходной структуры материала.

После того как напряжения превысили $\sigma_{\text{перехода}}$, совокупность дефектов и их взаимодействие можно рассматривать как «сложную систему» [19; 21] (в противоположность «простой системе», представляющей совокупность дефектов примерно одинакового размера). Известно [22], что сложная система переходит в состояние самоорганизованной критичности. Такой системе присущи степенные распределения ее параметров, например:

$$\frac{\Delta N}{\Delta E} \sim E^k,$$

где E – энергия.

Степенной закон распределения говорит о скейлинговом поведении системы, т. е. об отсутствии характерных масштабов (в отличие от экспоненциального распределения).

Если в некотором объеме процесс образования дефектов перешел в состояние самоорганизованной критичности, то распределение АЭ-сигналов по энергии должно приобрести степенной вид. В силу неоднородности структурных элементов по размеру и прочности переход в состояние самоорганизованной критичности происходит не сразу во всем объеме, а в некоторых областях. Именно это и наблюдается в эксперименте (область B на рис. 1а).

На этом этапе происходит образование «опасных» конфигураций дефектов. Как показало компьютерное моделирование, в простейшем случае (в первом приближении) такая конфигурация состоит из дефектов трех размеров [23]. Размеры дефектов отличаются в несколько раз (рис. 8). Локальные напряжения в «опасных» конфигурациях (рис. 8) в несколько раз выше, чем в ансамблях из дефектов равных размеров. Величина локальных напряжений приближается к теорети-

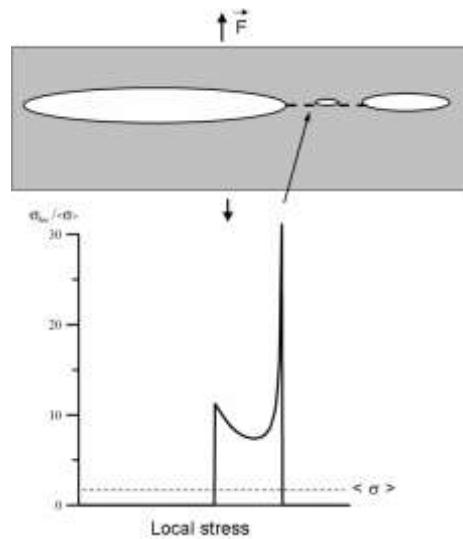


Рис. 8. Эпюра напряжений, возникающих в «опасной» конфигурации дефектов: σ_{loc} – локальное напряжение, $\langle \sigma \rangle$ – среднее напряжение

ческой прочности, что является условием разрушения материала.

Разрушение перемычек между дефектами в опасных конфигурациях приводит к образованию новых дефектов, размер которых не определяются структурой материала. Далее преимущественное значение приобретают концентраторы, созданные ансамблями новых дефектов. Опасные конфигурации и являются «зародышами» очага. Развитие этих дефектов приводит к образованию магистральной трещины, которая разрушает образец.

ВЫВОДЫ

Анализ результатов лабораторных экспериментов и натурных измерений показал, что распределение АЭ-сигналов по энергии не всегда аппроксимируется степенной функцией. (Отметим, что в работе [24] подобный результат наблюдался для другого класса материалов, а именно, для металлов, при анализе амплитудных распределений сигналов АЭ.)

В рассмотренных экспериментах выделяются две стадии (этапа) дефектообразования.

Первая стадия. Образование дефектов «характерного» размера, который определяется «характерным элементом» структуры материала. На это указывает экспоненциальный вид энергетического распределения АЭ-сигналов, который означает, что имеется характерная энергия E_0 (характерный размер дефекта d_0). Наблюдаются хаотичное образование дефектов по всему объему.

Вторая стадия. В процессе эволюции деформируемого материала появляются пространственные области, в которых система переходит в состояние самоорганизованной критичности, на что указывает степенной вид энергетического распределения. Появляются «опасные» конфигурации дефектов. Эти конфигурации приводят к образованию дефектов, которые не определяются структурой материала и способны к саморазвитию. Мы полагаем, что опасные конфигурации и являются «зародышами» очага.

Анализ энергетических распределений позволил обнаружить качественный переход дефектообразования на вторую стадию раньше, чем это удается сделать другими методами.

Предложенный нами подход не противоречит двухстадийной модели разрушения гетерогенных материалов [25] и модели лавинно-неустойчивого трещинообразования [15] и позволяет понять физическую основу многостадийного характера процесса дефектообразования.

Показано, что функциональный вид распределения на ранних этапах нагружения позволяет выделить пространственную область образца, в которой в дальнейшем произойдет локализация дефектообразования, приводящая к макроразрушению.

ЛИТЕРАТУРА

- King G.C.P., Sammis C.G. The mechanisms of finite brittle strain // Pure Appl. Geophys. 1992. V. 138. № 4. P. 611-640.
- Paterson M. Experimental Rock Deformation. N. Y.: Springer, 1978. 254 p.
- Ермолов И.Н., Алешин Н.П., Потапов А.И. Неразрушающий контроль. Кн. 2. Акустические методы контроля. М.: Высш. шк., 1991. 283 с.
- Гиляров В.Л., Варкентин М.С., Корсуков В.Е., Корсукова М.М., Куксенко В.С. Формирование степенных распределений дефектов по размерам в процессе разрушения материалов // ФТГ. 2010. Т. 52. С. 1311-1315.
- Gutenberg B., Richter C.F. Seismicity of the Earth and Associated Phenomena, 2nd ed. Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1954. 284 p.
- Ponomarev A.V., Zavyalov A.D., Smirnov V.B., Lockner D.A. Physical modeling of the formation and evolution of seismically active fault zones // Tectonophysics. 1997. V. 277. P. 57-81.
- Schorlemmer D., Wiemer S., Wyss M. Earthquake statistics at Parkfield: 1. Stationarity of b values // Journal of geophysical research. 2004. V. 109. B12307. doi: 10.1029/2004JB003234. P. 17.
- Соболев Г.А., Арова Б., Смирнов В.Б., Завьялов А.Д., Пономарев А.В., Кумар Н., Чабак С.К., Байдия П.Р. Прогностические аномалии сейсмического режима. II. Западные Гималаи // Геофизические исследования. 2009. Т. 10. № 2. С. 23-36.
- Katsumata K. Imaging the high b -value anomalies within the subducting Pacific plate in the Hokkaido corner // E-LETTER Earth Planets Space. 2006. V. 58. P. e49-e52.
- Виноградов С.Д. О распределении числа импульсов по энергии при разрушении горных пород // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1959. № 12. С. 1850-1852.
- Mogi K. Study of elastic shocks caused by the fracture of heterogeneous materials and its relations to earthquake phenomena // Bull. Earthq. Res. Inst. 1962. V. 40. № 7. P. 125-173.
- Завьялов А.Д. Среднесрочный прогноз землетрясений: основы, методика реализации. М.: Наука, 2006. 242 с.
- Lockner D.A., Byerlee J.D., Kuksenko V., Ponomarev A. and Sidorenko A. Observations of Quasistatic Fault Growth from Acoustic Emissions, in Fault Mechanics and Transport Properties of Rocks, edited by B. Evans and T.-F. Wong. L: Academic Press, 1992. P. 3-31.
- Stanchits S.A., Lockner D.A., Ponomarev A.V. Anisotropic Changes in P-Wave Velocity and Attenuation during Deformation and Fluid Infiltration of Granite // Bulletin of the Seismological Society of America. 2003. V. 93. № 4. P. 1803-1822.
- Мячин В.И., Костров В.Б., Соболев Г.А., Шамина О.Г. Лабораторные и теоретические исследования процесса подготовки землетрясения // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1974. № 10. С. 2526-2530.
- Куксенко В.С., Ляшков А.И., Мирзоев К.М. Связь между размерами образующихся под нагрузкой трещин и длительностью выделения упругой энергии // ДАН СССР. 1982. Т. 264. № 4. С. 846-848.
- Кадомцев А.Г., Дамаскинская Е.Е., Куксенко В.С. Особенности разрушения границы при различных условиях деформирования // ФТГ. 2011. Т. 53. С. 1777-1782.
- Petrůžálek M., Vilhelm J., Rudajev V., Lokajíček T., Svitek T. Determination of the anisotropy of elastic waves monitored by a sparse sensor network // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2013. V. 60. P. 208-216.
- Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики. М.: Эдиториал УРСС, 2002. 360 с.
- Слуцкер А.И., Кадомцев А.Г., Бетехтин В.И., Дамаскинская Е.Е., Синани А.Б. Локальные разрушающие напряжение в нагружаемой микропористой SiC-керамике // Известия РАН. Серия физическая. 2009. Т. 73. № 10. С. 1496-1502.
- Николос Г., Пригошин И. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979. 512 с.
- Bak P. How Nature Works. N. Y.: Springer-Verlag, 1996.
- Кадомцев А.Г., Слуцкер А.И., Синани А.Б., Бетехтин В.И., Дамаскинская Е.Е. Локальные разрушающие напряжения и твердость микропористой SiC-керамики // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2013. Т. 18. Вып. 4. С. 1533-1534.
- Ботвина Л.Р. Эволюция поврежденности на различных масштабах // Физика Земли. 2011. № 10. С. 5-18.
- Kuksenko V., Tomilin N., Damaskinskaya E., Lockner D. A two-stage model of fracture of rocks // Pure Appl. Geophys. 1996. V. 146. № 2. P. 253-263.

БЛАГОДАРНОСТИ:

1. Авторы выражают благодарность И.Ю. Рассказову (ИГД ДВО РАН г. Хабаровска) за предоставленную базу данных, полученную при мониторинге рудника Глубокий ОАО «ППГХО».

2. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 13-05-00152_a).

Поступила в редакцию 15 января 2015 г.

Damaskinskaya E.E., Kadomtsev A.G. FEATURES OF FRACTURE STAGES AT DEFORMATION OF HETEROGENEOUS NATURE MATERIALS

Analysis of laboratory experiments on deformation of heterogeneous materials (rocks) and in-situ measurements on operating mountain enterprise was made. It is shown that in these experiments are the two stages of defect formation. Analysis of energy distributions of signals of acoustic emission (AE) has shown that the first stage of distribution is exponential. Chaotic defect formation occurs throughout. In the second stage there are spatial region in which the system goes into a state of self-organized critical. There is a defect localization. The energy distribution of acoustic emission signals becomes power. Using

computer modeling, stress analysis carried out in the same ensemble of defects and significantly different sizes. Found “dangerous” configuration of defects, the development of which leads to the formation of defects that are capable of self-development even under constant load, which leads to the appearance of the main crack. It is shown that the functional form of the energy distribution of AE signals in the early stages of loading allows to emphasize the spatial region of the sample, which in the future will localization defect leading to macrodestruction.

Key words: self-organized criticality; fracture nucleation site; defect; acoustic emission; energy distribution.

Дамаскинская Екатерина Евгеньевна, Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории физики прочности, e-mail: Kat.Dama@mail.ioffe.ru

Damaskinskaya Ekaterina Evgenyevna, Physical and Technical University named after A.F. Ioffe of Russian Academy of Sciences, Saint-Petersburg, Russian Federation, Candidate of Physics and Mathematics, Senior Scientific Worker, e-mail: Kat.Dama@mail.ioffe.ru

Кадомцев Андрей Георгиевич, Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, зав. лабораторией физики прочности, e-mail: Andrey.Kadomtsev@mail.ioffe.ru

Kadomtsev Andrey Georgievich, Physical and Technical University named after A.F. Ioffe of Russian Academy of Sciences, Saint-Petersburg, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Senior Scientific Worker, Head of Physics of Strength Laboratory, e-mail: andrey.kadomtsev@mail.ioffe.ru

УДК 544.08

ПРОЧНОСТЬ И МЕХАНИЗМ РАЗРУШЕНИЯ НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫХ ЛЕГКИХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

© Г.В. Клевцов, Р.З. Валиев, Н.А. Клевцова

Ключевые слова: наноструктурированные материалы; титан; алюминиевый сплав; равноканальное угловое прессование (РКУП); УМЗ структура; твердость и прочность материалов; предел усталости; скорость распространения трещины; механизм разрушения.

Исследовали кинетику и механизм усталостного разрушения наноструктурированных титана Grade 4 и алюминиевого сплава AK4-1 с УМЗ структурой в сравнении с исходным состоянием. Показано, что наноструктурирование путем равноканального углового прессования (РКУП) приводит к увеличению предела усталости титана Grade 4 в 1,7 раза, а алюминиевого сплава AK4-1 – в 1,2 раза, в т. ч. за счет увеличения времени до зарождения усталостной трещины. Однако в области малоцикловой усталости наблюдается незначительное повышение долговечности (Grade 4) или даже ее снижение (AK4-1). Наноструктурирование неоднозначно влияет на кинетику усталостного разрушения титана Grade 4 и алюминиевого сплава AK4-1. Так, при одном и том же значении размаха коэффициента интенсивности напряжения ΔK скорость распространения усталостной трещины в титане с УМЗ структурой ниже, чем в титане с исходной структурой, а в алюминиевом сплаве с УМЗ структурой – выше, чем в сплаве после закалки + старения. Коэффициент n в уравнении Эрриса для титана с УМЗ структурой выше, чем для титана с исходной структурой, а для алюминиевого сплава с УМЗ структурой – ниже, чем для сплава после закалки + старения. Доминирующим механизмом усталостного разрушения титана Grade 4 после РКУП-конформ явлется образование сравнительно гладких фрагментов и язычков отрыва. Механизмом усталостного разрушения сплава AK4-1 после РКУП является образование отдельных гладких фрагментов (зона I_s) и вязких бороздок, чередующихся с областями ямочного микрорельефа (зона I_r).

ВВЕДЕНИЕ

Объемные наноструктурированные металлические материалы с ультрамелкозернистой (УМЗ) структурой, полученные путем интенсивной пластической деформации (ИПД), обладают высокой твердостью и прочностными характеристиками при растяжении, что способствует их внедрению в различные области техники [1–3], в первую очередь связанные с работой в экстремальных условиях. Поэтому особый интерес представляют легкие титановые и алюминиевые материалы с УМЗ структурой для аэрокосмической техники с позиции усталостной прочности.

Современное представление об усталости УМЗ материалов основано на том, что в процессе ИПД увеличение прочности и снижение пластичности, как правило, приводит к повышению предела усталости материалов, но к снижению или незначительному повышению усталостной прочности в области малоцикловой усталости [4–6]. Ю. Эстрин и А. Виноградов [4; 7] показали, что УМЗ материалы, как правило, имеют более низкие пороговые значения коэффициентов ΔK и более высокую скорость распространения трещины в стационарном режиме по сравнению с крупнозернистыми материалами. Низкую прочность УМЗ материалов в области малоцикловой усталости авторы связывают с меньшей извилистостью распространяющейся трещины, приводящей к снижению шероховатости поверхности изломов [4] и с относительно развитой циклической пластической деформацией, реализующейся у вершины трещины [7]. Низкая пластичность УМЗ ма-

териалов неблагоприятно сказывается не только на сопротивлении малоцикловой усталости, но и на обрабатываемости материалов. Это сильно ограничивает их практическое применение. Поэтому были проведены исследования по разработке оптимальных условий ИПД, повышающих пластичность материала [1–2; 8]. Так, было установлено, что перспективным методом для повышения прочности материалов при сохранении хорошей пластичности [9] является сочетание закалки алюминиевых сплавов с равноканальным угловым прессованием (РКУП) и последующим старением. Однако самым радикальным методом повышения комплекса механических свойств УМЗ материалов, по-видимому, является метод зернограниценного дизайна объемных металлических наноматериалов [1–2].

Целью настоящей работы является исследование кинетики и механизма усталостного разрушения наноструктурированных титана и алюминиевого сплава с УМЗ структурой в сравнении с исходным состоянием.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДИКИ ИССЛЕДОВАНИЯ

В качестве исследуемых материалов были использованы титан Grade 4 и алюминиевый сплав AK4-1.

Исходный титан марки Grade 4 (производства компании Dymamet, сертификат 041425) находился в виде прутка со средним размером зерна 25 мкм. Перед РКУП титан отжигали при температуре 680 °C в течение 1 ч. Далее титан подвергали РКУП-конформ [1–2], 6 проходов при температуре 250 °C. Средний размер

Таблица 1

Химический состав алюминиевого сплава
АК4-1 (в % по массе)

Сплав	Cu	Mn	Si	Mg	Fe	Ni	Ti
АК4-1	2,46	0,04	0,22	1,48	0,89	0,92	0,04

зерна титана Grade 4 после РКУП-конформ составлял 300 нм.

Алюминиевый сплав АК4-1 (табл. 1) исследовали после РКУП и после стандартной обработки Т6 (закалка + старение). РКУП проводили при температуре 160 °C, 6 проходов (угол φ = 90°) [1–2]. Средний размер зерна после обработки РКУП составил $d_{cp} = 300$ нм. Стандартная обработка (T6) включала: нагрев до температуры 530 °C, выдержку при этой температуре в течение одного часа, закалку в воде, старение при температуре 190 °C в течение 7 ч, охлаждение на воздухе. Средний размер зерна составлял $d_{cp} = 40$ мкм.

Испытания сплава на твердость проводили на твердомере TH 300. Статическое растяжение круглых образцов диаметром 5 мм проводили на универсальной испытательной машине H50KT. Скорость растяжения составляла 5 мм/мин.

Для определения предела усталости титана Grade 4 использовали цилиндрические образцы с рабочим диаметром 3 мм. Испытания проводили на изгиб с вращением с частотой нагружения 50 Гц на базе 10⁷ циклов. Для построения кинетических диаграмм усталостного разрушения титана использовали образцы размером 4×10×45 мм с надрезом, который выполнялся электроискровой резкой. Испытания таких образцов проводили на трехточечный изгиб при комнатной температуре согласно ASTM E-647 (E-647-00 – Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates) на машине «The Nano Plug'n'Play» фирмы BiSS P.Ltd. с частотой нагружения 15 Гц и коэффициентом асимметрии цикла $R = 0,2$. Длину трещины, количество циклов нагрузления и коэффициент интенсивности напряжений определяли автоматически по нагрузке и раскрытию трещины с помощью программного обеспечения используемой машины. Затем строили кинетическую кривую усталостного разрушения титана в координатах « $dl/dN - \Delta K$ ».

Для усталостных испытаний сплава АК4-1 использовали образцы на внецентренное растяжение с размером боковой части 32 мм, толщиной 12 мм и длиной предварительного надреза (от линии приложения нагрузки до конца надреза) 11 мм. Образцы изготавливали согласно рекомендациям РД 50-345-82 [10] на

электроискровом проволочно-вырезном станке Sodick AG400L LN2W. Усталостные испытания образцов проводили на установке Instron 8802 при следующих режимах: $T_{исп.} = 24$ °C; $P_{max} = 2000$ Н и 2500 Н; $R = 0,1$; $v = 10$ Гц. Скорость распространения усталостной трещины определяли с помощью датчика раскрытия трещины 2670-116 Gauge 10 mm. Использование датчика раскрытия трещины позволяло с помощью специальной компьютерной программы строить кинетическую кривую усталостного разрушения сплава АК4-1 в координатах « $dl/dN - \Delta K$ ».

Макростроение изломов исследовали визуально и с помощью конфокального сканирующего микроскопа (ЛКСМ) Lext OLS4000; микростроение – в растровом электронном микроскопе SIGMA фирмы «ZEISS».

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ
И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В табл. 2 представлены механические свойства титана Grade 4 и алюминиевого сплава АК4-1 после различных видов обработки. Видно, что после РКУП твердость исследуемых материалов повышается в 1,3–1,6 раза. При этом прочностные характеристики (σ_b , $\sigma_{0,2}$) возрастают примерно в 1,5–1,7 раза, а пластичность (δ) снижается в 2,3–2,5 раза.

На рис. 1 представлены кривые усталости титана Grade 4 в исходном состоянии и после РКУП-конформ. Видно, что после РКУП-конформ предел усталости титана возрастает от 350 до 590 МПа.

Чтобы понять причины повышения усталостной прочности титана после РКУП-конформ, исследовали кинетику развития усталостной трещины и построили кинетическую диаграмму усталостного разрушения титана в исходном состоянии и после РКУП-конформ [12]. Зависимость длины усталостной трещины от числа циклов нагружения представлена на рис. 2; кинетические диаграммы усталостного разрушения – на рис. 3.

Из рис. 2 видно, что РКУП-конформ приводит к увеличению количества циклов нагружения до появления усталостной трещины, что связано, вероятно, с более высокой прочностью материала после интенсивной пластической деформации. Кинетическая диаграмма усталостного разрушения исследуемого материала после РКУП-конформ, как видно из рис. 3, расположена ниже диаграммы усталостного разрушения материала в исходном состоянии. Из этого следует, что при одном и том же значении размаха коэффициента интенсивности напряжения (ΔK) скорость распространения усталостной трещины в титане после РКУП-конформ ниже, чем в исходном состоянии.

Таблица 2

Механические свойства исследуемых материалов

Материал	Состояние материала	НВ	σ_b , МПа	$\sigma_{0,2}$, МПа	δ, %
Титан Grade 4	Исходное состояние	255	700	550	30
	После РКУП-конформ	311	1020	880	13
Сплав АК4-1	T6 (закалка + старение)	122	370	320	16
	После РКУП	126	460	420	8

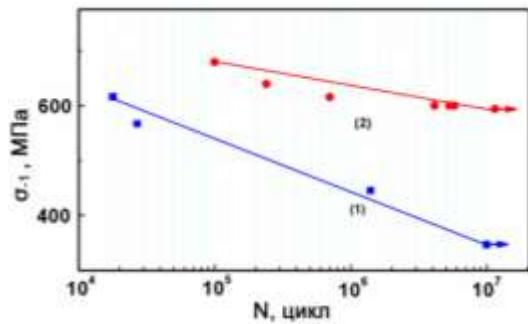


Рис. 1. Кривые усталости титана Grade 4 в исходном состоянии (нижний график) (1) и после РКУП-конформ (верхний график) (2) [11]

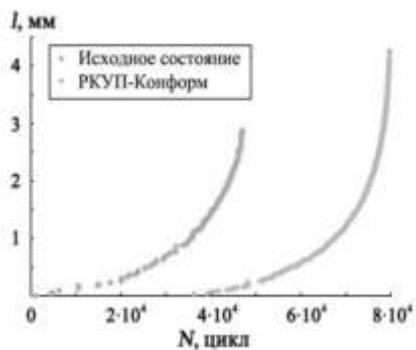


Рис. 2. Зависимость длины усталостной трещины от числа циклов нагружения титана Grade 4 в исходном состоянии (левый график) и после РКУП-конформ (правый график)

Представленные на рис. 3 диаграммы хорошо описываются уравнением Пэриса для случая исходного состояния титана:

$$\frac{dl}{dN} = 4,31 \cdot 10^{-11} \Delta K^{3,46}$$

и после РКУП-конформ:

$$\frac{dl}{dN} = 2,19 \cdot 10^{-15} \Delta K^{6,34}$$

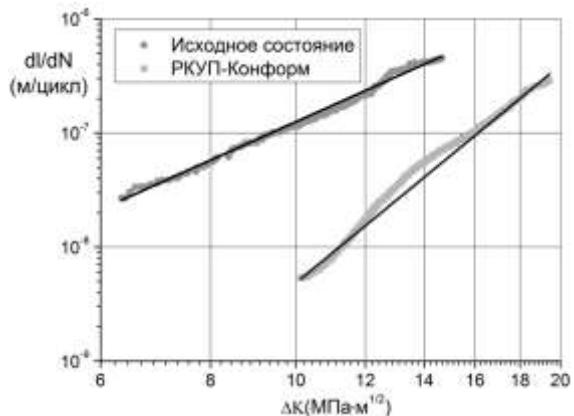


Рис. 3. Прямолинейный участок кинетических диаграмм усталостного разрушения титана Grade 4 в исходном состоянии (верхний график) и после РКУП-конформ (нижний график)

Из приведенных уравнений видно, что в исходном состоянии титана показатель n в уравнении Пэриса равен 3,46, а после РКУП-конформ – в два раза выше и равен 6,34. Последнее свидетельствует [13–17] о том, что титан Grade 4 после РКУП-конформ обладает повышенной чувствительностью к перегрузкам по сравнению с исходным состоянием. Иными словами, кратковременные перегрузки (увеличение ΔK) в титане после РКУП-конформ вызовут большее увеличение скорости распространения усталостной трещины, чем в титане в исходном состоянии, что неблагоприятно с позиции конструктивной прочности материала.

На рис. 4а представлен характерный вид усталостных изломов образцов из титана Grade 4 в исходном состоянии и после РКУП-конформ, а также очаг усталостного разрушения в 3D формате образцов из титана в исходном состоянии и после РКУП-конформ. На поверхности изломов хорошо видны две характерные макрозоны: зона усталостного развития трещины l_f , имеющая небольшую шероховатость, и зона долома (рис. 4а). В очаге разрушения видны ступени (рис. 4б, 4в), свидетельствующие об образовании нескольких очагов зарождения трещин на разных кристаллографических плоскостях и последующем их объединении [13–14; 17].

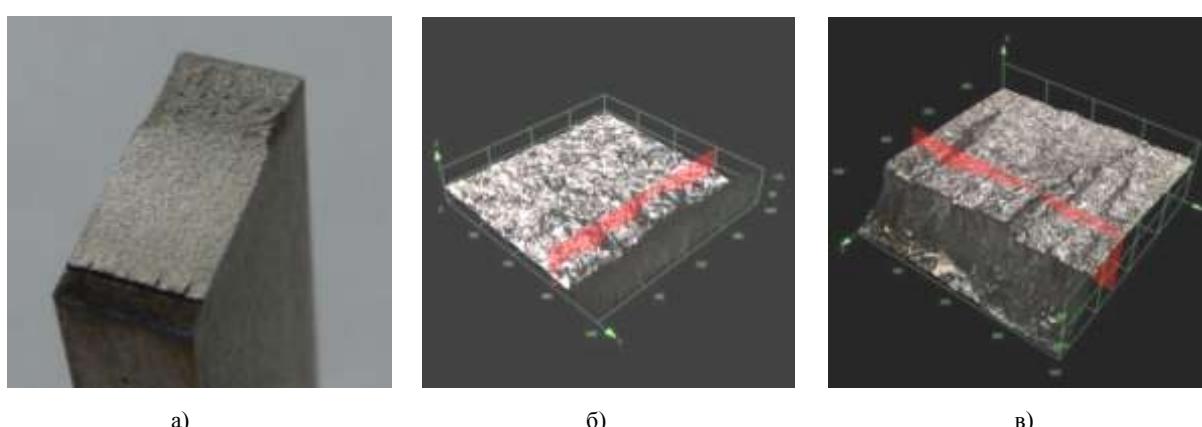


Рис. 4. Характерный вид усталостных изломов образца из титана Grade 4 в исходном состоянии и после РКУП-конформ (а), а также очаг усталостного разрушения в 3D формате (ЛКСМ) образца из титана в исходном состоянии (б) и после РКУП-конформ (в)

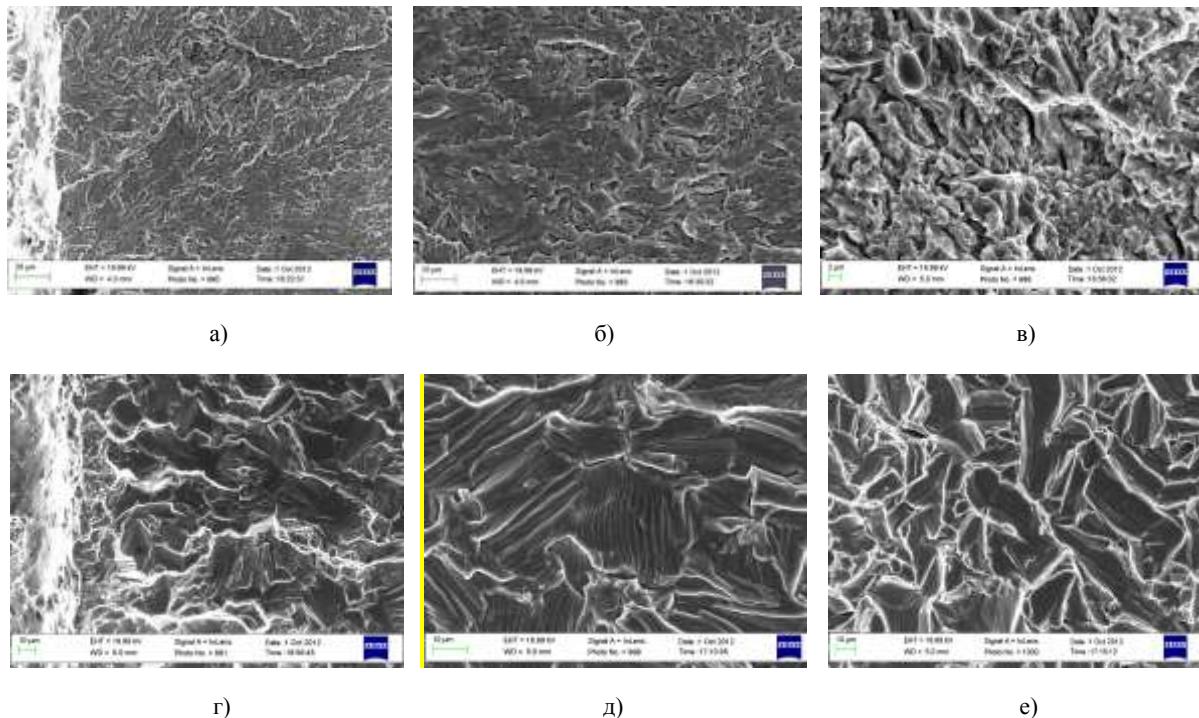


Рис. 5. Микрорельеф усталостных изломов титана Grade 4 после РКУП-конформ (а–в) и в исходном состоянии (г–е): а, г – в очаге разрушения; б, д – в усталостной зоне l_f ; в, е – в зоне долома. а, г – $\times 500$; б, д – $\times 1000$; в – $\times 2000$; е – $\times 600$

Поверхность изломов в усталостной зоне l_f титана Grade 4 после РКУП-конформ отличается мелким микрорельефом и состоит преимущественно из сравнительно гладких фрагментов и язычков отрыва (рис. 5а, 5б). Усталостные бороздки не видны даже при большом увеличении. В зоне долома видны гладкие ямки и вторичные трещины (рис. 5г). Усталостное разрушение титана в исходном состоянии сопровождается расслоением по кристаллографическим плоскостям в сочетании с участками ямочного микрорельефа вблизи очага разрушения (рис. 5г, 5д). На гладких плоскостях в центральной части изломов видны усталостные бороздки и вторичные трещины (рис. 5д). Разрушение титана в зоне долома произошло путем расслоения по кристаллографическим плоскостям (рис. 5е).

Таким образом, РКУП-конформ, формируя УМЗ структуру титана Grade 4, приводит к повышению предела усталости титана за счет увеличения долговечности на стадии зарождения трещины и более низкой скорости распространения усталостной трещины по сравнению с исходным состоянием. Однако коэффициент n в уравнении Пэриса для титана Grade 4 после РКУП-конформ практически в 2 раза больше, чем для титана в исходном состоянии, что свидетельствует о повышенной чувствительности материала к перегрузкам (резким увеличениям ΔK) в процессе эксплуатации [13–17]. Доминирующий механизм усталостного разрушения титана в исходном состоянии – расслоение по кристаллографическим плоскостям, а после РКУП-конформ – образование сравнительно гладких фрагментов и язычков отрыва.

Испытания на усталость цилиндрических образцов из алюминиевого сплава AK4-1 в состоянии T6 (закалка + старение) и после РКУП показали, что после РКУП предел усталости сплава (σ_{-1}) повышается от 222

Таблица 3

Общая долговечность образцов ($N_{\text{общ}}$),
относительное количество циклов нагружения
до зарождения макротрещины ($N_s/N_{\text{общ}}$) в сплаве AK4-1

Состояние	После РКУП		T6 (закалка + старение)		
	P_{\max} , Н	2000	2500	2000	2500
$N_{\text{общ}}$, цикл	$6,00 \cdot 10^4$	$4,03 \cdot 10^4$	$1,52 \cdot 10^5$	$4,82 \cdot 10^4$	
$N_s/N_{\text{общ}}$, %	13,7	14,0	9,5	7,9	

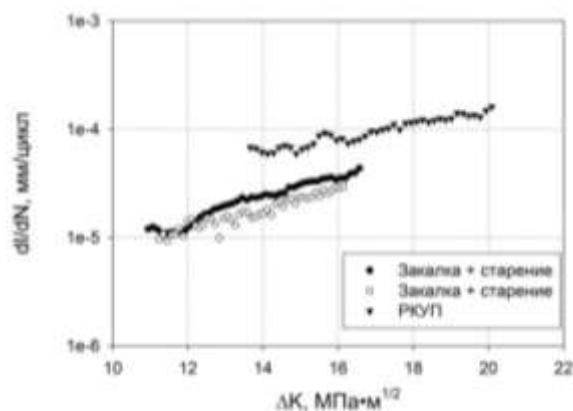


Рис. 6. Прямолинейный участок кинетических кривых усталостного разрушения сплава AK4-1 после РКУП (верхний график) и в состоянии после T6 (нижние графики). $P_{\max} = 2000$ Н

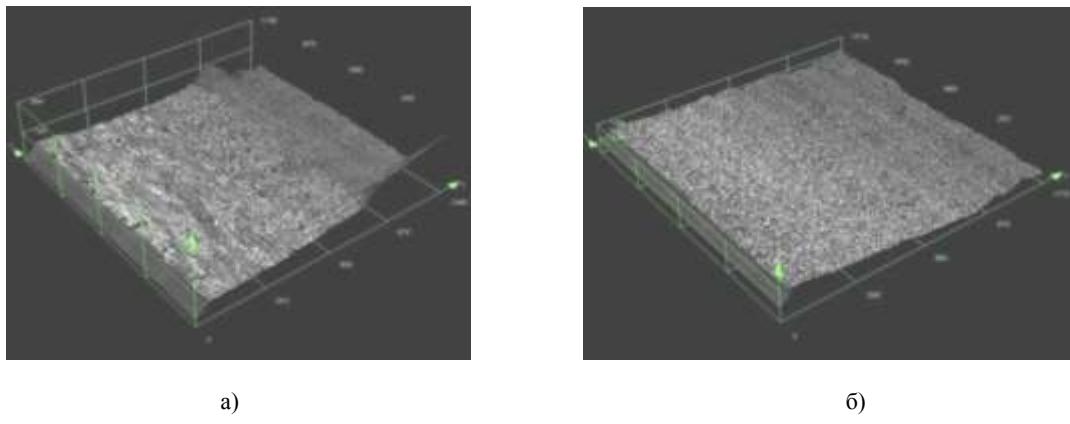


Рис. 7. Усталостный излом в 3D формате (ЛКСМ) образцов из сплава AK4-1 после РКУП (а) и в состоянии Т6 (б) ($P_{\max} = 2000$ Н)

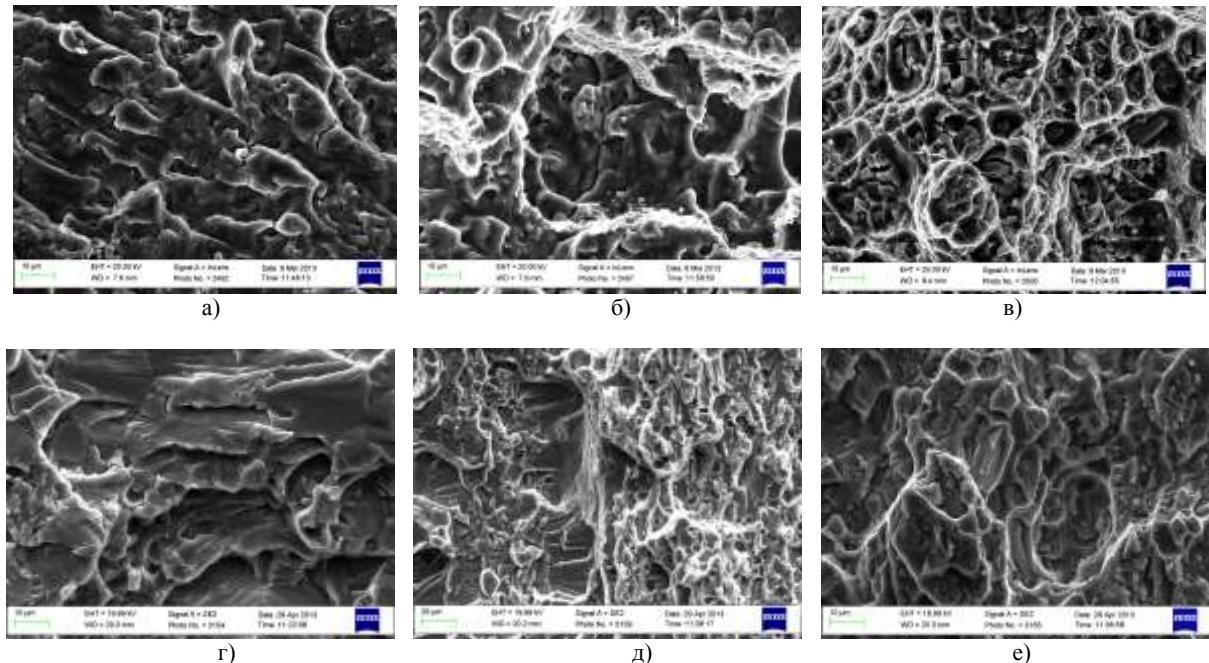


Рис. 8. Микрорельеф усталостного излома сплава AK4-1 после РКУП (а–в) и в состоянии Т6 (г–е) в зонах l_s (а, г), l_r (б, д) и долома (в, е). $P_{\max} = 2000$ Н. а, б, в, г – $\times 1000$; д, е – $\times 500$

до 257 МПа [18]. Результаты усталостных испытаний образцов из сплава AK4-1 на внецентренное растяжение представлены в табл. 3 и на рис. 6 [19].

Из табл. 3 видно, что долговечность образцов из сплава в состоянии Т6 в области малоцикловой усталости выше, чем после РКУП. Однако относительное количество циклов нагружения до зарождения усталостной трещины больше в сплаве после РКУП. Анализ кинетических диаграмм усталостного разрушения (рис. 6) показал, что при одном и том же значении коэффициента интенсивности напряжения ΔK скорость распространения усталостной трещины в сплаве AK4-1 после РКУП выше, чем в состоянии Т6. Это неблагоприятно для конструктивной прочности материала. Однако анализ уравнений Пэриса, описывающих прямолинейный участок кинетических диаграмм усталостного разрушения сплава AK4-1 после РКУП:

$$dl/dN = 5,0 \cdot 10^{-7} \Delta K^{2,51}$$

и в состоянии Т6:

$$dl/dN = 6,0 \cdot 10^{-9} \Delta K^{3,27},$$

показал, что коэффициент n в уравнении Пэриса для сплава с УМЗ структурой имеет более низкое значение, что свидетельствует о меньшей чувствительности такого сплава к перегрузкам в процессе усталостного нагружения [13–17], что в свою очередь благоприятно для конструктивной прочности материала.

На поверхности всех усталостных изломов сплава AK4-1 можно выделить характерные усталостные зоны: зону стабильного роста трещины l_s , зону ускоренного развития l_r и зону долома. Но границу между зонами l_s и l_r не всегда можно выявить достаточно точно.

В изломах сплава AK4-1 после РКУП зона l_s светлая, блестящая. В очаге разрушения видны ступени, свидетельствующие о зарождении нескольких усталостных трещин на разном уровне и последующем их соединении (рис. 7а, 7б).

Микрорельеф изломов в очаге разрушения образцов из сплава AK4-1 после РКУП состоит из сравнительно гладких, вязких и нерегулярных фрагментов. При переходе в зону стабильного роста трещины l_s фрагментарный микрорельеф излома сохраняется, однако становится более регулярным; появляются вторичные трещины (рис. 8а). При переходе в зону ускоренного развития трещины l_r вязкие бороздки чередуются с областями ямочного микрорельефа (рис. 8б). Долом образца произошел вязко с образованием ямочного микрорельефа (рис. 8в).

В образцах из сплава AK4-1 в состоянии Т6 микрорельеф зоны стабильного роста трещины l_s (рис. 8г) можно характеризовать как циклический скол с язычками, ступеньками в виде ручистого узора, ориентированными, по-видимому, по кристаллографическим плоскостям. При большом увеличении на фасетках можно рассмотреть усталостные бороздки. При переходе в зону ускоренного развития трещины l_r появляются области ямочного микрорельефа (рис. 8д). В зоне долома микрорельеф ямочный (рис. 8е).

Таким образом, анализируя кинетические диаграммы усталостного разрушения титана Grade 4 и алюминиевого сплава AK4-1, видим, что при одном и том же значении размаха коэффициента интенсивности напряжения ΔK скорость распространения усталостной трещины в титане с УМЗ структурой ниже, чем в титане с исходной структурой, а в алюминиевом сплаве с УМЗ структурой – выше, чем в сплаве после закалки + старения. Коэффициент n в уравнении Пэриса для титана с УМЗ структурой выше, чем для титана с исходной структурой, а для алюминиевого сплава с УМЗ структурой – ниже, чем для сплава после закалки + старения. Возможно, это связано с особенностю формирования УМЗ структуры титана и алюминиевого сплава: с ярко выраженной полосчатостью структуры в титане и более равноосными зернами в алюминиевом сплаве [1–2; 8; 18].

ВЫВОДЫ

1. Наноструктурирование путем равноканального углового прессования (РКУП) приводит к увеличению предела усталости титана Grade 4 в 1,7 раза, а алюминиевого сплава AK4-1 – в 1,2 раза, в т. ч. за счет увеличения времени до зарождения усталостной трещины. Однако в области малоцикловой усталости наблюдается незначительное повышение долговечности (Grade 4) или даже ее снижение (AK4-1).

2. Наноструктурирование неоднозначно влияет на кинетику усталостного разрушения титана Grade 4 и алюминиевого сплава AK4-1:

- при одном и том же значении размаха коэффициента интенсивности напряжения ΔK скорость распространения усталостной трещины в титане с УМЗ структурой ниже, чем в титане с исходной структурой, а в алюминиевом сплаве с УМЗ структурой – выше, чем в сплаве после закалки + старения;

- коэффициент n в уравнении Пэриса для титана с УМЗ структурой выше, чем для титана с исходной

структурой, а для алюминиевого сплава с УМЗ структурой – ниже, чем для сплава после закалки + старения.

3. Доминирующим механизмом усталостного разрушения титана Grade 4 после РКУП-конформ является: образование сравнительно гладких фрагментов и язычков отрыва. Механизм усталостного разрушения сплава AK4-1 после РКУП является: образование отдельных гладких фрагментов (зона l_s) и вязких бороздок, чередующихся с областями ямочного микрорельефа (зона l_r).

ЛИТЕРАТУРА

1. Валиев Р.З., Александров И.В. Объемные наноструктурные металлические материалы: получение, структура и свойства. М.: ИКЦ «Академкнига», 2007. 398 с.
2. Valiev R.Z., Zhilyaev A.P., Langdon T.G. Bulk Nanostructured Materials: Fundamentals and Applications. TMS, WILEY, 2014. 440 p.
3. Валиев Р.З. Создание наноструктурных металлов и сплавов с уникальными свойствами, используя интенсивные пластические деформации // Российские нанотехнологии. 2006. Т. 1. № 1-2. С. 208-216.
4. Estrin Y., Vinogradov A. Fatigue behaviour of light alloys with ultra-fine grain structure produced by severe plastic deformation: An overview // International Journal of Fatigue. 2010. V. 32. P. 898-907.
5. Mughrabi H., Hoppel H.W., Kautz M. Fatigue and microstructure of ultrafine-grained metals produced by severe plastic deformation // Scripta Materialia. 2004. V. 51. P. 807-812.
6. Meyer L.W., Sommer K., Halle T., Hockauf M. Microstructure and mechanical properties affecting crack growth behaviour in AA6060 produced by equal-channel angular extrusion // Materials Science Forum. 2008. V. 584-586. P. 815-820.
7. Vinogradov A. Fatigue limit and crack growth in ultra-fine grain metals produced by severe plastic deformation // Jour. Mater. Sci. 2007. V. 42. P. 1797-1808.
8. Валиев Р.З., Рааб Г.И., Гундеров Д.В., Семенова И.П., Мурашкин М.Ю. Развитие методов интенсивной пластической деформации для получения объемных наноструктурных материалов с уникальными механическими свойствами // Нанотехника. 2006. № 2. С. 32-42.
9. Kim J.K., Kim H.K., Park J.W., Kim W.J. Cyclic behavior and microstructural stability of ultrafine-grained AA6060 under strain-controlled fatigue // Scr. Mater. 2005. V. 53. P. 1207-1211.
10. РД 50-345-82. Методические указания. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний металлов. Определение характеристики трещиностойкости (вязкости разрушения) при циклическом нагружении. М.: Изд-во стандартов, 1983. 96 с.
11. Валиев Р.З., Семенова И.П., Латыш В.В., Щербаков А.В., Якушина Е.Б. Наноструктурный титан для биомедицинских применений: новые разработки и перспективы коммерциализации // Российские нанотехнологии. 2008. Т. 3. № 9-10. С. 80-89.
12. Клевцов Г.В., Валиев Р.З., Ботвина Л.Р., Клевцова Н.А., Семенова И.П., Карапов М.Р., Фесенок М.В., Солдатенков А.П. Кинетика усталостного разрушения титана в субмикрокристаллическом состоянии // Вестник ОГУ. 2012. № 9 (145). С. 123-125.
13. Клевцов Г.В., Ботвина Л.Р., Клевцова Н.А., Лимарь Л.В. Фрактодиагностика разрушения металлических материалов и конструкций. М.: Наука, 1989. 230 с.
14. Осташ О.П., Ярема С.Я., Степаненко В.А. Влияние низких температур на скорость и микрофрактографические особенности развития усталостной трещины в алюминиевых сплавах // Физико-химическая механика материалов. 1977. Т. 13. № 3. С. 26-30.
15. Ярема С.Я. Исследование роста усталостных трещин и кинетические диаграммы усталостного разрушения // Физико-химическая механика материалов. 1977. Т. 13. № 4. С. 3-19.
16. Мак-Ивил А.Дж. Анализ аварийных разрушений. М.: Техносфера, 2010. 413 с.
17. Исламгалиев Р.К., Нестеров К.М., Хафизова Э.Д., Ганеев А.В., Голубовский Е.Р., Волков М.Е. Прочность и усталость ультрамелкосернистого алюминиевого сплава AK4-1 // Вестник УГАТУ. 2012. Т. 16. № 8 (53). С. 104-109.
18. Клевцов Г.В., Валиев Р.З., Исламгалиев Р.К., Клевцова Н.А., Хафизова Э.Д., Мерсон Е.Д., Пигалеев И.Н. Кинетика и механизм усталостного разрушения алюминиевого сплава AK4-1 в субмикрокристаллическом состоянии // Деформация и разрушение материалов. 2014. № 1. С. 22-26.

Поступила в редакцию 13 января 2015 г.

Klevtsov G.V., Valiev R.Z., Klevtsova N.A. STRENGTH AND FRACTURE MECHANISM OF NANOSTRUCTURED LIGHT MATERIALS UNDER CYCLIC LOADING

Kinetics and fatigue fracture mechanism of nanostructured titanium Grade 4 and aluminum alloy AK4-1 with UFG structure in comparison with the initial state were investigated. It is shown that nanostructuring by equal channel angular pressing (ECAP) leads to an increase in the fatigue limit of titanium Grade 4 is 1.7 times, and aluminum alloy AK4-1 1.2 times, including by increasing the time before the birth of a fatigue crack. However, in the low-cycle fatigue area observed a slight increase in life time (Grade 4) or even its decrease (AK4-1). Nanostructuring ambiguous effect on the kinetics of fatigue fracture titanium Grade 4 and also aluminum alloy AK4-1. So for one and the same value of amplitude of the stress intensity factor ΔK fatigue crack propagation rate in titanium with UFG structure less than in titanium

with original structure and in aluminum alloy with UFG structure is higher than in the alloy after quenching + aging. Factor n in the Paris's equation for titanium with UFG structure is higher than for titanium with original structure and for aluminum alloys with UFG structure is lower than for the alloy after quenching + aging. The dominant fatigue fracture mechanism of titanium Grade 4 after ECAP conform is formation of relatively smooth fragments and tear tabs. Fatigue fracture mechanism of the alloy AK4-1 after ECAP is the formation of separate smooth fragments (zone l_s) and viscous beach markings alternating with areas of ductile fracture surface (zone l_c).

Key words: nanostructured materials; titanium; aluminum alloy; equal channel angular pressing (ECAP); UFG structure; hardness and strength of materials; fatigue limit; rate of crack propagation; fracture mechanism.

Клевцов Геннадий Всеволодович, Тольяттинский государственный университет, г. Тольятти, Российская Федерация, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Нанотехнологии, материаловедение и механика», e-mail: klevtsov11948@mail.ru

Klevtsov Ghennady Vsevolodovich, Tolyatti State University, Tolyatti, Russian Federation, Doctor of Technics, Professor, Professor of “Nanotechnologies, Material Science and Mechanics” Department, e-mail: klevtsov11948@mail.ru

Валиев Руслан Зуфарович, Институт физики перспективных материалов Уфимского государственного авиационного технического университета, г. Уфа, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор, директор института, e-mail: RZValiev@mail.rb.ru

Valiev Ruslan Zufarovich, Institute of Physics of Advanced Materials Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the Institute, e-mail: RZValiev@mail.rb.ru

Клевцова Наталья Артуровна, Тольяттинский государственный университет, г. Тольятти, Российская Федерация, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Нанотехнологии, материаловедение и механика», e-mail: inshtet@mail.ru

Klevtsova Natalya Arturovna, Tolyatti State University, Tolyatti, Russian Federation, Doctor of Technics, Associate Professor, Professor of “Nanotechnologies, Material Science and Mechanics” Department, e-mail: inshtet@mail.ru

УДК 533.72

К ВОПРОСУ О ТЕРМОФОРЕЗЕ НАГРЕТЫХ КРУПНЫХ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ СФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

© Н.В. Малай, Е.В. Калюжная, Д.А. Морель, Е.Р. Щукин

Ключевые слова: термофорез нагретых сферических частиц; движение нагретых сферических частиц в поле градиента температуры.

Проводится расчет силы и скорости термофореза нагретых крупных аэрозольных частиц сферической формы гидродинамическим методом. При решении уравнений газовой динамики учитывался степенной вид зависимости коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности) и плотности газообразной среды от температуры. Численные оценки показали нелинейный характер зависимости силы и скорости термофореза от средней температуры ее поверхности.

ВВЕДЕНИЕ

Гидродинамическая теория термофореза крупных твердых сферических частиц рассматривалась, например, в работах П. Эштейна, Ю. Яламова, С. Баканова и др. [1–5]. Это теория строилась при малых относительных перепадах температуры в окрестности частицы. Под относительным перепадом температуры понимают отношение разности между средней температурой поверхности частицы T_S и температурой газообразной среды вдали от нее T_{∞} к последней. Относительный перепад температуры считается малым, если выполняется неравенство $(T_S - T_{\infty})/T_{\infty} \ll 1$ и значительным, если $(T_S - T_{\infty})/T_{\infty} \sim 0(1)$. В последнем случае частицу называют нагретой. Нагрев поверхности частицы может быть обусловлен, например, протеканием объемной химической реакции, процессом радиоактивного распада вещества частицы, поглощением частицы электромагнитного излучения и т. д. Индексы e и i здесь и далее относятся к газу и частице, соответственно; индексом S обозначены значения физических величин, взятых при средней температуре поверхности частицы, и индексом ∞ – физические величины, характеризующие газообразную среду в невозмущенном потоке.

Если $(T_S - T_{\infty})/T_{\infty} \sim 0(1)$, то при решении уравнений газовой динамики необходимо учитывать зависимость коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности) и плотности газообразной среды от температуры. В этом случае газообразная среда считается неизотермической, и система газодинамических уравнений, описывающая такую среду, ставится существенно нелинейной. Движение нагретых твердых частиц сферической формы (при значительных перепадах температуры) в неизотермических газообразных средах рассматривалось в ряде работ [6–8], в которых показано, что нагрев поверхности оказывает существенное влияние на силу сопротивления и скорость движения частиц.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим твердую нагретую аэрозольную частицу сферической формы радиуса R , взвешенную в газе с плотностью ρ_e , теплопроводностью λ_e и вязкостью μ_e . С помощью внешних источников в газе поддерживается постоянный малый градиент температуры ∇T . В работе при описании свойств газообразной среды и частицы рассматривается следующий их вид зависимости от температуры: $\mu_e = \mu_{e\infty} t_e^\beta$, $\lambda_e = \lambda_{e\infty} t_e^\alpha$, $\lambda_i = \lambda_{i0} t_i^\gamma$, где $\mu_{e\infty} = \mu_e(T_{\infty})$, $\lambda_{e\infty} = \lambda_e(T_{\infty})$, $\lambda_{i0} = \lambda_i(T_{\infty})$, $t_k = T_k / T_{\infty}$ ($k = e, i$); $0,5 \leq \alpha, \beta \leq 1$, $-1 \leq \gamma \leq 1$. Например, для воздуха $\alpha = 0,81$; $\beta = 0,72$; для азота $\alpha = 0,77$; $\beta = 0,69$ и относительная погрешность при этом не превышает 4 % [9].

При теоретическом описании термофореза будем предполагать, что в силу малости времени тепловой релаксации процесс теплопереноса в системе частица – газообразная среда протекает квазистационарно. Движение частицы происходит при малых числах Пекле и Рейнольдса, частица считается однородной по своему составу и крупной [2]. Задача решается гидродинамическим методом, т. е. решаются уравнения гидродинамики с соответствующими граничными условиями.

Термофорез удобно описывать в сферической системе координат r, θ, φ , связанной с центром масс аэрозольной частицы; вектор ∇T направлен вдоль полярной оси $z = r \cos \theta$. Поскольку система отсчета связана с центром движущейся аэрозольной частицы, то задача сводится к анализу обтекания частицы бесконечным плоскопараллельным потоком газа, скорость которого \mathbf{U}_{∞} подлежит определению ($\mathbf{U}_{\infty} \parallel OZ$). Распределения скоростей, давлений и температур обладают аксиальной симметрией относительно оси OZ . При указанном выборе начала системы координат нагретую частицу можно считать неподвижной, а внеш-

нюю среду (газ) – движущейся в сторону противоположную направлению фактического движения нагретой частицы со скоростью $\mathbf{U}_\infty = -\mathbf{U}_{th}$, где \mathbf{U}_{th} – скорость термофореза.

В рамках сформулированных допущений уравнения гидродинамики и теплопроводности имеют вид [10]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_k} P_e &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu_e \left[\frac{\partial U_k}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \frac{2}{3} \delta_k^j \frac{\partial U_n}{\partial x_n} \right] \right\} \\ \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho_e U_k) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\operatorname{div}(\lambda_e \nabla \mathbf{T}_e) = 0, \quad \operatorname{div}(\lambda_i \nabla \mathbf{T}_i) = -q_i. \quad (2)$$

Здесь x_k – декартовые координаты, $\rho_e = n_e m_e$, ρ_e, m_e, n_e – плотность, масса и концентрация молекул газообразной среды, k – постоянная Больцмана, q_i – плотность тепловых источников, неоднородно распределенные в объеме частицы, за счет которых и происходит ее нагрев.

Система газодинамических уравнений (1) (2) решалась со следующими граничными условиями в сферической системе координат:

$$\begin{aligned} y \rightarrow \infty, \quad U_r &= U_\infty \cos \theta, \quad U_\theta = -U_\infty \sin \theta, \\ P_e &= P_{e\infty}, \quad T_e = T_{e\infty} + |\nabla \mathbf{T}| r \cos \theta, \end{aligned} \quad (3)$$

$$y \rightarrow 0, \quad T_i \neq \infty, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} y = 1, \quad \lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial y} &= \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial y} + \sigma_0 \sigma_1 R (T_i^4 - T_{e\infty}^4), \quad U_r = 0, \\ T_e &= T_i, \quad U_\theta = K_{TS} \frac{\nu_e}{RT_e} \frac{\partial T_e}{\partial \theta}, \end{aligned} \quad (5)$$

где U_r и U_θ – нормальная и касательная компоненты массовой скорости газа \mathbf{U}_e ; $y = r/R$ – обезразмеренная радиальная координата; $U_\infty = |\mathbf{U}_\infty|$.

В граничных условиях (5) на поверхности аэрозольной частицы учтено [2–3; 11]: равенство температур, непрерывность потоков тепла, условие непроницаемости для нормальной и тепловое скольжение для касательной, компоненты массовой скорости. Здесь K_{TS} – коэффициент теплового скольжения, выражение для которого находится методами кинетической теории газов. При коэффициентах аккомодации тангенциального импульса α_t и энергии α_E равных единице, газокинетический коэффициент $K_{TS} = 1,152$ [11]; σ_0 – постоянная Стефана-Больцмана, σ_1 – интегральная степень черноты [12]. На большом расстоянии от частицы ($r \rightarrow \infty$) справедливы граничные условия

(3), а конечность физических величин, характеризующих частицу при $r \rightarrow 0$, учтено в (4).

Определяющими параметрами в задаче являются материальные постоянные $\mu_{e\infty}$, $\rho_{e\infty}$, $\lambda_{e\infty}$ и сохраняющиеся в процессе движения частицы R , $|\nabla \mathbf{T}|$, $T_{e\infty}$ и U_∞ . Из этих параметров, кроме числа Рейнольдса, можно составить и безразмерную комбинацию $\varepsilon = R |\nabla \mathbf{T}| / T_{e\infty}$, характеризующую перепад температуры на размере частицы. При описании термофореза $\varepsilon = R |\nabla \mathbf{T}| / T_{e\infty}$ играет роль малого параметра [2–3].

При $\varepsilon \ll 1$ решение уравнений гидродинамики будем искать в виде:

$$V_e = V_e^{(0)} + \varepsilon V_e^{(1)} + \dots, \quad P_e = P_e^{(0)} + \varepsilon P_e^{(1)} + \dots \quad (6)$$

$$\text{Здесь } \mathbf{V}_e = \mathbf{U}_e / U_\infty.$$

Вид граничных условий указывает на то, что выражения для компонент массовой скорости ищутся в виде разложений по полиномам Лежандра и Гегенбауэра [13]. Известно [13], что для определения общей силы, действующей на частицу, достаточно определить первые члены этих разложений. С учетом этого выражения для компонент массовой скорости первого приближения (6) будем искать в виде:

$$V_r(y, \theta) = \cos \theta G(y), \quad V_\theta(y, \theta) = -\sin \theta g(y). \quad (7)$$

Здесь $G(y)$ и $g(y)$ – произвольные функции, зависящие от координаты y .

ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУР ВНЕ И ВНУТРИ ЧАСТИЦЫ

При нахождении термофоретической силы и скорости ограничимся поправками первого порядка малости. Чтобы их найти, нужно знать поля температур вне и внутри частицы. Для этого необходимо решить уравнения теплопроводности (2). Решая эти уравнения методом разделения переменных, получаем следующие выражения для t_e и t_i ($t_k = T/T_{e\infty}$, $k = e, i$):

$$\begin{aligned} t_e(y, \theta) &= t_{e0}(y) + \varepsilon t_{e1}(y, \theta), \\ t_i(y, \theta) &= t_{i0}(y) + \varepsilon t_{i1}(y, \theta), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{где } t_{e0}(y) = \left(1 + \frac{\Gamma_0}{y} \right)^{\frac{1}{1+\alpha}},$$

$$t_{i0}(y) = \left(B_0 + \frac{H_0}{y} - \frac{1}{y} \int_y^1 \psi_0 dy + \int_y^1 \frac{\psi_0}{y} dy \right)^{\frac{1}{1+\gamma}},$$

$$t_{e1}(y) = \frac{1}{t_{e0}^\alpha} \cos \theta \left(y + \frac{\Gamma}{y^2} \right),$$

$$t_{il}(y) = \frac{1}{t_{i0}^\gamma} \cos \theta \left[Dy + \frac{H_1}{y^2} + \frac{1}{3} \left(y \int_1^y \frac{\psi_1}{y^2} dy - \frac{1}{y^2} \int_1^y \psi_1 y dy \right) \right],$$

$$H_0 = \frac{(1+\gamma)R^2}{3\lambda_{i0}T_{e\infty}} J_0, \quad H_1 = \frac{R^2}{3\lambda_{i0}T_{e\infty}} J_1, \quad J_0 = \frac{1}{V} \int_V q_i dV,$$

$$J_1 = \frac{1}{V} \int_V q_i z dV = 0, \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

$$\psi_0 = -\frac{R^2(1+\gamma)}{2\lambda_{i0}T_{e\infty}} y^2 \int_{-1}^{+1} q_i(r, \theta) dx, \quad x = \cos \theta,$$

$$\psi_1 = -\frac{3R^2}{2\lambda_{i0}T_{e\infty}} y^2 \int_{-1}^{+1} q_i(r, \theta) x dx, \quad z = r \cos \theta,$$

$$\int_V q_i z dV = 0 \text{ — дипольный момент плотности тепловых источников [14].}$$

Постоянные интегрирования, входящие в выражения для полей температур, определяются из граничных условий на поверхности частицы. В частности, для коэффициентов Γ и Γ_0 имеем:

$$\Gamma = \frac{R t_{eS}^\alpha}{\lambda_{iS} T_{e\infty} \delta} J_1 + \frac{1}{\delta} \left\{ \frac{\lambda_{eS}}{\lambda_{iS}} - \omega_4 \right\}, \quad \Gamma_0 = t_{eS}^{1+\alpha} - 1. \quad (9)$$

$$\text{Здесь } \delta = 2 \frac{\lambda_{eS}}{\lambda_{iS}} + \omega_4, \quad \omega_4 = 1 + 4 \frac{\sigma_0 \sigma_1 R}{\lambda_{iS}} T_{e\infty}^3 t_{eS}^3,$$

$$\lambda_{iS} = \lambda_{i0} t_{iS}^\gamma, \quad \lambda_{eS} = \lambda_{e\infty} t_{eS}^\alpha, \quad t_{iS} = t_{i0}(y=1),$$

$$t_{eS} = t_{e0}(y=1).$$

Среднее значение температуры поверхности частицы T_{iS} определяется из решения следующей системы уравнений, в которой $T_{iS} = t_{iS} T_{e\infty}$, $T_{eS} = t_{eS} T_{e\infty}$, $\ell^{(s)} = \Gamma_0 / (1 + \Gamma_0)$,

$$\begin{cases} T_{eS} = T_{iS} \\ \frac{\ell^{(s)}}{1+\alpha} t_{eS} = \frac{R^2}{3\lambda_{eS} T_{e\infty}} J_0 - \sigma_0 \sigma_1 \frac{RT_{e\infty}^3}{\lambda_{eS}} \left[\left(\frac{T_{iS}}{T_{e\infty}} \right)^4 - 1 \right] \end{cases}. \quad (10)$$

При выполнении неравенства $\lambda_e \ll \lambda_i$ (имеет место для большинства газов) коэффициент теплопроводности частицы по величине много больше коэффициента теплопроводности газа, тогда в коэффициенте динамической вязкости можно пренебречь зависимостью по углу θ в системе «частица — газ» (предполагается слабая угловая асимметрия распределения температуры). С учетом этого можно считать, что вязкость связана только с температурой $t_{e0}(r)$, т. е. $\mu_e(t_e(r, \theta)) \approx \mu_e(t_{e0}(r))$. Это допущение позволяет рассматривать гидродинамическую часть отдельно от тепловой части, а связь между ними осуществляется через граничные условия.

С учетом (8) в выражении для динамической вязкости имеем:

$$\mu_e = \mu_{e\infty} t_{e0}^\beta. \quad (11)$$

Полученное выражение для динамической вязкости (11) в дальнейшем используется при нахождении полей скорости и давления в окрестности нагретой аэрозольной частицы сферической формы.

РЕШЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ. НАХОЖДЕНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ ДЛЯ ПОЛЕЙ СКОРОСТИ И ДАВЛЕНИЯ

Исследование линеаризованного по скорости уравнения Навье—Стокса в сферической системе координат показало, что если предположить коэффициент теплопроводности частицы по величине много больше коэффициента теплопроводности газа (слабая угловая асимметрия распределения температуры), то это уравнение может быть в конечном итоге сведено к неоднородному дифференциальному уравнению 3-го порядка с изолированной особой точкой, и решение этого уравнения можно искать в виде обобщенных степенных рядов, подробный вывод приведен в [6]. Таким образом, общие выражения для компонент массовой скорости, удовлетворяющие условию ограниченности решения при $y \rightarrow \infty$, имеют вид:

$$\begin{aligned} U_r^e &= U_\infty \cos \theta G(y), \quad G(y) = A_1 G_1 + A_2 G_2 + G_3, \\ U_\theta^e &= -U_\infty \sin \theta g(y), \quad g(y) = A_1 G_4 + A_2 G_5 + G_6, \\ P_e &= P_{e\infty} + \frac{\mu_{e\infty} U_\infty}{R} t_{e0}^\beta \left\{ \frac{y^2}{2} \frac{d^3 G}{dy^3} + y \left[3 + \frac{\beta-1}{2} y f \right] \times \right. \\ &\times \frac{d^2 G}{dy^2} - \left[2 - y^2 f' - \frac{\beta}{2} y^2 f^2 + \right. \\ &\left. \left. + (\beta-2) y f \right] \frac{d G}{dy} + 2 \left[y^2 f'' + y f' (4 + y \beta f) - \frac{2}{3} f \right] G \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{Здесь } f = -\frac{\ell}{y(1+\alpha)},$$

$$G_k = \left(1 + \frac{\ell}{2(1+\alpha)} \right) G_{k-3} + \frac{1}{2} y G_{k-3}^I \quad (k = 4, 5, 6),$$

f' , f'' , G_1^I , G_2^I , G_3^I — первые, вторые производные по y от соответствующих функций.

$$G_1(y) = \frac{1}{y^3} \sum_{n=0}^{\infty} C_{1,n} \ell^n,$$

$$G_3(y) = \sum_{n=0}^{\infty} C_{3,n} \ell^n + \omega_3 \ln(y) G_1(y), \quad \gamma_1 = \frac{1-\beta}{1+\alpha},$$

$$G_2(y) = \frac{1}{y} \sum_{n=0}^{\infty} C_{2,n} \ell^n + \omega_2 \ln(y) G_1(y), \quad \gamma_2 = 2 \frac{1+\beta}{1+\alpha},$$

$$\gamma_3 = \frac{2+2\alpha-\beta}{(1+\alpha)^2}.$$

Значения коэффициентов $C_{1,n}$ ($n \geq 1$), $C_{2,n}$ ($n \geq 3$) и $C_{3,n}$ ($n \geq 4$) определяются с помощью следующих рекуррентных соотношений:

$$\begin{aligned} C_{1,n} &= \frac{1}{n(n+3)(n+5)} \left\{ \begin{aligned} &\left[(n-1)(3n^2 + 13n + 8) + \gamma_1(n+2) \times \right] \\ &\times (n+3) + \gamma_2(n+2) \end{aligned} \right\} C_{1,n-1} - \\ &- \left[(n-1)(n-2)(3n+5) + 2\gamma_1(n^2 - 4) + \gamma_2(n-2) + \gamma_3(n+3) \right] C_{1,n-2} + \\ &+ (n-2)[(n-1)(n-3) + \gamma_1(n-3) + \gamma_3] C_{1,n-3} \} \\ C_{2,n} &= \frac{1}{(n+1)(n+3)(n-2)} \left\{ \begin{aligned} &\left[(n-1)(3n^2 + n - 6) + \right] \\ &\times \left[+ \gamma_1 n(n+1) + n\gamma_2 \right] \\ &+ (n-1)(n-2)(3n-1) + 2\gamma_1 n(n-2) + \gamma_2(n-2) \times \\ &\times C_{2,n-2} + (n-2)[(n-1)(n-3) + \gamma_3 + \\ &+ \gamma_1(n-3)] C_{2,n-3} + \frac{\omega_2}{\Gamma_0^2} \sum_{k=0}^{n-2} (n-k-1)\Delta_k - 6 \frac{(-\gamma_4)(1-\gamma_4) \dots (n-1-\gamma_4)}{n!} \right\} \\ C_{3,n} &= \frac{1}{n(n+2)(n-3)} \left\{ \begin{aligned} &(n-1)[3n^2 - 5n - 4 + \gamma_1 n + \gamma_2] \\ &\times C_{3,n-1} - [(n-1)(n-2)(3n-4) + \\ &+ 2\gamma_1(n-1)(n-2) + \gamma_2(n-2) + n\gamma_3] C_{3,n-2} + (n-2) \times \\ &\times [(n-1)(n-3) + \gamma_1(n-3) + \gamma_3] C_{3,n-3} + \\ &+ \frac{\omega_3}{2\Gamma_0^3} \sum_{k=0}^{n-3} (n-k-2)(n-k-1)\Delta_k \end{aligned} \right\} \\ \Delta_k &= (3k^2 + 16k + 15)C_{1,k} - ((k-1)(6k+13) + \gamma_1(2k+5) + \gamma_2)C_{1,k-1} + \\ &+ (3(k-1)(k-2) + 2\gamma_1(k-2) + \gamma_3)C_{1,k-2}. \end{aligned}$$

При вычислении коэффициентов $C_{1,n}$, $C_{2,n}$ и $C_{3,n}$ по рекуррентным формулам необходимо учитывать, что $C_{1,0} = 1$, $C_{2,0} = 1$, $C_{2,2} = 1$,

$$\begin{aligned} C_{2,1} &= -\frac{1}{8}(2\gamma_1 + \gamma_2 + 6\gamma_4), \\ \frac{\omega_3}{2\Gamma_0^3} &= -\frac{\gamma_3}{60}(10 + 3\gamma_1 + \gamma_2), \quad \gamma_4 = \beta/(1+\alpha), \quad C_{3,1} = 0, \\ \frac{\omega_2}{\Gamma_0^2} &= \frac{1}{15} \left[\frac{1}{4}(2\gamma_1 + \gamma_2 + 6\gamma_4)(4 + 3\gamma_1 + \gamma_2) + 3\gamma_3 + 3\gamma_4(\gamma_4 - 1) \right], \\ C_{3,2} &= \frac{1}{4}\gamma_3, \quad C_{3,3} = 1, \quad C_{3,0} = 1, \quad C_{1,n}, C_{2,n} \text{ и } C_{3,n} \text{ при } \\ n < 0 &\text{ равны нулю.} \end{aligned}$$

Постоянные интегрирования A_1 и A_2 определяются из граничных условий на поверхности аэрозольной частицы.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕРМОФОРТИЧЕСКОЙ СИЛЫ И СКОРОСТИ. АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

В первом приближении по ε получены выражения для полей температур вне и внутри аэрозольной частицы,

а также распределения скорости и давления в ее окрестности. Результирующая сила, действующая на частицу, определяется интегрированием тензора напряжений по поверхности аэрозольной частицы и имеет вид [10]:

$$F_z = \int_{(S)} \left. \left(-P_e \cos \theta + \sigma_{rr} \cos \theta - \sigma_{r\theta} \sin \theta \right) \times r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\varphi \right|_{r=R}. \quad (13)$$

Здесь σ_{rr} , $\sigma_{r\theta}$, U_r^e и U_θ^e – компоненты тензора напряжений, радиальная и касательная компоненты массовой

$$\text{скорости,} \quad \sigma_{rr} = \mu_e \left(2 \frac{\partial U_r^e}{\partial y} - \frac{2}{3} \operatorname{div} U_e \right),$$

$$\sigma_{r\theta} = \mu_e \left(\frac{\partial U_\theta^e}{\partial y} + \frac{1}{y} \frac{\partial U_r^e}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^e}{y} \right).$$

Подставляя в (4.1) полученные выше выражения, после интегрирования получаем, что общая сила будет складываться из силы вязкого сопротивления среды

$$\mathbf{F}_\mu \text{ и термофоретической силы } \mathbf{F}_{th},$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_\mu + \varepsilon \mathbf{F}_{th}, \quad (14)$$

где $\mathbf{F}_\mu = 6\pi R \mu_{e\infty} U_\infty f_\mu$, $\mathbf{n}_z = -6\pi R \mu_{e\infty} f_{th} \mathbf{n}_z$, \mathbf{n}_z – единичный вектор в направлении оси OZ .

Значения коэффициентов f_μ и f_{th} могут быть оценены с помощью (15)

$$f_\mu = \frac{2}{3} \frac{N_2}{N_1}, \quad f_{th} = 4K_{TS} \frac{v_{e\infty}}{R\delta} \frac{\lambda_{e\infty}}{\lambda_{i0}} t_{eS}^{\beta-\gamma} \frac{G_1}{N_1}, \quad (15)$$

$$\text{Здесь } N_1(1) = G_1(1)G_2^I(1) - G_2(1)G_1^I(1),$$

$$N_2(1) = G_1(1)G_3^I(1) - G_3(1)G_1^I(1),$$

$$N_3(1) = G_2(1)G_1^H(1) - G_1(1)G_2^H(1) + \left(2 + \frac{\ell^{(S)}}{1+\alpha} \right) \times$$

$$\times (G_2(1)G_1^I(1) - G_1(1)G_2^I(1))$$

$$N_4(1) = G_3(1)G_1^H(1) - G_1(1)G_3^H(1) + \left(2 + \frac{\ell^{(S)}}{1+\alpha} \right) \times$$

$$\times (G_3(1)G_1^I(1) - G_1(1)G_3^I(1)).$$

Приравнивая полную силу \mathbf{F} к нулю, получаем следующее выражение для скорости термофореза \mathbf{U}_{th} ($\mathbf{U}_{th} = -\mathbf{U}_\infty$) твердой крупной нагретой частицы сферической формы:

$$\mathbf{U}_{th} = -h_{th} \mathbf{n}_z, \quad (16)$$

где $h_{th} = f_{th}/f_\mu$.

Полученные выше формулы для силы и скорости термофореза можно использовать и при малых относительных перепадах температуры в окрестности частицы. В случае, когда величина нагрева поверхности частицы мала, т. е. средняя температура поверхности по величине незначительно отличается от температуры окружающей среды вдали от частицы ($\Gamma_0 \rightarrow 0$), зависимостью коэффициентов молекулярного переноса (вязкости и теплопроводности) и плотности от температуры можно пренебречь, и тогда ($y=1$) имеем:

$$\begin{aligned} G_1^I &= 1, \quad G_1^{II} = -3, \quad G_1^{III} = 12, \quad G_2 = 1, \\ G_2^I &= -1, \quad G_2^{II} = 2, \quad G_2^{III} = -6, \quad G_3 = 1, \quad G_3^I = 0, \\ G_3^{II} &= 0, \quad G_3^{III} = 0, \quad N_1 = 2 \text{ и } N_2 = 3. \end{aligned}$$

В этом случае формулы для силы и скорости термофореза совпадают с известными в литературе результатами [2].

Проведенные с помощью найденных формул численные оценки показали нелинейный характер зависимости силы и скорости термофореза от средней температуры поверхности частицы.

ВЫВОДЫ

Формулы (14), (16) позволяют оценивать силу и скорость термофореза крупных нагретых аэрозольных частиц сферической формы при произвольных относительных перепадах температуры между поверхностью частицы и областью вдали от нее с учетом степенного вида зависимости коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности) и плотности газообразной среды от температуры. Полученные формулы носят наиболее общий характер.

ЛИТЕРАТУРА

1. Epstein P.S. Zur Theorie des Radiometers // Zs. F. Physik. 1929. Bd. 54. № 4. S. 537-563.
2. Яламов Ю.И., Галоян В.С. Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ереван: Луйс, 1985. 208 с.
3. Баканов С.П. Термофорез в газах при малых числах Кнудсена // УФН. 1992. Т. 162. № 9. С. 133-152.
4. Jayaraj S., Dinesh K.K., Pillai K.L. Thermophoresis in natural convection with variable properties // Heat Mass Transf. 1999. V. 34. P. 469-475.
5. Reineck P., Wienken C.J., Braun D. Thermophoresis of single stranded DNA // Electrophoresis. 2010. V. 31 (2). P. 279-286.
6. Малай Н.В., Щукин Е.Р., Стукалов А.А., Рязанов К.С. Гравитационное движение равномерно нагретой твердой частицы в газообразной среде // ПМТФ. 2008. № 1. С. 74-80.
7. Малай Н.В., Рязанов К.С., Щукин Е.Р., Стукалов А.А. О силе, действующей на нагретую сферическую каплю, движущуюся в газообразной среде // ПМТФ. 2011. Т. 52. № 4. С. 63-71.
8. Малай Н.В., Лиманская А.В., Щукин Е.Р., Стукалов А.А. Фотофреz нагретых крупных аэрозольных частиц сферической формы // ЖТФ. 2012. Т. 82. Вып. 10. С. 42-50.
9. Бремтшайдер С. Свойства газов и жидкостей. Инженерные методы расчета. М.: Химия, 1966. 535 с.
10. Ландau Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М.: ТТЛ, 1954. 795 с.
11. Подобоскин А.Б., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. Теория термофореза умеренно крупных аэрозольных частиц // ЖТФ. 1982. Т. 52. № 11. С. 2253-2262.
12. Шейндлин А.Е. Излучательные свойства твердых материалов: справочник. М.: Энергия, 1974. 471 с.
13. Хаттель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 630 с.
14. Береснев С.А., Кочнева Л.Б. // Физика атмосферы и океана. 2003. Т. 16. № 2. С. 134-141.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена в рамках Федеральной целевой программы научно-образовательного центра «Управляемые электромагнитные процессы в конденсированных средах» НИУ «БелГУ».

Поступила в редакцию 10 декабря 2014 г.

Malay N.V., Kaluizhnaya E.V., Morel D.A., Shchukin E.R.
TO A QUESTION ABOUT THERMOPHORESIS HEATED LARGE AEROSOL PARTICLES OF THE SPHERICAL FORM

The force and speed of thermophoresis heated large Aerosol spherical particles are calculated by a hydrodynamic method. At the decision of the equations of gas dynamics a power-law dependence of the coefficients of molecular transfer (viscosity, thermal conductivity) and density of the gaseous environment from temperature were considered. Numerical estimations have shown nonlinear character of thermophoresis' force and speed dependence from average temperature of its surface.

Key words: heated spherical particle thermophoresis; heated spherical particle movement in the field of a temperature gradient.

Малай Николай Владимирович, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры теоретической и математической физики, e-mail: malay@bsu.edu.ru

Malay Nikolay Vladimirovich, Belgorod State National Research University, Belgorod, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Professor of Theoretical and Mathematical Physics Department, e-mail: malay@bsu.edu.ru

Калужная Елена Вячеславовна, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Российская Федерация, кандидат педагогических наук, доцент кафедры иностранных языков и профессиональной коммуникации, e-mail: kaludgnaya@bsu.edu.ru

Kaluizhnaya Elena Vyacheslavovna, Belgorod National State Research University, Belgorod, Russian Federation, Candidate of Pedagogy, Associate Professor of Foreign Languages and Professional Communication Department, e-mail: kaludgnaya@bsu.edu.ru

Морель Дмитрий Александрович, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Российская Федерация, кандидат филологических наук, доцент кафедры иностранных языков и профессиональной коммуникации, e-mail: morel@bsu.edu.ru

Morel Dmitry Aleksandrovich, Belgorod National State Research University, Belgorod, Russian Federation, Candidate of Philology, Associate Professor of Foreign Languages and Professional Communication Department, e-mail: morel@bsu.edu.ru

Щукин Евгений Романович, Объединенный институт высоких температур Российской академии наук, г. Москва, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор лаборатории электрофизики и плазменных процессов, e-mail: evgrom@yandex.ru

Shchukin Evgeny Romanovich, Joint Institute for High Temperatures (JIHT) of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor of Electrophysics and Plasma Processes Laboratory, e-mail: evgrom@yandex.ru

УДК 539.12.04

ПОДАВЛЕНИЕ ЭФФЕКТА ПЛОТНОСТИ В ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ РЕНТГЕНОВСКОМ ИЗЛУЧЕНИИ

© П.Н. Жукова, В.А. Насонова

Ключевые слова: параметрическое рентгеновское излучение; источник излучения; эффект плотности.
 Приводятся результаты исследований кинематической теории параметрического рентгеновского излучения (ПРИ). Очень важным в ПРИ является эффект плотности, который приводит к подавлению выхода излучения. В работе рассматривается случай, когда эффект плотности не проявляется. Этот случай соответствует геометрии обратного рассеяния в мишени конечной толщины, меньшей длины поглощения.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из важнейших направлений развития исследований физики параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) является разработка и создание эффективных источников квазимохроматического рентгеновского излучения с плавно перестраиваемой линией, альтернативных современным синхротронам, поскольку ПРИ обладает уникально узким спектром и позволяет использовать электронные пучки с энергией, на порядки меньшей энергии пучков, применяемых в синхротронах для генерации излучения. Однако необходимо указать на главный недостаток ПРИ – низкую интенсивность, затрудняющую его практическое использование, а именно, негативное влияние эффекта плотности на свойства ПРИ. Проявление эффекта плотности Ферми возникает за счет экранирования поля электрона в результате поляризации электронов среды. Данный эффект приводит к насыщению амплитуды когерентных пиков, а также, что более важно, эффект ограничивает уменьшение спектральной ширины пиков с ростом энергии. Этот эффект является одним из ярких отличий процесса рассеяния виртуальных фотонов кулоновского поля релятивистского электрона от рассеяния свободных фотонов.

В настоящей статье приведен анализ ПРИ в направлении, противоположном скорости электрона. Такая геометрия интересна возможностью получения излучения с чрезвычайно узким спектром, поэтому обсуждаемому вопросу посвящены эксперименты [1]. Цель излагаемых ниже исследований состоит в доказательстве существования своеобразного эффекта,ключающегося в подавлении влияния эффекта плотности на ПРИ, а также в выяснении вопроса о правильном использовании кинематического приближения в теории ПРИ. В работе рассматривается случай, когда эффект плотности не проявляется. Этот случай соответствует геометрии обратного рассеяния в мишени конечной толщины, меньшей длины поглощения. Мы покажем, что в рассматриваемом случае результат сильно отличается от известной модели Феранчука–Ивашина.

Прогресс в экспериментальном исследовании ПРИ начался только после опубликования работы Феранчу-

ка–Ивашина в 1985 г., которая содержала очень простое и наглядное описание процесса излучения. Модель Феранчука–Ивашина исходит из кинематического рассеяния экранированного кулоновского поля быстрого электрона на периодических неоднородностях кристаллической решетки. Экранирование весьма существенно ограничивает выход ПРИ, поэтому вопрос о возможности подавления указанного эффекта имеет большой практический интерес.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Рассмотрим излучение быстрого электрона, влетающего вдоль нормали в кристалл, отражающие плоскости которого параллельны входной поверхности мишени.

Рассматривая задачу в рамках двухвольнового приближения динамической теории дифракции [2]

$$\vec{E}_\omega = \sum_{\lambda=1}^2 \left[\int d^3k e^{i\vec{k}\vec{r}} \vec{e}_{\lambda 0} E_{\lambda 0} + \int d^3k_g e^{i\vec{k}_g \vec{r}} \vec{e}_{\lambda g} E_{\lambda g} \right], \quad (1)$$

где $\vec{e}_{\lambda 0}$ и $\vec{e}_{\lambda g}$ – обычные векторы поляризации для первичного и дифрагированного поля, $\vec{k}_g = \vec{k} + \vec{g}$, получим из уравнений Максвелла традиционную систему двухвольновой теории:

$$\begin{aligned} & \left(k^2 - \omega^2 (1 + \chi_0) \right) E_{\lambda 0} - \omega^2 \chi_g \alpha_\lambda E_{\lambda g} = \\ & = \frac{i\omega e}{2\pi^2} \vec{e}_{\lambda 0} \vec{V} \delta(\omega - \vec{k} \vec{V}) \\ & \left(k_g^2 - \omega^2 (1 + \chi_0) \right) E_{\lambda g} - \omega^2 \chi_g \alpha_\lambda E_{\lambda 0} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь индексами 0 и g обозначены соответствующие коэффициенты разложения восприимчивости кристалла и компоненты поля, $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = \vec{e}_{20} \vec{e}_{2g}$.

Будем исходить из кинематических уравнений теории ПРИ, следующих из общей динамической системы

(2), в которой пренебрежено обратным воздействием дифрагированной волны на падающую.

$$(k^2 - \omega^2(1 + \chi_0))E_{\lambda 0} = \frac{i\omega e}{2\pi^2} \vec{e}_{\lambda 0} \vec{V} \delta(\omega - \vec{k} \cdot \vec{V}) \quad (3)$$

$$(k_g^2 - \omega^2(1 + \chi_0))E_{\lambda g} - \omega^2 \chi_g \alpha_\lambda E_{\lambda 0} = 0.$$

В рамках используемого приближения решение первого уравнения (3) представляет собой обычное кулоновское поле быстрого электрона в среде, а дифрагированное поле возникает вследствие рассеяния кулоновского поля. Получающаяся при этом конечная формула для спектрально-углового распределения ПРИ описывает, по существу, излучение в безграничной среде (формула Феранчука–Ивашина [3]). В случае мицелии конечной толщины возникает переходное излучение, рассеяние которого в кристалле приводит к дополнительному излучению, называемому дифрагированным переходным излучением (ДПИ) [4]. Как правило, ДПИ изучается в рамках динамического подхода. Кинематическая же теория ПРИ, используемая часто для интерпретации экспериментальных данных, оперирует с вкладом только рассеянного кулоновского поля. Исключением является работа [5], в которой не рассматриваются, однако, вопросы, составляющие предмет настоящей статьи. Следует заметить, что в случае достаточно малых энергий излучающего электрона, когда оказывается справедливым условие кинематического описания $\gamma \ll \omega/\omega_0$, традиционная кинематическая формула формально правильно описывает ПРИ. Известно, однако, что кинематический подход позволяет описать эксперимент и в случае, когда выполнено условие, обратное приведенному выше [6]. Вместе с тем можно указать случаи, когда формула Феранчука–Ивашина явно не может быть использована. Таким образом, возникает необходимость детального анализа кинематического подхода, что и проводится ниже.

При решении уравнений (3) в решении первого уравнения необходимо учесть свободные поля, отвечающие переходному излучению. Менее тривиальной является необходимость учета свободных полей во втором уравнении (3). Указанные поля, позволяющие обнулить дифрагированное поле на выходе кристалла, отсутствуют в рамках динамического подхода. Используя обычные граничные условия для определения неизвестных коэффициентов в свободных полях и совершая преобразование Фурье для конечного выражения, описывающего поле излучения в вакууме, получаем следующую формулу для амплитуды излучения:

$$A_\lambda = \frac{e n_x}{\pi V} \vec{e}_{\lambda 0} \vec{V} \omega^4 \chi_g \alpha_\lambda \left[\frac{1}{g^2 - 2g\omega\sqrt{n_x^2 + \chi_0}} \times \right. \\ \times \left(\frac{1}{\omega^2 \left(\frac{1}{V^2} - n_x^2 \right)} - \frac{1}{\omega^2 \left(\frac{1}{V^2} - n_x^2 - \chi_0 \right)} \right) \times \\ \times \left. \left(1 - \exp \left(-i \left(g - 2\omega\sqrt{n_x^2 + \chi_0} \right) L \right) \right) \right] \quad (4)$$

$$+ \left[\frac{1}{\left(g - \frac{\omega}{V} \right)^2 - \omega^2(n_x^2 + \chi_0)} \frac{1}{\omega^2 \left(\frac{1}{V^2} - n_x^2 - \chi_0 \right)} \right] \times \\ \times \left[1 - \exp \left(-i \left(g - \frac{\omega}{V} - \omega\sqrt{n_x^2 + \chi_0} \right) L \right) \right]$$

Здесь n_x – составляющая единичного вектора в направлении излучения, параллельная нормали к поверхности кристалла; L – толщина кристалла. Обратим внимание на структуру выражения (4), показывающую, что в рамках кинематического приближения механизмы ПРИ и ДПИ вносят аддитивный вклад в полную амплитуду. Первое слагаемое в (4) соответствует вкладу ДПИ. Излучение реализуется в окрестности частоты $\omega \equiv g/2n_x$, соответствующей брэгговскому резонансу для свободных фотонов, рассеивающихся в кристалле. Второе слагаемое в (4) соответствует вкладу ПРИ, реализующемуся в окрестности частоты $\omega \equiv gV/(1+n_xV)$. В релятивистском случае приведенные частоты практически совпадают.

Рассмотрим спектрально-угловое распределение полного излучения. Вводя в рассмотрение угол наблюдения θ , так что $n_x = 1 - \theta^2/2$ и учитывая условие $\gamma \gg 1$, получаем из (4) следующее выражение:

$$\frac{dE}{d\omega d\theta^2} = \frac{e^2 \omega_g^4}{\pi^2 g^2} \theta^2 \times \left[\left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \right)^2 \times \right. \\ \times \sin^2 \left(\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \gamma^{-2} \right) \right) \right) L + \\ + \left(\frac{1}{\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \gamma^{-2} \right) \right)} \right)^2 + \\ + \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2} - \frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \right)^2 \times \\ \times \left. \sin^2 \left(\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) \right) \right) L + 2 \frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2} - \frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \right) \times \right. \\ \times \frac{1}{\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) \right)} \frac{1}{\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \gamma^{-2} \right) \right)} \times \\ \times \left. \left[\sin^2 \left(\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) \right) \right) L \times \right. \right]$$

$$\begin{aligned} & \times \sin^2 \left(\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \gamma^{-2} \right) \right) \right) \times \\ & \times L + \frac{1}{4} \sin^2 \left(\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \gamma^{-2} \right) \right) \right) L \times \\ & \times \sin^2 \left(\omega - \frac{g}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \gamma^{-2} \right) \right) \right) L \Bigg] , \quad (5) \end{aligned}$$

точно учитывающее вклады ПРИ и ДПИ, а также интерференцию между ними. Первое слагаемое в (5) соответствует вкладу ПРИ. Именно этим слагаемым ограничиваются обычно в рамках кинематического подхода. Иногда добавляется второе слагаемое, соответствующее вкладу ДПИ [7] (отметим, что вклад ДПИ пропорционален толщине кристалла [5]: данное обстоятельство обусловлено неизменностью поля переходного излучения в рамках кинематического приближения).

После интегрирования (5) по частоте получается точная кинематическая формула для углового распределения полного излучения, учитывающая конечную толщину мишени и интерференцию между ПРИ и ДПИ

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d\theta^2} = & \frac{e^2 \omega_g^4 L}{\pi g^2} \theta^2 \left[\left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \right)^2 + \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2} - \frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \right)^2 + \right. \\ & \left. + 2 \frac{\sin \eta}{\eta} \frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2} - \frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \right) \right], \quad (6) \\ \eta = & \frac{gL}{\gamma^2}. \end{aligned}$$

Согласно (6), характер интерференции определяется значением коэффициента η , порядка отношения толщины кристалла к длине формирования излучения на характерной частоте ПРИ и ДПИ $\omega \approx g/2$. В случае тонкого кристалла ($\eta < 1$) интерференция приводит к полному подавлению эффекта плотности

$$\frac{dE}{d\theta^2} = \frac{e^2 \omega_g^4 L}{\pi g^2} \theta^2 \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2} \right)^2. \quad (7)$$

Таким образом, традиционная кинематическая формула углового распределения ПРИ совершенно не описывает излучение в рассматриваемом случае тонкого кристалла, и достаточно высоких энергий излучающего электрона, когда справедливо неравенство $\gamma \gg \omega/\omega_0$. Излучение происходит так, как будто рассеивается неэкранированное средой кулоновское поле быстрого электрона.

Выясним степень искажения классического распределения ПРИ в зависимости от энергии изучающего электрона и толщины мишени. Рассматриваемая проблема описывается следующей из (6) универсальной функцией:

$$\begin{aligned} F(x, y, \eta) = & \eta \cdot x^2 \left[\left(\frac{1}{1+x^2+y^2} \right)^2 + \left(\frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2+y^2} \right)^2 + \right. \\ & \left. + 2 \frac{\sin \eta}{\eta} \frac{1}{1+x^2+y^2} \left(\frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2+y^2} \right) \right], \quad (8) \end{aligned}$$

где $x = \gamma \theta$, $y = \gamma \omega_0 / \omega$. Ясно, что в случае $y \ll 1$ вклад переходного излучения в формирование выхода ПРИ мал при любых толщинах мишени, поэтому выход излучения адекватно описывается формулой (7). Интересно, что в случае высоких энергий $y \gg 1$ подавляющий вклад в формирование выхода полного излучения вносит переходное излучение (см. эксперимент [8], показавший, что механизм ПРИ вносит существенный вклад только в область больших углов наблюдения, где плотность излучения сравнительно невелика), поэтому формула (7) снова описывает основной вклад в выход излучения, резко отличаясь при этом от традиционной кинематической формулы ПРИ.

Наибольшее влияние толщина мишени оказывает на форму углового распределения излучения в области умеренных энергий, когда $y \geq 1$. Кривые на рис. 1 описывают угловое распределение только ПРИ, сумму независимых вкладов ПРИ и ДПИ, а также распределение полного излучения с учетом интерференции ПРИ и ДПИ. Видим, что в области малых толщин, в которой выполнено условие $\eta < 1$, интерференция существенно влияет на структуру углового распределения. С ростом толщины это влияние уменьшается (рис. 2), что вполне естественно, поскольку на расстоянии порядка длины формирования возбуждающие излучение первичные кулоновские и переходные поля смешаются по фазе на π и перестают интерферировать. Как следствие, разрушается интерференция ПРИ и ДПИ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты исследований, приведенные в данной статье, позволяют сформулировать следующий вывод:

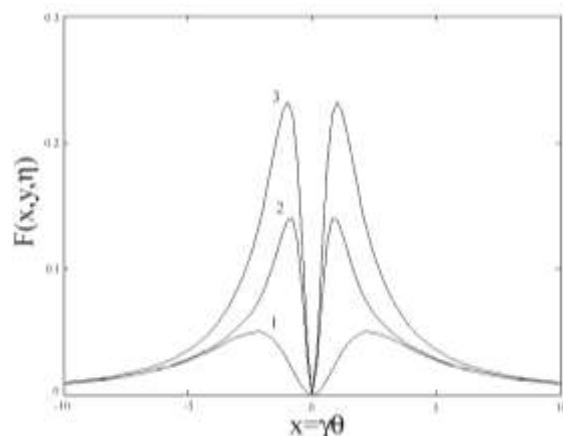


Рис. 1. Угловое распределение излучения. $y = \gamma \omega_0 / \omega = 2$, $\eta = 1$. 1 – только ПРИ; 2 – сумма независимых вкладов ПРИ и ДПИ; 3 – полное излучение с учетом интерференции ПРИ и ДПИ

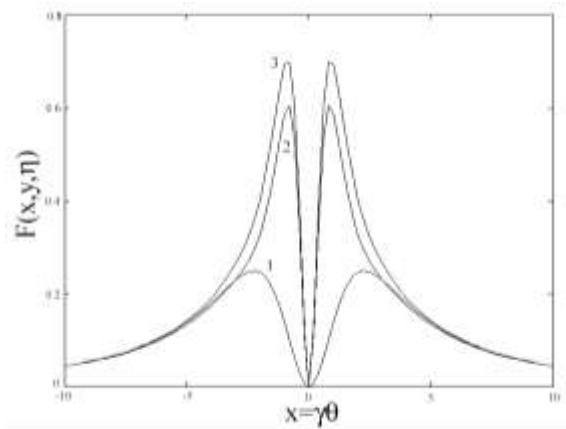


Рис. 2. Угловое распределение излучения. $y = \gamma \frac{\omega_0}{\omega} = 2$, $\eta = 5$. 1 – только ПРИ; 2 – сумма независимых вкладов ПРИ и ДПИ; 3 – полное излучение с учетом интерференции ПРИ и ДПИ

развитая строгая кинематическая теория ПРИ в геометрии обратного рассеяния в мишени с конечной толщиной предсказывает весьма существенное влияние интерференции ПРИ и ДПИ на форму углового распределения результирующего излучения, зависящую от толщины мишени, а также полное подавление эффекта плотности в мишенях достаточно малой толщины вследствие указанной интерференции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Freudberger J., Genz H., Morokhovskii V.V., Richter A., Sellschop J.P.F. Parametric X-ray observed under Bragg condition: Boost intensity by a factor of two // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. P. 270-273.
2. Gurevich V.L., Laikhtman B.D. The theory of phonon relaxation in He(II) at low temperatures // Annals of Physics. 1977. V. 106. P. 444-471.
3. Feranchuk I.D., Ivashin A.V. Theoretical investigation of the parametric X-ray features // J. Physique. 1985. V. 46. P. 1981-1986.
4. Caticha A. Transition-diffracted radiation and the Cerenkov emission of X-rays // Phys. Rev. A. 1989. V. 40. P. 4322-4329.
5. Artru H., Rullhusen P. Parametric X-rays and diffracted radiation in perfect and mosaic crystals // Nucl. Instr. Meth. B. 1998. V. 45. P. 1-7.
6. Лобко А.С. Экспериментальные исследования параметрического рентгеновского излучения. Минск: БГУ, 2006. 201 с.
7. Morokhovsky V.V., Freudberger J., Genz H. et al. Theoretical description and experimental detection of the interference between parametric X-rays and coherent bremsstrahlung // Phys. Rev. B. 2000. V. 61. P. 3348-3352.
8. Adishchev Y., Arichev S., Vnukov A., Vukolov A., Potylitsyn A., Kuznetsov S., Zabaev V., Kalinin B., Kaplin V., Uglov S., Kubankin A., Nasonov N. Angular distribution of X-ray radiation by 500 MeV electrons in tungsten crystal // NIMB. 2003. V. 201. P. 114-122.
9. Gostishchev N., Nasonov N., Zhukova P. Anomalous density effect in polarization bremsstrahlung from relativistic electrons moving through solid target // Proceedings of SPIE The International Society for Optical Engineering International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling: Phenomena II. Ser. "International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling: Phenomena II" sponsors: SPIE Europe, Comune di Frascati, Italy, SPIE – Russia Chapter, ISMN CNR-Institute of Nanostructured Materials, Italy, LPI RAS_P.N. Lebedev Physical Institute RAS, Russia. 2007. V. 6634.

Поступила в редакцию 20 января 2015 г.

Zhukova P.N., Nasanova V.A. THE SUPPRESSION OF THE DENSITY EFFECT IN THE PARAMETRIC X-RAY RADIATION

The results of studies are showed the kinematic theory of parametric X-ray radiation (PXR). Density effect makes significant contribution to suppression to the parametric X-ray yield. In this paper we consider the case where the density effect does not occur. This case corresponds to the backscattering geometry in the final thickness target smaller than the absorption length.

Key words: parametric X-ray radiation; radiation source; density effect.

Жукова Полина Николаевна, Белгородский юридический институт МВД России, г. Белгород, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры информационно-компьютерных технологий в деятельности органов внутренних дел, e-mail: pnzhukova@mail.ru

Zhukova Polina Nikolaevna, Belgorod Law University IM of Russia, Belgorod, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, Professor of Information Computer Technologies in the Activity of Interior Affairs Agency Department, e-mail: pnzhukova@mail.ru

Насонова Валентина Афанасьевна, Белгородский юридический институт МВД России, г. Белгород, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры информационно-компьютерных технологий в деятельности органов внутренних дел, e-mail: pnzhukova@mail.ru

Nasonova Valentina Afanasyevna, Belgorod Law University IM of Russia, Belgorod, Russian Federation, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Professor of Information Computer Technologies in the Activity of Interior Affairs Agency Department, e-mail: pnzhukova@mail.ru

УДК 533.72;532

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ТОНКИХ ПЛЕНОК ZnO, ВЫРАЩЕННЫХ НА ПОДЛОЖКАХ ПОРИСТОГО Si

© В.С. Захвалинский, Л.В. Борисенко, А.Н. Хмара,
Д.А. Колесников, Е.А. Пилик

Ключевые слова: оксид цинка; пористый кремний; тонкие пленки; фотодиоды; гетероструктура.

На полученных методом анодирования в растворе подложках пористого кремния, методом многократного центрифугирования, разложения, сушки и отжига образцов были получены пленки ZnO. Технология получения пленок была основана на многократном нанесении слоев растворов ацетата цинка $Zn(CH_3COO)_2 \cdot 12H_2O$ в изопропиловом спирте иmonoэтаноламине и их термическом разложении. Методами рентгено-спектрального энергодисперсионного анализа (EDAX), рентгенофазового анализа (РФА) и растровой электронной микроскопии (РЭМ) была исследована морфология поверхности, химический и фазовый состав тонких пленок ZnO. Было проведено исследование вольтамперной характеристики полученной гетероструктуры.

ВВЕДЕНИЕ

Развитая поверхность пористого кремния является хорошей подложкой для нанокомпозитных источников белого света на основе ZnO. Установлено, что композиты оксид цинка – пористый кремний (ZnO-PS) демонстрируют усиление эмиссии белого света в интервале спектра электромагнитных волн от 1,4 до 3,3 эВ [1]. Распространенным решением при создании интенсивного источника белого света является смешение излучений красного, зеленого и голубого светодиодов [2]. В то время как использование (ZnO-PS) нанокомпозитов позволяет генерировать одним светодиодом смесь ультрафиолетового (3,1 эВ), желтого-зеленого (2,34–2,48 эВ), излучаемого ZnO и красного (1,82 эВ), излучаемого PS, результаты исследования фотолюминесценции (ZnO-PS) нанокомпозита при возбуждении (3,81) эВ HeCd лазером подтверждают наличие в интенсивном спектре интервала от 1,4 до 3,3 эВ трех пиков красного (1,69 эВ), зеленого (2,34 эВ) и голубого (2,88 эВ) [1]. Для получения гетероструктур на основе (ZnO-PS) нанокомпозита осаждение пленок ZnO осуществлялось влажным золь-гельным методом с использованием центрифугирования [3] и высокочастотного напыления [4]. Различные методы получения наноразмерных образцов ZnO различного типа [5] направлены на использование электронных, оптических и пьезоэлектрических свойств, например, при разработке низкопороговых ультрафиолетовых лазеров, работающих при комнатной температуре [6–7].

Использование (ZnO-PS) нанокомпозита для получения светодиодов белого света – это только одно из направлений использования пористого кремния. Настоящая работа посвящена получению пленок ZnO на подложках пористого кремния и исследованию их свойств.

ЭКСПЕРИМЕНТ

На зеркальную поверхность кремния p-типа марки КДБ-2 были нанесены при помощи термического вакуумного напыления пленки алюминия и серебра, далее они были отожжены в вакууме в течение 30 мин. при $T = 550$ °C. Нанесение обратного металлического электрода является частью процесса получения пористого кремния методом анодирования в растворе.

Получение слоя пористого кремния было произведено посредством анодирования их в растворе состава $H_2O:HF:C_2H_5OH = 1:1:2$ с принудительным перемешиванием при плотности тока $j = 20$ mA/cm². Время травления $t = 26$ мин.

Далее образцы покрывались оксидом цинка методом центрифугирования по следующей технологии. Сначала подготавливается 0,3 M раствор ацетата цинка $Zn(CH_3COO)_2 \cdot 12H_2O$ в изопропиловом спирте, затем к нему добавлялся monoэтаноламин (МЭА) в таком же молярном количестве. Далее раствор наносился $N = 7$ раз на поверхность образца, после каждого нанесения образец подвергался центрифугированию, затем предварительному отжигу в течение 10 мин. при $T = 275$ °C. В заключение многослойные образцы отжигались в течение 10 мин. при $T = 650$ °C.

Фазовой состав и кристаллическую структуру полученных пленок ZnO исследовали методом рентгенофазового анализа на дифрактометре Rigaku IV, съемка 0–20°, в диапазоне углов 10–100 град., фильтр Ni (K_{β}), Cu Ka $\lambda = 1,54056$ Å, без монохроматора, в геометрии Брен–Брентано. Было установлено, что полученные пленки состояли из гексагонального оксида цинка, пространственная группа № 186 P6₃m (a = 3,2533 Å, c = 5,2073 Å). Химический состав полученных пленок контролировался методом энергодисперсионной рентгеновской спектроскопии (EDX) с помощью сфокуси-

рованного высокоэнергетического пучка электронов в сканирующем электронном микроскопе. Было установлено, что состав пленок соответствовал ZnO.

Спектры EDX, поперечное сечение нанокомпозита (ZnO-PS) и морфология поверхности пленки ZnO были исследованы на сканирующем электронном микроскопе Quanta 600 3D.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Полученные методом анодирования подложки пористого кремния имели развитую, ячеистую структуру. На рис. 1 представлен поперечный скол гетероструктуры ZnO/PS.

Хорошо видна развитая поверхность пористого кремния с входным диаметром пор порядка 1÷1,5 мкм, покрытая пленкой ZnO. В исследованном образце поры проникают вглубь кремния на глубину 15÷20 мкм. На рис. 2 хорошо видны заполненные ZnO поры кремния. Примененная нами технология нанесения пленок способствовала проникновению Zn содержащего раствора в поры за счет капиллярного эффекта, с последующим образованием оксида кремния в результате отжигов при температуре разложения ацетата цинка. На рис. 2 хорошо видны поры в монокристаллической подложке Si (100), заполненные оксидом цинка. Существенный недостаток настоящей технологии, которым является растрескивание пленки ZnO, преодолевается последовательным нанесением N слоев оксида цинка. На рис. 3 хорошо видны развитая поверхность и трещины в верхнем слое пленки ZnO.

Тот факт, что многократное нанесение слоев оксида цинка позволяет в результате создать сплошную пленку, подтверждается результатами исследования вольт-амперной характеристики композитной гетероструктуры ZnO/PS. Омические контакты к пленке n-ZnO и подложке p-Si (100) были изготовлены с использованием проводящей серебряной пасты. Исследование вольтамперной характеристики гетероструктуры Ag/n-ZnO/PS/Ag (рис. 4) было выполнено при комнатной температуре без учета освещенности помещения в атмосфере воздуха. Из литературы известно, что диодные и транзисторные структуры на основе ZnO и просто проводящие слои оксида цинка чувствительны к воздействию освещения, газовой атмосферы и температуры [8–9]. Дальнейшие исследования предполагают

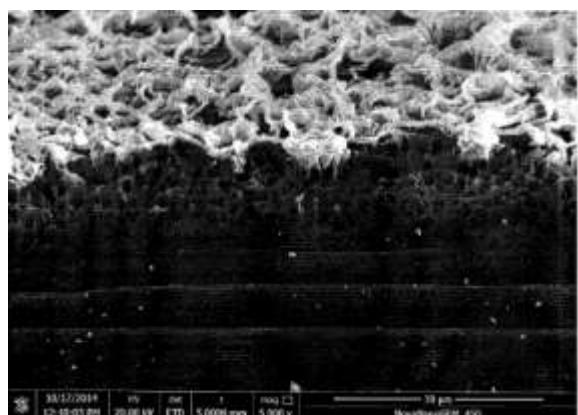


Рис. 1. Поперечное сечение гетероструктуры ZnO/PS, полученное на сканирующем электронном микроскопе Quanta 600 3D

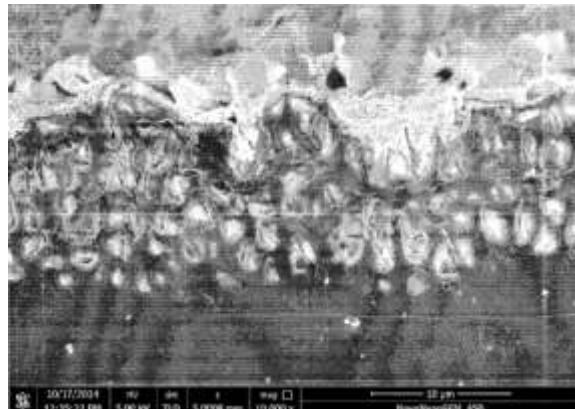


Рис. 2. Поперечный скол гетероструктуры ZnO/PS с порами кремния, заполненными оксидом цинка

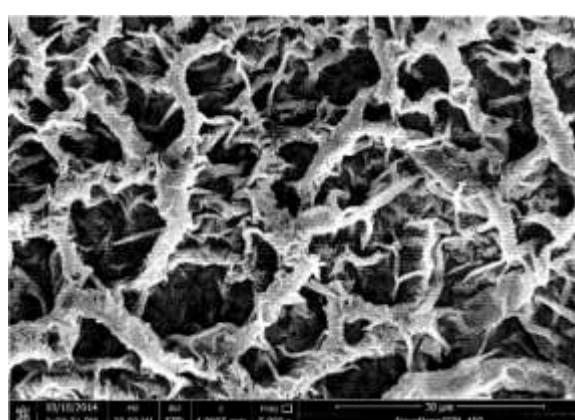


Рис. 3. Морфология поверхности пленки ZnO

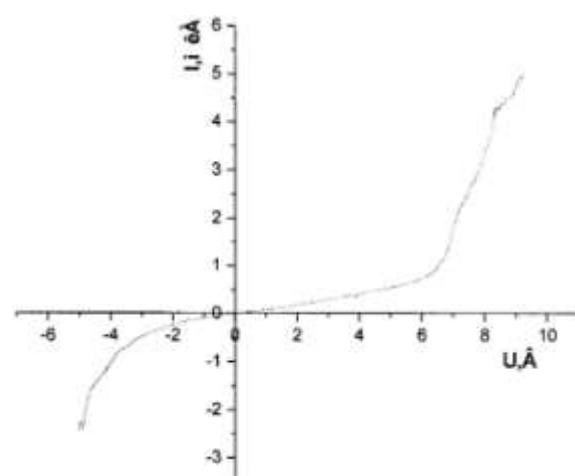


Рис. 4. Вольтамперная характеристика гетероструктуры Ag/n-ZnO/PS/Ag

учет влияния освещенности и температуры на электрофизические свойства полученных гетероструктур.

Таким образом, в настоящей работе на подложках пористого кремния, полученного методом анодирования в растворе пластина p-Si (100), были получены

пленки ZnO толщиной порядка 1 мкм и гетероструктуры на их основе. Были проведены исследования состава полученных пленок оксида кремния методами рентгено-спектрального энергодисперсионного анализа (EDAX) и рентгенофазового анализа (РФА). Было установлено, что использованная нами технология разложения ацетата цинка с последующими отжигами позволяет получить однородные и близкие по составу к стехиометрии пленки ZnO. В результате исследований на сканирующем электронном микроскопе установлено, что входной диаметр пор в Si составил порядка 1÷1,5 мкм, зафиксирован развитый характер поверхности пленки ZnO и наличие наноразмерных трещин. Многократное нанесение слоев оксида цинка позволяет заливать трещины на нижних слоях и избегать несплошности пленки, что подтверждается полученной на нескольких образцах воспроизведенной ВАХ. Наличие ВАХ свидетельствует, что нами была на основе ZnO и PS получена диодная структура Ag/n-ZnO/PS/Ag.

ЛИТЕРАТУРА

1. Singh R.G., Singh F., Kanjilal D., Agarwal V. and Mehra R.M. White light emission from chemically synthesized ZnO-porous silicon nano-composite // J. Phys. D: Appl. Phys. 2009. V. 42. P. 062002.
2. Schubert E.F. Light Emitting Diodes. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. 431 p.
3. Kim Y.-S., Taib W.-P., Shu S.-J. Effect of preheating temperature on structural and optical properties of ZnO thin films by sol-gel process // Thin Solid Films. 2005. V. 491. P. 153-160.
4. Kayahan E. White light luminescence from annealed thin ZnO deposited porous silicon // Journal of Luminescence. 2010. T. 130. P. 1295-1299.
5. Nikoobakht B. Toward Industrial-Scale Fabrication of Nanowire-Based Devices // Chem. Mater. 2007. V. 19. № 22. P. 5279.
6. Ли Л.Е., Демьянец Л.Н., Никитин С.И., Лавриков А.С. Стимулированное излучение разупорядоченных сред на основе кристаллических порошков ZnO // Квантовая электрон. 2006. Т. 36. С. 233.
7. Демьянец Л.Н., Ли Л.Е., Уварова Т.Г., Мининзон Ю.М. Генерация лазерного излучения в нанокристаллах ZnO, полученных методом гидротермального синтеза // Неорган. материалы. 2008. Т. 44. С. 45.
8. Грузинцев А.Н., Волков В.Т. Модификация электрических и оптических свойств пленок под действием ультрафиолетового излучения // Физика и техника полупроводников. 2011. Т. 45. Вып. 11. С. 1476-1480.
9. Пронин И.А., Аверин И.А., Димитров Д.Ц., Крастева Л.К., Папазова К.И., Чаначев А.С. Исследование чувствительности к этанолу переходов ZnO-ZnO:Fe на основе тонкихnanostructuredированных пленок, полученных с помощью золь-гель-технологии // Нано- и микросистемная техника. 2013. № 3. С. 6-10.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа частично поддержана Государственным заданием № 2014/420-367 и ЦКП НИУ БелГУ «Диагностика структуры и свойств наноматериалов» в рамках соглашения № 14.594.21.0010.

Поступила в редакцию 22 января 2015 г.

Zakhvalinskii V.S., Borisenko L.V., Khmara A.N., Kolesnikov D.A., Pilyuk E.A. INVESTIGATION OF THE PROPERTIES OF ZnO THIN FILMS, GROWN ON THEPOROUS Si SUBSTRATES

On the obtained by the anodizing in a solution of the porous silicon substrates, by repeated centrifugation, decomposition drying and annealing the ZnO film samples were obtained. The technology for films producing were based on multiple coats of solutions of zinc acetate $Zn(CH_3COO)_2 \cdot 12H_2O$ in isopropyl alcohol and monoethanolamine and their subsequent thermal decomposition. Using X-ray energy dispersive analysis methods (EDAX), X-ray diffraction (XRD) and scanning electron microscopy (SEM) the surface morphology, chemical and phase composition of ZnO thin films were investigated. Study of the current-voltage characteristics of the prepared heterostructure was carried out.

Key words: zinc oxide; porous silicon; thin film; light-emitting diodes; heterostructure.

Захвалинский Василий Сергеевич, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, профессор кафедры общей и прикладной физики, e-mail: zakhvalinskii@bsu.edu.ru

Zakhvalinskii Vasilii Sergeevich, Belgorod State National Research University, Belgorod, Russian Federation, Candidate of Physics and Mathematics, Professor of General and Applied Physics Department, e-mail: zakhvalinskii@bsu.edu.ru

Борисенко Лилия Владиславовна, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Российская Федерация, аспирант, кафедра общей и прикладной физики, e-mail: 440127@bsu.edu.ru

Borisenko Lilia Vladislavovna, Belgorod State National Research University, Belgorod, Russian Federation, Post-graduate Student, General and Applied Physics Department, e-mail: 440127@bsu.edu.ru

Хмара Александр Николаевич, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Российская Федерация, ассистент кафедры общей и прикладной физики, e-mail: hmara.aleks@yandex.ru

Khmara Aleksander Nicolaevich, Belgorod State National Research University, Belgorod, Russian Federation, Assistant of General and Applied Physics Department, e-mail: hmara.aleks@yandex.ru

Колесников Дмитрий Александрович, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Российская Федерация, зав. лабораторией электронной микроскопии и рентгеновского анализа, e-mail: kolesnikov_d@bsu.edu.ru

Kolesnikov Dmitry Aleksandrovich, Belgorod State National Research University, Belgorod, Russian Federation, Head of the Laboratory of Electron Microscopy and X-ray Analysis, e-mail: kolesnikov_d@bsu.edu.ru

Пилюк Евгений Александрович, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Российская Федерация, старший преподаватель кафедры общей и прикладной физики, e-mail: pilyuk@yandex.ru

Pilyuk Evgeny Aleksandrovich, Belgorod State National Research University, Belgorod, Russian Federation, Senior Lecturer of General and Applied Physics Department, e-mail: pilyuk@yandex.ru

УДК 53.043

ПОДАВЛЕНИЕ ЭФФЕКТА ПОРТЕВЕНА–ЛЕ ШАТЕЛЬЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ТОКОМ В АЛЮМИНИЙ-МАГНИЕВОМ СПЛАВЕ АМг6

**© А.А. Шибков, А.Е. Золотов, А.А. Денисов, М.Ф. Гасанов, О.В. Гребеньков,
К.А. Проскуряков, С.А. Титов, Е.А. Чуфистова, М.А. Королева**

Ключевые слова: эффект Портевена–Ле Шателье; электропластичность; постоянный электрический ток; алюминий-магниевые сплавы; преципитация; электромиграция.

Проведены экспериментальные исследования влияния постоянного электрического тока на прерывистую деформацию Портевена–Ле Шателье алюминий-магниевого сплава АМг6, деформируемого с постоянной скоростью в жесткой испытательной машине. Обнаружен эффект подавления прерывистой деформации постоянным током, который выражается в увеличении критической деформации ε_c появления первого деформационного скачка на диаграмме растяжения с ростом плотности тока в диапазоне $\sim 10\text{--}50 \text{ A/mm}^2$. Показано, что обнаруженный эффект не связан с джоулевым нагревом всего образца. Обсуждаются возможные механизмы явления.

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что пропускание через деформируемый металл импульсов тока большой плотности ($>10^3 \text{ A/mm}^2$) и длительностью $\sim 10\text{--}30 \text{ мкс}$ вдоль оси нагружения вызывает появление на диаграммах растяжения скачков разгрузки [1]. При этом вызванные импульсами тока скачкообразные кривые деформации приобретают вид, аналогичный, например, низкотемпературной деформации металлов или прерывистой деформации Портевена–Ле Шателье (ПЛШ). К настоящему времени электропластическому эффекту посвящено большое число экспериментальных и теоретических работ [2], а также прикладных исследований, связанных с применением электропластического эффекта в процессах металлообработки (прокатка, волочение, штамповка, плющение металлов и др.) [3]. Вместе с тем, в литературе фактически отсутствуют данные о систематических исследованиях влияния электрического тока на прерывистую деформацию Портевена–Ле Шателье и связанное с этим явлением образование и распространение полос макролокализованной деформации, вызывающих преждевременное разрушение сплава. Цель настоящей работы – проведение впервые таких исследований на примере алюминий-магниевого сплава АМг6, проявляющего ярко выраженную прерывистую деформацию в отсутствие электрического тока.

2. МЕТОДИКА

Поликристаллические образцы промышленного сплава АМг6 в форме двухсторонних лопаток с размером рабочей части $6\times2\times0,5 \text{ мм}$ вырезали из листового проката вдоль направления холодной прокатки (степень обжатия 0,3). Образцы отжигали в течение 1 ч при температуре 450°C и закаливали на воздухе. После термообработки средний размер зерна составил 10 мкм . Испытания на растяжение с постоянной скоростью деформации проводили в жесткой испытательной маши-

не Instron (модель 3344). Данные измерения нагрузки записывались со скоростью 100 Гц. Для исследования влияния электрического тока на прерывистое течение образец электрически изолировали от испытательной машины с помощью захватов из плавленого кварца. Температуру поверхности образца измеряли с помощью инфракрасного пирометра Testo-845 с точностью $0,5^\circ\text{C}$. В качестве источника тока использовали низковольтный (5 В) источник постоянного тока SE-600-5 с ограничительным сопротивлением – балластным реостатом РБ-306П.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

В отсутствие электрического тока сплав АМг6 демонстрирует т. н. инверсный эффект ПЛШ: критическая пластическая деформация ε_c , которая предшествует началу скачков разгрузки на деформационной кривой, возрастает с увеличением температуры испытания выше 40°C (рис. 1а) и с уменьшением скорости деформации в диапазоне от $\sim 3\cdot10^{-2}$ до $\sim 3\cdot10^{-4} \text{ с}^{-1}$ (рис. 1б).

Такое деформационное поведение сплава АМг6 типично для сплавов системы Al–Mg с содержанием магния от 3 до 6 %, деформируемых при температурах выше комнатной с постоянной скоростью $\dot{\varepsilon}_0 = const$. Оно характеризуется появлением на деформационных кривых скачков типов *B* и *C*: скачки типа *B* связаны с колебаниями напряжения относительно огибающей кривой деформации, а скачки типа *C* – с т. н. «скакачками открепления» – более крупными скачками разгрузки ниже огибающей кривой. Наши измерения показывают, что ПЛШ-поведение сплава АМг6 представляет собой смесь скачков типов *B* и *C* при «высоких» скоростях деформирования (от $3\cdot10^{-3}$ до 10^{-2} с^{-1}) и «низких» температурах (от 20 до 60°C). Этот сплав демонстрирует переход от смеси скачков *B+C* к скачкам типа *C* с увеличением температуры испытания и с уменьшением скорости деформирования (рис. 1).

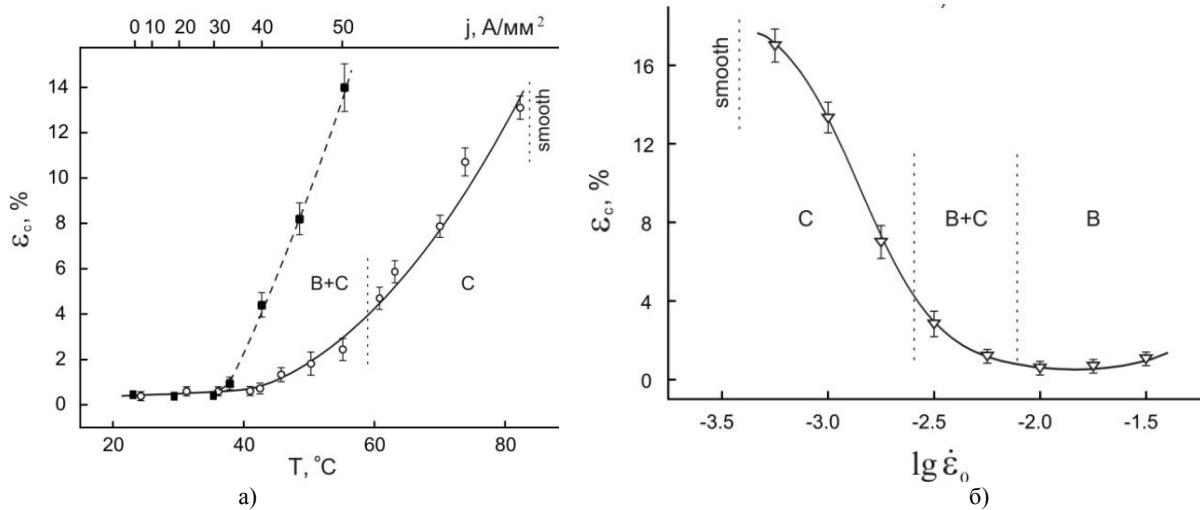


Рис. 1. Инверсное поведение критической пластической деформации начала прерывистой деформации сплавов АМг6: а) сплошная линия показывает критическую пластическую деформацию ε_c как функцию температуры T климатической камеры при скорости деформации $3 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, а штриховая линия – зависимость $\varepsilon_c(T)$ для образцов, нагретых постоянным током в ходе испытания на растяжение при комнатной температуре с той же скоростью деформирования; б) зависимость критической деформации ε_c от скорости деформирования $\dot{\varepsilon}_0$ при температуре 55°C для испытаний без тока. Вертикальные линии указывают границы различных типов скачков ПЛШ

На рис. 1а представлены данные измерения критической деформации ε_c в зависимости от температуры испытания T образцов, нагретых с помощью климатической камеры, в сравнении с зависимостью $\varepsilon_c(T)$ в условиях джоулева нагрева. Из рис. 1а видно, что выше приблизительно 40°C данные измерения критической деформации ε_c образцов с током лежат выше данных измерения ε_c без тока при той же температуре образца. Максимальное влияние постоянного электрического тока на прерывистое течение сплава АМг6, как обнаружено, достигается в начале инверсного поведения критической деформации, а именно, при температуре $T \approx 55^\circ\text{C}$ и скорости деформации $\dot{\varepsilon}_0 \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$.

Следует отметить, что в условиях печного нагрева (в климатической камере) образцы сплава АМг6 демонстрируют абсолютно гладкие деформационные кривые при температурах выше 82°C , в то время как в условиях джоулева нагрева гладкие кривые деформации наблюдаются при температуре образца приблизительно 55°C , когда плотность тока составляет 50 A/mm^2 в экспериментах, выполненных при комнатной температуре (т. е. в отсутствие печного нагрева). Следовательно, печной и джоулев нагрев образцов физически неэквивалентны по отношению к зависимости $\varepsilon_c(T)$ как функции отклика, и можно заключить, что подавление током прерывистой деформации обусловлено не столько джоулевым нагревом, сколько действием собственно электрического тока. Этот вывод подтверждается серией квазизотермических электротоковых экспериментов, выполненных для исследования зависимостей характеристик прерывистой деформации (критической деформации ε_c , общего количества скачков N и др.) от плотности j постоянного электрического тока.

Схема квазизотермических экспериментов состоит в следующем. Сначала образец нагревали постоянным током плотностью j до стационарной температуры $T = T_{th} + \Delta T_J$, где T_{th} – температура терmostата (кли-

матической камеры); ΔT_J – приращение температуры, связанное с джоулевым нагревом, и $T (\approx 55^\circ\text{C})$ – температура испытания. Затем образец, через который протекает ток плотностью j , деформировали с постоянной скоростью $\dot{\varepsilon}_0 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ до разрушения. В ходе деформирования с максимальной плотностью тока ($\approx 50 \text{ A/mm}^2$) прирост температуры образца, по данным измерения инфракрасным пирометром, не превышал $1,5^\circ\text{C}$ за исключением стадии образования шейки перед разрывом, когда этот прирост достигал $\sim 10^\circ\text{C}$, и стадии зажигания электрической дуги при разрыве образца.

Основные результаты экспериментов по влиянию постоянного электрического тока на прерывистую деформацию сплава АМг6 представлены на рис. 2 и 3. Кривые растяжения с одинаковой скоростью $3 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ и приблизительно одинаковой температурой 55°C , но с различной плотностью j постоянного тока, протекающего через деформируемый образец, показаны на рис. 2. Кривые смешены на 50 MPa по оси ординат (оси напряжения) последовательно с ростом плотности тока от $j = 0$ (без тока) до $j = 50 \text{ A/mm}^2$.

Как видно из рис. 2, эффект ПЛШ наблюдается только в области плотности тока от 0 до около 45 A/mm^2 . Когда j превышает значение $45-50 \text{ A/mm}^2$, повторяющиеся скачки разгрузки исчезают, и сплав демонстрирует макроскопически однородное пластическое течение, характеризуемое гладкой кривой растяжения, в то время как в отсутствие тока ($j = 0$) большое количество скачков нагрузки (общее количество скачков N равно приблизительно 60) наблюдается на кривой растяжения. Как отмечалось, в отсутствие электрического тока гладкая кривая растяжения наблюдается при температуре около 82°C (при $\dot{\varepsilon}_0 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, рис. 1а). Поэтому подавление эффекта ПЛШ не связано непосредственно с джоулевым нагревом всего образца.

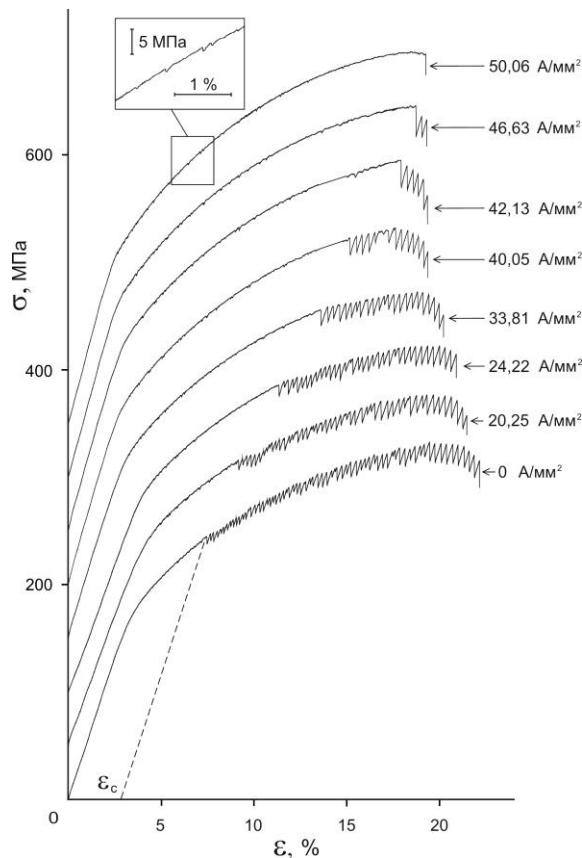


Рис. 2. Кривые деформации (при различных плотностях постоянного тока и одинаковой температуре около 55 °C и одинаковой скорости деформирования $3 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$), показывающие переход от прерывистой к монотонной деформации с ростом плотности тока в сплаве АМг6. Кривые смешены на постоянную величину 50 МПа друг относительно друга по оси напряжения. На вставке продемонстрированы мелкие скачки напряжения, наблюдающиеся до критической деформации ϵ_c

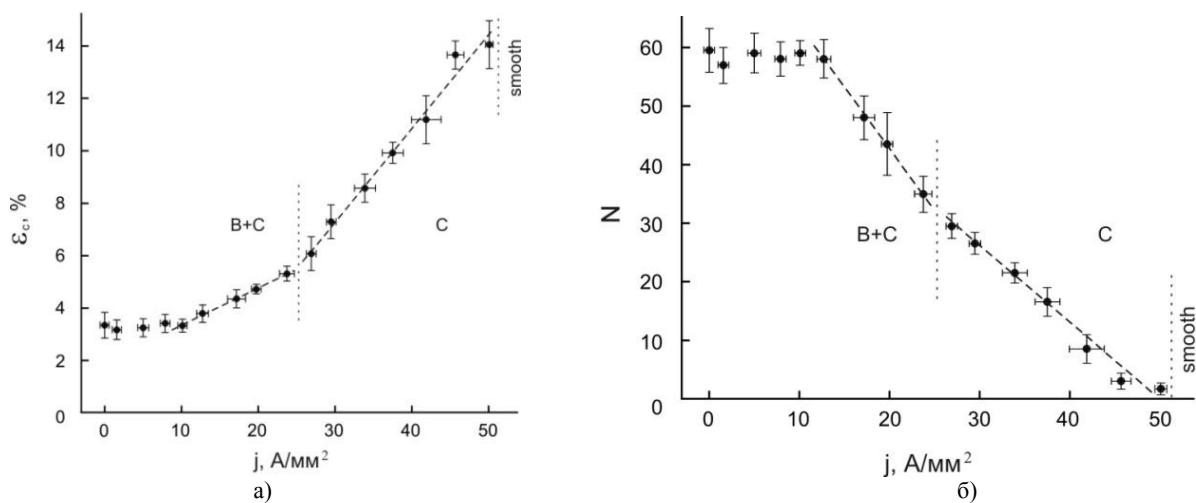


Рис. 3. Влияние постоянного электрического тока на эффект ПЛШ в сплаве АМг6: а) зависимость критической пластической деформации ϵ_c от плотности тока j ; б) зависимость общего количества скачков N на кривой деформации от плотности тока

На рис. 3 представлены зависимости критической деформации ϵ_c и общего количества скачков на кривой деформации от плотности j для образцов сплава АМг6, деформируемых со скоростью $3 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ при температуре около 55 °C. Видно, что эффект подавления током прерывистой деформации ПЛШ носит пороговый ха-

рактер: ниже некоторой критической плотности тока j_c эффект подавления не наблюдается, т. е. значения ϵ_c не зависят от плотности тока j . С ростом плотности тока выше $j_c \approx 10 \text{ A/mm}^2$ критическая деформация ϵ_c линейно возрастает (рис. 3а), причем коэффициент наклона k линейной зависимости зависит от типа скачков ПЛШ: в

диапазоне плотности тока от 10 до 25 А/мм², в котором преобладает смесь типов скачков *B+C*, коэффициент наклона $k_{B+C} \approx 1,4 \cdot 10^{-3}$ мм²/А, а в области 25–50 А/мм², характеризуемой скачками типа *C*, $k_c \approx 3,6 \cdot 10^{-3}$ мм²/А при данной температуре и скорости деформирования.

Соответственно, общее количество скачков на криевой растяжения линейно падает с увеличением плотности тока в диапазонах ~10–25 А/мм² и 25–50 А/мм², соответственно (рис. 3б). Это уменьшение сопровождается ростом амплитуды скачков разгрузки при одинаковых деформациях (рис. 2). Например, внутри интервала значений ε от 18 до 19 % средняя амплитуда скачков напряжения составила 14,5 МПа (скачки типа *B+C*), если испытания на растяжение выполняли без электротоковой обработки ($j = 0$), а при плотности тока $j = 42,13$ А/мм² средняя амплитуда скачков разгрузки в том же диапазоне ε составила 24 МПа (скачки типа *C*).

Отметим, что помимо высокоамплитудных скачков напряжения типов *B* и *C* амплитудой $\Delta\varepsilon \sim 10$ –20 МПа, генерируемых после критической деформации, наблюдались также очень маленькие скачки напряжения с амплитудами меньше ~1 МПа почти сразу после начала пластической деформации. Такие скачки исчезают при плотностях тока выше приблизительно 80 А/мм².

Таким образом, при данной скорости деформирования и температуре испытания области плотности тока, в которых происходит переход от прерывистых к гладким кривым растяжения, различны для разных типов пластических неустойчивостей: скачки напряжения типов *B+C* и *C* подавляются постоянным током в диапазонах 10–25 А/мм² и 25–50 А/мм², соответственно, а мелкие скачки исчезают в узком диапазоне 75–80 А/мм².

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Обсудим теперь возможные механизмы подавления эффекта ПЛШ электрическим током в сплаве AMg6. Как отмечалось, наиболее изученным эффектом влияния тока на механические свойства металлов является электропластический эффект. Для его объяснения обычно используют анализ соотношения силы электронного ветра, действующей на дислокации, пинч-эффекта и джоулева нагрева [1–2]. Очевидно, что факторы, связанные с увеличением дислокаций электронами и пинч-эффектом, дают ничтожный вклад в эффект подавления прерывистой деформации из-за очень низкой плотности тока (~10–80 А/мм²). Вместе с тем с помощью квазизотермических экспериментов было установлено, что подавление пластической неустойчивости ПЛШ постоянным током не связано непосредственно с джоулевым нагревом всего образца (рис. 2).

Можно предположить, что подавление током прерывистой деформации ПЛШ обусловлено, скорее, влиянием электрического тока на структуру сил закрепления дислокаций, чем взаимодействием электронов проводимости с дислокационным ансамблем металла. Отметим здесь, что непосредственно после закалки сплав AMg6 представляет собой пересыщенный твердый раствор магния в алюминий. Несколько часов спустя микроструктурное состояние сплава в диапазоне температур испытания (20–80 °C) характеризуется ранними стадиями преципитации (формированием зон Гинье–Престона (ГП)).

Следует подчеркнуть, что один из обсуждаемых механизмов инверсного поведения критической де-

формации связан с взаимодействием дислокаций с малыми частицами вторичной фазы, растущими на ранних стадиях преципитации [4, 5]. Другие механизмы связаны с модифицированными моделями динамического деформационного старения (ДДС) дислокаций [6]. Обсудим полученные результаты в терминах возможных механизмов влияния постоянного электрического тока на преципитацию и ДДС.

1. Распределение плотности тока в проводнике с включениями является неоднородным и контролируется, в основном, отношением проводимостей включения и матрицы $\lambda = \sigma_1/\sigma_0$, где σ_1 – электропроводность материала включения, σ – электропроводность матрицы. При увеличении λ ток будет втекать во включение с более высокой электропроводностью, а при уменьшении λ , наоборот, огибать включение с более высоким удельным сопротивлением. Чем больше сопротивление материала включения, тем в большей степени линии тока будут концентрироваться вблизи включения. Очевидно, наибольший эффект концентрации тока будет соответствовать случаю диэлектрического включения, поры или микротрешины.

Изменение свободной энергии $\Delta\Phi$ в результате образования зародыша новой фазы с электропроводностью, отличной от электропроводности матрицы (в нашем случае это частицы вторичной $\beta(\text{Al}_3\text{Mg}_2)$ -фазы в α -твердом растворе Mg в Al), может быть записано в виде: $\Delta\Phi = \Delta\Phi_0 + \Delta W$, где $\Delta\Phi_0$ – изменение свободной энергии в проводнике без тока, связанное с образованием зародыша, а ΔW – изменение энергии магнитного поля, обусловленного перераспределением плотности тока после образования зародыша новой фазы.

В общем случае, изменение энергии магнитного поля ΔW зависит от формы и размера зародыша и его расстояния от поверхности проводника. Ю. Долинский и Т. Эльперин [7] получили выражение для ΔW в предположении, что расстояние от зародыша до внешней поверхности проводника значительно превышает размер зародыша (это условие типично для сплавов системы Al–Mg). Это выражение можно представить в виде: $\Delta W \approx (\mu\mu_0/2\pi)\xi l(\Delta V/V)I^2 = \Delta L I^2/2$, где ΔV – объем зародыша новой фазы; V – объем образца; l – размер образца в направлении электрического тока I ; $\Delta L = (\mu\mu_0/\pi)\xi l(\Delta V/V)$ – изменение индуктивности системы, связанное с изменением геометрии поля плотности тока вследствие образования зародыша с более высоким электрическим сопротивлением; μ – магнитная проницаемость, предполагаемая одинаковой для включения и матрицы; μ_0 – магнитная постоянная, ξ – геометрический коэффициент; в случае зародыша сферической формы $\xi = (\sigma_0 - \sigma_1)/(\sigma_1 + 2\sigma_0) = (1 - \lambda)/(2 + \lambda)$. Отметим, что удельное сопротивление равновесной $\beta(\text{Al}_3\text{Mg}_2)$ -фазы значительно выше матрицы: $\lambda \approx 0,1$ [8], так что $\xi > 0$ и, следовательно, изменение магнитной энергии ΔW положительное. Поэтому преципитат с более высоким удельным сопротивлением оказывается термодинамически неустойчивым в проводнике с током и будет стремиться раствориться.

Таким образом, если пренебречь джоулевым нагревом, то электрические токи в металлическом сплаве будут стимулировать растворение преципитатов с более высоким сопротивлением, чем матрица. Концентрация поля плотности тока вблизи преципитатов, ло-

кальный джоулев разогрев, возникновение термоупругих напряжений будут способствовать процессу растворения. Концентрация тока происходит у фазовой границы с более высокой кривизной. Поэтому, чем меньше частица, тем быстрее она растворится под действием тока. Это означает, что если преципитатная модель инверсного поведения критической деформации верна, то растворение током малых преципитатов должно привести к подавлению эффекта ПЛШ в температурно-скоростных условиях деформирования, соответствующих инверсному поведению.

Увеличение концентрации примесных атомов (Mg) в матрице (Al) из-за растворения током малых преципитатов $\beta(Al_3Mg_2)$ -фазы вызовет рост сил закрепления дислокаций. Следовательно, силы закрепления будут возрастать с ростом плотности тока, в результате будет расти амплитуда скачков, уменьшаясь их общее количество и увеличиваться общий уровень деформирующего напряжения. Кроме того, растворение током малых преципитатов позволяет качественно объяснить вызванное током упрочнение на стадии параболического упрочнения (стадии III) (рис. 4). Этот факт подтверждает предположение относительно возможной преципитатной природы эффекта подавления током прерывистой деформации ПЛШ в условиях, соответствующих инверсному поведению критической деформации.

2. Рассмотрим теперь влияние постоянного электрического тока на динамическое деформационное старение дислокаций без учета преципитации и, соответственно, концентрации тока вблизи преципитатов. Отметим, что при обычном термоактивационном движении дислокаций сила сопротивления возрастает с увеличением скорости дислокаций, поскольку время ожидания у препятствия $\tau_w \sim \dot{\varepsilon}_0^{-1}$ уменьшается и, следовательно, вероятность его преодоления также падает. В твердых растворах дополнительная сила торможения со стороны диффундирующих атомов, наоборот, уменьшается с ростом $\dot{\varepsilon}_0$, поскольку меньшее количество атомов примеси сегрегирует на дислокациях, временно остановившихся у препятствий (дислокациях леса).

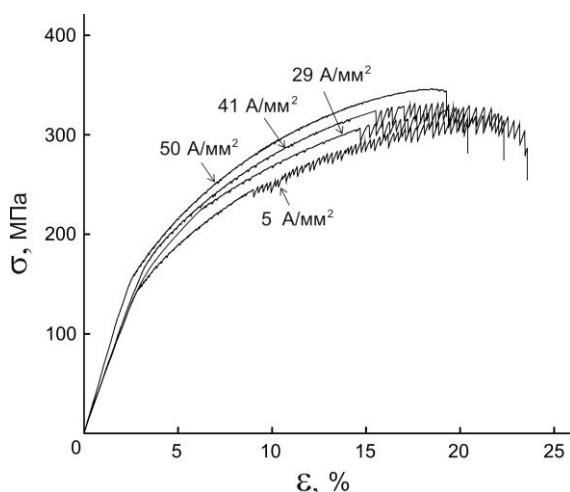


Рис. 4. Упрочнение электрическим током сплава AMg6

В результате конкуренции этих двух факторов скорость чувствительность напряжения течения к скорости пластической деформации может оказаться отрицательной в некотором интервале скоростей деформации, когда $\tau_w \sim \tau_d$, где τ_d – характерное время восходящей диффузии примесных атомов к дислокациям.

Очевидно, примесный атом в металлическом сплаве ионизирован. В проводнике с током на примесный атом действуют две силы: кулоновская сила взаимодействия положительного иона с внешним электрическим полем, действующая в направлении поля, и сила, возникающая из-за изменения импульса свободного электрона проводимости при рассеянии его на ионе [9]. Эта сила действует в направлении потока электронов. Вследствие экранирования электронами кулоновская сила со стороны электрического поля незначительна по сравнению с силой «электронного ветра», действующей на ион. Эта сила заставляет примесные ионы диффундировать в направлении электронного ветра, а вакансии – во встречном направлении. В соответствии с вакансационным механизмом диффузии примесных ионов электрический ток будет ускорять диффузию этих ионов в направлении электрического тока и уменьшать время их сегрегации на дислокациях, и поэтому $\tau_d \ll \tau_w$. В этом случае дислокации будут двигаться с их примесными атмосферами и, следовательно, напряжение течения будет увеличиваться, что может объяснить упрочнение током сплава AMg6. В сплаве с высокой концентрацией вакансационных стоков (таких как ГП-зоны, границы зерен и другие дефекты) диффузионная подвижность примесных атомов может быть сильно подавлена вследствие заметания избыточных деформационных вакансий в эти стоки и $\tau_d \gg \tau_w$. В обоих случаях значения τ_d и τ_w сильно отличаются, дислокационное движение будет монотонным, и прерывистое течение будет подавлено.

На настоящей стадии исследования этого явления пока нельзя отдать предпочтение одному из обсуждаемых механизмов, и необходимы дальнейшие исследования, учитывающие микроструктурные изменения, вызванные прохождением электрического тока в сплаве, такие как изменение форм преципитатов в ходе их растворения током, изменение размера зерна из-за увеличения скорости зародышебразования, ускорение коалесценции субзерен, залечивание микротрещин и пор и т. д.

5. ВЫВОДЫ

1. Обнаружено, что прохождение постоянного электрического тока плотностью 10–50 A/mm^2 через деформируемые образцы сплава AMg6 подавляют скачки напряжения ПЛШ на деформационных кривых в температурно-скоростных условиях растяжения, соответствующих инверсному поведению критической деформации.

2. Подавление током эффекта ПЛШ проявляется себя в увеличении критической деформации ε_c с увеличением плотности постоянного тока выше некоторого критического значения $j_c \approx 10 A/mm^2$. При $j > j_c$ происходит переход от прерывистой к монотонному пластическому течению.

3. Подавление прерывистого течения электрическим током сопровождается ростом напряжения тече-

ния. Показано, что критическая пластическая деформация и упрочнение током возрастают с увеличением плотности тока.

4. Предполагается, что обнаруженный эффект связан с подавлением процесса динамического деформационного старения дислокаций из-за изменения подвижности примесных ионов Mg, вызванного электромиграцией. Другой возможный сценарий состоит в том, что стимулированное током растворение малых преципитатов (ГП-зон) может вызвать подавление прерывистой деформации в рамках преципитатной модели инверсного поведения критической деформации.

В заключение отметим, что проблема подавления прерывистой деформации имеет большое практическое значение, поскольку полосы ПЛШ ухудшают качество поверхности промышленных изделий и провоцируют преждевременное разрушение сплавов системы Al–Mg, используемых в авиакосмической отрасли и автопроме. Новое явление подавления током прерывистой деформации ПЛШ может быть использовано для разработки технологии электротоковой обработки металлов, позволяющей увеличить эксплуатационный ресурс промышленных сплавов системы Al–Mg.

ЛИТЕРАТУРА

1. Спицын В.И., Троицкий О.А. Электропластическая деформация металлов. М., 1985. 160 с.
2. Троицкий О.А., Баранов Ю.В., Авераамов Ю.С., Шляпин А.Д. Физические основы и технологии обработки современных материалов. Теория, технология, структура и свойства: в 2 т. М.: Ин-т компьютерных исследований, 2004. Т. 1. 592 с.
3. Троицкий О.А., Баранов Ю.В., Авераамов Ю.С., Шляпин А.Д. Физические основы и технологии обработки современных материалов. Теория, технология, структура и свойства: в 2 т. М.: Ин-т компьютерных исследований, 2004. Т. 2. 468 с.
4. Brechet Y., Estrin Y. On the influence of precipitation on the Portevin–Le Chatelier effect // Acta Metal. Mater. 1995. V. 43. № 3. P. 955.
5. Brechet Y., Estrin Y. On the relations between Portevin–Le Chatelier plastic instabilities and precipitation // Key Engineering Materials. 1994. V. 97–98. P. 235.
6. Rizzi E., Hahner P. On the Portevin–Le Chatelier effect: theoretical modeling and numerical results // International Journal of Plasticity. 2004. V. 20. P. 121.
7. Dolinsky Yu., Elperin T. Thermodynamics of nucleation in current-carrying conductors // Phys. Rev. B. 1994. V. 50. P. 52.
8. Лившиц Б.Г., Крапошин В.С., Линецкий Я.Л. Физические свойства металлов и сплавов. М., 1980. 320 с.
9. Blech I.A. Electromigration in thin aluminum films on titanium nitride // J. Appl. Phys. 1976. V. 47. № 4. P. 1203.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 13-08-00861-а.

Поступила в редакцию 19 декабря 2014 г.

Shibkov A.A., Zolotov A.E., Denisov A.A., Gasanov M.F., Grebenkov O.V., Proskuraykov K.A., Titov S.A., Chuphistova E.A., Koroleva M.A. SUPPRESSION OF THE PORTEVIN–LE CHATELIER EFFECT BY ELECTRIC CURRENT IN AMg6 ALLOY

The direct current-induced suppression of the Portevin–Le Chatelier (PLC) effect has been revealed and investigated in Al-6wt. Mg alloy during tensile tests at a constant strain rate. Suppression of the PLC effect by direct electric current manifests itself as an increase in the critical strain ε_c for the onset of serration flow with increasing current density exceeding a certain critical value $\sim 10–50 \text{ A/mm}^2$. The obtained results show that the observed suppression of jerky flow by electric current is not directly associated with Joule heating per se of the whole sample. Possible mechanisms of the phenomenon are discussed.

Key words: Portevin–Le Chatelier effect; electroplasticity; direct electric current; Al–Mg alloy; precipitation; electromigration.

Шибков Александр Анатольевич, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой теоретической и экспериментальной физики, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

Shibkov Aleksander Anatolyevich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of Theoretical and Experimental Physics Department, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

Золотов Александр Евгеньевич, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической и экспериментальной физики, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

Zolotov Aleksander Evgenyevich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate of Technics, Associate Professor of Theoretical and Experimental Physics Department, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

Денисов Андрей Александрович, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, инженер кафедры теоретической и экспериментальной физики, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

Denisov Andrey Aleksandrovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Engineer of Theoretical and Experimental Physics Department, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

Гасанов Михаил Фахраддинович, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, аспирант, кафедра теоретической и экспериментальной физики, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

Gasanov Mikhail Fakhreddinovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Post-graduate Student, Theoretical and Experimental Physics Department, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

Гребеньев Олег Викторович, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, аспирант, кафедра теоретической и экспериментальной физики, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

Grebennikov Oleg Viktorovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Post-graduate Student, Theoretical and Experimental Physics Department, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

Прокуряков Кирилл Александрович, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, аспирант, кафедра теоретической и экспериментальной физики, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

Proskuraykov Kirill Aleksandrovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Post-graduate Student, Theoretical and Experimental Physics Department, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

Титов Семен Александрович, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, аспирант, кафедра теоретической и экспериментальной физики, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

Titov Semen Aleksandrovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Post-graduate Student, Theoretical and Experimental Physics Department, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

Чуфистова Елена Александровна, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, магистрант, кафедра теоретической и экспериментальной физики, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

Chuphistova Elena Aleksandrovna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate for Master's Degree, Theoretical and Experimental Physics Department, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

Королева Марина Александровна, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, магистрант, кафедра теоретической и экспериментальной физики, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

Koroleva Marina Aleksandrovna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate for Master's Degree, Theoretical and Experimental Physics Department, e-mail: shibkov@tsu.tmb.ru

УДК 539.2

ОСОБЕННОСТИ РАДИАЦИОННОГО УПРОЧНЕНИЯ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ ТОЧЕЧНЫХ ДЕФЕКТОВ ПРИ НЕРАВНОВЕСНОЙ ДИФФУЗИИ

© В.В. Красильников, С.Е. Савотченко

Ключевые слова: диффузия; точечные дефекты; радиационное упрочнение; механические свойства; предел текучести; математическая модель; уравнение диффузии; дислокационные трубы.

Работа посвящена анализу особенностей распределения концентрации точечных дефектов, возникающих вследствие неравновесности коэффициента диффузии. Описана эволюция плотности точечных дефектов в облучаемой металлической пластине, неравновесный коэффициент диффузии которых зависит от накопленной дозы. Показано, что предел текучести образца, определяемый распределением точечных дефектов радиационного происхождения, достигает дозового насыщения. Приведено обобщение модели Вуттига–Бирнбаума диффузии по неравновесным дислокационным трубкам. В модели неравновесный коэффициент диффузии точечных дефектов считается зависящим от релаксирующей с течением времени избыточной энергии границ дислокационных трубок. Показано, что увеличение избыточной энергии границ неравновесных дислокационных трубок приводит к росту количества диффузанта, приникающего в образец за одинаковые промежутки времени.

ВВЕДЕНИЕ

Диффузионные процессы обуславливают многие физические свойства материалов. Диффузия точечных дефектов при этом играет одну из основных ролей в определении механических характеристик. На современном этапе развития производства материалов с требуемым набором свойств возникает необходимость привлечения технологий, использующих контролируемые процессы неравновесной диффузии.

При моделировании таких процессов использование произвольной зависимости коэффициента диффузии от времени может применяться, например, для управления установлением стационарного распределения примесей в кристалле [1]. Непрерывное изменение коэффициента диффузии с течением времени можно получить, непрерывно меняя температуру кристалла, поскольку коэффициент диффузии зависит от температуры по экспоненциальному закону $D(t) = D_0 \exp(-E_d/k_B T(t))$, где $T(t)$ – температура испытания, E_d – энергия активации диффузии и миграции, $D_0 = av^2$, a и v – длина и частота перескоков. Регулируя температуру с течением времени $T(t)$, можно анализировать диффузионно-контролируемые процессы, имеющие большое значение для технологии созданияnanoструктурных жаропрочных сплавов.

Другим важным аспектом использования диффузионно-контролируемых технологий является управление радиационным упрочнением материалов. Неравновесная диффузия точечных дефектов может возникать вследствие накопления дозы облучения. Барьерный механизм радиационного упрочнения непосредственно связывает вклад концентрации различных видов барьеров (точечных дефектов или их кластеров) с изменением предела текучести облучаемого материала [2].

В данной работе приводятся две модели неравновесной диффузии точечных дефектов, в которых анализируется распределение их концентраций.

НЕРАВНОВЕСНАЯ ДИФФУЗИЯ В БАРЬЕРНОМ МЕХАНИЗМЕ РАДИАЦИОННОГО УПРОЧНЕНИЯ

Вклад в прирост предела текучести металлов, связанный с барьерным механизмом торможения дислокаций на определенном типе барьеров, описывается выражением вида [2]:

$$\Delta\sigma = \beta\mu b(Cd_c)^{1/2}, \quad (1)$$

где β – параметр, характеризующий мощность барьера (постоянная величина для данного типа барьера); μ – модуль сдвига; b – длина вектора Бюргерса; $C(x, t)$ – объемная плотность точечных дефектов в момент времени t на расстоянии x от облучаемой поверхности (барьеров данного типа, например, вакансий, или их кластеров); d_c – их средний размер. В частности, вакационные и межузельные кластеры имеют средний размер $d_c \leq 5$ нм, а характеризующий мощность кластерного барьера параметр имеет значение $\beta \approx 0,2$ [2].

Рассмотрим облучаемый образец в виде пластины конечной толщины h . Пусть ось Ox перпендикулярна облучаемой поверхности $x = 0$, а плоскость yOz совпадает с этой поверхностью. При формулировке модели предполагается следующее [3–4].

1. Толщина пластины существенно меньше линейных размеров облучаемой поверхности, но превосходящая длины пробега как налетающих частиц, так и первично выбитых атомов.

2. Поток частиц с плотностью Φ распределен равномерно по всей поверхности пластины, а радиационные повреждения создаются достаточно равномерно по всей ее толщине.

3. Вблизи образовавшихся радиационных дефектов в объеме V не могут образовываться новые каскады, приводящие к изменению плотности барьеров за счет рекомбинационных эффектов.

4. Распределение объемной плотности точечных дефектов по толщине облучаемого образца в зависимости от дозы $\tau = \Phi t$ определяется одномерным уравнением диффузионного типа:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = D(\tau) \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + K(1 - VC), \quad (2)$$

где K – начальная скорость образования точечных дефектов; V – эффективный объем взаимодействия между ними.

5. В начальный момент времени считается известным распределение объемной плотности точечных дефектов:

$$C(x, 0) = C_0. \quad (3)$$

6. На поверхностях пластины отсутствуют точечные дефекты радиационного происхождения:

$$C(0, t) = C(h, t) = 0. \quad (4)$$

7. Коэффициент диффузии D в облучаемом материале считается зависящим от дозы τ . Влияние дозы на коэффициент диффузии атомов титана в подложке из железа при ионном облучении, в частности, изучено в [5–6]. Для дозовой зависимости коэффициента диффузии в [5] было приведено выражение:

$$D(\tau) = D_e \cdot (1 + \alpha d), \quad (5)$$

где $D_e = D_0 \exp(-E_d / k_B T)$ – равновесный коэффициент диффузии точечных дефектов; T – температура испытания; E_d – энергия активации диффузии и миграции; $D_0 = av^2$, a и v – длина перескоков и собственная частота колебаний атомов при миграции в равновесных условиях; d – не зависящий от дозы температурно-энергетический фактор; α – зависящий от дозы параметр неравновесности. Температурно-энергетический фактор определяется выражением [5]:

$$d = \frac{E_0 - E_m + k_B T}{E_0} e^{\frac{E_m}{k_B T}}, \quad (6)$$

где E_m – энергия миграции при отсутствии облучения; E_0 – максимальная энергия, передаваемая частицам от радиационного потока. Считается, что эта энергия не превышает пороговую энергию смещения атомов в твердом теле, которая для большинства металлов порядка 15 эВ. Учет микроскопической неравновесности возможен при выполнении условия $\alpha \exp(E_m / k_B T) > 1$.

Математическая формулировка модели представляется собой первую начально-краевую задачу для уравнения (2) с начальным условием (3) и краевыми условиями (4). Решение начально-краевой задачи (2)–(4) представимо в виде ряда:

$$C(x, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(\tau) \sin \frac{(2n+1)\pi nx}{h}, \quad (7)$$

где коэффициент Фурье:

$$c_n(\tau) = \frac{4}{\pi(2n+1)} e^{-KV\tau - \lambda_n \int_0^\tau D(s) ds} \left\{ C_0 + K \int_0^\tau e^{KVt + \lambda_n \int_0^t D(s) ds} dt \right\}, \quad (8)$$

$$\lambda_n = \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{h^2}, n=0, 1, \dots$$

Выражение (7) описывает зависимость объемной плотности точечных дефектов радиационного происхождения от дозы $\tau = \Phi t$ и учитывает неравновесность их коэффициента диффузии. Для более детального анализа необходимо конкретизировать зависимость неравновесного коэффициента диффузии. Рассмотрим два случая.

1. **Линейная зависимость коэффициента диффузии от дозы.** Зависимость параметра неравновесности от дозы приближенно считается линейной и может быть оценена по формуле [5]:

$$\alpha = \alpha_0 \Phi t, \quad (9)$$

где параметр $\alpha_0 = 4\sigma g E_s / E_0$, σ – полное поперечное сечение рассеяния, E_s – пороговая энергия смещения, g – среднее число смещенных атомов на один первично выбитый атом. Из (5) и (9) получается:

$$D(\tau) = D_e \cdot (1 + \alpha \tau), \quad (10)$$

где $a = \alpha_0 d$.

Использование линейной зависимости неравновесного коэффициента диффузии от дозы (10) позволяет провести интегрирование в (6) и получить явное выражение для коэффициента Фурье разложения плотности дефектов (8):

$$c_n(\tau) = \frac{4}{\pi(2n+1)} e^{-KV\tau - \lambda_n D_e (\tau + \alpha \tau^2 / 2)} \{ C_0 + \\ + K \sqrt{\frac{\pi}{2\lambda_n D_e a}} e^{-\frac{(KV + \lambda_n D_e)(\tau + \alpha \tau^2 / 2)}{2\lambda_n D_e a}} [\text{erf}(b_1) - \text{erf}(b_2)] \}, \quad (11)$$

где $\text{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-y^2} dy$ – мнимая функция ошибок;

$$b_1 = \frac{KV + \lambda_n D_e (1 + \alpha \tau)}{\sqrt{2\lambda_n D_e a}}, b_2 = \frac{KV + \lambda_n D_e}{\sqrt{2\lambda_n D_e a}}.$$

Подстановка (7) и (11) в (1) дает значения предела текучести в различных точках пластины в зависимости от дозы [3–4]. Анализ (7) приводит к выводу, что в любой фиксированной точке пластины зависимость плотности дефектов и предела текучести от дозы не является монотонной. При малых дозах происходит рост предела текучести по степенному закону, согласующийся качественно с экспериментальными данными [7–8]. Далее при определенной дозе наблюдается максимум предела текучести, после которой величина предела текучести начинает медленно уменьшаться. Ограниченнность модели линейного нестационарного коэффициента диффузии обуславливает ее применимость только при малых дозах. С увеличением дозы,

очевидно, необходимо учитывать эффекты, приводящие к выходу на некоторое предельное значение нестационарного коэффициента диффузии.

2. Зависимость коэффициента диффузии от дозы с учетом эффекта насыщения. Для параметра неравновесности в [5] была предложена формула

$$\alpha = \sigma \Phi t / (1 + \sigma \Phi t), \quad (12)$$

которая учитывает эффект насыщения коэффициента диффузии с накоплением дозы. С учетом (12) коэффициент диффузии (5) примет вид:

$$D(t) = D_e (1 + d\sigma \Phi t / (1 + \sigma \Phi t)). \quad (13)$$

С ростом дозы неравновесный коэффициент диффузии (13) монотонно возрастает и достигает значения

$$D_\infty = D_e \cdot (1 + d), \quad (14)$$

при котором наступает насыщение.

Воспользовавшись дозовой зависимостью коэффициента диффузии (13), выражение (8) можно представить в виде:

$$c_n(t) = \frac{4e^{-(KV + \lambda_n D_\infty) \tau}}{\pi(2n+1)} \times \\ \times (1 + \sigma t)^{\mu_n} \left\{ C_0 + K \int_0^\tau \frac{e^{(KV + \lambda_n D_\infty) t}}{(1 + \sigma t)^{\mu_n}} dt \right\}, \quad (15)$$

где $\mu_n = \lambda_n D_e d / \sigma$. При произвольных значениях параметров интеграл в (15) может быть вычислен только численно.

Подстановка (15) в (7) позволяет получить распределение плотности дефектов в облучаемой пластине, коэффициент диффузии которых учитывает дозовое насыщение:

$$C(x, \tau) = \frac{4e^{-KV\tau}}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda_n D_\infty \tau} (1 + \sigma t)^{\mu_n}}{(2n+1)} \{ C_0 + \\ + K \int_0^\tau \frac{e^{(KV + \lambda_n D_\infty) t}}{(1 + \sigma t)^{\mu_n}} dt \} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{h}. \quad (16)$$

Данное выражение может быть использовано для анализа влияния дозовой зависимости коэффициента диффузии, учитывающей насыщение, на изменение предела текучести образца. Для этого (16) следует подставить в (1):

$$\Delta\sigma = 2\beta\mu b e^{-KV\tau/2} \sqrt{\frac{d}{\pi}} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda_n D_\infty \tau} (1 + \sigma t)^{\mu_n}}{(2n+1)} \{ C_0 + \right. \\ \left. + K \int_0^\tau \frac{e^{(KV + \lambda_n D_\infty) t}}{(1 + \sigma t)^{\mu_n}} dt \} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{h} \right)^{1/2}. \quad (17)$$

Результаты численного анализа предела текучести (17) приведены на рис. 1–2. Для построения графиков

этих зависимостей выражение (17) удобно представить в виде $\Delta\sigma = BC^{1/2}$, где $B = \beta\mu b\sqrt{d_c}$. Для численного анализа предела текучести (17) использовались модельные значения параметров (они указаны в подписях к рисункам).

Из выражения (17) следует, что предел текучести достаточно быстро достигает насыщения (кривая 3 на рис. 1). Это обусловлено тем, что неравновесный коэффициент диффузии выходит на значение насыщения (14).

Также на форму дозовой зависимости (17) существенно влияет значение температурно-энергетического фактора (6).

При определенных значениях параметров форма кривой дозовой зависимости предела текучести не является монотонной. При накоплении определенной дозы предел текучести достигает максимума, затем немногим уменьшается до значения насыщения и далее с ростом дозы уже не меняется (кривые 1 и 2 на рис. 1). Такие формы дозовых зависимостей (17) определяются в первую очередь величиной полного сечения рассеяния, с ростом которого происходит более быстрое достижение величины насыщения предела текучести.

Установлено, что величина насыщения предела текучести уменьшается с ростом величины температурно-энергетического фактора (рис. 2). Это означает,

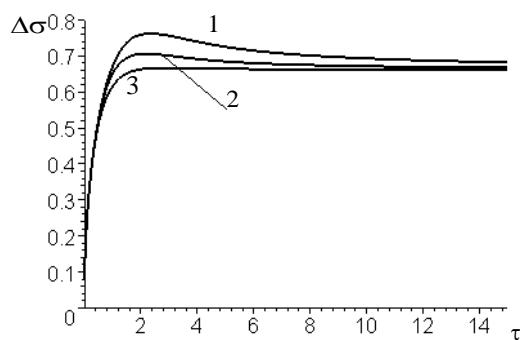


Рис. 1. Зависимости предела текучести (17) от дозы при фиксированных значениях параметров: $C_0 = 0,01$; $k = 1$; $V = 0,7$; $D_e = 1$; $B = 0,8$; $h = 10$; $x = 5$; $d = 10$ и различных значениях сечения рассеяния: (1) – $\sigma = 0,5$; (2) – $\sigma = 1,5$; (3) – $\sigma = 8$ в отн. ед.

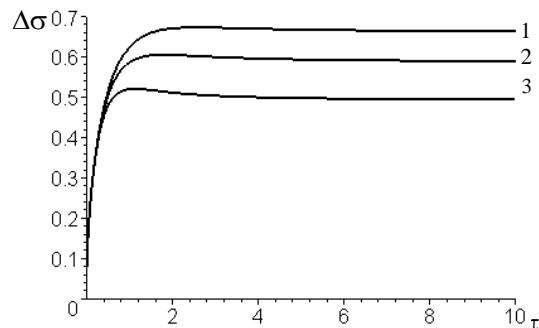


Рис. 2. Зависимости предела текучести (17) от дозы при фиксированных значениях параметров: $C_0 = 0,01$; $k = 1$; $V = 0,7$; $D_e = 1$; $B = 0,8$; $h = 10$; $x = 5$; $\sigma = 5$ и различных значениях температурно-энергетического фактора: (1) – $d = 10$; (2) – $d = 15$; (3) – $d = 25$ в отн. ед.

согласно определению d , что на характер эволюции плотности точечных дефектов и предела текучести при учете дозовой зависимости коэффициента диффузии (14) оказывает влияние не только температура образца энергия миграции, но и максимальная энергия, передаваемая частицам от радиационного потока.

Установлено также, что величина насыщения предела текучести не зависит от полного сечения рассеяния, а определяется температурой образца, энергией миграции, передаваемой от потока налетающих частиц атомам пластины (рис. 1–2).

НЕРАВНОВЕСНАЯ ДИФФУЗИЯ ПО ДИСЛОКАЦИОННЫМ ТРУБКАМ

Известно несколько моделей, описывающих диффузию точечных дефектов по изолированным дислокационным трубкам: Р. Смолуховского [9], А. Ле-Клер и А. Рабиновича [10], М. Вуттига и Х. Бирнбаума [11]. В них дислокации рассматриваются в виде цилиндрических трубок радиуса r_d , которые проходят через кристалл перпендикулярно его поверхности, на которую нанесен диффузант – тонкий слой примесных атомов, диффундирующих в образце. Диффузия внутри дислокационной трубы подчиняется закону Фика для однородной среды, а также коэффициент диффузии D_d внутри трубы считается много больше коэффициента D в объеме кристалла.

Рассмотрим обобщение модели Вуттига и Бирнбаума [11–12], в которой неравновесность дислокационных трубок будет учитываться посредством зависимости коэффициента D_d от времени t [13–17]. При формулировке модели предполагается следующее.

1. Аналогично неравновесным границам зерен [13], избыточная энергия границ неравновесных дислокационных трубок (на один атом): $\Delta E(t) = \Delta E_0 \exp(-t/t_0)$, где ΔE_0 – избыточная энергия релаксации границ дислокационных трубок; t_0 – характерное время релаксации.

2. Неравновесный коэффициент диффузии по дислокационным трубкам связан с избыточной энергией их границ выражением:

$$D_d(t) = D_{de} \exp(\Delta E(t) / k_B T), \quad (18)$$

где D_{de} – коэффициент диффузии по равновесным дислокационным трубкам; T – температура отжига.

3. Концентрация внутри трубы c_d считается независящей от расстояния r от оси симметрии дислокационной трубы радиуса r_d [11]. Пусть ось Oz перпендикулярна поверхности кристалла в глубину от поверхности в плоскости $z = 0$, в которой находится слой диффузанта, а плоскость $z = h$ является тыльной стороной образца толщины h . Дислокационные трубы проходят через весь материал.

4. Радиальный градиент концентрации диффузанта в зерне считается не зависящим от времени, концентрация диффузанта в зерне c_g определяется выражением при $r > r_d$ [11]:

$$c_g = c_d \ln(r/r_m) / \ln(r_d/r_m), \quad (19)$$

где r_m – половина расстояния между дислокациями.

5. Уравнение, описывающее распределение концентрации диффузанта в дислокационной трубке при $r < r_d$, при сделанных предположениях записывается в виде:

$$\frac{\partial c_d}{\partial t} = D_d(t) \frac{\partial^2 c_d}{\partial z^2} + \frac{2D}{r_d} \frac{\partial c_g}{\partial r} \Big|_{r=r_d}. \quad (20)$$

Подстановка (19) в (20) приводит к уравнению при $r < r_d$:

$$\frac{\partial c_d}{\partial t} = D_d(t) \frac{\partial^2 c_d}{\partial z^2} - q^2 c_d, \quad (21)$$

где $q^2 = 2D/r_d^2 \ln(r_m/r_d)$. При условии $D_d \gg D$ недоценка отвода диффузанта из дислокационной трубы в объем в уравнении (21) при малых временах оказывается несущественной [11–12].

6. В начальный момент времени образец не содержал диффузанта:

$$c_d(z, 0) = c_0 \delta(z), \quad (22)$$

где $\delta(z)$ – дельта-функция Дирака (правосторонняя); c_0 – постоянная концентрация диффузанта, поддерживаемая на поверхности образца.

7. Так как рассматривается диффузия из постоянного источника, то на входе дислокационной трубы задается граничное условие:

$$c_d(0, t) = c_0. \quad (23)$$

8. На выходе дислокационной трубы считается, что диффузант не накапливается, а распределяется по поверхности образца, поэтому следует использовать модель «открытой трубы», в которой на тыльной стороне трубы задается граничное условие:

$$c_d(h, t) = 0. \quad (24)$$

Такое условие предполагает, что тыльная поверхность образца представляет собой сток бесконечной мощности, такой, что концентрация диффузанта на выходе дислокационной трубы всегда равна нулю.

Решение начально-краевой задачи (21)–(24) представляется в виде разложения в обобщенный ряд Фурье:

$$c_d(z, t) = c_0 \left\{ 1 - \frac{z}{h} - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} F_k(t) \sin\left(\frac{\pi kz}{h}\right) \right\}, \quad (25)$$

$$\text{где } F_k(t) = \frac{1}{k} e^{-q^2 t - (\pi k/h)^2 I(t)} \left\{ 1 + q^2 \int_0^t e^{q^2 \tau + (\pi k/h)^2 I(\tau)} d\tau \right\},$$

$$I(t) = \int_0^t D(s) ds.$$

Выражение (25) описывает распределение концентрации диффузанта внутри дислокационной трубы. С использованием (18) можно получить:

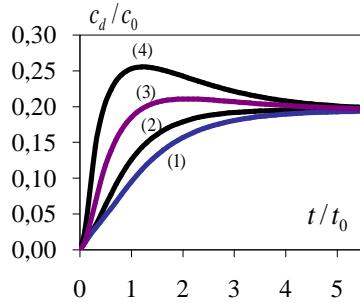


Рис. 3. Типичные зависимости (25) при фиксированных $h = 10$, $z = 3$, $q^2 = 0,8$ в отн. ед. и при различных значениях ΔE_0 : (1) – $\Delta E_0 = 0$; (2) – $\Delta E_0 = 0,7k_B T$; (3) – $\Delta E_0 = 1,5k_B T$; (4) – $\Delta E_0 = 2,2k_B T$

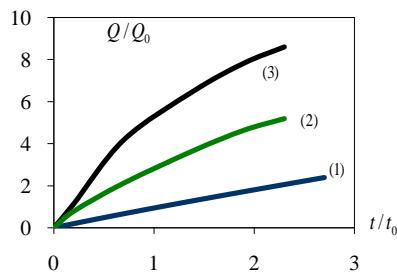


Рис. 4. Типичные зависимости (28) при фиксированных $h = 10$, $q^2 = 0,8$ в отн. ед. и при различных значениях ΔE_0 : (1) – $\Delta E_0 = 0$; (2) – $\Delta E_0 = 0,7k_B T$; (3) – $\Delta E_0 = 1,5k_B T$

$$I(t) = D_e t_0 \left\{ \text{Ei} \left(\frac{\Delta E_0}{k_B T} \right) - \text{Ei} \left(\frac{\Delta E_0}{k_B T} e^{-t/t_0} \right) \right\}, \quad (26)$$

где $\text{Ei}(z)$ – интегральная экспонента.

Подстановка данного выражения в (25) приводит к распределению концентрации диффузанта в дислокационной трубке с учетом неравновесного коэффициента диффузии (рис. 3). Из анализа (25) с учетом конкретных зависимостей (18) и (26) следует, что с ростом избыточной энергии релаксации неравновесных дислокационных трубок ΔE_0 происходит увеличение концентрации диффузанта на фиксированной глубине в данный момент времени (рис. 3).

При больших значениях ΔE_0 зависимость концентрации диффузанта от времени не является монотонной, а в определенный момент времени $t_m = t_m(\Delta E_0)$ достигается максимальное значение концентрации диффузанта на определенной глубине. С дальнейшим течением времени $t > t_m$ концентрация диффузанта начинает уменьшаться и достигает определенного значения, которое не зависит от ΔE_0 и представляет собой стационарную концентрацию при диффузии по равновесным дислокационным трубкам.

В рамках модели «открытой трубки» количество диффузанта, прошедшего за время t через образец и собравшегося на единице площади тыльной поверхности кристалла, выражается через его концентрацию c_d [11–12]:

$$Q(t) = -\pi r_d^2 \rho_d \int_0^t D_d(\tau) \frac{\partial c_d(z, \tau)}{\partial z} \Big|_{z=h} d\tau, \quad (27)$$

где ρ_d – плотность дислокаций.

Подставка (25) в (27) приводит к выражению для количества диффузанта, прошедшего через образец [16], в явном аналитическом виде (рис. 4):

$$Q(t) = Q_0 \left\{ I(t) + 2 \int_0^t D_d(\tau) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k A_k(\tau) e^{-q^2 \tau - (\pi k / h)^2 I(\tau)} d\tau \right\}, \quad (28)$$

$$\text{где } A_k(\tau) = 1 + q^2 \int_0^{\tau} e^{q^2 s + (\pi k / h)^2 I(s)} ds; Q_0 = \pi r_d^2 \rho_d c_0 / h.$$

Выражение (28) для диффузии по неравновесным дислокационным трубкам может считаться обобщением решения, полученного в рамках модели Вуттига–Бирнбаума. Из анализа (28) следует, что с ростом избыточной энергии релаксации неравновесных дислокационных трубок ΔE_0 наблюдается увеличение количества диффузанта, проникающего в образец за одинаковые промежутки времени (рис. 4).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математические формулировки рассмотренных в данной работе моделей сводятся к нестационарным задачам параболического типа для уравнений диффузии [17]. Задачи такого типа имеют большое практическое значение. Во многих технических приложениях возникает необходимость изучения процесса эволюции концентрации примесей, точечных дефектов или температурного поля, когда соответствующий коэффициент переноса не является постоянным.

В случае моделирования распределения напряжений в облучаемых деформируемых материалах неравновесность коэффициента диффузии обусловливается его зависимостью от дозы. Зависимости коэффициента диффузии от дозы по линейному закону приводят к тому, что изменение плотности точечных дефектов радиационного происхождения и предела текучести облучаемого материала с накоплением дозы происходит немонотонным образом. При учете эффекта насыщения в зависимости неравновесного коэффициента диффузии при определенных значениях параметров облучения (температуры, энергии и интенсивности потока налетающих частиц) достаточно быстро происходит дозовое насыщение предела текучести. Показано, что увеличение температурно-энергетического фактора приводит к понижению характерного значения предела текучести, до которого происходит насыщение, вследствие влияния энергии потока налетающих частиц, которая передается атомам образца.

В рассмотренном обобщении модели Вуттига–Бирнбаума неравновесность дислокационных трубок обусловливается релаксацией избыточной энергии их границ, что приводит к необходимости считать зависящим от времени коэффициента диффузии внутри дислокационной трубки. В рамках сформулированной модели удается получить в явном аналитическом виде

распределение концентрации диффузанта внутри дислокационной трубки и количество диффузанта, прошедшего через образец. На основе анализа полученных выражений установлено, что рост количества диффузанта, проникшего в образец, происходит вследствие увеличения избыточной энергии релаксации границ неравновесных дислокационных трубок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Панкратов Е.Л. // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 1. С. 115-119.
2. Физика радиационных явлений и радиационное материаловедение / Паршин А.М. и др. Белгород, 1998. 378 с.
3. Колобов Ю.Р., Красильников В.В., Савотченко С.Е., Прозорова М.С. // Актуальные проблемы прочности: материалы 47 Междунар. конф. Н. Новгород, 2008. С. 36-38.
4. Красильников В.В., Савотченко С.Е., Прозорова М.С. // Материаловедение. 2009. № 11. С. 59-63.
5. Степанов В.А. // ЖТФ. 1998. Т. 68. № 8. С. 67-71.
6. Ковалева М.Г. Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Белгород: БелГУ, 2006. 152 с.
7. Неклюдов И.М., Камышанченко Н.В. // Научные ведомости БГПУ. 1996. № 1. С. 18-33.
8. Зеленский В.Ф., Неклюдов И.М. // ВАНТ. Сер.: ФРП. 1984. Вып. 1 (29). С. 46-73.
9. Smoluchowski R. // Phys. Rev. 1952. V. 87. P. 482.
10. Le Clair A.D., Rabinovitch A. // J. Phys. C: Solid State Phys. 1981. V. 14. P. 3863.
11. Wuttig M., Birnbaum H.K. // Phys. Rev. 1966. V. 147. P. 495-505.
12. Kaur I., Mishin Y., Gust W. Fundamentals of Grain and Interphase Boundary Diffusion. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 1995. 512 p.
13. Назаров А.А. // ФТТ. 2003. Т. 45. Вып. 6. С. 1112-1114.
14. Красильников В.В., Савотченко С.Е. // 18 Петербургские чтения по проблемам прочности и роста кристаллов: в 2 ч. СПб., 2008. Ч. 2. С. 128-130.
15. Красильников В.В., Савотченко С.Е. // Физико-математическое моделирование систем: материалы 5 Междунар. семинара. Воронеж: ВТГУ, 2008. Ч. 1. С. 131-136.
16. Красильников В.В., Савотченко С.Е. // Известия РАН. Серия Физическая. 2009. Т. 73. № 9. С. 1348-1354.
17. Савотченко С.Е. // Известия ТулГУ. Естественные науки. 2009. № 3. С. 204-218.

Поступила в редакцию 23 декабря 2014 г.

Krasilnikov V.V., Savotchenko S.E. PECULIARITIES OF RADIATION HARDENING AND CONCENTRATION DISTRIBUTION OF POINT DEFECTS UNDER NON-EQUILIBRIUM DIFFUSION

The paper discusses the analysis of features of the distribution of the concentration of point defects arising from the non-equilibrium diffusion coefficient. An evolution of the density of point defects in the irradiated metal plate, a non-equilibrium diffusion coefficient which depends on the cumulative dose was described. It is shown that the yield stress of the sample determined by the distribution of point defects caused by radiation reaches the dose saturation. The generalized Wuttig-Birnbaum model of diffusion on non-equilibrium dislocation pipes is introduced here. In the model the non-equilibrium diffusion coefficient of point defects is considered dependent on relaxing excess energy over time of boundaries of dislocation tubes. It is shown that an increase in the excess energy of boundaries of non-equilibrium dislocation tubes leads to an increase in the number of diffusing, penetrating into the sample at regular intervals.

Key words: diffusion; point defects; radiation hardening; mechanical properties; yield stress; mathematical model; diffusion equation; dislocation tubes.

Красильников Владимир Владимирович, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Материаловедение и нанотехнологии», старший научный сотрудник, e-mail: kras@bsu.edu.ru

Krasilnikov Vladimir Vladimirovich, Belgorod State National Research University, Belgorod, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor of “Materials and Nanotechnology” Department, Senior Scientific Worker, e-mail: kras@bsu.edu.ru

Савотченко Сергей Евгеньевич, Белгородский юридический институт Министерства внутренних дел Российской Федерации, г. Белгород, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры «Математика», e-mail: savotchenko@hotbox.ru

Savotchenko Sergey Evgenyevich, Belgorod Law University of the Russian Interior Ministry of Russian Federation, Belgorod, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, Professor of “Mathematics” Department, e-mail: savotchenko@hotbox.ru

UDC 537; 53.044

PECULIARITIES OF THE STEEL ELECTROEXPLOSIVE COPPER PLATING AND SUBSEQUENT ELECTRON-BEAM TREATMENT

© V.E. Gromov, Y.F. Ivanov, D.A. Romanov, G. Tang,
S.V. Raykov, E.A. Budovskikh, L.P. Baschenko, G. Song

Key words: electroexplosive alloying; copper; electron beam processing; structure; phase composition; properties. The surface relief and structure peculiarities of steel 45 (0.45 wt. % C) after electroexplosive copper plating and subsequent electron beam treatment are investigated by methods of scanning and transmission electron microscopy. It is established that the copper concentration in surface layer is increased in 2 times with the growth of electron beam pulses number. The high speed crystallization of modified layer is accompanied by microhardness growth of surface layer under the small impulse number (5 and 10 pls.). The further increase of irradiation pulses number leads to essential decrease of surface layer microhardness.

INTRODUCTION

Electroexplosive alloying (EEA) [1] and electron-beam processing (EBP) [2] are modern and effective methods of modification of the structure, phase composition and properties of metals and alloys surface. The instruments of the effect on the surface are pulse multiphase plasma jets and electronic beams accordingly.

Pulse multiphase plasma jets, used for the electroexplosive alloying, and low-energy high-current electron beams combine well with each other, having comparable values of the absorbed power density (about 10^5 W/cm^2), the square of irradiation surface (up to $10\text{--}15 \text{ cm}^2$) and the depth of hardening zone (about several tens of micrometers). Time of the impulse in the EEA is $100 \mu\text{s}$, the EBP – 50, 100, 150 and $200 \mu\text{s}$.

The main idea of combined processing, including EEA and EBP, is in the levelling of the surface topography of processing and modification of the structure, phase composition and properties of alloying area.

In this article the authors analyze the results obtained in the studies of the structure and the properties of surface layers of steel 45 ($C \leq 0.45 \text{ wt. \%}$), subjected to electroexplosive copper plating and subsequent electron-beam processing.

MATERIALS AND METHODS OF RESEARCH

EEA of the samples surface was carried out by electric explosion of copper foils with a thickness of $20 \mu\text{m}$. Conditions for the implementation of the pulse of liquid-phase alloying is given by the quantity of charging voltage of the drive energy accelerator, the diameter of the charmer nozzle and the distance from it up to the sample, which amounted appropriately $\sim 2.3 \text{ kV}$, 20 mm and 20 mm , correspondingly. With these parameters the depth and the radius of alloying zone were maximal. The processing time was $100 \mu\text{s}$, absorbed power density on the axis of the jet was $\sim 5.5 \text{ GW/m}^2$, dynamic pressure of shock-compressed layer near the surface was 11.2 MPa , the area of the surface of alloying was $\sim 3 \text{ cm}^2$. The thickness of the area of alloy-

ing in the center of the area was $\sim 25 \mu\text{m}$. Its distinguishing feature is a strong influence on the results of the pressure jets processing on the surface, leading to a radial flow of the melt from the center of the alloying area to the periphery and even to the backlash. With this regime of the processing the maximum depth zone of the alloying, the degree of saturation of the alloying elements and the level of generated properties are achieved.

A pulsed electron-beam processing of the samples surface was carried out at the installation «SOLO» as in the works [3–6]. The constructive peculiarity of this setup is the opportunity for independent control of the parameters of the electron beam (the energy of the accelerated electrons U , electron beam energy density E_S , pulse duration τ , pulse frequency f , the number of pulses processing N), purposefully changing the regime of processing. In the present work, using the possibility of «SOLO» installation, the authors used two variants of surface processing of steel electroexplosive alloying by copper. In the first case, we fixed the values of the energy density ($E_S = 20 \text{ J/cm}^2$), the frequency ($f = 0.3 \text{ Hz}$) and pulse duration ($\tau = 50 \mu\text{s}$) and varied the number of pulses within $N = 5\text{...}50$. In the second case, the duration ($\tau = 50 \mu\text{s}$), the frequency ($f = 0.3 \text{ Hz}$) and the number of pulses (10 pls.) were fixed; electron beam energy density was varied within the $E_S = 15\text{...}30 \text{ J/cm}^2$. In both the processing was carried out in the inert medium (argon) of the chamber at a pressure $\sim 10^{-2} \text{ Pa}$.

The research of the structure of the radiation surface, of the etched metallographic section (direct and seating metallographic section) of the modified samples were carried out by the methods of electron scanning (the SEM-515 «Philips») and transmission electron (devices EM-125 and JEM-2100 F) microscopy, X-ray structure analysis (device DRON-7) [7–9]. The change mechanical properties of a material were characterized by microhardness, determined by the Vickers method with a load of 0.98 N . The accuracy of the measurement is amounted to 7 %. For phase identification diffraction analysis with the use of darkfield method and subsequent indicating of micro-electronograms was used.

Analysis of the structure and profile of the microhardness of steel subjected to a surface treatment. Electroexplosive alloying, transforming the structural-phase state of the surface layer of the processed material exercises, influences on the mechanical properties. In Fig. 1 the authors present the profiles of microhardness of steel after electroexplosive copper plating (curve 1) and after the EBP of the surface, not subjected to alloying (curve 2). Here a horizontal line A marks the microhardness of steel, hardened from furnace heating (850°C , 1.5 hours). The dependence of microhardness of steel, subjected to electroexplosive copper plating on the distance to the surface of the treatment has non-linear character. This allows to identify the surface layer of thickness of about $\sim 5 \mu\text{m}$, microhardness of which is lower than that of microhardness of hardened steel; intermediate layer of thickness of about $\sim 7 \mu\text{m}$, which is marked on the figure 1 by vertical straight lines B and C, microhardness of which is higher or equal to the microhardness of hardened steel, and the transition layer of thickness of about $\sim 30 \mu\text{m}$, microhardness of which gradually falls to the quantity of the initial condition. Microhardness of the intermediate layer changes on the curve with a maximum, located at a depth of $\sim 7 \mu\text{m}$.

Microhardness of steel after the EBP has the maximum value on the surface of radiation, and monotonically

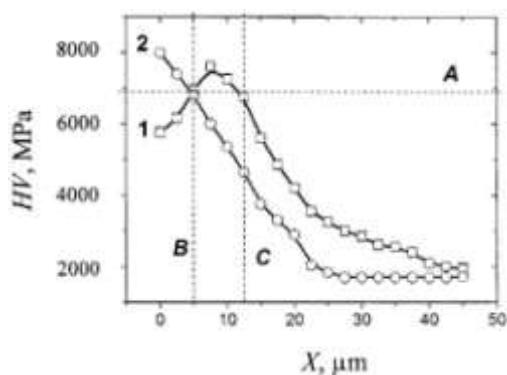


Figure 1. The profile of the steel microhardness: 1 – after electroexplosive copper alloying; 2 – after electron-beam processing armoring to the regime: 12 J/cm^2 ; $50 \mu\text{s}$; 0.3 Hz , 3 pls. A horizontal line A marks microhardness of steel 45, quenched from furnace heating (850°C , 1.5 hour)

decreases with the depth. The thickness of the hardened layer after EBP is approximately $5 \mu\text{m}$ (Fig. 1, vertical line B), which, obviously, is determined by the selected steel processing regime. Besides the maximum of microhardness of steel after EBP exceeds the maximum values of microhardness of steel, hardened after furnace heating and after EEA. Electron-microscopic studies have shown that this is due to the formation of ultra fine-grained ($0.54 \pm 0.20 \mu\text{m}$) structure on the surface of processing (Fig. 2). The dimensions of martensite crystals in such grains change considerably within the following limits: cross – $30...50 \text{ nm}$, longitudinal – $120...500 \text{ nm}$.

The interpretation of the non-linear dependence of microhardness on the distance to the surface of steel treatment after electroexplosive copper plating follows from the analysis of the results presented in the work [1]. The surface layer of steel, having the microhardness below the microhardness of steel after furnace quenching is formed by the structure of the mesh crystallization of the melt, enriched by the atoms of copper, carbon and oxygen. The intermediate layer, the values of microhardness of which exceed the microhardness of steel after furnace hardening, obviously, has formed as a result of the high-speed quenching of iron. A higher value of the microhardness of the layer (relative to the quenched steel) can be connected both with increased concentration of carbon and the existence of atoms of copper in this layer, so and with dispersion of the structure of the surface layer of steel due to the speed quenching caused by the impulse action. The rise of the microhardness of the hardened layer on the distance surface treatment can mean the reduction of volume fraction of residual austenite, stabilized by the atoms of copper and carbon. The subsequent hardness decrease is caused by the decrease of carbon concentration in the material, about that the change of morphology of martensite: the transition from lamellar martensite, characteristic for carbon steel, to the packet martensite typical for low- and medium-carbon steel.

Therefore, electroexplosive alloying of steel is accompanied by the saturation of the surface layer by the atoms of copper, carbon and oxygen. The following high-speed cooling of steel is accompanied by foliation of liquid phase and the formation of a surface layer with the structure of the cellular crystallization. The thickness of cellular crystallization is about $\sim 5 \mu\text{m}$. The thickness of the layer of quenched steel, located at a depth of 5 microns, is about $\sim 7 \mu\text{m}$.

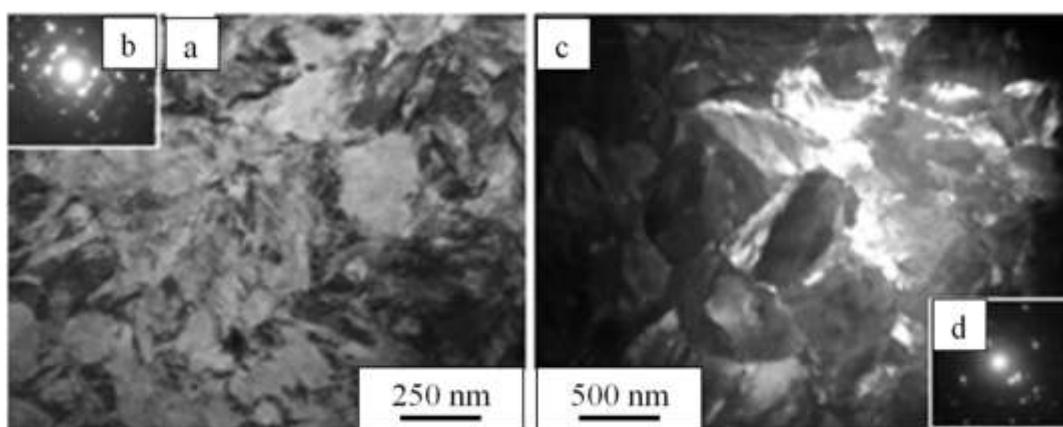


Figure 2. Structure being formed in the surface layer of steel subjected to electron-beam treatment (12 J/cm^2 , $50 \mu\text{s}$, 0.3 Hz , 3 pls.). a – bright field; c – dark field, resulting in reflex $[110] \alpha\text{-Fe}$; b, d – electron diffraction patterns at (a) and (c) respectively

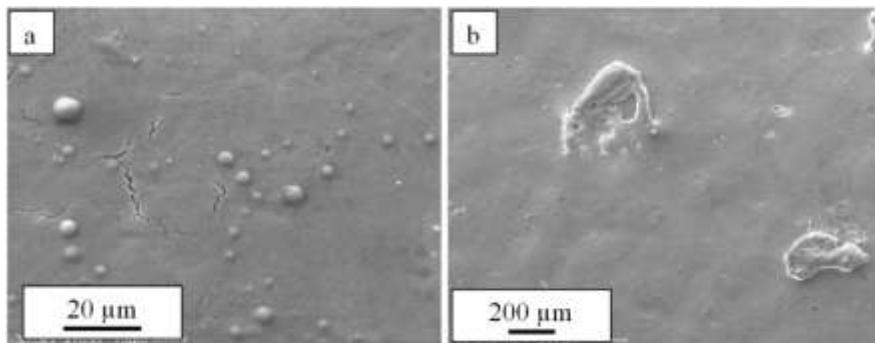


Figure 3. Image of the steel surface subjected to electroexplosive alloying and subsequent electron-beam treatment according to the regime for 15 J/cm^2 : 50 μs , 0.3 Hz, 10 pls. a – copper drop; b – copper islands

The structure of the steel surface subjected to electroexplosive alloying by copper and subsequent irradiation by electron beam. Electroexplosive alloying leads to the formation on the surface of the processed material a thin-layer coating, formed by mainly droplet fraction of exploding wire. Subsequent EBP, without changing the elemental composition of the material, allows to fulfill high-speed homogenization of surface layer due to the high-intensity thermal effect.

The evolution of the steel surface structure subjected to a combined formation processing in the conditions of the variation of the energy density of electron beam ($E_s = 15 \dots 30 \text{ J/cm}^2$). By the methods of scanning electron microscopy is established that the melting of the surface layer of the sample is fixing under the energy density of electron beam $E_s \sim 15 \text{ J/cm}^2$. This leads, on the one hand, to the removal of micro-craters and the influxes of copper, forming a coating, on the other hand, to the formation of numerous drops of copper of spherical shape, the dimensions of which can range from 1 to 12 μm (Fig. 3, a). The latter indicates the coagulation of copper coating located on the steel surface. It should be noted, that this EBP regime does not lead to the full smoothing of the surface of alloying – in some places of the sample the islands of copper remain (Fig. 3, b).

Surface treatment EEA by electron beam with the energy density of the beam electrons $20 \dots 30 \text{ J/cm}^2$ is accompanied by widespread melting of the surface layer of steel – drops and islands of copper are not observed.

High speed crystallization of the melt leads to the formation of a dendrite structure. It is established, that the structure of the dendrites depends on the energy density of electron beam. When processing with the energy density of the electron beams $15 \dots 20 \text{ J/cm}^2$ the mainly a dendritic structure with the axes of the first order forms (on the surface of radiation is so-called structure of cellular crystallization); dendrites with greater energy density have the axis of the first and the second order. It is obvious that the dendrite structure is determined by the speed of the cooling of the melt. It is shown [10] that the axes of the second order are not formed already during the cooling rate, exceeding $\sim 10^6 \text{ K/s}$. With the further increase of the cooling rate the complete degeneration of the dendritic growth and stabilization flat crystallization front is observed.

The increase of the energy density is accompanied not only by the change of morphology of dendrite structure, but also by increase in medium-sized dendrites. The estimates show that the dendrites of minimum medium size are formed under the processing of the steel surface by elec-

tron-beam with the energy density $E_s = 15 \text{ J/cm}^2$. The increase of the energy density from 15 J/cm^2 up to 30 J/cm^2 is accompanied by the growth of average size dendrites from 0.16 to 0.45 μm , i.e. in ~ 3 times (Fig. 4, curve 1). The revealed facts allow us to conclude that the increase of the energy density of the beam electrons in the interval from 15 J/cm^2 to 30 J/cm^2 leads to the decrease in the rate of cooling of the steel surface layer.

The average grain size of the surface layer of steel depends on the rate of cooling. However, such a dependence, as for the elements of the dendrite structure, is not observed. As it follows from the analysis of the results presented in Fig. 4 (curve 2) the average size of grains is increasing in 1.4 times in the revised interval of energy density of electron beam. In previous work [4] such a circumstance was explained by the fact that the size of the grains in the crystallized layer depends not only on the cooling rate (value of supercooling), but also on the number of active centers of grain nucleation in the melt.

Electron-beam treatment of steel is accompanied by the formation of the microcracks on the surface. The reason is the thermal stresses, which are formed in the surface layer of the material due to high cooling rates. When the energy density of electron beam $E_s \sim 15 \text{ J/cm}^2$ the cracks are located chaotically, their number is insignificant. At the large values of E_s the cracks break the surface of the specimen on the fragments, the average sizes of which vary within the range of $45 \dots 50 \mu\text{m}$ and practically do not depend on the energy density of electron beam. The depth of

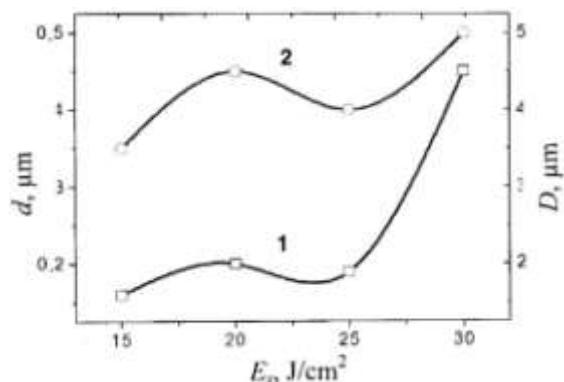


Figure 4. The dependence of the medium-sized dendrites d (1) and grains D size (2) on the energy density of electron beam

microcracks depends on the value of energy density of electron beam.

Figure 5 shows a diagram demonstrating the change of copper concentration in the surface layer of steel, subjected to EEA and following by EBP. From the analyses of the results it follows that in the surface layer of thickness 4–5 μm (thickness layer of steel, subjected to analysis) the average concentration of copper is reduced from ~14 wt. % at a energy density of electron beam $E_s = 15 \text{ J/cm}^2$ up to 5.6 wt. % when $E_s = 30 \text{ J/cm}^2$. It should also be noted that on the surface of steel, processed by electron beam when $E_s = 15 \text{ J/cm}^2$, there are drops and islets, the concentration of copper in which can reach 100 wt. %.

Analyzing the results presented in Fig. 5, it can be noted that the high speed crystallization of steel, alloyed by copper, and the following cooling do not always lead to the hardening of the surface layer. Hardness of the surface layer of steel, not treated by electron beam and treated by electron beam with the energy density of electron beam $E_s = 15 \text{ J/cm}^2$ is slightly lower than the hardness of steel, quenched in the water with the furnace heating and significantly below the hardness of steel, processed by electron-beam with the energy density of electron beam $E_s = 20...30 \text{ J/cm}^2$. Comparing the results, presented in Fig. 5 and Fig. 6, it can be found the connection between the concentration of copper in the surface layer of steel, and the value microhardness. Namely, the high values of the concentration of copper correspond to relatively low values of microhardness of a surface layer.

Functional dependence, connecting the concentration of copper in the surface layer and microhardness of the surface radiation is represented in Fig. 7. It is clearly seen that the microhardness of the surface layer of steel decreases with the increase of copper concentration. However, the linear correlation between these characteristics is not detected, which may denote the indirect (by changing the parameters of the structure and phase composition) influence of copper atoms on the hardness of the investigated steel, formed in the conditions of high-energy effect.

The evolution of surface morphology of steel subjected to combined formation processing in the conditions of the variation of the number of pulses of electron beam ($N = 5...50 \text{ imp.}$). As shown above, the processing of the alloying surface by the electron beam with energy density of the electron beam 20 J/cm^2 and above is accompanied by extensive melting of the surface layer of steel. After 5...15 pulses of the electron beam action the islands and the nodules of copper, presenting on the surface of the steel,

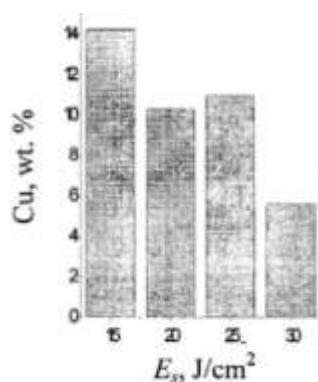


Figure 5. The change in the copper concentration

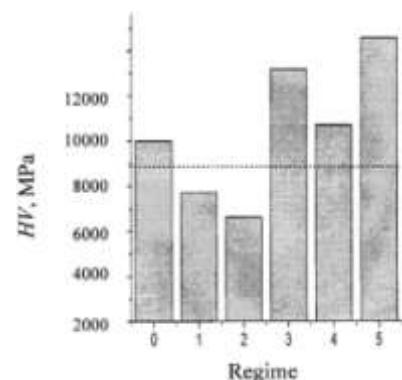


Figure 6. Microhardness of the steel surface layer, subjected to the different treatment regimes: 0 – electron-beam treatment (12 J/cm^2 , $50 \mu\text{s}$, 0.3 Hz , 3 pls.); 1 – electroexplosive copper alloying; 2–5 – electroexplosive copper alloying and subsequent electron-beam processing ($N = 10 \text{ pls.}$, $\tau = 50 \mu\text{s}$) at $E_s = 15$ (2), 20 (3), 25 (4), 30 (5) J/cm^2 . A horizontal line denotes a microhardness of steel, quenched from furnace heating (850°C , 1.5 hours.)

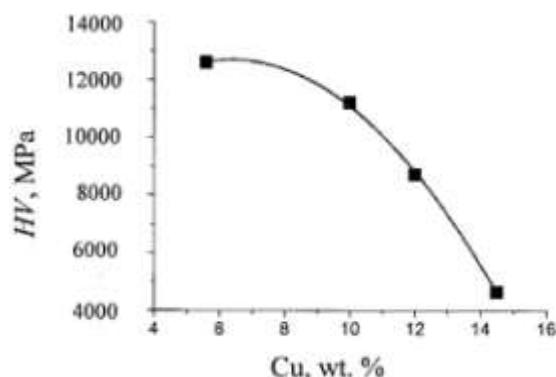


Figure 7. The dependence of the microhardness of the steel surface, subjected to combined treatment (electroexplosive alloying and subsequent electron-beam processing) on the copper concentration in the surface layer

subjected to EEA are not detected by methods of scanning microscopy. The surface of the samples is fully smoothed. After 25 and 50 pulses of the electron beam effect on the surface one can see a large number of craters.

High-speed crystallization of the melt, as already noted, leads to the formation of a dendrite structure. It is found that the structure of the dendrites depends on the number of pulses of the electron beam effect. When the number of pulses being, changed within the limits of 5...15, on the surface of the steel dendritic structure with the axes of the first order is formed (so-called structure of cellular crystallization). With a larger number of pulses of the electron beam (25 and 50 pls.) the dendrites mainly have the axes of the first and the second order.

The composition of the dendrite structure, as noted above, is determined by the speed of the cooling of the melt. Therefore, the increase of the number pulses of the electron beam on the steel surface leads to a decrease of cooling rate. The increase of the number pulses practically has no influence on the average size of the dendrites (Fig. 8, curve 1) and leads to a small increase in average size of the grains (Fig. 8, curve 2).

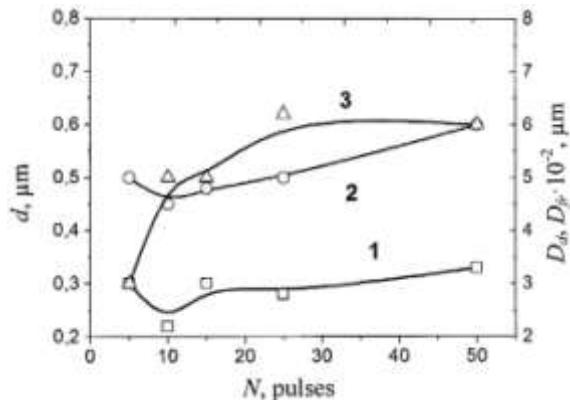


Figure 8. The dependence of the medium-sized dendrites d (1), grains D_d (2) and fragments of D_{fi} (3) size on the number of electron beam pulses

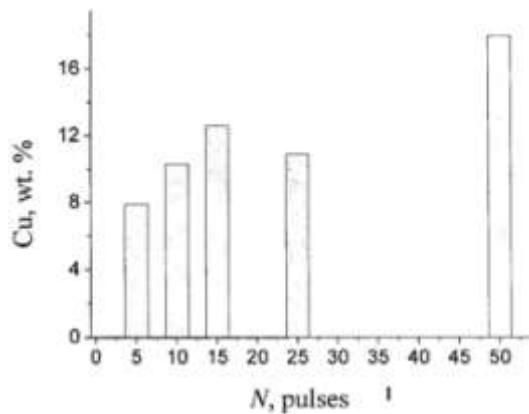


Figure 9. The change of the copper concentration in the surface layer of steel after electroexplosive alloying and subsequent electron-beam processing with different number of pulses of electron beam (20 J/cm^2 , $50 \mu\text{s}$; 0.3 Hz)

Electron-beam treatment of steel is accompanied, as noted above, by the formation of cracks on the surface radiation, dividing the surface of the specimen on the fragments. The average sizes of the fragments change in the range of $30\text{...}60 \mu\text{m}$ and increase with the number pulses of electron beam (Fig. 8, curve 3). This fact confirms the mentioned above assumption of the speed cooling decreasing with the increasing of radiation pulses number. In spite of the fact that the increase in the number of pulses of the electron beam leads to a decrease in a linear density of microcracks (growth of medium-sized fragments), their depth, judging by the size of the disclosure of microcracks, apparently, is increasing.

A diagram in Fig. 9 shows the change of the copper concentration in the surface layer of steel, subjected to EEA and the subsequent EBP. From the analysis of the results it follows that with the increasing of pulses number the copper concentration in the surface layer thickness of $4\text{...}5 \mu\text{m}$ is increasing steadily from $\sim 8 \text{ wt. \%}$ at 5 pulses to 18 wt. \% at 50 pulses, i.e. more than in 2 times. It can be assumed, that one of the reasons of the revealed concentration of copper in the surface layer of steel is a displacement of copper atoms from the surface of sample volume with its multiple melting. In metallurgy of steel this process is

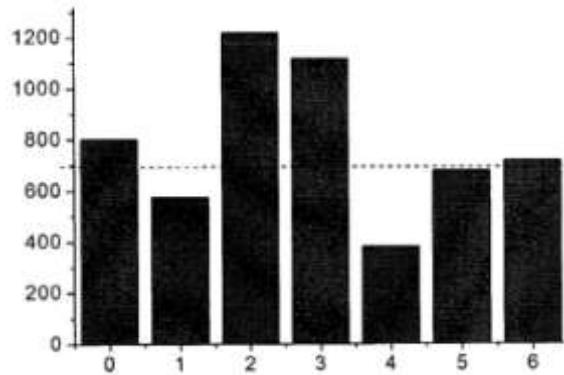


Figure 10. Microhardness of the steel surface layer, subjected to the different types of irradiation: 0 – electron-beam treatment (12 J/cm^2 , $50 \mu\text{s}$, 0.3 Hz , 3 pls.); 1 – electroexplosive copper alloying; 2 – 6 – electroexplosive copper alloying and subsequent electron-beam processing ($E_s = 20 \text{ J/cm}^2$, $\tau = 50 \mu\text{s}$, 0.3 Hz) at $N = 5$ (2); 10 (3); 15 (4); 25 (5); 50 (6) pulses number of the electron beam. A horizontal line denotes a microhardness of steel, quenched from furnace heating (850°C , 1.5 hours.)

named refining (clearing) of melts from harmful or unwanted elements (electron-beam treatment) [10, 11].

Analyzing the results, presented in Fig. 10, it can be noted that the high speed crystallization of steel, alloyed by copper, and following after that cooling are accompanied by a significant increase of the surface layer hardness only in small pulses number of the electron beam (5 and 10 pulses). A further increase of the radiation pulses number is accompanied by a significant decrease in hardness of the surface layer of steel.

Comparing the results, presented in Fig. 9 and Fig. 10, one can establish the relationship between the copper concentration in the surface layer of steel, and the quantity of microhardness. Namely, the low quantity of microhardness of the surface layer to the high values of the copper concentration corresponds. However, the correlation between the characteristics of the steel is negligible, that may indicate the indirect (through the changing of the structure parameters and the phase of composition) effect of copper on the hardness of the steel surface layer.

CONCLUSIONS

1. Electroexplosive copper plating of steel is accompanied by the saturation of the surface layer of copper, carbon and oxygen atoms. Subsequent high-speed cooling of steel is accompanied by the separation of the liquid phase and the formation of a surface layer with the structure of the cellular crystallization. The thickness of cellular structure is about $5 \mu\text{m}$. The thickness of the layer of hardened steel, located at a depth of $5 \mu\text{m}$, is about $7 \mu\text{m}$.

2. Electron-beam treatment of steel is accompanied by the formation of micro-cracks dividing the surface of the specimen into the fragments. The average size of the fragments varies within the range of $30\text{...}60 \mu\text{m}$ and grows with an increase in the number of pulses of electron beam action.

3. With the increase of pulses number of electron beam the copper concentration in the surface layer of thickness $4\text{...}5 \mu\text{m}$ increases from 8 wt. \% at 5 pulses to 18 wt. \% at 50 pulses, i.e. more than in 2 times.

4. High speed crystallization of steel, alloyed by copper, and following after that cooling are accompanied by a significant (more than in ~ 1.5 times in comparison with the hardness of steel, quenched from furnace heating) increase of the surface layer hardness only under small quantities of pulses (5 and 10 pulses.). A further increase of the pulses number of radiation is accompanied by a significant decrease in hardness of the surface layer of steel.

REFERENCES

1. The physical basis of electroexplosive alloying of metals and alloys / A.Ya. Bagautdinov, E.A. Budovskikh, Yu.F. Ivanov, V.E. Gromov. Novokuznetsk: SibSIU Publ. House, 2007. 301 p.
2. Ivanov Yu.F., Koval N.N. Low-energy electron beams submillisecond duration: production and some aspects of application in the field of materials science // The structure and properties of advanced metallic materials. Ch. 13 / edited A.I. Poteikayev. Tomsk: Publ. House NTL, 2007. P. 345-382.
3. Budovskikh E.A., Ivanov Yu.F., Gromov V.E., Raykov S.V., Baschenko L.P., Ionina A.V. The structure and microhardness of the surface layer commercially pure titanium VT1-0 after electroexplosive carburizing and subsequent electron-beam treatment // Aviation industry. 2012. № 2. P. 44-48.
4. Ivanov Yu. F., Budovskikh E.A., Gromov V.E., Baschenko L.P., Soskova N.A., Raykov S.V. The formation of nanocomposite layers on the surface of titanium VT1-0 under the electroexplosive carburizing and electron-beam treatment // Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya-Ferrous Metallurgy. 2012. № 6. P. 67-70.
5. Ivanov Yu.F., Budovskikh E.A., Gromov V.E., Baschenko L.P., Raykov S.V. The formation of gradient structures of the surface layers of commercially pure titanium VT1-0 under the electroexplosive carburizing and following electron-beam treatment // Powder Metallurgy and Metal Ceramics. 2013. № 1. P. 59-63.
6. Baschenko L.P., Raykov S.V., Ivanov Yu.F., Budovskikh E.A., Gromov V.E. Zone hardening layers structural-phase states of commercially pure titanium VT1-0 after electroexplosive carburizing and following electron-beam treatment // Bulletin of TSU. Series: Natural and Tech. Science. 2013. V. 18. № 4. P. 1719-1720.
7. Andrews K.W., Dyson D.J., Keown S.R. Interpretation of electron diffraction patterns. L.: Adam Hilger Ltd., 1971. 293 p.
8. Hirsch P.B., Howie A., Nicholson R.B., Pashley D.W., Whelan M.J. Electron microscopy of thin crystals. Melbourne: Krieger Publishing Co., 1977. 574 p.
9. Engel L., Klingele G. Scanning electron microscopy. The Fracture. Reference. translation from German. Moscow: Metallurgy, 1986. 232 p.
10. Miroshnichenko I.S. Hardening from the liquid state. Moscow: Metallurgy, 1982. 168 p.
11. Bigeyev A.M. Metallurgy of the steel. Theory and technology of steel melting. Moscow: Metallurgy, 1977. 440 p.

GRATITUDES:

1. This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 13-02-12009 ofi_m); and by the Ministry of Education and Science (project no. 270ST).
2. This work was supported by the framework of the project of the state tasks in the sphere of scientific activity (task no. 3.1496.2014/K) and under partial financial support of RFBR (project no. 13-02-12009 OFI_M).

Поступила в редакцию 23 декабря 2014 г.

Громов В.Е., Иванов Ю.Ф., Романов Д.А., Танг Г., Райков С.В., Будовских Е.А., Башенко Л.П., Сонг Г. ЗАКОНОМЕРНОСТИ ЭЛЕКТРОВЗРЫВНОГО МЕДНЕНИЯ СТАЛИ С ПОСЛЕДУЮЩЕЙ ЭЛЕКТРОННО-ПУЧКОВОЙ ОБРАБОТКОЙ

Методами сканирующей и просвечивающей электронной микроскопии исследованы закономерности структуры и рельефа поверхности стали 45 (0,45 % С (по массе)) после электровзрывного меднения и последующей электронно-пучковой обработки. Установлено, что концентрация меди в поверхностном слое увеличивается до двух раз при увеличении числа импульсов электронного пучка. Высокая скорость кристаллизации модифицированного слоя сопровождается ростом микротвердости поверхностного слоя при малом числе импульсов (5 и 10 импульсов). Дальнейшее увеличение числа импульсов приводит к значительному снижению микротвердости поверхностного слоя.

Ключевые слова: электровзрывное легирование; медь; электронно-пучковая обработка; структура; фазовый состав; свойства.

Громов Виктор Евгеньевич, Сибирский государственный индустриальный университет, г. Новокузнецк, Кемеровская область, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой физики им. В.М. Финкеля, e-mail: gromov@physics.sibsiu.ru

Gromov Viktor Evgenievich, Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, Kemerovo Region, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of V.M. Finkel Physics Department, e-mail: gromov@physics.sibsiu.ru

Иванов Юрий Федорович, Институт сильноточной электроники Сибирского отделения Российской академии наук, г. Томск, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, e-mail: yufi55@mail.ru

Ivanov Yury Fedorovich, Institute of High Current Electronics Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, Tomsk, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Main Scientific Worker, e-mail: yufi55@mail.ru

Романов Денис Анатольевич, Сибирский государственный индустриальный университет, г. Новокузнецк, Кемеровская область, Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры физики им. В.М. Финкеля, e-mail: romanov_da@physics.sibsiu.ru

Romanov Denis Anatolyevich, Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, Kemerovo Region, Russian Federation, Candidate of Technics, Associate Professor of V.M. Finkel Physics Department, e-mail: romanov_da@physics.sibsiu.ru

Танг Г., Научно-исследовательский институт университета Циньхуа в Шэньчжэне, Шэньчжэнь, Китайская Народная Республика, доктор технических наук, профессор, e-mail: tanggy@mail.tsinghua.edu.cn

Tang G., Scientific-Research Institute of University Tsinghua in Shenzhen, Shenzhen, People's Republic of China, Doctor of Technics, Professor, e-mail: tanggy@mail.tsinghua.edu.cn

Райков Сергей Валентинович, Сибирский государственный индустриальный университет, г. Новокузнецк, Кемеровская область, Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры физики им. В.М. Финкеля, e-mail: gromov@physics.sibsiu.ru

Raykov Sergey Valentinovich, Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, Kemerovo Region, Russian Federation, Candidate of Technics, Associate Professor of V.M. Finkel Physics Department, e-mail: gromov@physics.sibsiu.ru

Будовских Евгений Александрович, Сибирский государственный индустриальный университет, г. Новокузнецк, Кемеровская область, Российская Федерация, доктор технических наук, профессор кафедры физики им. В.М. Финкеля, e-mail: budovskikh_ea@physics.sibsiu.ru

Budovskikh Evgeny Aleksandrovich, Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, Kemerovo Region, Russian Federation, Doctor of Technics, Professor of V.M. Finkel Physics Department, e-mail: budovskikh_ea@physics.sibsiu.ru

Бащенко Людмила Петровна, Сибирский государственный индустриальный университет, г. Новокузнецк, Кемеровская область, Российская Федерация, кандидат технических наук, ведущий редактор журнала «Известия высших учебных заведений. Черная металлургия», e-mail: luda.baschenko@gmail.com

Baschenko Lyudmila Petrovna, Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, Kemerovo Region, Russian Federation, Candidate of Technics, Senior Editor of journal “Izvestiya vuzov. Chernaya metallurgiya”, e-mail: luda.baschenko@gmail.com

Сонг Г., Научно-исследовательский институт университета Циньхуа в Шэньчжэне, Шэньчжэнь, Китайская Народная Республика, доктор технических наук, профессор, e-mail: tanggy@mail.tsinghua.edu.cn

Song G., Research Institute of University Tsinghua in Shenzhen, Shenzhen, People's Republic of China, Doctor of Technics, Professor, e-mail: tanggy@mail.tsinghua.edu.cn

УДК 532

ГАУССОВСКИЕ МОДЕЛИ ФЛУКТУАЦИОННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

© Лам Тан Фат, Ю.П. Вирченко

Ключевые слова: флюктуационное электромагнитное поле; гауссовское случайное поле; уравнения Максвелла; стохастическая модель; корреляционная функция.

Изучается стохастическое электромагнитное поле, описывающее его тепловые флюктуации в ограниченной полости. Находится общий вид корреляционной функции $K_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s)$ в том случае, когда случайное электромагнитное поле является гауссовским и обладает нулевым средним значением при наличии стохастической пространственной однородности и стационарности по времени.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Начало изучения стохастических моделей электромагнитного поля восходит к работам Д. Рэлея, Д. Джинса, В. Вина и М. Планка при построении теории излучения абсолютно черного тела [1]. В связи с решением этой задачи в теоретической физике возникло, в частности, понятие квантования электромагнитного поля. Следует заметить, что в то время, когда были опубликованы эти исследования, раздел теории вероятностей, идеологически связанный с изучением таких стохастических моделей, как теория случайных процессов (полей), находился в зачаточном состоянии. Этим обстоятельством, в частности, обусловлен в значительной мере выбор пути построения теории излучения абсолютно черного тела, предложенный М. Планком. К настоящему времени развитие теории случайных процессов в двадцатом столетии привело к построению стройной, довольно развитой математической теории, которая позволяет по-новому взглянуть на физическую проблему теплового излучения электромагнитного поля и, в частности, абсолютно черного тела и по-новому подойти к ее решению [2–3]. Наличие такого альтернативного подхода к изучению стохастических электромагнитных полей отнюдь не ведет к необходимости пересмотра современной квантовой точки зрения на электромагнитное поле, однако, дает новые математические возможности при теоретическом моделировании теплового электромагнитного излучения в статистической физике. В настоящем сообщении мы решаем математическую задачу об описании стохастического электромагнитного поля в ограниченной области пространства в предположении о его гауссности, что допустимо в случае, если его случайные флюктуации от среднего значения (в нашем случае, нулевого) малы. Кроме того, для простоты мы предполагаем, что тепловое электромагнитное поле пространственно однородно, находится в термодинамически равновесном состоянии и обладает стохастически независимыми и эквивалентными электрической и магнитной составляющими.

2. ГАУССОВСКИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ

Рассмотрим стохастическое электромагнитное поле $\langle \mathbf{E}, \mathbf{H} \rangle$ в ограниченной полости евклидового пространства. Электрическая и магнитная составляющие каждой случайной реализации поля подчиняются уравнениям Максвелла

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + [\nabla, \mathbf{E}] = 0, (\nabla, \mathbf{H}) = 0, \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = [\nabla, \mathbf{H}], (\nabla, \mathbf{E}) = 0.$$

Далее, при построении стохастической модели удобно использовать математический формализм, при котором для описания каждой реализации электромагнитного поля используется только одна комплексно-значная вектор-функция $\mathbf{F} = \mathbf{E} + i\mathbf{H}$, которая подчинена эквивалентной системе уравнений

$$\frac{i}{c} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} = [\nabla, \mathbf{F}], (\nabla, \mathbf{F}) = 0. \quad (1)$$

Простейшая стохастическая модель, у которой случайные реализации могут быть представлены с вероятностью единица в виде обычных (не обобщенных) гладких вектор-функций, удовлетворяющих уравнению (1), дается конструкцией гауссовского случайного поля. Эта математическая модель может считаться удовлетворительной в том случае, если описываются малые по интенсивности тепловые флюктуации. Мы ограничимся для простоты случаем, когда случайное гауссовское векторное комплекснозначное поле $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ обладает нулевым средним. В этом случае распределение вероятностей поля полностью определяется набором вещественных корреляционных функций $K_{ij}^{(\alpha, \beta)}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s) = \langle F_i^{(\alpha)}(\mathbf{x}, t) F_j^{(\beta)}(\mathbf{y}, s) \rangle$, $\alpha, \beta = \pm$, где $F_i^{(+)} = E_i$, $F_i^{(-)} = H_i$, которые с необходимостью удовлетворяют неравенствам

$$\begin{aligned} & \left\langle \left| \int F_i^{(\alpha)}(\mathbf{x}, t) u_i^{(\alpha)}(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} dt \right|^2 \right\rangle = \\ & = \int K_{ii}^{(\alpha, \alpha)}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s) u_i^{(\alpha)}(\mathbf{x}, t) u_i^{(\alpha)}(\mathbf{y}, s) d\mathbf{x} dy dt ds \geq 0, \end{aligned}$$

в которых по повторяющимся индексам, как верхним $\alpha, \beta = \pm$, так и нижним $i, j = 1, 2, 3$, подразумевается суммирование. Вектор-функции $u_i^{(\alpha)}(\mathbf{x}, t)$, $\alpha = \pm$ являются произвольными финитными и бесконечно дифференцируемыми, как по пространственным аргументам, так и по времени. Это неравенство является также достаточным условием (т. н. теорема Боннера–Хинчина) для того, чтобы существовали два случайных поля $F_i^{(\alpha)}(\mathbf{x}, t)$, $\alpha = \pm$, для которых $K_{ij}^{(\alpha, \beta)}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s)$, $\alpha, \beta = \pm$ являются корреляционными функциями.

При переходе к описанию случайного электромагнитного поля на основе комплекснозначного векторного гауссовского случайного поля $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ набор указанных корреляционных функций заменяется на пару корреляционных функций

$$\begin{aligned} K_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s) &= \langle F_i(\mathbf{x}, t) F_j^*(\mathbf{y}, s) \rangle, \\ L_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s) &= \langle F_i(\mathbf{x}, t) F_j(\mathbf{y}, s) \rangle, i, j = 1, 2, 3, \end{aligned}$$

которые имеют комплекснозначные тензорные значения и обладают, вследствие их определения, свойствами симметрии $K_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s) = K_{ji}^*(\mathbf{y}, s; \mathbf{x}, t)$, $L_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s) = L_{ji}(\mathbf{y}, s; \mathbf{x}, t)$. Заметим, что корреляционная функция $K_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s)$ определяет такую физическую характеристику, как плотность энергии электромагнитного поля $K_{ii}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}, t)/8\pi$. Однако не всякая комплекснозначная тензор-функция второго ранга, обладающая указанным свойством симметрии, является корреляционной функцией векторного комплекснозначного случайного поля. Необходимым и достаточным условием для этого является свойство положительной определенности, которое следует непосредственно из определения корреляционной функции и формулируется в виде неравенства

$$\int K_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s) u_i(\mathbf{x}, t) u_j^*(\mathbf{y}, s) d\mathbf{x} d\mathbf{y} dt ds \geq 0. \quad (2)$$

Оно должно выполняться для любой комплекснозначной, финитной, бесконечно дифференцируемой вектор-функции $u_i(\mathbf{x}, t)$. Это условие является просто проверяемым следствием из указанного выше неравенства для набора корреляционных функций

$$K_{ij}^{(\alpha, \beta)}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s) = \langle F_i^{(\alpha)}(\mathbf{x}, t) F_j^{(\beta)}(\mathbf{y}, s) \rangle, \alpha, \beta = \pm.$$

Кроме общих свойств, которым должна удовлетворять корреляционная функция любого векторного комплекснозначного $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ поля, нужно учесть трансформационные свойства электрического и магнитного полей по отношению к локальным (относительно точки наблюдения) отражениям пространства. Как известно, поле \mathbf{E} является истинным вектором, т. е. при отражении пространства оно умножается на (-1) , а поле \mathbf{H} является псевдовектором, и поэтому при отражении пространства оно не изменяется. Тогда комплекснозначное поле \mathbf{F} при отражении пространства заменяется на $-\mathbf{F}^*$. Это приводит к тому, что стохастическое поле $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ стохастически эквивалентно полю $-\mathbf{F}^*(-\mathbf{x}, t)$. Это, согласно уравнениям (1), будет иметь место в любой момент времени, если такое положение существует в какой-то фиксированный момент. Следовательно, для корреляционной функции имеет место равенство $K_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s) = K_{ij}^*(-\mathbf{x}, t; -\mathbf{y}, s)$, $L_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s) = L_{ij}^*(-\mathbf{x}, t; -\mathbf{y}, s)$.

Будем далее исследовать только случай, когда электромагнитное поле $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ состоит из стохастически независимых и эквивалентных случайных электрического и магнитного полей, т. е. оно имеет стохастически независимые и эквивалентные реальную и мнимую части. Такое положение реализуется в квантовой оптике [4].

Стохастическая эквивалентность электрического и магнитного полей не противоречит указанным выше их различным трансформационным свойствам ввиду их гауссности, статистической независимости и равенства нулю средних значений. При наличии стохастической независимости полей \mathbf{E} и \mathbf{H} , имеем $\langle E_i(\mathbf{x}, t) H_j(\mathbf{y}, s) \rangle = \langle E_i(\mathbf{x}, t) \rangle \langle H_j(\mathbf{y}, s) \rangle$. В этом случае корреляционная функция вещественна

$$K_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s) = \langle E_i(\mathbf{x}, t) E_j^*(\mathbf{y}, s) \rangle + \langle H_i(\mathbf{x}, t) H_j^*(\mathbf{y}, s) \rangle.$$

В этом случае при проверке неравенства (2) достаточно ограничиться вещественными вектор-функциями $u_i(\mathbf{x}, t)$. Если, кроме стохастической независимости, электрическое и магнитное поля стохастически эквивалентны, то $K_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s) = 2 \langle E_i(\mathbf{x}, t) E_j^*(\mathbf{y}, s) \rangle$. При этом корреляционная функция $L_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s)$ равна нулю, т. к.

$$\begin{aligned} \langle F_i(\mathbf{x}, t) F_j^*(\mathbf{y}, s) \rangle &= \langle E_i(\mathbf{x}, t) E_j^*(\mathbf{y}, s) \rangle - \langle H_i(\mathbf{x}, t) H_j^*(\mathbf{y}, s) \rangle + \\ &+ i(\langle E_i(\mathbf{x}, t) \rangle \langle H_j(\mathbf{y}, s) \rangle + \langle E_j(\mathbf{y}, s) \rangle \langle H_i(\mathbf{x}, t) \rangle) = 0. \end{aligned}$$

Перечислим важные частные случаи стохастических гауссовых комплекснозначных векторных полей.

Если случайное поле $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ стохастически локально изотропно, то корреляционная функция $K_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s)$ пропорциональна δ_{ij} , т. е. $K_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s) = K(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s) \delta_{ij}$. В этом случае при проверке неравенства (2) достаточно ограничиться скалярными функциями $u(\mathbf{x}, t)$. Здесь функция $K(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s)$ обладает свойством симметрии $K(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s) = K^*(\mathbf{y}, s; \mathbf{x}, t)$.

Наконец, если поле $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ обладает стохастическими пространственной однородностью и стационарностью по времени, то корреляционная функция представима в виде $K_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s) = K_{ij}(\mathbf{y} - \mathbf{x}, s - t)$, где комплекснозначная тензор-функция $K_{ij}(\mathbf{x}, t)$ зависит уже только от одного пространственного аргумента – радиус-вектора \mathbf{x} и от одного временного аргумента t . Для полей такого типа неравенство (2) запишется в форме

$$\int K_{ij}(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t - s) u_i(\mathbf{x}, t) \bar{u}_j(\mathbf{y}, s) d\mathbf{x} d\mathbf{y} dt ds \geq 0. \quad (3)$$

Кроме того, учитывая свойство поля $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ относительно отражений, получим соотношение $K_{ij}(\mathbf{x}, t) = K_{ij}^*(-\mathbf{x}, t)$.

Далее будем анализировать только стохастические электромагнитные поля, обладающие свойством стохастической трансляционной инвариантности в дополнение к сделанному выше предположению о стохастической независимости и эквивалентности электрической и магнитной составляющих. Мы получим общую формулу, описывающую все возможные корреляционные функции гауссовых электромагнитных полей при наличии их пространственной однородности в ограниченной полости и стационарности по времени. Это согласуется с физическим представлением об однородных тепловых флуктуациях электромагнитного поля в термодинамически равновесном состоянии. Для решения этой задачи нужно найти общий вид корреля-

ционной функции $K_{ij}(\mathbf{x}, t)$, удовлетворяющей неравенству (3), для поля $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$, подчиняющегося уравнениям (1).

3. ОПИСАНИЕ КЛАССА ГАУССОВСКИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ

Для простоты будем считать, что полость Ω представляет собой куб с размером ребра L . Введем набор коэффициентов ряда Фурье, периодически продолженного по пространственным переменным электромагнитного поля с куба Ω на все пространство.

$$\bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t) = |\Omega|^{-1} \int_{\Omega} K_{ij}(\mathbf{x}, t) \exp(-i(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{x})) d\mathbf{x}, \boldsymbol{\kappa} \in \bar{\Omega}, \quad (4)$$

$\bar{\Omega} = \left\{ \boldsymbol{\kappa} = \frac{2\pi}{L}(n_1 \mathbf{e}_1 + n_2 \mathbf{e}_2 + n_3 \mathbf{e}_3); n_j \in \mathbb{Z} \right\}$. При таком подходе мы должны с необходимостью считать, что корреляционная функция $K_{ij}(\mathbf{x}, t)$ является трехмерно периодической с периодом в виде области Ω . Следствием свойства симметрии функции $K_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s)$ является следующее свойство тензор-функции $K_{ij}(\mathbf{x}, t), K_{ij}(\mathbf{x}, t) = \bar{K}_{ji}^*(-\mathbf{x}, -t)$. Тогда набор $\{\bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t); \boldsymbol{\kappa} \in \bar{\Omega}, i = 1, 2, 3\}$ обладает свойством

$$\bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t) = \bar{K}_{ji}^*(\boldsymbol{\kappa}, -t). \quad (5)$$

Вместе с коэффициентами $\bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t)$ определим коэффициенты аналогичного ряда Фурье для случайного поля $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$

$$\bar{F}_i(\boldsymbol{\kappa}, t) = |\Omega|^{-1} \int_{\Omega} F_i(\mathbf{x}, t) \exp(-i(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{x})) d\mathbf{x}, \boldsymbol{\kappa} \in \bar{\Omega}. \quad (6)$$

Набор коэффициентов Фурье $\{\bar{F}_i(\boldsymbol{\kappa}, t); \boldsymbol{\kappa} \in \bar{\Omega}, i = 1, 2, 3\}$ представляет собой в силу линейности преобразования (6) набор гауссовских случайных величин. Они обладают нулевым средним $\langle \bar{F}_i(\boldsymbol{\kappa}, t) \rangle = 0$ в силу $\langle \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) \rangle = 0$ и характеризуются корреляционной функцией $\bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t)$, в том смысле, что имеет место следующее представление

$$\bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}_1, t) \delta_{\boldsymbol{\kappa}_1, \boldsymbol{\kappa}_2} = \langle \bar{F}_i(\boldsymbol{\kappa}_1, t) \bar{F}_j^*(\boldsymbol{\kappa}_2, 0) \rangle, \quad (7)$$

где $\delta_{\boldsymbol{\kappa}_1, \boldsymbol{\kappa}_2}$ – символ Кронекера, определенный на наборе векторов $\bar{\Omega}$. Для того чтобы имело место неравенство (3), необходимо и достаточно, чтобы для корреляционной функции $\bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t)$ выполнялось неравенство

$$\sum_{\boldsymbol{\kappa} \in \bar{\Omega}} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t_1 - t_2) \bar{u}_i(\boldsymbol{\kappa}, t_1) \bar{u}_j^*(\boldsymbol{\kappa}, t_2) dt_1 dt_2 \geq 0, \quad (8)$$

для произвольных комплекснозначных вектор-функций

$$\bar{u}_i(\boldsymbol{\kappa}, t) = |\Omega|^{-1} \int_{\Omega} u_i(\mathbf{x}, t) \exp(-i(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{x})) d\mathbf{x},$$

которые являются финитными, бесконечно дифференцируемыми по t и служат коэффициентами Фурье для финитных бесконечно дифференцируемых функций по пространственным аргументам с носителем у каждой из них, расположенным в Ω .

Наконец, исходя из (6), находим ограничения на статистические свойства коэффициентов $\bar{F}_i(\boldsymbol{\kappa}, t)$, которые связаны с преобразованием отражения пространст-

ва. Выбирая в формуле (6) начало координат в центре кубической области и проделав очевидные преобразования интеграла, находим, что набор коэффициентов $\{\bar{F}_i(\boldsymbol{\kappa}, t); \boldsymbol{\kappa} \in \bar{\Omega}, i = 1, 2, 3\}$ стохастически эквивалентен набору $\bar{F}_j(\boldsymbol{\kappa}, t) \sim \bar{F}_j^*(\boldsymbol{\kappa}, t)$ при любых t .

Из уравнений (1) следует, что набор случайных коэффициентов $\{\bar{F}_i(\boldsymbol{\kappa}, t); \boldsymbol{\kappa} \in \bar{\Omega}, i = 1, 2, 3\}$ удовлетворяет с вероятностью единица системе уравнений

$$\frac{1}{c} \dot{\bar{F}}_i = \varepsilon_{ijk} (\boldsymbol{\kappa})_j \bar{F}_k, (\boldsymbol{\kappa})_k \bar{F}_k = 0, \quad (9)$$

что влечет выполнимость следующих тождеств для корреляционной функции

$$\frac{1}{c} \dot{\bar{K}}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t) = \varepsilon_{ikl} \boldsymbol{\kappa}_k \bar{K}_{lj}(\boldsymbol{\kappa}, t), \boldsymbol{\kappa}_l \bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t) = 0. \quad (10)$$

Из эволюционной системы уравнений следует, что каждая компонента тензор-функции $\bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{c^2} \ddot{\bar{K}}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t) = \varepsilon_{ikl} \boldsymbol{\kappa}_k \varepsilon_{lmn} \boldsymbol{\kappa}_m \bar{K}_{nj}(\boldsymbol{\kappa}, t) = -\boldsymbol{\kappa}^2 \bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t),$$

что приводит к следующей общей форме ее зависимости от времени

$$\bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t) = K_{ij}^{(+)}(\boldsymbol{\kappa}) e^{ic|\boldsymbol{\kappa}|t} + K_{ij}^{(-)}(\boldsymbol{\kappa}) e^{-ic|\boldsymbol{\kappa}|t}$$

или, с учетом свойства (5), $K_{ji}^{(-)*}(\boldsymbol{\kappa}) = K_{ij}^{(+)}(\boldsymbol{\kappa}) = K_{ij}(\boldsymbol{\kappa})$,

$$\bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t) = K_{ij}(\boldsymbol{\kappa}) e^{ic|\boldsymbol{\kappa}|t} + K_{ji}^*(\boldsymbol{\kappa}) e^{-ic|\boldsymbol{\kappa}|t}. \quad (11)$$

Подстановка этого выражения во второе (алгебраическое) соотношение в (9) приводит, на основе линейной независимости временных экспонент с противоположными знаками в показателях, к условиям «поперечности» для коэффициентов $\{\bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t); \boldsymbol{\kappa} \in \bar{\Omega}, i = 1, 2, 3\}$, $\boldsymbol{\kappa}_l \bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}) = 0, \boldsymbol{\kappa}_j \bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}) = 0$. Опишем общий вид тензорных коэффициентов $\bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}) = 0$, удовлетворяющих этим алгебраическим соотношениям.

Запишем общее решение первого уравнения (8)

$$\bar{F}_j(\boldsymbol{\kappa}, t) = F_j^{(+)}(\boldsymbol{\kappa}) e^{ic|\boldsymbol{\kappa}|t} + F_j^{(-)}(\boldsymbol{\kappa}) e^{-ic|\boldsymbol{\kappa}|t}. \quad (12)$$

Используя условие стохастической эквивалентности $\bar{F}_j(\boldsymbol{\kappa}, t) \sim \bar{F}_j^*(\boldsymbol{\kappa}, t)$, находим, что $F_j^{(+)}(\boldsymbol{\kappa}) \sim F_j^{(-)}(\boldsymbol{\kappa})$. Здесь гауссовые случайные коэффициенты $F_j^{(+)}(\boldsymbol{\kappa})$ и $F_j^{(-)}(\boldsymbol{\kappa})$ обладают нулевыми средними значениями, т. е. полностью характеризуются корреляционными матрицами $\langle F_i^{(\alpha)}(\boldsymbol{\kappa}) F_j^{(\beta)*}(\boldsymbol{\kappa}) \rangle$, $\langle F_i^{(\alpha)}(\boldsymbol{\kappa}) F_j^{(\beta)}(\boldsymbol{\kappa}) \rangle$, где $\alpha, \beta = \pm$.

Подставим представление (11) в формулу (7). Сравнивая с общей формулой (10) для корреляционной функции, находим, что матричные коэффициенты $K_{ij}(\boldsymbol{\kappa})$ представляются выражением

$$\begin{aligned} \bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}) &= \langle F_j^{(-)*}(\boldsymbol{\kappa}) (F_i^{(+)}(\boldsymbol{\kappa}) + F_i^{(-)}(\boldsymbol{\kappa})) \rangle = \\ &= 2 \langle F_i^{(+)}(\boldsymbol{\kappa}) F_j^{(+)*}(\boldsymbol{\kappa}) \rangle, \end{aligned} \quad (13)$$

где имеют место равенства

$$\begin{aligned}\langle F_i^{(+)}(\boldsymbol{\kappa})F_j^{(+)*}(\boldsymbol{\kappa}) \rangle &= \langle F_i^{(-)}(\boldsymbol{\kappa})F_j^{(-)*}(\boldsymbol{\kappa}) \rangle, \\ \langle F_i^{(-)}(\boldsymbol{\kappa})F_j^{(+)}(\boldsymbol{\kappa}) \rangle &= \langle F_i^{(+)}(\boldsymbol{\kappa})F_j^{(-)}(\boldsymbol{\kappa}) \rangle = 0.\end{aligned}$$

Равенство нулю в последнем случае вытекает из условия равенства нулю корреляционной функции $L_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s)$, т. к. в этом случае равно нулю математическое ожидание

$$\langle \bar{F}_i(\boldsymbol{\kappa}, t)\bar{F}_j(\boldsymbol{\kappa}, 0) \rangle = |\Omega|^{-1} \int_{\Omega} L_{ij}(\mathbf{x}, t) \exp(-i(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{x})) d\mathbf{x} = 0,$$

$$\boldsymbol{\kappa} \in \bar{\Omega}.$$

Подставляя в левую часть равенства явный вид решений (12) и пользуясь произвольностью момента времени t , находим, что

$$\langle F_i^{(+)}(\boldsymbol{\kappa})(F_j^{(+)}(\boldsymbol{\kappa}) + F_j^{(-)}(\boldsymbol{\kappa})) \rangle = 2\langle F_i^{(+)}(\boldsymbol{\kappa})F_j^{(-)}(\boldsymbol{\kappa}) \rangle = 0.$$

Таким образом, в рассматриваемом нами случае набор корреляционных коэффициентов полностью характеризуется матрицей $\langle F_i^{(+)}(\boldsymbol{\kappa})F_j^{(+)*}(\boldsymbol{\kappa}) \rangle$ и имеет место равенство (13).

Для описания общей структуры матрицы $\langle F_i^{(+)}(\boldsymbol{\kappa})F_j^{(+)*}(\boldsymbol{\kappa}) \rangle$ воспользуемся условием поперечности (второе уравнение в (9)). Из этого условия и (12) следует, что с вероятностью единицы имеют место свойства поперечности коэффициентов $F_j^{(+)}(\boldsymbol{\kappa})$ и $F_j^{(-)}(\boldsymbol{\kappa})$, $(\boldsymbol{\kappa})_k F_k^{(+)}(\boldsymbol{\kappa}) = 0$, $(\boldsymbol{\kappa})_k F_k^{(-)}(\boldsymbol{\kappa}) = 0$. Общее решение каждого из этих уравнений имеет вид

$$F_i^{(\pm)}(\boldsymbol{\kappa}) = \varepsilon_{ijk}(\boldsymbol{\kappa})_j A_k^{(\pm)}(\boldsymbol{\kappa}).$$

Случайные коэффициенты $A_j^{(\pm)}(\boldsymbol{\kappa})$ в этом представлении определяются однозначно при дополнительном условии их поперечности $(\boldsymbol{\kappa})_k A_k^{(\pm)}(\boldsymbol{\kappa}) = 0$, $A_i^{(\pm)}(\boldsymbol{\kappa}) = -\frac{1}{\kappa^2} \varepsilon_{ijk}(\boldsymbol{\kappa})_j F_k^{(\pm)}(\boldsymbol{\kappa})$.

Ввиду линейности этого преобразования набор случайных коэффициентов $A_i^{(\pm)}(\boldsymbol{\kappa})$ является гауссовским, и они имеют нулевые средние значения. По этой причине этот набор полностью характеризуется корреляционными матрицами $\langle A_i^{(\alpha)}(\boldsymbol{\kappa})A_j^{(\beta)*}(\boldsymbol{\kappa}) \rangle$, $\langle A_i^{(\alpha)}(\boldsymbol{\kappa})A_j^{(\beta)}(\boldsymbol{\kappa}) \rangle$, где $\alpha, \beta = \pm$. Нам достаточно использовать только одну матрицу при $\alpha = \beta = 1$. Введем корреляционную матрицу $2\langle A_i^{(+)}(\boldsymbol{\kappa})A_j^{(+)*}(\boldsymbol{\kappa}) \rangle = D_{ij}(\boldsymbol{\kappa})$, которая является эрмитовой и положительной согласно ее определению. На ее основе и формулы (13) матрица $\bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa})$ записывается в виде

$$K_{ij}(\boldsymbol{\kappa}) = \varepsilon_{ikl} \varepsilon_{jmn}(\boldsymbol{\kappa})_k(\boldsymbol{\kappa})_m D_{ln}(\boldsymbol{\kappa}). \quad (14)$$

Проверим выполнимость неравенства (8) для корреляционной функции вида (11). Непосредственной подстановкой находим, что для его выполнимости нужно, чтобы

$$\operatorname{Re} \sum_{\boldsymbol{\kappa} \in \bar{\Omega}} \bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}) \bar{u}_i(\boldsymbol{\kappa}) \bar{u}_j^*(\boldsymbol{\kappa}) \geq 0,$$

где $\bar{u}_i(\boldsymbol{\kappa}) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{u}_i(\boldsymbol{\kappa}, t) \exp(ic|\boldsymbol{\kappa}|t) dt$ – произвольные векторные коэффициенты, зависящие от номера $\boldsymbol{\kappa} \in \bar{\Omega}$. Это последнее неравенство заведомо выполняется при положительной, при каждом $\boldsymbol{\kappa}$, матрице $D_{ij}(\boldsymbol{\kappa})$. Достаточно ввести векторные коэффициенты $\hat{u}_i(\boldsymbol{\kappa}) = \varepsilon_{ik}(\boldsymbol{\kappa})_k u_i(\boldsymbol{\kappa})$, которые являются также произвольными

$$\operatorname{Re} \sum_{\boldsymbol{\kappa} \in \bar{\Omega}} D_{ij}(\boldsymbol{\kappa}) \hat{u}_i(\boldsymbol{\kappa}) \hat{u}_j^*(\boldsymbol{\kappa}) \geq 0.$$

Наконец, заметим следующее. Так как поле $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ удовлетворяет уравнениям (1), то оно является дифференцируемым по пространственным аргументам с вероятностью единица, по крайней мере в среднем квадратичном. Это означает, что с той же вероятностью имеет место ограничение

$$\sum_{\boldsymbol{\kappa} \in \bar{\Omega}} \boldsymbol{\kappa}^2 |\bar{F}_i(\boldsymbol{\kappa}, t)|^2 < \infty.$$

Оно приводит к ограничению на зависимость от $\boldsymbol{\kappa}$ набора коэффициентов $\bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t)$,

$$\sum_{\boldsymbol{\kappa} \in \bar{\Omega}} \boldsymbol{\kappa}^2 |\bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t)| < \infty,$$

что устанавливается с помощью неравенства Коши–Бунковского. Подстановка выражения (14) приводит к ограничению для выбора зависимости от $\boldsymbol{\kappa}$ матрицы $D_{ij}(\boldsymbol{\kappa})$,

$$\sum_{\boldsymbol{\kappa} \in \bar{\Omega}} \boldsymbol{\kappa}^4 |D_{ij}(\boldsymbol{\kappa})| < \infty.$$

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем полученный нами результат в виде отдельного утверждения.

Теорема. Класс всех случайных стохастически пространственно однородных гауссовых электромагнитных полей с нулевым средним значением в ограниченной области Ω со стохастически независимыми и эквивалентными электрической и магнитной составляющими описывается формулами (11) и (14), которые определяют общий вид коэффициентов $\bar{K}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}, t)$ фурье-разложения корреляционной функции $K_{ij}(\mathbf{x}, t)$ по пространственным аргументам.

Непосредственным следствием наших рассмотрений в этом сообщении является вывод о том, что в рамках теории гауссовых случайных полей возможно построение модели стохастического электромагнитного поля (в вакууме) с интегрируемой спектральной плотностью. При этом спектральная плотность энергии может иметь довольно произвольный (в частности, планковский) вид.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борн М. Атомная физика. М.: Мир, 1965. 492 с.
2. Рытов С.М. Теория электрических флуктуаций и теплового излучения. М.: Изд-во АН СССР, 1953.
3. Рытов С.М., Татарский В.И., Кравцов Ю.А. Введение в статистическую радиофизику: в 2 ч. М.: Наука, 1978. Ч. 2. Случайные поля. 464 с.

4. Клаудер Дж., Сударшан Э. Основы квантовой оптики. М.: Мир, 1970. 428 с.
5. Фат Л.Т., Вирченко Ю.П. Движение частицы в случайном стохастически однородном и изотропном магнитном поле с частотным спектром белого шума // Дифференциальные уравнения и их приложения: материалы Междунар. конф., 26–31 мая 2013 г., г. Белгород. Белгород: Политехнера, 2013. С. 192–193.
6. Фат Лам Тан, Вирченко Ю.П. Стохастически однородные и изотропные магнитные поля // Belgorod State University Scientific Bulletin Mathematics & Physics. 2013. Т. 19 (162). № 32. С. 176–183.
7. Фат Лам Тан, Вирченко Ю.П. О теореме Гельмгольца для почти-периодических в среднем квадратичном векторных полей // Belgorod State University Scientific. Bulletin Mathematics & Physics. 2013. Т. 26 (169). № 33. С. 99–104.
8. Лам Тан Фат, Вирченко Ю.П. Стохастически однородные и изотропные соленоидальные гауссовские поля // Тезисы зимней математической школы С.Г. Крейна. Воронеж: ВГУ, 2014. С. 204–208.
9. Лам Тан Фат, Вирченко Ю.П. Гауссовские почти периодические в среднем квадратичном соленоидальные векторные поля //

Belgorod State University Scientific. Bulletin Mathematics & Physics. 2014. Т. 5 (176). № 34. С. 134–141.

Поступила в редакцию 23 декабря 2014 г.

Lam Tan Phat, Virchenko Y.P. GAUSSIAN MODELS OF FLUCTUATION ELECTROMAGNETIC FIELD

Stochastic electromagnetic field that describes its thermal fluctuations in bounded cavity is studied. The general form of the correlation function $K_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{y}, s)$ is found in the case when the random electromagnetic field is gaussian with zero average and the stochastic space uniformity and the stationarity are assumed.

Key words: fluctuation electromagnetic field; gaussian random field; Maxwell's equations; stochastic model; correlation function.

Лам Тан Фат, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Российская Федерация, аспирант, кафедра теоретической и математической физики, e-mail: lam_tan_phat@yahoo.com

Lam Tan Phat, Belgorod State National Research University, Belgorod, Russian Federation, Post-graduate Student, Theoretical and Mathematical Physics Department, e-mail: lam_tan_phat@yahoo.com

Вирченко Юрий Петрович, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой теоретической и математической физики, e-mail: virch@bsu.edu.ru

Virchenko Yuri Petrovich, Belgorod State National Research University, Belgorod, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of Theoretical and Mathematical Physics Department, e-mail: virch@bsu.edu.ru

УДК 616-006

КЛАССИЧЕСКАЯ ОСТЕОСАРКОМА

**© И.В. Булычева, Д.В. Рогожин, Н.Е. Кушлинский, Ю.Н. Соловьев,
F. Bertoni, P. Bacchini, В.Ю. Рошин, А.Н. Казакова, М.Д. Алиев**

Ключевые слова: остеосаркома; остеоид; первичная саркома кости.

Остеосаркома (ОС) – злокачественная опухоль кости, возникающая из костеобразующей мезенхимы и характеризующаяся продукцией атипичного остеоида и костных структур злокачественными пролиферирующими опухолевыми клетками. ОС возникает из мультипотентных клеток мезенхимальной природы, способных дифференцироваться в направлении хряща или кости. И хотя ОС обнаруживает нередко признаки хондросаркомы и фибросаркомы, все эти опухоли, и в первую очередь ОС, необходимо строго дифференцировать между собой. Этиология ОС в большинстве случаев неизвестна. Наиболее частой локализацией ОС являются длинные трубчатые кости. Основная масса (около 80 %) ОС развивается в метафизах длинных трубчатых костей зоны коленного сустава (дистальный метафиз бедренной, проксимальные метафизы большеберцовой и малоберцовой костей) и проксимальном метафизе плечевой кости. Эти отделы скелета являются в физиологическом отношении наиболее ответственными за рост скелета; именно здесь протекают самые активные процессы ростового остеогенеза; и, по-видимому, именно с ними связана большая вероятность опухолевой трансформации. Для диагностики ОС чрезвычайно важно сопоставление рентгенологической картины очага поражения с морфологическими изменениями, а точнее, обязательный анализ рентгенологической картины перед анализом гистологических или цитологических препаратов. На основании этих совокупных данных выделяют несколько клинико-патологических вариантов ОС. В настоящее время активно ведется изучение ОС на генетическом уровне с целью разработки более эффективных методов лечения данной опухоли, поскольку 5-летняя выживаемость при метастатическом распространении остается крайне низкой (20–25 %).

Морфологическая и биологическая характеристика костеобразующих опухолей представлена широким спектром новообразований скелета. Данная группа опухолей характеризуется как центральное (медуллярное) или поверхностное поражение кости с продукцией опухолевыми клетками органических компонентов костного матрикса, который в ряде случаев минерализуется.

OSTEOGENIC TUMORS

ОСТЕОГЕННЫЕ ОПУХОЛИ

Osteosarcoma	9180/3
Остеосаркома	
conventional	9180/3
классическая (типичная)	
chondroblastic	9181/3
хондробластическая	
fibroblastic	9182/3
фибробластическая	
osteoblastic	9180/3
остеобластическая	
Telangiectatic	9183/3
Телангиэктатическая	
Small cell	9185/3
Мелкоклеточная	
Low grade central	9187/3
Высокодифференцированная центральная	
Secondary	9180/3
Вторичная	
Parosteal	9192/3
Паростальная	
Periosteal	9193/3

Периостальная

High grade surface	9194/3
Низкодифференцированная поверхностная	

Продуцирующие остеоид клетки обладают фенотипом остеобластов и при активной продукции костного матрикса приобретают большие размеры и значительный объем эозинофильной цитоплазмы. Ядра этих клеток, как правило, расположены эксцентрично, направлены в противоположную сторону от фокусов продукции матрикса, ядерный хроматин дисперсный, ядрышки четко очерченные. Опухолевые клетки, замурованные в нагромождениях новообразованного матрикса, как правило, мельче, чем клетки, расположенные на поверхности, и ближе по морфологии к неопухолевым остеоцитам. Данный феномен имеет определение «нормализации». Однако описанные цитологические особенности широко варьируют в зависимости от биологического потенциала опухоли.

Характер роста, инфильтративный или охватывающий кость по окружности, является важной морфологической составляющей опухолевого процесса. Архитекторами вновь образованной кости, кортикальная или трабекулярная, пластинчатая или губчатая, во многом определяет биологический потенциал опухоли. Доброкачественные опухоли, как правило, четко очерчены, костный матрикс откладывается в виде трабекулярных, пластинчатых или губчатых, достаточно рыхлых ленточных структур. Кортикальный тип костных напластований встречается крайне редко за исключением

остеом. Пластиначатый тип новообразованной кости не встречается в остеосаркомах.

Первичные злокачественные саркомы костей встречаются редко. Статистические данные насчитывают около 2900 новых случаев, что составляет 0,2 % от всех злокачественных новообразований, впервые выявленных в течение года [1]. При диагностике и ведении больных с данной патологией необходимо строго придерживаться разработанного во многих ортопедических клиниках алгоритма с участием специалистов нескольких специальностей: хирурга ортопеда, рентгенолога, морфолога со знанием молекулярной патологии и онколога.

За последние годы наиболее значимые изменения в ортопедической патологии произошли в двух основных областях. Одним из направлений является развитие молекулярной патологии с новыми генетическими и иммунопротоколами данными, влияющими на диагностику, выбор тактики лечения и прогноз заболевания. С другой стороны, достигнуты большие успехи в разработке новых хирургических и химиотерапевтических методов терапии. Новейшие хирургические и минимально инвазивные методы, технологии протезирования высочайшего качества, применение бисфосфонатов, современной химиотерапии, анти-RANK-лигандов являются достижениями последних лет. При комплексном подходе к проблеме 5-летняя выживаемость при наиболее часто встречающихся саркомах костей достигла 70 % при остеосаркоме и 60 % при саркоме Юинга.

В настоящее время научный акцент и приоритет в экспериментальных разработках принадлежат генетическим исследованиям. Большинство классических остеосарком имеют комплексные (3 и более) хромосомные аберрации, как количественные, так и структурные. Модальное число хромосом (общее количество хромосом) патологического клона высоко вариабельно. Часто встречается сосуществование множества клонов, как родственных, так и неродственных. Изменчивость хромосомных аберраций от клетки к клетке отражает тем самым высокий уровень генетической нестабильности и гетерогенности данного типа опухоли. В связи с чем крайне затруднительно получить полный кариотип опухоли, используя только метод стандартного кариотипирования (метод дифференциальной окраски хромосом) [2].

Для изучения генетического профиля остеосарком используют новые методы: сравнительной геномной гибридизации (CGH – comparative genomic hybridization), секвенирования (в частности, определения одноклеточного полиморфизма – SNP – single nucleotide polymorphism), определения потери гетерозиготности (LOH – loss of heterozygosity).

Повторяющиеся амплификации и увеличения копийности определенных участков ДНК были выявлены на нескольких определенных регионах хромосом: 1p36, 1q21-22, 6p12-21, 8q21-24, 12q11-14, 17p11-13, 19q12-13. Реже встречаются потери генетического материала регионов: 3q13, 8p21, 9p13, 13q14 [2].

Частая делекция, или потеря гетерозиготности участка 3q13 является специфичной аберрацией для остеосарком (в настоящее время описана также только при раке яичников). В данном регионе картирован ген – онкосупрессор *LSAMP* (gene limbic system-associated membrane protein), регулирующий пролиферацию клеток и, предположительно, играющий ведущую роль в

патогенезе развития опухоли. Имеется тенденция к ассоциации делекции 3q12 с прогрессией и неблагоприятным прогнозом заболевания [3].

Большинство наиболее широко описанных и часто встречающихся амплификаций, или увеличений числа копий генов при остеосаркоме ассоциированы с неблагоприятным прогнозом и прогрессией заболевания. Амплификация и увеличение копийности региона 6p12-21 встречаются в 40–50 % случаев данного варианта опухоли. Потенциальным таргетным геном данного региона является ген *RUNX2*, участвующий в дифференцировке остеобластов. Высокий уровень экспрессии *RUNX1* также ассоциирован с плохим ответом на терапию [2]. Амплификация и увеличение числа копий региона 8q21-24 с картированным на нем геном *MYC* наблюдаются в 45–55 %. Однако гиперэкспрессию *MYC* наблюдали в 15 % случаев [2].

Амплификация гена *CDK4* (cyclin-dependent kinase 4 gene), локализованного в регионе 12q13-14, встречается в 10 % случаев. Делекцию гена *CDKN2A* (cyclin-dependent kinase inhibitor 2A) на участке 9p21 выявляют в 15 % случаев. Делекция или потеря гетерозиготности генов-онкосупрессоров *RBI* (retinoblastoma 1) (регион 13q13) и *TP53* (tumor protein p53) (регион 17p), конституционная инактивация которых ассоциирована с врожденной ретинобластомой и синдромом Ли-Фраумени, соответственно, встречается также в 35–40 % случаев спорадических остеосарком [3].

Цитогенетически паростальная остеосаркома характеризуется одной или более добавочной кольцевой хромосомой, часто являющейся единственной аберрацией. Кариотип, как правило, околодиплоидный (модальное число хромосом около 46). Кольцевая хромосома состоит из амплифицированного материала региона q13-15 12 хромосомы. Потенциальными таргетными генами данного участка являются *CDK4* и *MDM2* (murine double minute 2 gene), которые амплифицированы более, чем в 85 % случаев. Амплификация обычно сопровождается повышенным уровнем экспрессии этих генов. Те же генетические изменения характерны для атипичных липом/хорошо дифференцированных липосарком [3]. Также амплификация тех же генов встречается при high-grade остеосаркоме, однако частота составляет около 10 % случаев. Другие варианты остеосаркомы в связи с низкой частотой выявления не имеют столь подробного описания генетического профиля. Как правило, генетические исследования выполнены на небольшом числе наблюдений, что не позволяет достоверно выявить общие повторяющиеся хромосомные аберрации. В целом, для них не характерны столь множественные хромосомные и молекулярные аберрации, выявляемые при классическом варианте остеосаркомы. Часто встречаются точечные мутации, делекции *TP53* [2–3].

Ряд наследственных заболеваний ассоциирован с повышенным риском развития остеосарком. Среди них: синдром Ли-Фраумени, врожденная ретинобластома, синдром Ротмунда–Томпсона, врожденный множественный экзостоз, синдром Вернера, наследственная гипоплазия или отсутствие большого пальца [2].

Остеосаркомой называется злокачественная остеогенная опухоль, состоящая из неопластических клеток, которые продуцируют остеоид или субстанцию, гистологически неотличимую от него хотя бы в одном поле зрения [3]. В прошлом широкое распространение имел термин остеогенная саркома (т. е. саркома, возникаю-

щая в кости), который использовали в более широком смысле для обозначения всех саркоматозных новообразований костей. Позже этот термин стали использовать только для сарком, продуцирующих кость, а в последнее время ввели основной унифицированный термин остеосаркома, сохранив название «остеогенная саркома» только в качестве синонима центральной остеосаркомы (low-grade).

Классическая остеосаркома – это внутрикостная злокачественная опухоль (high-grade), клетки которой продуцируют кость. Считается первичной, если развивается в неизмененной кости, и вторичной, если развивается на фоне облучения, болезни Педжета и др.

Классическая остеосаркома является наиболее частой первичной саркомой высокой степени злокачественности с поражением костей [4]. Несмотря на это, в структуре всех злокачественных опухолей, возникающих у населения США и России, она составляет менее 1 % [4–5]. Частота возникновения от 10 до 26 новых случаев на 1 млн населения планеты в год [6]. Имеет бимодальное возрастное распределение. Первый пик в возрастной группе 10–14 лет, второй – в возрасте старше 40 лет. Крайне редко встречается у детей в возрасте до 5 лет [7]. Гендерное распределение в пользу мужчин с соотношением 1,35:1. Как результат злокачественной трансформации болезни Педжета встречается приблизительно в 1 % случаев, чаще у больных с множественным поражением костей, с пиком на седьмой декаде жизни и составляет до половины всех случаев остеосарком у пациентов старше 60 лет. Остеосаркома является самой частой саркомой, индуцированной облучением (2,7–5,5 % всех остеосарком), чаще у пациентов старше 40 лет. Реже ассоциирована с доброкачественными опухолями и опухолеподобными поражениями костей (фиброзная дисплазия, простая костная киста) и металлическими протезами. В исследовании L. Mirello et al. [5] первичная остеосаркома составила 88 %, вторичная 10 % и как следствие болезни Педжета – 2 %. Описаны случаи вторичной остеосаркомы у детей после комплексного лечения острого лимфобластного лейкоза и гамма/дельта-Т-клеточной лимфомы [8].

Этиология возникновения остеосаркомы неизвестна. Возникает *de novo* без каких-либо предрасполагающих факторов. Может появляться после травмы, инородного тела (ортопедические имплантанты) [9]. Приводятся данные о повышенном риске возникновения остеосаркомы у детей с массой тела при рождении более 4046 г и ростом выше среднего [10]. Считается, что остеосаркома развивается из мезенхимальной стволовой клетки с минимальной остеобластической дифференцировкой, однако «cell of origin» остается неизвестной [11], наблюдается, как было указано выше, чаще среди различных генетически обусловленных синдромах (Li-Fraumeni, врожденной ретинобластоме, Rothmund-Thomson, анемии Diamond Blackfan, синдроме Bloom, Werner и других синдромах) [12].

Остеосаркома развивается в различных костях, однако чаще в длинных трубчатых костях конечностей [5], особенно в дистальной части бедренной кости (30 %), проксимальной части большеберцовой кости (15 %), проксимальной части плечевой кости (15 %). Данные локализации объясняются наибольшей пролиферацией «ростковой пластиинки». В длинных костях скелета опухоль обычно локализуется в метафизе (90 %), реже в диафизе (9 %) и крайне редко в эпифизе. Опухоли с локализацией в челюстях, костях таза и по-

зvonках, как правило, наблюдаются в старших возрастных группах. При поражении челюстей опухоль чаще встречается в нижней челюсти, чем в верхней (58 и 42 % соответственно) [13]. Вовлечение в патологический процесс мелких костей скелета отмечено в редких наблюдениях [2]. Мультифокальное поражение встречается при болезни Педжета в 15–20 % случаев. Однако до сих пор остается открытым вопрос, является ли это первично-множественным или метастатическим поражением.

Клинически заболевание проявляется прогрессивным увеличением объема пораженной части тела. Больных беспокоит «глубокая» нарастающая боль, иногда в течение нескольких недель или месяцев. Кожа над опухолью может быть гиперемированной, отечной, с подчеркнутым венозным рисунком. Из-за большого объема поражения могут быть ограничены движения в соответствующем суставе, в ряде случаев наблюдается выпот в полость сустава. В запущенных случаях отмечается потеря массы тела и кахексия. В 5–10 % наблюдений регистрируются патологические переломы. Есть данные, что у детей в возрасте до 5 лет чаще встречается диафизарная локализация, заболевание протекает агрессивнее и хуже отвечает на проводимую химиотерапию [14].

Рентгенологическая картина при классической остеосаркоме может варьировать в широких пределах. Обычно определяется опухоль больших размеров, разрушающая кортикальную пластиинку и надкостницу (литический компонент). Опухолевый узел имеет нечеткие очертания, обладает массивным мягкотканым компонентом. Часто обнаруживается т. н. «облаковидный» компонент (cloud-like) из-за неравномерной осификации опухоли. Большинство опухолей у детей, возникающих в метафизарной зоне, вовлекают в патологический процесс ростовую пластиинку, что усложняет хирургическую резекцию и приводит к нарушению синхронного роста конечности [11].

При макроскопическом исследовании опухолевого узла при остеосаркоме выявляется зона поражения более 5–10 см в наибольшем измерении с преобладанием, как правило, вовлечения в процесс метафизарного отдела кости. Опухоль расположена интрамедуллярно, серовато-белого цвета, неоднородная. На распиле опухолевого узла выявляются интенсивно минерализованные участки костной плотности. Зоны, содержащие ткань с хрящевой дифференцировкой, на разрезе обладают характерным блеском и плотностью. Могут встречаться муцинозные очаги при наличии миксоидного матрикса. Часто обнаруживаются кровоизлияния, очаги некроза и кистозные изменения. При разрушении опухоли надкостница мягкотканый компонент чаще плохо ограничен. При вторичной остеосаркоме наблюдается аналогичная макроскопическая картина, однако параллельно можно наблюдать признаки предсуществовавшего заболевания.

При гистологическом исследовании классическая остеосаркома имеет достаточно большой спектр морфологических изменений. Опухоль растет по костно-мозговым пространствам, замещая последние, окружает и разрушает нормальные костные балки. Неопластические клетки характеризуются обычно умеренно выраженной клеточной атипиею и плеоморфизмом. По форме могут быть эпителиоидными, плазматоидными, веретеновидными и/или округлыми. Цитоплазма чаще эозинофильная, может быть светлая. Обязательным гистологическим критерием для постановки диаг-

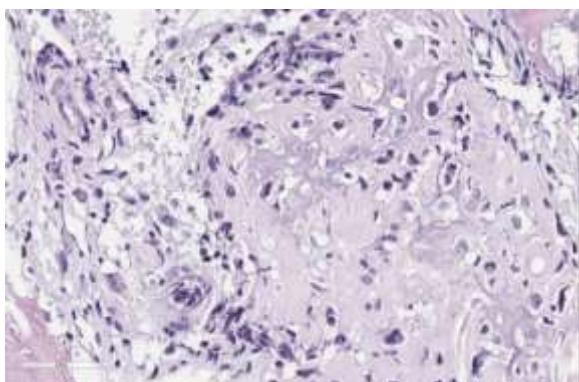


Рис. 1. Классическая, центральная остеосаркома, остеобластический вариант, микроскопическая картина. Нежная сеточка новообразованного остеоида. Окраска гематоксилином и эозином. Увеличение 200

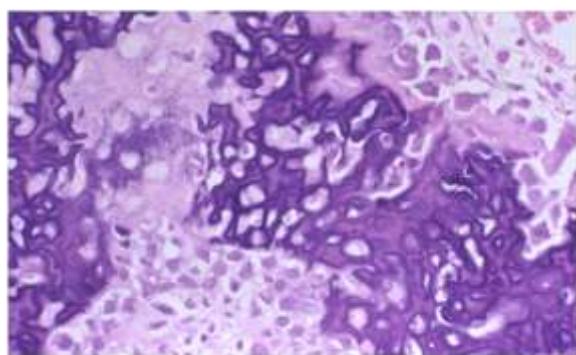


Рис. 2. Классическая, центральная остеосаркома большеберцовой кости. Склерозирующий вариант. Опухолевые клетки «зажаты» структурами новообразованной кости. Гистологический препарат. Окраска гематоксилином и эозином. Увеличение 200

ноза «классическая остеосаркома» является обнаружение неопластической костной ткани (патологический остеоид). Причем количество патологического остеоида не имеет значения, т. к. широко варьирует в различных полях зрения (рис. 1). Данный остеоид продуцируется неопластическими клетками и топографически обнаруживается рядом с ними и/или окружает их. Может образовывать подобие примитивной губчатой кости с хаотичной пространственной ориентацией «неопластических» трабекул (рис. 2).

Неминерализованные депозиты патологического остеоида окрашиваются эозином, минерализованные – базофильны. Достоверно отличить неминерализованный патологический костный матрикс (остеоид) от другого экстрацеллюлярного матрикса (коллаген) достаточно непросто. При большом увеличении микроскопа ($\times 400$), исследуя коллаген, можно обнаружить фибриллярность, остеоид более гомогенный, в ряде случаев помогает поляризованный свет.

В соответствии со специфическими гистологическими признаками, согласно классификации ВОЗ 2013 г. [2] классическая остеосаркома подразделяется на несколько гистологических вариантов.

1. Остеобластический (включая склерозирующий).
2. Хондробластический.
3. Фибробластический.

4. Богатый гигантскими клетками (гигантоклеточный).
5. Остеобластомаподобный.
6. Эпителиоидный.
7. Светлоклеточный.
8. Хондробластомаподобный.

Однако, несмотря на выделение данных гистологических вариантов, не было выявлено различий в течении и прогнозе заболевания [11]. В пределах одной опухоли чаще всего обнаруживаются остеобластический, хондробластический и фибробластический варианты. Гистологический подтип определяется исходя из преобладающего гистологического компонента в опухоли. Остеобластический вариант встречается в 76–80 % случаев, хондробластический – в 10–13 %, фибробластический – в 10 %.

При остеобластическом варианте преобладает «неопластическая» кость в виде патологического остеоида, продуцируемого клетками опухоли. Обнаруживаются участки, напоминающие по строению компактную кость.

При хондробластическом варианте преобладают зоны с хондродифференцировкой в виде неопластического гиалинового хряща (high-grade). Могут быть миксOIDные участки, чаще при поражении челюстей. Неопластические клетки с фенотипом хондроцитов, с выраженной клеточной атипии, лежат в лакунарных пространствах хрящевого гиалинового матрикса или располагаются поодиночке или в виде тяжей в миксOIDном матриксе. Хрящевой компонент может быть преобладающим или обнаруживаться в виде отдельных очагов.

При фибробластическом варианте неопластические клетки обычно веретеновидной формы, реже имеют эпителиоидный фенотип. В большинстве случаев выражена клеточная атипия. Клетки опухоли ассоциированы с экстрацеллюлярным коллагеном, вместе с которым часто образуют мозаичный рисунок (ранее известный как вариант, напоминающий злокачественную фиброзную гистиоцитому, – плеоморфную низкодифференцированную саркому). Клетки с фибриллярной эозинофильной цитоплазмой, миофибробластической дифференцировкой. Остеокластоподобные многоядерные клетки не являются истинными клетками опухоли и могут быть обнаружены в разных полях зрения в разной концентрации.

При варианте, богатом гигантскими клетками, в ткани опухоли выявляется большое количество гигантских многоядерных остеокластоподобных клеток, которые по сути дела не являются неопластическими.

При остеобластомаподобном варианте неопластические клетки отчетливо окружают остеоид и неопластическую костную ткань, напоминая строение остеобластомы.

При эпителиоидном варианте обнаруживаются крупные полигональные неопластические клетки с эпителиоидной морфологией (рис. 3).

Хондробластомаподобный вариант напоминает по гистологическому строению хондробластому, однако, характеризуется инвазивным характером роста и клеточной атипии.

Больные с классической остеосаркомой обычно получают предоперационную химиотерапию. Следовательно, важной задачей для морфолога является адекватная оценка индуцированных посттерапевтических изменений в ткани опухоли, т. к. это один из значимых

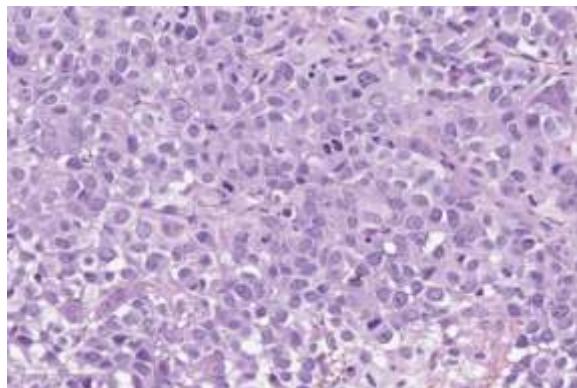


Рис. 3. Классическая, центральная остеосаркома большеберцовой кости. Эпителиоидный вариант. Гистологический препарат. Крупные опухолевые клетки напоминают по морфологии эпителиоциты. Окраска гематоксилином и эозином. Увеличение 200

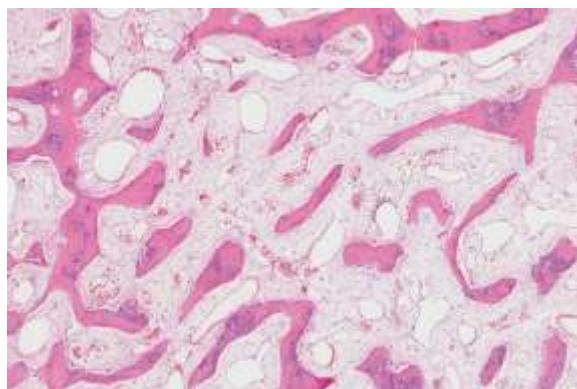


Рис. 4. Классическая, центральная остеосаркома большеберцовой кости. Микропрепарат после декальцинации. Тотальный некроз ткани опухоли. Патоморфоз IV степени по критерию Huvos

прогностических факторов, определяющих общую и безрецидивную выживаемость. Хорошим ответом является обнаружение менее 10 % живой опухоли от ее общего объема (рис. 4).

При иммуногистохимическом исследовании остеосарком не выявлено специфических маркеров, позволяющих достоверно проводить дифференциальную диагностику с другими неопластическими костными поражениями. Может наблюдаться экспрессия таких маркеров, как S-100 Protein, Osteocalcin, Osteonectin, SMA, NSE и CD99. Следует помнить, что в ряде случаев встречается реакция с эпителиальными маркерами (panCK AE1/AE3 и EMA), что может приводить к диагностическим ошибкам.

При электронной микроскопии клетки опухоли имеют признаки мезенхимальных клеток с выраженной сетью эндоплазматического ретикулума. Ядро может располагаться эксцентрично, хорошо различим аппарат Гольджи. Матрикс содержит коллагеновые фибриллы, в которых обнаруживаются депозиты кристаллов гидроксиапатита. Последний признак может быть полезным в дифференциальной диагностике с саркомой Юинга, метастатической карциномой, меланомой и лимфомой.

Дифференциальную диагностику классической остеосаркомы следует проводить с остеобластомой, хондросаркомой, дедифференцированной хондросаркомой, гигантоклеточной опухолью, оссифицирующим миозитом, саркомой Юинга, аневризмальной костной кистой, фибросаркомой, причудливой паростальной остеохондроматозной пролиферацией [9].

Классическая остеосаркома характеризуется локально агрессивным ростом и быстрой гематогенной диссеминацией. Метастатическое поражение легких является наиболее частым. Описаны единичные случаи метастазирования остеосаркомы в мягкие ткани, желудок [15].

В первой половине XX в. 5-летняя выживаемость не превышала 20 %, а одним из основных методов лечения остеосаркомы была ампутация, однако, многие пациенты умирали от метастатического поражения легких. В 70-е гг. XX в. 5-летняя выживаемость при локализованных формах остеосарком повышлась и стала порядка 60–70 % [5]. Данное обстоятельство связано с началом применения химиотерапии в сочетании с усовершенствованной хирургической тактикой. Некоторые авторы приводят более высокие цифры общей (75 %) и бессобытийной (65 %) 5-летней выживаемости при адекватной химиотерапии в сочетании с хирургическим лечением при отсутствии метастазов [11]. Однако при метастатическом поражении 5-летняя выживаемость остается 25–30 % и в настоящее время, а по данным разных авторов варьирует от 10 до 50 %. Хуже прогноз при центральной локализации метастазов [16]. При радикальном иссечении метастазов в легких выживаемость колеблется на уровне 12–23 %, а при отсутствии метастазэктомии – всего 2,6 % [6]. R. Nagarajan et al. [17] проследили выживаемость детей с диагнозом «остеосаркома» на протяжении более чем 20 лет. Согласно их данным, среди детей, достигших 5-летнего порога, 20-летняя выживаемость составила 88,6 %. Лучевая терапия при остеосаркомах не имеет значимой эффективности, а в ряде случаев может приводить к развитию вторичных индуцированных облучением злокачественных опухолей. Однако некоторые авторы рекомендуют лучевую терапию в случаях нерезектабельных остеосарком [11].

Прогноз остеосаркомы зависит от многих факторов: возраста, пола, размеров (объема) опухоли, локализации, «чистоты» хирургического края резекции и стадии заболевания. Например, локализованное дистальное поражение более 90 % химиотерапевтически-индукционного некроза опухоли в сочетании с радикальной резекцией обеспечивает 5-летнюю выживаемость в более чем 80 % наблюдений. Так, например, есть работы, в которых выявлена корреляция между объемом некроза опухоли и прогнозом [18], уровнем экспрессии VEGF с худшим прогнозом и возможностью применения таргетной антиангидиогенной терапии [19–20]. Некоторые авторы сообщают о лучшем прогнозе, если при морфометрическом исследовании обнаруживаются «большие и округлые» ядра неопластических клеток [21]. Хуже прогноз при проксимальной или аксиальной локализации опухоли, больших размерах опухолевого узла, наличии метастазов и плохом ответе на проводимую неоадъювантную химиотерапию [2], при локализации опухоли в костях таза [22], при отклонении от нормального индекса массы тела на момент постановки диагноза [23]. Есть сообщения о

зависимости интенсивности апоптоза неопластических клеток и прогноза [24–26].

ЛИТЕРАТУРА

1. Hameed M., Dorfman H. Primary malignant bone tumors—recent developments // *Semin. Diagn. Pathol.* 2011. V. 28 (1). P. 86–101.
2. Fletcher C.D.M., Bridge J.A., Hogendoorn P.C.W., Mertens F. WHO Classification of Tumors of Soft Tissue and Bone. 4th Edition. 2013. P. 281–296.
3. Unni K.K., Inwards C.Y. Dahlin's Bone Tumors. LIPPINCOTT, USA, 2010. P. 122–154.
4. Mirabello L., Troisi R.J., Savage S.A. International osteosarcoma incidence patterns in children and adolescents, middle ages, and elderly persons // *Int. J. Cancer.* 2009. V. 125 (1). P. 229–234.
5. Mirabello L., Troisi R.J., Savage S.A. Osteosarcoma incidence and survival rates from 1973 to 2004: data from the Surveillance, Epidemiology, and End Results Program // *Cancer.* 2009. V. 115 (7). P. 1531–1543.
6. Ando K., Heymann M.F., Stresing V., Mori K., Rédiñi F., Heymann D. Current therapeutic strategies and novel approaches in osteosarcoma // *Cancer (Basel).* 2013. V. 5 (2). P. 591–616.
7. Worch J., Matthay K.K., Neuhaus J., Goldsby R., DuBois S.G. Osteosarcoma in children 5 years of age or younger at initial diagnosis // *Pediatr. Blood Cancer.* 2010. V. 55 (2). P. 285–289.
8. Okada A., Hatori M., Hosaka M., Watanuki M., Itoi E. Secondary osteosarcoma arising after treatment for childhood hematologic malignancies // *Ups. J. Med. Sci.* 2009. V. 114 (4). P. 249–255.
9. Nielsen G.P., Rosenberg A.E., Deshpande V., Hornicek F.J., Kattaparam S.V., Rosenthal D.J. Diagnostic Pathology Bone. AMIRSYS, Canada, 2013. P. 2–21.
10. Mirabello L., Pfeiffer R., Murphy G., Daw N.C., Patiño-Garcia A., Troisi R.J., Hoover R.N., Douglass C., Schütz J., Craft A.W., Savage S.A. Height at diagnosis and birth-weight as risk factors for osteosarcoma // *Cancer Causes Control.* 2011. June. V. 22 (6). P. 899–908.
11. Arndt C.A., Rose P.S., Folpe A.L., Laack N.N. Common Musculoskeletal Tumors of Childhood and Adolescence // *Mayo Clin. Proc.* 2012. V. 87 (5). P. 475–487.
12. Calvert G.T., Randall R.L., Jones K.B., Cannon-Albright L., Lesnick S., Schiffman J.D. Review article. At-risk populations for osteosarcoma: the syndromes and beyond // *Sarcoma.* 2012. Article ID 152382. 9 p.
13. Wang S., Shi H., Yu Q. Osteosarcoma of the jaws: demographic and CT imaging features // *Dentomaxillofacial Radiology.* 2012. V. 41 (1). P. 37–42.
14. Guillou M.A., Mary P.M., Brugiére L., Marc-Bérard P., Pacquet-Meunier H.D., Schmitt C., Guinebretière J.M., Tabone M.D. Clinical characteristics and prognosis of osteosarcoma in young children: a retrospective series of 15 cases // *BMC Cancer.* 2011. V. 11. P. 407.
15. Urakawa H., Tsukushi S., Tsurudome I., Hirata A., Arai E., Kozawa E., Futamura N., Miyahara R., Ishiguro N., Nishida Y. Metastasis of osteosarcoma to stomach made clinically evident by hematemesis: a case report // *World J. Surg. Oncol.* 2013. V. 11. P. 48.
16. Letourneau P.A., Xiao L., Harting M.T., Lally K.P., Cox C.S. Jr., Andrassy R.J., Hayes-Jordan A.A. Location of pulmonary metastasis in pediatric osteosarcoma is predictive of outcome // *J. Pediatr. Surg.* 2011. V. 46 (7). P. 1333–1337.
17. Nagarajan R., Kamruzzaman A., Ness K.K., Marchese V.G., Sklar C., Mertens A., Yasui Y., Robison L.L., Marina N. Twenty years of follow-up of survivors of childhood osteosarcoma: a report from the Childhood Cancer Survivor Study // *Cancer.* 2011. V. 117 (3). P. 625–634.
18. Li X., Ashana A.O., Moretti V.M., Lackman R.D. The relation of tumor necrosis and survival in patients with osteosarcoma // *Int. Orthop.* 2011. V. 35 (12). P. 1847–1853.
19. Lammi J., Fan M., Rosenthal H.G., Patni M., Rinehart E., Vergara G., Ablah E., Wooley P.H., Lucas G., Yang S.Y. Expression of Vascular Endothelial Growth Factor correlates with the advance of clinical osteosarcoma // *Int. Orthop.* 2012. V. 36 (11). P. 2307–2313.
20. Rastogi S., Kumar R., Sankineani S.R., Marimuthu K., Rijal L., Prakash S., Jalan D., Khan S.A., Sharma M.C. Role of vascular endothelial growth factor as a tumour marker in osteosarcoma: a prospective study // *Int. Orthop.* 2012. V. 36 (11). P. 2315–2321.
21. de Andrea C.E., Petrilli A.S., Jesus-Garcia R., Bleggi-Torres L.F., Alves M.T. Large and round tumor nuclei in osteosarcoma: good clinical outcome // *Int. J. Clin. Exp. Pathol.* 2011. V. 4 (2). P. 169–174.
22. Isakoff M.S., Barkauskas D.A., Ebb D., Morris C., Letson G.D. Poor survival for osteosarcoma of the pelvis. A report from the Children's Oncology Group // *Clin. Orthop. Relat. Res.* 2012. V. 470 (7). P. 2007–2013.
23. Hingorani P., Seidel K., Krailo M., Mascarenhas L., Meyers P., Marina N., Conrad E.U., Hawkins D.S. Body Mass Index (BMI) at diagnosis is associated with surgical wound complications in patients with localized osteosarcoma: A report from the Children's Oncology Group // *Pediatr. Blood Cancer.* 2011. V. 57 (6). P. 939–942.
24. Wu X., Cheng B., Cai Z.D., Lou L.M. Determination of the apoptotic index in osteosarcoma tissue and its relationship with patients prognosis // *Cancer Cell Intern.* 2013. V. 13 (1). P. 56.
25. Picci P., Manfrini M., Fabbri N., Gambarotti M., Vanel D. Atlas of musculoskeletal tumors and tumorlike lesions. Berlin: The Rizzoli Case Archive, 2014. P. 65–68.
26. Picci P. et al. Atlas of musculoskeletal tumors and tumorlike lesions. Berlin: The Rizzoli Case Archive, 2012–2013. P. 40–45.

Поступила в редакцию 14 января 2015 г.

Bulicheva I.V., Rogozhin D.V., Kushlinskiy N.E., Solovyev Y.N., Bertoni F., Bacchini P., Roshchin V.Y., Kazakova A.N., Aliev M.D. CONVENTIONAL OSTEOSARCOMA

Osteosarcoma (OS) – a malignant bone tumor that arises from bone-forming mesenchyme and characterized by production of osteoid and atypical bone structures proliferating malignant tumor cells. OS cells arise from multipotential mesenchymal nature, capable of differentiating into cartilage or bone direction. Although the OS detects signs often chondrosarcoma and fibrosarcoma, all these tumors, and in the first place, the operating system must be strictly differentiate between them. OS etiology is unknown in most cases. The most common site of the operating system are long bones. The majority (about 80 %) of the operating system develops in the metaphysis of long bones of the knee area (distal metaphysis of the femur, proximal metaphysis tibial and fibula) and the proximal metaphysis of the humerus. These parts of the skeleton are physiologically most responsible for the growth of the skeleton; it is here that occur most active growth processes of bone formation; and, apparently, they also represent a high probability of malignant transformation. For the diagnosis of OS is critical comparison of radiographic lesion with morphological changes, or rather, the mandatory analysis of X-ray pictures before analysis of histological or cytological preparations. On the basis of aggregate data identify several clinicopathological variants of the OS. There are now also being investigated OC at the genetic level in order to develop more effective treatments for this tumor, since 5-year survival rate for metastatic dissemination is extremely low (20–25 %).

Key words: osteosarcoma; osteoid; primary bone sarcoma.

Булычева Ирина Владиславовна, Поликлиника № 1 Управления делами Президента Российской Федерации, г. Москва, Российская Федерация, доктор медицинских наук, врач-патологонатом, e-mail: irena@boulytcheva.com
 Bulicheva Irina Vladislavovna, Hospital №1 Russian Federation President's Deeds Management, Moscow, Russian Federation, Doctor of Medicine, Pathologist, e-mail: irena@boulytcheva.com

Рогожин Дмитрий Викторович, Российская детская клиническая больница, г. Москва, Российская Федерация, кандидат медицинских наук, зав. патологонатомическим отделением, e-mail: irena@boulytcheva.com

Rogozhin Dmitry Viktorovich, Russian Children's Clinical Hospital, Moscow, Russian Federation, Candidate of Medicine, Head of Pathologicoanatomic Department, e-mail: irena@boulytcheva.com

Кушлинский Николай Евгеньевич, Российский онкологический научный центр им. Н.Н. Блохина, г. Москва, Российская Федерация, доктор медицинских наук, профессор, зав. лабораторией клинической биохимии, член-корреспондент РАН, e-mail: irena@boulytcheva.com

Kushlinskiy Nikolay Evgenyevich, Russian Cancer Research Center named after N.N. Blokhin, Moscow, Russian Federation, Doctor of Medicine, Professor, Head of Clinical Biochemistry Department, Member-correspondent of RAS, e-mail: irena@boulytcheva.com

Соловьев Юрий Николаевич, Российский онкологический научный центр им. Н.Н. Блохина, Москва, Российская Федерация, доктор медицинских наук, профессор, академик РАН, главный научный сотрудник отдела патологической анатомии опухолей человека, e-mail: irena@boulytcheva.com

Solovyev Yury Nikolaevich, Russian Cancer Research Center named after N.N. Blokhin, Moscow, Russian Federation, Doctor of Medicine, Professor, Academician of RAS, Main Scientific Worker of Pathologicoanatomic Tumors of Human Department, e-mail: irena@boulytcheva.com

Bertoni Franco, Ортопедический институт Риззоли, Болонья, Италия, профессор патологии, e-mail: irena@boulytcheva.com

Bertoni Franco, Orthopedic Institute of Rizzoli, Bologna, Italia, Professor of Pathology, e-mail: irena@boulytcheva.com

Bacchini Patrizia, Ортопедический институт Риззоли, Болонья, Италия, профессор, e-mail: irena@boulytcheva.com
Bacchini Patrizia, Orthopedic Institute of Rizzoli, Bologna, Italia, Professor, e-mail: irena@boulytcheva.com

Рошин Виталий Юрьевич, Российская детская клиническая больница, г. Москва, Российская Федерация, врач-патологоанатом, e-mail: irena@boulytcheva.com

Roshchin Vitaly Yurievich, Russian Children's Clinical Hospital, Moscow, Russian Federation, Pathologist, e-mail: irena@boulytcheva.com

Казакова Анна Николаевна, Российская детская клиническая больница, г. Москва, Российская Федерация, кандидат медицинских наук, педиатр-онколог, e-mail: irena@boulytcheva.com

Kazakova Anna Nikolaevna, Russian Children's Clinical Hospital, Moscow, Russian Federation, Candidate of Medicine, Pediatrician-oncologist, e-mail: irena@boulytcheva.com

Алиев Мамед Джавадович, НИИ детской онкологии и гематологии Российского онкологического научного центра им. Н.Н. Блохина, г. Москва, Российская Федерация, доктор медицинских наук, профессор, академик РАН, директор, e-mail: irena@boulytcheva.com

Aliev Mamed Gavadovich, SRI of Children's oncology and Haematology of Russian Cancer Research Center named after N.N. Blokhin, Moscow, Russian Federation, Doctor of Medicine, Professor, Academician of RAS, Director, e-mail: irena@boulytcheva.com

УДК 616.316-002-07:616-008.8:616-006-091.818

ПРОВОСПАЛИТЕЛЬНЫЕ ЦИТОКИНЫ И МАТРИКСНЫЕ МЕТАЛЛОПРОТЕИНАЗЫ В СЛЮННОМ СЕКРЕТЕ БОЛЬНЫХ ХРОНИЧЕСКИМ СИАЛОДОХИТОМ

© А.С. Алейников, И.В. Гайдук, Л.Т. Лякина, А.М. Панин

Ключевые слова: слюнной секрет; протоковый сиаладенит; TNF- α ; ИЛ-6; ММП-2; ММП-9.

Провели лечение 24 пациентов с обострением хронического сиалодохита. Острые воспалительные явления купировали при проведении стандартной комплексной терапии, после стихания обострения проводили забор слюнного секрета. Иммуноферментным методом исследовано содержание TNF- α , ИЛ-6, ММП-2, ММП-9 в слюнном секрете околоушной слюнной железы больных хроническим протоковым сиаладенитом. Обнаружено достоверное сочетанное увеличение уровней TNF- α и ИЛ-6 в слюнном секрете пациентов. Уровень ИЛ-6 достоверно взаимосвязан со стадией заболевания, клиническим характером воспалительного процесса.

Хронический сиаладенит – воспалительное заболевание слюнной железы. Этиология и патогенез заболевания до конца не изучены [1–2]. Клинические признаки хронического сиалодохита: незаметное начало (клиническая манифестация обычно после 40 лет), периодические обострения воспаления, длительное (десятилетия) течение процесса [3].

В патогенетических механизмах сиаладенитов особое внимание исследователи уделяют изучению секреции различных молекулярно-биологических маркеров, которые сопровождают хронический воспалительный процесс, в частности, цитокинам – группе белков и пептидов, которые синтезируются и секретируются клетками иммунной системы и другими типами клеток. Важную роль играют такие цитокины, как фактор некроза опухолей- α (TNF- α) [4–6], ИЛ-1 β – медиатор острого и хронического воспаления [7] и ИЛ-8, основной функцией которого является обеспечение хемотаксиса в зону воспаления различных типов клеток: нейтрофилов, моноцитов, эозинофилов, Т-лимфоцитов. Известно, что ИЛ-8 обладает выраженным провоспалительными свойствами, вызывает экспрессию молекул межклеточной адгезии и усиливает прилипание нейтрофилов. ИЛ-8 продуцируют макрофаги, лимфоциты, эпителиальные клетки и фибробласти [8]. Еще одним молекулярным фактором, который изучали при хронических сиаладенитах, является онкостатин M – цитокин плейотропного действия, который принадлежит к группе ИЛ-6 [9]. У больных хроническим сиаладенитом отмечен повышенный уровень онкостатина M в клетках эпителия протоков слюнной железы, а также в воспалительном инфильтрате. Выявлена гиперэкспрессия этого маркера при хроническом сиаладените, что позволяет предположить возможное вовлечение онкостатина M в патологический процесс при данном заболевании. Однако остается неизвестной роль онкостатина M в нормальной слюнной железе [10].

Секреция цитокинов при воспалении происходит последовательно: сначала интенсивно выделяется TNF- α , затем ИЛ-1, позже ИЛ-6 [11–12]. Повышение уровня TNF- α и ИЛ-6, одних из важнейших медиаторов острой фазы воспаления как реакции организма на

повреждение ткани, отмечается при многих травматических, хирургических, аутоиммунных заболеваниях.

Цель настоящего исследования – сравнительное изучение уровней TNF- α , ИЛ-6, ММП-2, ММП-9 в слюнном секрете околоушной слюнной железы больных хроническим протоковым сиаладенитом с учетом основных клинико-лабораторных показателей.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В исследование включены 24 пациента в возрасте от 26 до 67 лет (женщин – 20, мужчин – 4) с хроническим сиалодохитом и 20 практически здоровых людей соответствующего возраста.

У всех пациентов исследуемой группы в анамнезе выявлялось обострение хронического воспалительного процесса в виде одностороннего болезненного увеличения околоушной слюнной железы и выделением гноя из выводного протока. Острые воспалительные явления купировались при проведении стандартной комплексной терапии. После стихания воспалительных явлений проводили сиалометрию при помощи капсулы Лешли–Ющенко–Красногорского. Слюнной секрет собирали в градуированную пробирку, которую затем помещали в контейнер со льдом и в течение двух часов доставляли в лабораторию для биохимического исследования.

В лаборатории слюнной секрет разливали на аликвоты по 1 мл, замораживали и хранили при -70°C до исследования. Определение концентрации TNF- α , ИЛ-6, ММП-2, ММП-9 в слюнном секрете проводили в лаборатории клинической биохимии ФГБНУ «Российский онкологический научный центр им. Н.Н. Блохина» методом ELISA наборами реактивов фирм «Invitrogen» (США) и «R&D Systems» (США).

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

В исследование включены пациенты, у которых на сиалограмме выявляли расширение протоковой системы различной степени выраженности, что указывало на наличие хронического сиаладенита. Стадии устанавли-

вали на основании классификации И.Ф. Ромачевой, В.В. Афанасьева, А.Н. Морозова: в начальной стадии расширение главного выводного протока составило $0,24 \pm 0,07$ см, в клинически выраженной стадии – $0,34 \pm 0,03$ см и в поздней стадии – $0,55 \pm 0,09$ см.

Наиболее низкие значения сиалометрии наблюдали при начальной стадии хронического протокового сиаладенита. В группе больных преобладала 2 степень гипосаливации. В контрольной группе все показатели были в пределах нормы и в среднем составили 4 мл.

Содержания ИЛ-6, ММП-2 обнаружены во всех контрольных образцах секрета и не превышали 2,6 пг/мл, 0,7 нг/мл соответственно, TNF- α и ММП-9 были равны нулю, данные показатели мы принимали за норму.

Следует отметить, что наибольшая частота обнаружения высоких значений TNF- α – 0,54–1392 пг/мл (33 %), ИЛ-6 – 2,6–683,3 пг/мл (50 %), ММП-2 – 0,7–5,0 нг/мл (49 %), ММП-9 – 0–854 пг/мл (33 %) отмечена при наличии клинических признаков: периодического припухания околоушной слюнной железы, солоноватого привкуса, характер секрета – мутный с включениями.

В группе больных значения сиалометрии и содержание TNF- α , ИЛ-6 были связаны обратной достоверной корреляционной зависимостью. Меньшему объему секретируемой слюны соответствовали большие значения цитокинов.

Таким образом, почти в половине образцов слюны больных хроническим протоковым сиаладенитом уровни маркеров достоверно превышали таковые в контроле.

Представленные результаты исследования свидетельствуют о том, что секреция биохимических маркеров ИЛ-6, TNF- α и ММП-2 в слюнном секрете околоушной слюнной железы характеризует состояние пациента с хроническим протоковым сиаладенитом. Маркеры ИЛ-6, TNF- α , ММП-2 и ММП-9 обладают прогностической ценностью, что указывает на возможность использования этих факторов в клинической практике как дополнительных маркеров в мониторинге клинического течения заболевания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев В.В. Слюнные железы. Болезни и травмы. М.: ГЭОТАР-Медиа, 2012. С. 103–163.
2. Ромачева И.Ф., Юдин Л.А., Морозов А.Н. Заболевания и повреждения слюнных желез. М.: Медицина, 1987. 240 с.

Алейников Александр Сергеевич, Московский государственный медико-стоматологический университет им. А.И. Евдокимова, г. Москва, Российская Федерация, аспирант, кафедра хирургии полости рта, e-mail: Koster1985@rambler.ru

Aleinikov Aleksander Sergeyevich, Moscow State University of Medicine and Dentistry, Moscow, Russian Federation, Post-graduate Student, Surgery of Mouth Department, e-mail: Koster1985@rambler.ru

Гайдук Игорь Викторович, Московский государственный медико-стоматологический университет им. А.И. Евдокимова, г. Москва, Российская Федерация, кандидат медицинских наук, доцент кафедры хирургии полости рта, e-mail: Koster1985@rambler.ru

Gaiduk Igor Viktorovich, Moscow State University of Medicine and Dentistry, Moscow, Russian Federation, Candidate of Medicine, Associate Professor of Surgery of Mouth Department, e-mail: Koster1985@rambler.ru

Лякина Любовь Тимофеевна, Российский онкологический научный центр им. Н.Н. Блохина, г. Москва, Российская Федерация, кандидат биологических наук, старший научный сотрудник лаборатории клинической биохимии, e-mail: Koster1985@rambler.ru

3. Панин А.М., Гайдук И.В. Хирургическая стоматология. Воспалительные и дистрофические заболевания слюнных желез. М.: Литература, 2011. С. 126–143.
4. Wang Y., Shnyra A., Africa C., Warholic C., McArthur C. Activation of the extrinsic apoptotic pathway by TNF-alpha in human salivary gland (HSG) cells in vitro, suggests a role for the TNF receptor (TNF-R) and intercellular adhesion molecule-1 (ICAM-1) in Sjogren's syndrome-associated autoimmune sialadenitis // Arch. Oral Biol. 2009. V. 54. № 11. P. 986–996.
5. Matsumura R., Umemiya K., Kagami M., Tomioka H., Tanabe E., Sugiyama T., Sueishi M., Kayagaki N., Yagita H., Okumura K. Expression of TNF-related apoptosis inducing ligand (TRAIL) on infiltrating cells and of TRAIL receptors on salivary glands in patients with Sjogren's syndrome // Clin. Exp. Rheumatol. 2002. V. 20. № 6. P. 791–798.
6. Yamakawa M., Weinstein R., Tsuji T., McBride J., Wong D.T., Login G.R. Age-related alterations in IL-1beta, TNF-alpha, and IL-6 concentrations in parotid acinar cells from BALB/c and non-obese diabetic mice // J. Histochem. Cytochem. 2000. V. 48. № 8. P. 1033–1042.
7. Tsuneyama K., Saito K., Ruebner B.H., Konishi I., Nakanuma Y., Gershwin M.E. Immunological similarities between primary sclerosing cholangitis and chronic sclerosing sialadenitis: report of the overlapping of these two autoimmune diseases // Dig. Dis. Sci. 2000. V. 45. P. 366–372.
8. Bagliolini M., Clark-Lewis I. Interleukin-8, a chemotactic and inflammatory cytokine // FEBS Lett. 1992. V. 307. № 1. P. 97–101.
9. Tanaka M., Miyajima A. Oncostatin M, a multifunctional cytokine // Rev. Physiol. Biochem. Pharmacol. 2003. V. 149. P. 39–52.
10. Lee H.M., Cho J.G., Kang H.J., Chae S.W., Hwang S.J., Jung K.Y., Woo J.S. Expression of oncostatin M in chronic obstructive sialadenitis of the submandibular gland // Ann. Otol. Rhinol. Laryngol. 2008. V. 117. № 5. P. 347–352.
11. Cauli A., Yanni G., Pitzalis C., Challacombe S., Panayi G.S. Cytokine and adhesion molecule expression in the minor salivary glands of patients with Sjögren's syndrome and chronic sialadenitis // Ann. Rheum. Dis. 1995. V. 54. № 3. P. 209–215.
12. Wong D.T. Salivary Diagnostics. N. J.: Wiley-Blackwell, 2008. P. 167–174.

Поступила в редакцию 14 января 2015 г.

Aleinikov A.S., Gaiduk I.V., Lyakina L.T., Panin A.M. PROINFLAMMATORY CYTOKINES AND MATRIX METALLOPROTEINASES IN THE SALIVA SECRETION OF PATIENTS WITH CHRONIC SIALODOXIT

24 patients with exacerbation of chronic ductal sialadenitis underwent standard anti-inflammatory complex therapy, and after abatement of acute inflammation salivary fluid was collected. TNF- α , IL-6, MMP-2, MMP-9 content in parotid gland salivary fluid was measured by ELISA techniques. Highly significant concordant increase of TNF- α and IL-6 levels was found in saliva. IL-6 level was significantly positively associated with disease stage and clinical character of inflammatory process.

Key words: saliva secretion; ductal sialadenitis; TNF- α ; IL-6; MMP-2; MMP-9.

Lyakina Lubov Timofeevna, Russian Cancer Research Center named after N.N. Blokhin, Moscow, Russian Federation, Candidate of Biology, Senior Scientific Worker Laboratory of Clinical Biochemistry, e-mail: Koster1985@rambler.ru

Панин Андрей Михайлович, Московский государственный медико-стоматологический университет им. А.И. Евдокимова, г. Москва, Российская Федерация, доктор медицинских наук, профессор, зав. кафедрой хирургии полости рта, e-mail: Koster1985@rambler.ru

Panin Andrey Mikhailovich, Moscow State University of Medicine and Dentistry, Moscow, Russian Federation, Doctor of Medicine, Professor, Head of Surgery of Mouth Department, e-mail: Koster1985@rambler.ru

УДК 616-006

РОЛЬ ПРОЛИФЕРИРУЮЩЕГО ЯДЕРНОГО АНТИГЕНА И p53 В ОПУХОЛЕВОМ ПРОЦЕССЕ ПРИ РАКЕ ЖЕЛУДКА

© В.Л. Чанг, А.А. Иванников, И.В. Булычева, Н.А. Огнерубов

Ключевые слова: ранний рак желудка; пролиферирующий ядерный антиген; p53; опухолевая прогрессия; прогноз.

Приведен обзор литературы о значении пролиферирующего ядерного антигена (PCNA) и белка p53 в опухолевой прогрессии при раке желудка. Показано, что PCNA зависит от уровня инвазии опухоли в стенку желудка, стадии процесса, размера опухоли и может служить маркером для оценки агрессии опухолевого процесса. Даны сведения, что уровень экспрессии белка p53 связан с формой, степенью инвазии, а также локализацией опухоли в желудке. Так, ряд авторов показал, что мутация p53 повышается при локализации опухоли в кардиальном отделе. Нами также была изучена частота мутаций p53 в опухолевой ткани у 26 больных раком желудка. При этом выявлена тенденция к ее увеличению по мере роста уровня инвазии. Показано значение PCNA и p53 для продолжительности жизни больных раком желудка.

Определение клеточной пролиферативной активности клеток дает важную информацию относительно диагностики и прогноза некоторых типов опухолей. Усиление клеточного деления может быть одним из первых индикаторов опухолевой трансформации, что приведет к развитию рака. Актуальным на данный момент является иммуногистохимический анализ белков, которые экспрессируются во время клеточно-го цикла. Одними из таких белков являются ядерный антиген пролиферирующих клеток (PCNA) и tumor protein 53 (p53).

Фактором, который ускоряет действие репарационной ДНК-полимеразы дельта, является ядерный антиген пролиферирующих клеток. Его молекулярная масса 36kDa ускоряет процессы ДНК-полимеразы дельта, а это определяет общую скорость репликации ДНК клетки в течение S-фазы клеточного цикла [1–2]. Белок PCNA впервые выделен K. Miyachi et al. в 1978 г. из сыворотки крови больных системной красной волчанкой [3]. PCNA осуществляет прямую роль в синтезе ДНК, действует как координатор множества различных функций, включая репарацию ДНК, предупреждение ДНК от повреждений, участие в контроле клеточного цикла, сборке хроматина. Регуляция функций PCNA на уровне генома широко рассмотрена [4–10]. Несмотря на то, что PCNA – это ядерный белок, некоторые работы рассматривают возможность действия PCNA в цитоплазматическом и внеклеточном пространстве, где он влияет на апоптоз [11] и гликолиз [12], а также оказывает влияние на NK-клетки [13]. Возможно, PCNA может служить маркером для определения степени агрессии опухолевого процесса, в частности, при раке желудка.

Белок p53 открыт в 1979 г. D. Lane и L. Crawford. Этот белок кодирует ген trp53, который обозначается как ген опухолевой супрессии. Этот ген может мутировать и вызывать различные опухоли. В здоровых клетках белок p53 быстро распадается и не может быть определен иммуногистохимически. Мутации гена p53 повышают стабильность кодируемого белка [14],

поэтому белок p53 удобно изучать в опухолевых клетках. Кроме того, считают, что положительная иммуногистохимическая реакция на белок p53 обусловлена обнаружением именно мутантного протеина p53.

Белок PCNA и P53 исследовали во многих работах. Запутанная сеть взаимодействий этих белков с другими представлена на рис. 1.

K. Maedera et al. (1994) исследовали пролиферативную активность злокачественных опухолей желудка с использованием иммуногистохимических маркеров PCNA и индекса пролиферативной активности Ki-67. При этом авторы показали, что у пациентов с инвазией опухоли в мышечном слое показатели PCNA были значительно выше, чем при инвазии опухоли в слизистом и подслизистом слоях. Кроме того, показатели маркера PCNA становились выше с увеличением стадии опухолевого процесса [15].

В работе K.E. Lee et al. (2003) выявлена связь между экспрессией PCNA в опухоли, возрастом, мужским полом, большими размерами опухоли, гистологическим строением опухоли, согласно классификации Bormann. Авторы также показали, что, следуя классификации Lauren, при кишечном типе рака желудка отмечен более высокий уровень экспрессии PCNA, чем при диффузном [16].

Подобное исследование проведено G.O. Elpek et al. (2000), в котором авторы показали, что уровень PCNA повышался со стадией рака желудка и вовлечением в опухолевый (метастатический) процесс регионарных лимфатических узлов [17].

M. Oya et al. (1995) также наблюдали высокие показатели экспрессии Ki-67 и PCNA при раке желудка с метастазами в регионарные лимфатические узлы.

Однако в работе J. Czyzewska et al. (2004) при иммуногистохимическом анализе 45 опухолей больных раком желудка не выявлена взаимосвязь между экспрессией Ki-67 и PCNA, возрастом пациентов и локализацией новообразования. В преобладающем числе (30 из 34/88 %) при раке желудка кишечного типа по классификации Lauren не выявлена экспрессия PCNA [18].

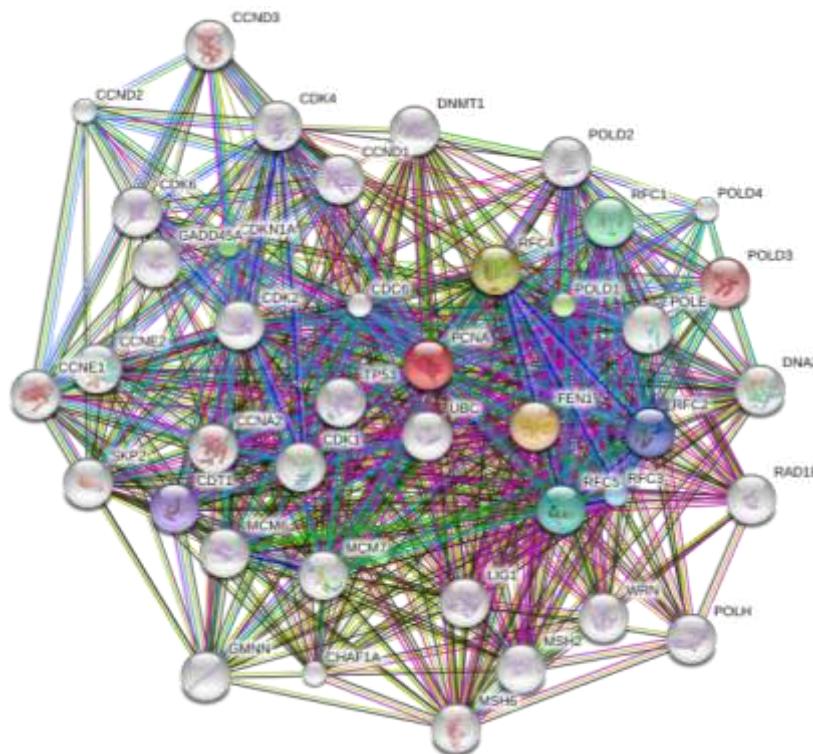


Рис. 1. Сеть взаимодействий белков p53 и PCNA с другими белками клетки (<http://string.embl.de/>)

F. De Sousa et al. (2009) проведен сравнительный анализ ядерного антигена пролиферирующих клеток по материалам больных красным плоским лишаем, эпителиальной дисплазией и плоскоклеточным раком полости рта. Авторы показали, что этот белок был выявлен в чуть более половины случаев при красном плоском лишае (58,3 %), в 83,3 % при эпителиальной дисплазии и в 91,67 % при плоскоклеточном раке полости рта [19]. Это может указывать о меньшем риске опухолевой трансформации при некоторых предраковых заболеваниях.

В исследованиях Y. Takeda et al. (2012) взят материал, полученный после резекции опухоли желудка у 102 больных. Уровень экспрессии p53 был достоверно выше при поверхностных плоских и язвоподобных опухолях, чем при грибовидных или полиповидных формах. Аберрантная экспрессия дезаминазы, индуцируемой активацией (AID), не связана достоверно с показателями p53 [20].

Е. Елистратова с соавт. (2009) в литературном обзоре показали, что наиболее частая мутация p53 – это замена оснований ГЦ на АТ в CpG-островках. Частота мутации p53 повышается в случаях локализации опухоли в кардиальном отделе по сравнению с дистальными отделами желудка. Мутации гена выявляют в метастазах опухоли желудка чаще, чем в первичных опухолях. Высокий процент мутаций гена p53 обнаружен при высокодифференцированной дисплазии и метаплазии желудочного эпителия [21].

Y.-E. Joo et al. (2006) при исследовании материала от 119 больных раком желудка не выявили достоверной связи между экспрессией циклооксигеназы-2 (COX-2) и p53 со стадией, поражением регионарных лимфатических узлов и удаленными метастазами. Однако замечено, что экспрессия COX-2 и p53 связаны с глубиной опухолевой инвазии ($p = 0,005$) [22].

Исследования K.E. Lee et al. (2003) показали связь между белком p53 и глубиной инвазии опухоли желудка и отсутствие связи между экспрессией этого белка и выживаемостью больных [16]. Другая группа исследователей W.-S. Lee et al. (2006) выявила, что повышение показателей уровня белка p53 более характерно для кишечного типа рака желудка, чем для диффузного [23].

А.Ф. Лазарев с соавт. (2010) исследовали ряд маркеров (Ki-67, PCNA, p53) в материалах 68 больных, оперированных по поводу рака желудка и наблюдавшихся в течение 12 лет. При этом показатели выживаемости больных статистически значимо выше при низкой экспрессии PCNA (менее 60 %) с достоверностью $p < 0,05$. Связь с длительностью послеоперационной выживаемости и уровнем экспрессии p53 не выявлено [24].

Нами при изучении уровня экспрессии p53 в материале опухоли желудка от 26 радикально прооперированных больных выявлена тенденция к увеличению значения p53 с увеличением уровня инвазии стенки опухоли. У пациентов в возрасте старше 65 лет экспрессия p53 в несколько раз выше, чем у больных до 65 лет [25].

В работе S.-C. Wang (2014) всесторонне рассматривают механизмы влияния агентов на тирозин 114, тирозин 211, междоменную соединительную спираль, лизин 164 – составные части ядерного антигена пролиферирующих клеток [26].

В настоящее время значение PCNA и p53 при раке желудка всесторонне изучается. Оценивают их влияние на выживаемость больных, глубину инвазии опухоли, степень дифференцировки, возраст и другие параметры. Возможно, эти исследования приведут к изменению тактики ведения оперированных больных по поводу рака желудка, открываются новые механизмы воздействия на опухолевый процесс.

ЛИТЕРАТУРА

1. McCormick D., Hall P.A. The complexities of proliferating cell nuclear antigen // Histopathology. 1992. V. 21. P. 591-543.
2. Hall P.A., Levison D.A., Woods A.L. et al. Proliferating cell nuclear antigen (PCNA) immunolocalization in paraffin sections: an index of cell proliferation with evidence of deregulated expression in some neoplasms // J. Pathol. 1990. V. 162. P. 285-294.
3. Miyachi K., Fritzler M.J., Tan E.M. Autoantibody to a nuclear antigen in proliferating cells // J. Immunol. 1978. V. 121 (6). P. 2228-2234.
4. Maga G., Hubscher U. Proliferating cell nuclear antigen (PCNA): a dancer with many partners // J. Cell Sci. 2006. V. 116. P. 3051-3060.
5. Moldovan G.L., Pfander B., Jentsch S. PCNA, the maestro of the replication fork // Cell. 2007. V. 129 (4). P. 665-679.
6. Paunesku T., Mittal S., Protic M. Proliferating cell nuclear antigen (PCNA): ringmaster of the genome // Int. J. Radiat. Biol. 2001. V. 77. P. 1007-1021.
7. Kelman Z. PCNA: structure, functions and interactions // Oncogene. 1997. V. 14 (6). P. 629-640.
8. Komatsu K., Wharton W., Hang H. et al. PCNA interacts with hHus1/hRads in response to DNA damage and replication inhibition // Oncogene. 2000. V. 19 (46). P. 5291-5297.
9. Stoimenov I., Helleday T. PCNA on the crossroad of cancer // Biochem. Soc. Trans. 2009. V. 37 (Pt 3). P. 605-613.
10. Mailand N., Gibbs-Seymour I., Bekker-Jensen S. Regulation of PCNA-protein interactions for genome stability // Nat. Rev. Mol. Cell Biol. 2013. V. 14. P. 269-282.
11. Witko-Sarsat V., Mocek J., Bouayad D. et al. Proliferating cell nuclear antigen acts as a cytoplasmic platform controlling human neutrophil survival // J. Exp. Med. 2010. V. 207 (12). P. 2631-2645.
12. Naryzhny S., Lee H. Proliferating cell nuclear antigen in the cytoplasm interacts with components of glycolysis and cancer // FEBS Lett. 2010. V. 584 (20). P. 4292-4298.
13. Rosenthal B., Brusilovsky M., Hadad U. et al. Proliferating cell nuclear antigen is a novel inhibitory ligand for the natural cytotoxicity receptor NKp44 // J. Immunol. 2011. V. 187 (11). P. 5693-5702.
14. Ogden G., Chisholm D., Kiddie R., Lane D. P53 protein in odontogenic cysts: increased expression in some odontogenic keratocysts // J Clin. Pathol. 1992. V. 45 (11). P. 1007-1010.
15. Maedera K., Chung Y., Onoda N. et al. Proliferating cell nuclear antigen labeling index of preoperative biopsy specimens in gastric carcinoma with special reference to prognosis // Cancer. 1994. V. 73 (1). P. 528-533.
16. Lee K.E., Lee H.J., Kim Y.H. et al. Prognostic significance of p53, nm23, PCNA and c-erbB-2 in gastric cancer // Jpn. J. Clin. Oncol. 2003. V. 33 (4). P. 173-179.
17. Elpek G.O., Gelen T., Aksoy N.H. et al. Microvessel count, proliferating cell nuclear antigen and Ki-67 indices in gastric adenocarcinoma // Pathol. Oncol. Res. 2000. V. 6 (1). P. 59-64.
18. Czyzewska J., Guzińska-Ustymowicz K., Lebelt A. et al. Evaluation of proliferating markers Ki-67, PCNA in gastric cancers // Roczniki Akademii Medycznej w Białymostku. 2004. V. 49 (Suppl. 1). P. 64-66.
19. De Sousa F.A., Paradella T.C., Carvalho Y.R., Rosa L.E. Comparative analysis of cell proliferation ratio in oral lichen planus, epithelial dysplasia and oral squamous cell carcinoma // Med. Oral. Patol. Oral. Cir. Bucal. 2009. V. 14 (11). P. 563-567.
20. Takeda Y., Yashima K., Hayashi A. et al. Expression of AID, p53 and Mlh1 proteins in endoscopically resected differentiated-type early gastric cancer // World J. Gastrointest. Oncol. 2012. V. 4 (6). P. 131-137.
21. Elistratova E.P., Laktionov P.P., Shekrestuk P.I. et al. Immunochemical and Molecular-Genetic Markers in Diagnostic of Gastic Cancer // Biomed. Khim. 2009. V. 55 (1). P. 15-31.
22. Joo Y.-E., Chung I.-J., Park Y.-K. et al. Expression of Cyclooxygenase-2, p53 and Ki-67 in gastric cancer // J. Korean Med. Sci. 2006. V. 21 (5). P. 871-876.
23. Lee W.-S., Kim H.-S., Choi S.-K., Rew J.-S. Expression of Cyclooxygenase-2, p53 and Ki-67 in Gastric Cancer // J. Korean Med. Sci. 2006. V. 21 (5). P. 871-876.
24. Лазарев А., Климацев В., Зорькин В. и др. Особенности маркеров Ki-67, PCNA, p53 и активности неоангиогенеза в прогнозе рака желудка // Российский биотерапевтический журнал. 2010. Вып. 9 (4). С. 117-122.
25. Чанг В., Иванников А., Огнерубов Н., Булычева И., Кущинский Н. Экспрессия белка p53 в опухолях больных раком желудка // Перспективы развития науки и образования: сборник материалов Междунар. науч.-практ. конф.: в 5 ч. М., 2014. Ч. 1. С. 54-56.
26. Wang S.-C. PCNA: a silent housekeeper or a potential therapeutic target // Trends Pharmacol. Sci. 2014. V. 35 (4). P. 178-186.

Поступила в редакцию 14 января 2015 г.

Chang V.L., Ivannikov A.A., Bulicheva I.V., Ognerubov N.A.
ROLE OF NUCLEAR PROLIFERATING ANTIGEN AND p53
IN THE TUMOR PROCESS IN GASTRIC CANCER

Was made the review of literature about the meaning of nuclear proliferating antigen(PCNA) and protein p53 in tumor progression at gastric cancer. Was showed that PCNA depends on the level of invasion of tumor in the side of stomach, stage of process, the size of tumor and may serve as a marker for evaluating aggression of tumor process. Were given data that the level of expression of protein p53 is connected with the form, degree of invasion, and also the localization of tumor in stomach. The authors showed that mutation of p53 in tumor grows at localization of tumor in cardinal segment. Was also studied the frequency of mutations of p53 in tumor textile at 26 people having gastric cancer. Wherein was revealed tendency to its growing as was growing the level of invasion. Were showed the meanings of PCNA and p53 for the length of life of people having gastric cancer.

Key words: early gastric cancer; proliferating nuclear antigen; p53; tumor progression; prediction.

Чанг Виктор Луисович, Российский онкологический научный центр им. Н.Н. Блохина, г. Москва, Российская Федерация, клинический ординатор кафедры онкологии, оперативной хирургии и топографической анатомии, e-mail: ognerubov_n.a@mail.ru

Chang Viktor Luisovich, Russian Cancer Research Center named after N.N. Blokhin, Moscow, Russian Federation, Clinical Ordinator of Oncology, Operative Surgery and Topographic Anatomy Department, e-mail: ognerubov_n.a@mail.ru

Иванников Андрей Андреевич, Тамбовский областной онкологический клинический диспансер, г. Тамбов, Российская Федерация, зам. главного врача по медицинской части, e-mail: ivannikovaa@yandex.ru

Ivannikov Andrey Andreyevich, Tambov Regional Clinical Oncologic Dispensary, Tambov, Russian Federation, Deputy of Head Doctor for Treatment Work, e-mail: ivannikovaa@yandex.ru

Булычева Ирина Владиславовна, Поликлиника № 1 Управления делами Президента Российской Федерации, г. Москва, Российская Федерация, доктор медицинских наук, врач-патологонатом, e-mail: ognerubov_n.a@mail.ru

Bulicheva Irina Vladislavovna, Hospital № 1 Russian Federation President's Deeds Management, Moscow, Russian Federation, Doctor of Medicine, Pathologist, e-mail: ognerubov_n.a@mail.ru

Огнерубов Николай Алексеевич, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, доктор медицинских наук, профессор, зав. кафедрой онкологии, оперативной хирургии и топографической анатомии, e-mail: ognerubov_n.a@mail.ru

Ognerubov Nikolay Alekseyevich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Doctor of Medicine, Professor, Head of Oncology, Operative Surgery and Topographical Anatomy Department, e-mail: ognerubov_n.a@mail.ru

УДК 617.55-007.43

ВОЗМОЖНОСТИ ЛАПАРОСКОПИЧЕСКОЙ ХОЛЕЦИСТЕКТОМИИ

© А.С. Дробышев, А.В. Баранов, О.Н. Ямщиков

Ключевые слова: лапароскопическая холецистэктомия; холецистит.

Проведен анализ лечения 108 пациентов с холециститом, которым потенциально возможно выполнение лапароскопической холецистэктомии. Лапароскопическим способом были выполнены 102 (99,58 %) операции. Более половины всех случаев составил хронический калькулезный холецистит. В ходе операции в 6 (0,42 %) случаях перешли на операцию из лапаротомного доступа. Тяжелых осложнений удалось избежать. Лапароскопическая холецистэктомия показала себя полноценным и малотравматичным вмешательством.

Лапароскопическая холецистэктомия (ЛХЭ) в настоящее время является распространенной операцией во многих многопрофильных клиниках. За последнее десятилетие показания к проведению ЛХЭ значительно расширились. Выявлены многие неоспоримые преимущества данного метода [1–3]. На заре применения ЛХЭ противопоказаниями для ее проведения были такие сопутствующие заболевания, как ишемическая болезнь сердца, стенокардия малых напряжений и покоя, артериальная гипертония, нарушения ритма сердца, гормонозависимая бронхиальная астма, ожирение 2–3 степени, острый холецистит, состояния после перенесенных операций на верхнем этаже брюшной полости и т. д. Однако в настоящее время значительное количество публикаций посвящено результатам применения ЛХЭ, в т. ч. при перечисленных ранее состояниях [1–5].

Многие авторы отмечают преимущества лапароскопических холецистэктомий:

- сокращение сроков пребывания больных в стационаре;
- уменьшается частота серьезных послеоперационных осложнений;
- сокращение периода восстановления трудоспособности;
- косметический эффект;
- значительно легче переносят операцию больные с сахарным диабетом, ИБС, с бронхиальной астмой и другими сопутствующими заболеваниями [1; 3; 5].

Цель работы: провести анализ использования эндо-видеохирургического метода лечения пациентов с холециститом.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Проведен анализ 108 историй болезни пациентов с различными формами желчнокаменной болезни, которым потенциально возможно выполнение ЛХЭ. В «ГБ г. Котовска» с января по декабрь 2014 г. выполнено 102 ЛХЭ. Больные были в возрасте от 21 до 79 лет, большинство составляли пациенты наиболее работоспособно-

го возраста (от 30 до 60 лет), а пациенты старше 60 лет составили 14 %.

Треть пациентов, которым проведены операции, имели сопутствующие заболевания: ИБС – 27 пациентов, артериальная гипертония 2А и 2Б ст. – 21 пациент, незначительное нарушение сердечного ритма – 8 пациентов, бронхиальная астма диагностирована у 3 пациентов. Все пациенты, имеющие сопутствующие заболевания, направлялись на оперативное лечение после консультации профильных узких специалистов. Решение о проведении ЛХС принималось коллегиально с участием анестезиолога и при обязательном информированном согласии пациента.

После проведения операции больным разрешалось пить минеральную воду без газа. Спустя 3 суток разрешалось принимать каши и бульоны. Стол № 5 разрешался через 2 месяца. Спустя сутки после операции разрешалось ходить. В подавляющем большинстве случаев пациент переводился из палаты интенсивной терапии в отделение спустя сутки после операции. В течение 5 дней после операции пациенты получали гепарин в качестве профилактики тромбоэмбологических осложнений. Назначались антибиотики. Пациенты выписывались из стационара на 5–7 сутки после операции. Снятие швов производили на 10–12 сутки.

Применяемое анестезиологическое пособие при выполнении ЛХЭ – только интубационный наркоз с применением миорелаксантов среднего и короткого действия. В желудок вводился назогастральный зонд. Устанавливался мочевой катетер. Проводилось эластичное бинтование нижних конечностей. Лапароскопическая операция выполнялась со стойкой и набором инструментов фирмы «Lemke», «Аксиома». Операцию выполняли по существующим методикам: применяли 4 троакара (2–10 мм и 2–5 мм), положение оператора – слева от пациента. Применили 90-градусную оптику. Применение атравматичных зажимов позволило избежать травматизации тканей. Для профилактики ранения эпигастральных сосудов вводился троакар конической формы 10 мм. Желчный пузырь удаляли из брюшной полости через умбиликальный разрез вместе с его содержимым.

Таблица 1

Выявленная патология желчного пузыря у больных, взятых на лапароскопическую холецистэктомию

Патология	Число больных	%
Хронический калькулезный холецистит	56	54,9
О. калькулезный холецистит	31	30,4
Полипы желчного пузыря	11	10,8
Хр. бескаменный холецистит	4	3,9
Всего	102	100,0

РЕЗУЛЬТАТЫ

Лапароскопическим способом были выполнены 102 (99,58 %) операции. В результате хирургических операций оценивали патологию желчного пузыря. Более половины всех случаев составил хронический калькулезный холецистит (табл. 1).

В ходе ЛХЭ в 6 (0,42 %) случаях перешли на операцию из лапаротомного доступа. Причиной перехода на лапаротомию у 3 (2,94 %) больных был выраженный рубцово-спаечный процесс в брюшной полости вокруг желчного пузыря, затрудняющий проведение операции и повышающий риск ранения сосудов. В 1 случае наблюдали желчеистечение в послеоперационном периоде вследствие недостаточной фиксации пузырного протока клипсой. Пациентка была прооперирована лапаротомным доступом. Повреждений желчных протоков и кровеносных сосудов удалось избежать. Незначительные кровотечения останавливались либо коагуляцией, либо тупфером с перекисью водорода. Избегать осложнений, связанных с повреждением крупных сосудов и желчных протоков, помогало постепенное тщательное и бережное отсепаровывание и сдвигание тканей со стенки желчного пузыря. Перфорации желчного

пузыря во время операции также удалось избежать. Время проведения операции от 40 до 160 мин.

ВЫВОДЫ

Таким образом, по данным проведенного наблюдения, лапароскопическая холецистэктомия является полноценным и малотравматичным вмешательством, что позволяет считать ее одним из основных методов хирургического лечения острого и хронического холецистита.

ЛИТЕРАТУРА

- Галлингер Ю.И., Карпенкова В.И. Лапароскопическая холецистэктомия: опыт 3165 операций // Эндоскопическая хирургия. 2007. Т. 13. № 2. С. 3-7.
- Кративин Б.В., Давыдов А.А., Даудаев Р.С., и др. // К вопросу о понятии «осложнение эндоскопической операции» // Эндоскопическая хирургия. М.: Медиа Сфера, 2001. № 6. С. 3-9.
- Тимошин А.Д., Юрьев А.В., Шестаков А.Л. Малонинзивные вмешательства в абдоминальной хирургии. М.: Триада-Х, 2003. С. 3-35.
- Уханов А.П., Чахмачев С.Р., Яшина А.С., Игнатьев А.И. // Факторы риска повреждения желчных протоков при лапароскопической холецистэктомии // Эндоскопическая хирургия. М.: Медиа Сфера, 2009. № 10. С. 44-45.
- Cuschieri A., Berci G. Laparoscopic biliary surgery. Oxford: Blackwell Scientific Publications, 1990. P. 1-2.

Поступила в редакцию 12 января 2015 г.

Drobyshev A.S., Baranov A.V., Yamshchikov O.N. THE POSSIBILITIES OF LAPAROSCOPIC CHOLECYSTECTOMY

The analysis of treatment of 108 patients with cholecystitis which potentially can be performed laparoscopic cholecystectomy was made. Laparoscopically were performed 102 (99.58 %) of the operation. More than half of all cases were chronic calculous cholecystitis. During the operation, 6 (0.42 %) cases moved to the operation of the laparotomy. Severe complications managed to avoid. Laparoscopic cholecystectomy has proved to be valuable and less traumatic intervention.

Key words: laparoscopic cholecystectomy; cholecystitis.

Дробышев Андрей Сергеевич, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, ассистент кафедры хирургии, e-mail: drobyshev2@gmail.com

Drobyshev Andrey Sergeyevich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Assistant of Surgery Department, e-mail: drobyshev2@gmail.com

Баранов Александр Викторович, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, зав. кафедрой хирургии, e-mail: barab68lex2007@yandex.ru

Baranov Aleksander Viktorovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Head of Surgery Department, e-mail: barab68lex2007@yandex.ru

Ямщиков Олег Николаевич, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат медицинских наук, доцент, зав. кафедрой травматологии, ортопедии и медицины катастроф, e-mail: cep_a@mail.ru

Yamshchikov Oleg Nikolayevich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate of Medicine, Associate Professor, Head of Traumatology, Orthopedics and Medicine of Catastrophe Department, e-mail: cep_a@mail.ru

УДК 617.581

ПОСТТРАВМАТИЧЕСКИЙ АРТРОЗ ТАЗОБЕДРЕННЫХ СУСТАВОВ

© А.В. Прудников, Р.М. Шахбанов, П.П. Космылин, Бен Ромдан Зиед

Ключевые слова: бедренная кость; остеосинтез; артроз.

Переломы проксимального отдела бедренной кости являются распространеными и часто приводят к развитию дегенеративно-дистрофических изменений в суставах. Одними из самых длительных считаются и сроки реабилитации после данных травм. Оперативное лечение переломов позволяет провести раннюю активизацию и улучшить качество жизни пациентов. Проведена оценка прогрессирования артроза тазобедренных суставов у пациентов, перенесших операцию на проксимальном отделе бедренных костей. Выявлено, что после травмы и проведения остеосинтеза более чем в 70 % случаев прогрессировал артроз тазобедренного сустава.

ВВЕДЕНИЕ

Переломы проксимального отдела бедренной кости составляют до 24 % всех переломов костей [1]. Пациенты данной группы составляют до 12 % от общего числа травматологических больных, проходящих через медико-социальную экспертизу [2].

При консервативном лечении чрезвертельных переломов и переломов шейки и головки бедренной кости консолидация наступает редко. В связи с этим при переломах головки и медиальных переломах шейки бедренной кости целесообразно первичное эндопротезирование. Однако не потерял актуальность и остеосинтез. Оперативное лечение позволяет провести раннюю активизацию и улучшить качество жизни пациентов. Наиболее применяемым среди методов остеосинтеза переломов шейки бедренной кости в настоящее время является остеосинтез тремя компрессионными винтами [2].

Одними из самых длительных считаются и сроки реабилитации после данных травм. В значительном числе случаев развивается тугоподвижность, посттравматический артроз тазобедренных суставов. При травме происходит омертвение определенного участка хряща, возникает зона молекулярного сотрясения и вторичного некроза. Следовательно, целесообразно направлять лечение на обеспечение питания поврежденных зон и ограничение зоны некроза путем восстановления еще не погибших хондроцитов. При этом восстановление конгруэнтности суставных поверхностей и малотравматичность оперативного лечения играют одну из основных ролей и определяют половину успеха в предотвращении посттравматического артроза и, следовательно, в сохранении функции сустава и косточки [3–4].

Способствует достижению этих целей правильная тактика при лечении пациентов. Предпринимается немало попыток сделать остеосинтез переломов проксимального отдела бедренной кости менее травматичным, но, вместе с тем, более стабильным [2]. Разрабатываются комплексы, позволяющие провести автоматизированный выбор металлоконструкции с помощью моделирования остеосинтеза [5–7]. Значительную роль

в предотвращении прогрессирования артроза после травм играет лечение на амбулаторном этапе после проведенной операции [4]. Таким образом, проблема посттравматического артроза в травматологии и ортопедии остается весьма актуальной.

Цель исследования: оценка динамики прогрессирования артроза тазобедренных суставов у пациентов, перенесших операцию на проксимальном отделе бедра.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Проведен анализ медицинской документации 80 пациентов, находящихся на лечении в ТОГБУЗ «Городская больница г. Котовска». Использовались данные историй болезни, амбулаторных карт, базы данных рентгеновских изображений.

Все пациенты находились на лечении у травматолога по поводу переломов проксимального отдела бедренных костей: а) переломы шейки и головки бедренной кости – 6 пациентов; б) переломы шейки бедренной кости – 47 пациентов; в) чрезвертельные переломы – 27 пациентов.

Всем пациентам проводилось оперативное лечение – металлоosteосинтез по общепринятым методикам. В случаях переломов шейки бедренной кости проводился остеосинтез: тремя винтами – 49 пациентов и динамической бедренной системой – 4 пациента. При чрезвертельных переломах проводился остеосинтез динамической бедренной системой – 31 пациент.

Возраст пациентов составлял от 36 до 87 лет, в среднем – 76,8 лет. Мужчины – 29, женщины – 51.

Обследование и лечение проводилось согласно существующим стандартам по данной нозологии.

Изначально признаки артроза 0–1 ст. выявлены у 41 (51,25 %) пациента, явления коксартроза 2 ст. выявлены у 28 пациентов (35 %). Артроз 3 ст. выявлен в 11 случаях (13,75 %). Нарушение функции сустава 1–2 ст. обнаруживалась у 21 пациента до травмы.

Результаты лечения оценивались на 3, 6, 12 месяцы после операции по наличию консолидации перелома, болевого синдрома, возможности самостоятельного передвижения, амплитуды движений в суставах. Оценивали динамику прогрессирования артроза тазобедренного сустава.

ренных суставов спустя 2 года после операции. Оценка проводилась по данным контрольных рентгенограмм и осмотра травматолога.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Консолидации перелома не наступило в 11 случаях. В 8 случаях диагностирована миграция винтов. Винты были удалены. Тотальное эндопротезирование тазобедренного сустава по поводу несросшегося перелома и посттравматического артоза проведено 2 пациентам.

Изменение стадии артоза выявлено у 62 пациентов (73,75 %). Изменение стадии артоза с 2 на 3 в срок от 1 до 2 лет наблюдали у 23 пациентов. Изменение стадии артоза с 1 на 2 диагностировано у 31 пациента. Изменение стадии артоза с 1 на 3 диагностировано у 3 пациентов. Нарушение функции сустава 2 ст. наблюдалось у 33 пациентов спустя 2 года после операции. Усугубление стадии артоза контролерального сустава наблюдалось в 29 случаях. Ограничение амплитуды движений в смежных суставах наблюдалось у 37 пациентов. Таким образом, по результатам проведенного наблюдения выявлено, что проведение остеосинтеза при переломах проксимального отдела бедренных костей привело к консолидации перелома более чем в 80 % случаев, что не может не сказать положительно на качестве жизни пациентов. Однако явно видно, что после травмы и проведения остеосинтеза более чем в 70 % случаев диагностировано усиление стадии артоза тазобедренного сустава. Во многом это может быть связано с возрастом пациентов, с данным видом травм, ведь именно в пожилом возрасте артоз имеет наибольшую актуальность, а адаптивные механизмы организма снижены. И дополнительная травма, а также связанная с ней гиподинамия отрицательноказывают-ся на функции сустава и состояния хряща.

ВЫВОДЫ

Таким образом, оперативное лечение переломов проксимального отдела бедренных костей представляется оправданным и целесообразным. Однако явное усугубление процессов деградации и усиление артоза после перенесенной травмы и операции диктует необходимость уделять максимальное внимание не только

процессу консолидации перелома после остеосинтеза, но и как можно более ранней профилактике прогрессирования артоза после операции и хондропротективной поддержке вовлеченных суставов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ямицков О.Н., Норкин И.А., Марков Д.А., Емельянов С.А. Использование автоматизированного выбора металлоконструкции для остеосинтеза переломов проксимального отдела бедренной кости на основе компьютерного моделирования // Врач-аспирант. 2014. Т. 65. № 4. С. 26-30.
2. Ямицков О.Н. Малоинвазивный метод оперативного лечения переломов шейки бедра: автореф. дис. ... канд. мед. наук. Саратов, 2004.
3. Шварин Б.В. и др. Внутрисуставные повреждения как причина инвалидности // Ортопедия, травматология и протезирование. 1980. № 8. С. 41-43.
4. Самодай В.Г., Губанов А.В. Профилактика тяжелого посттравматического деформирующего остеоартроза в амбулаторных условиях // Вестник экспериментальной и клинической хирургии. 2012. Т. 5. № 2. С. 486-491.
5. Ямицков О.Н., Норкин И.А., Емельянов С.А., Марков Д.А. Клинический случай использования автоматизированного выбора металлоконструкции для оперативного лечения пациента с переломом бедренной кости в условиях остеопороза // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2014. Т. 19. Вып. 3. С. 977-980.
6. Ямицков О.Н., Киреев С.Н., Марков Д.А., Емельянов С.А. Макет программно-информационного комплекса для травматологии и ортопедии // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2011. Т. 16. Вып. 1. С. 336-338.
7. Ямицков О.Н., Марков Д.А., Абдулнасыров Р.К. и др. Компьютерное моделирование в предоперационном планировании при лечении переломов бедренной кости // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2010. Т. 15. Вып. 5. С. 1508-1510.

Поступила в редакцию 12 января 2015 г.

Prudnikov A.V., Shakhbanov R.M., Kosmylin P.P., Ben Romdan Zied POST-TRAUMATIC ARTHROSIS OF THE HIP JOINTS

Fractures of the proximal femur are the commonest and often lead to the development degenerative changes in the joints. One of the longest periods are also considered rehabilitation of injuries. Operative treatment of fractures allows to make early mobilization and improve the quality of life of patients. The evaluation of the progression of osteoarthritis of the hip joints in patients undergoing surgery at the proximal femur was made. It was revealed that after the trauma and osteosynthesis of more than 70 % of the cases arthrosis of the hip joint progressed.

Key words: femur; osteosynthesis; arthrosis.

Прудников Александр Владимирович, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, интерн кафедры травматологии, ортопедии и медицины катастроф, e-mail: ruccia68@mail.ru
Prudnikov Aleksander Vladimirovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Intern of Traumatology, Orthopedics and Medicine of Catastrophe Department, e-mail: ruccia68@mail.ru

Шахбанов Ризван Мирзаевич, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, интерн кафедры травматологии, ортопедии и медицины катастроф, e-mail: rizgisik@mail.ru

Shakhbanov Rizvan Mirzaevich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Intern of Traumatology, Orthopedics and Medicine of Catastrophe Department, e-mail: rizgisik@mail.ru

Космылин Павел Павлович, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, интерн кафедры травматологии, ортопедии и медицины катастроф, e-mail: ruccia68@mail.ru

Kosmylin Pavel Pavlovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Intern of Traumatology, Orthopedics and Medicine of Catastrophe Department, e-mail: ruccia68@mail.ru

Бен Ромдан Зиед, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, студент медицинского института, e-mail: ziscorpion@hotmail.fr

Ben Romdan Zied, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Student of Medical Institute, e-mail: ziscorpion@hotmail.fr

УДК 574.2:57.045:616-002.5

ЭКОЛОГИЧЕСКИЙ ФАКТОР КАК ВЕДУЩАЯ КОМПОНЕНТА ЭФФЕКТИВНОСТИ ЛЕЧЕНИЯ, РЕАБИЛИТАЦИИ И ОЗДОРОВЛЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ПРОТИВОТУБЕРКУЛЕЗНОГО САНАТОРИЯ

© Т.И. Сокольская, А.В. Гулин, И.В. Сокольский

Ключевые слова: экологические факторы; техногенное загрязнение окружающей среды; туберкулез; санаторное лечение.

Дана оценка экологической напряженности на территории региона, проанализирована эпидемиологическая ситуация по заболеваемости туберкулезом в условиях техногенного прессинга. Сообщаются результаты анализа оценки отдающими противотуберкулезного санатория факторов, влияющих на восстановление и укрепление здоровья в период пребывания в санатории.

В последнее время все чаще проводятся исследования, посвященные изучению воздействия среды обитания на здоровье человека, оценке влияния антропогенных факторов на показатели заболеваемости на региональном уровне [1–3]. Долевой вклад урбозоологических факторов в формирование популяционного здоровья в промышленно развитых регионах достигает 20–30 % [4]. Как известно, в городах с повышенной антропогенной нагрузкой, с развитой металлургической, перерабатывающей и угольной промышленностью отмечаются высокие концентрации вредных примесей в атмосферном воздухе, влияющие на уровень заболеваемости населения [2–3]. Основными источниками антропогенного загрязнения воздушной среды городов являются промышленные предприятия, транспорт и объекты коммунального хозяйства [3; 5–6].

Липецкая область относится к территориям с высоким уровнем общей заболеваемости населения. Население региона и г. Липецк проживает в условиях комплексного воздействия химических факторов окружающей среды, обусловленного загрязнением токсичными веществами атмосферного воздуха, питьевой воды, почвы, продуктов питания [7]. По данным социально-гигиенического мониторинга за 2009–2013 гг., ведущими загрязнителями атмосферного воздуха в г. Липецк являются взвешенные вещества, фенол, формальдегид, сероводород, бенз(а)пирен, диоксид азота [7–8].

В последние 12 лет в РФ отмечается тенденция к росту ряда инфекционных заболеваний, которые, не занимая первых мест в структуре заболеваемости, имеют большое значение при оценке состояния здоровья населения в социальном плане [9, с. 103]. К таким заболеваниям относится туберкулез.

Около трети населения мира к настоящему времени инфицированы *Mycobacterium tuberculosis* (МБТ) [3; 10–11]. Каждый год 1 % населения планеты, что составляет примерно 8,4 млн новых случаев, инфицируется туберкулезом, и примерно 2 млн человек умирают от этого заболевания [3, 12]. Рост заболеваемости туберкулезом в нашей стране вызывает особую тревогу: с 35,8 случая на 100 тыс. населения в 1998 г. до максимального роста 86,1 случая в 2008 г. и до 63 случаев в

2013 г. [3, с. 23; 9, с. 103]. В структуре первичной инвалидности туберкулез занимает шестое место (3,6 %) [9, с. 103]. В Липецкой области за последние 10 лет заболеваемость туберкулезом снизилась на 32 % и составляет 46,6 на 100 тыс. населения, распространенность – на 58 % до 80,9 на 100 тыс. населения, смертность – в 3,2 раза до 4,2 на 100 тыс. населения [7, с. 6].

Резервуар туберкулезной инфекции в стране остается большим: инфицировано около 80 % населения страны. При этом снижение заболеваемости, выявление и лечение больных влияют быстро на одну часть резервуара инфекции (больные туберкулезом), а другая часть резервуара (число здоровых, но инфицированных людей) может уменьшиться только за длительный период социально-экономического и эпидемического благополучия [3; 13–15].

В работах ряда исследователей установлено отрицательное влияние экологически неблагоприятных факторов среды обитания на эпидемиологию и течение туберкулеза среди взрослого и детского населения, обосновывается наличие причинно-следственных связей между эпидемиологическими, клиническими и лабораторными показателями туберкулеза и техногенным загрязнением атмосферного воздуха [1–3; 15–16]. Ряд авторов показывает в своих работах, что число больных фиброзно-кавернозным туберкулезом в экологически неблагополучных районах превышает таковое в относительно благополучных [1; 16–18].

Техногенное загрязнение окружающей среды является одной из причин ухудшения социально-бытовых условий, иммунодепрессии как факторов риска развития туберкулеза. Так, изменения показателей иммунологической реактивности даже у практически здоровых людей, проживающих в условиях промышленного региона, находятся в фазе расстройства регуляции [3; 19] и являются одним из существенных факторов, приводящих к снижению сопротивляемости организма при туберкулезной инфекции. В условиях ухудшающейся экологической ситуации иммунная система вовлекается в процесс адаптации к факторам окружающей среды, а инфицирование МБТ на этом фоне приводит к более существенным сдвигам [3; 19–23].

Целью данной работы является изучение эпидемиологических показателей туберкулеза в условиях техногенного прессинга и анализ оценки отдыхающими противотуберкулезного санатория факторов, влияющих на восстановление и укрепление здоровья в период пребывания в санатории.

Методом анкетирования 340 отдыхающих противотуберкулезного санатория определялась роль экологического фактора в комплексе лечебных, реабилитационных и оздоровительных мероприятий в санаторных условиях. Для оценки санитарно-эпидемиологической ситуации по туберкулезу и уровня загрязнения атмосферного воздуха территорий области использовались данные государственных докладов Управления Роспотребнадзора по Липецкой области «О состоянии санитарно-эпидемиологического благополучия населения в Липецкой области» и данные государственных докладов Управления экологии и природных ресурсов Липецкой области о состоянии и охране окружающей среды региона.

Гигиеническая оценка качества среды обитания в Липецкой области проводится с учетом региональных особенностей по комплексному показателю антропотехногенной нагрузки, который включает показатели химического загрязнения атмосферного воздуха, питьевой воды, почвы, пищевых продуктов, пестицидной нагрузки и уровня гамма-фона [7, с. 50].

Учитывая различия комплексных показателей антропотехногенной нагрузки (КПАТН) на территориях Липецкой области, можно говорить о различной на-

пряженности эколого-гигиенической ситуации на этих территориях [7; 24]. Так, к самым неблагополучным в экологическом плане территориями за период 2011–2013 гг. относятся г. Липецк, г. Елец, Липецкий и Лебедянский районы (рис. 1).

Как видно из рис. 1, средний ранг по уровню КПАТН имеют Грязинский, Данковский, Добринский, Елецкий, Задонский, Измалковский, Краснинский, Лев-Толстовский, Становлянский, Чаплыгинский и Хлевенский районы.

К минимальному рангу отнесены 5 районов области, наиболее удаленные от промышленного центра. В Липецке и Ельце ведущим фактором риска для здоровья населения является загрязнение атмосферного воздуха, обеспечивающего наибольший вклад в суммарную антропотехногенную нагрузку [7, с. 51, 149].

Согласно данным доклада о состоянии санитарно-эпидемиологического благополучия населения Липецкой области, установлена корреляционная зависимость заболеваемости населения от КПАТН и отдельных показателей загрязнения атмосферного воздуха, питьевой воды, продуктов питания, почвы. При увеличении КПАТН наблюдается рост показателей заболеваемости населения [7, с. 52].

Как показано в ряде исследований [3], техногенное загрязнение окружающей среды является значимой детерминантой в развитии инфекционного и эпидемического процессов. На территориях с высоким и очень высоким уровнем загрязнения воздушного бассейна основной вклад в эпидемиологическую ситуацию по ту-

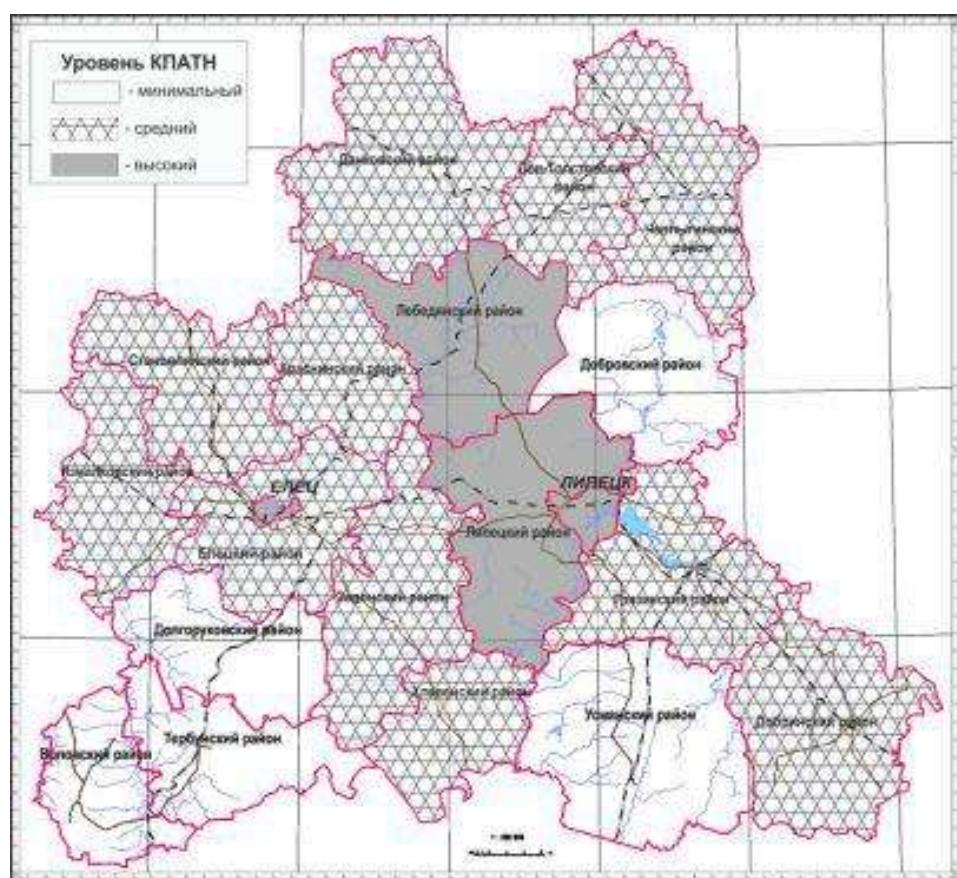


Рис. 1. Ранжирование территорий Липецкой области по комплексному показателю антропотехногенной нагрузки за период 2011–2013 гг. [7, с. 51]

беркулезу вносит воздействие промышленных ксенобиотиков [3].

В структуре инфекционной заболеваемости (без гриппа и ОРВИ) Липецкой области за 2012–2013 гг. социально значимые инфекции, к которым относится туберкулез, представлены большой долей (24,1 %) [7]. По итогам 2013 г. региональные показатели инфекционной заболеваемости по большинству нозологий ниже республиканских. Можно говорить о стабилизации и снижении показателей заболеваемости по 50 нозоформам, в т. ч. и по туберкулезу [7, с. 100].

Однако, несмотря на это, согласно данным доклада о санитарно-эпидемиологическом благополучии населения в Липецкой области, заболеваемость населения туберкулезом превышает эпидемиологически благополучный уровень (30 на 100 тыс. населения). Так, в 2013 г. зарегистрирован 541 случай впервые выявленного активного туберкулеза, показатели заболеваемости – 46,6 на 100 тыс. населения, смертности от туберкулеза – 4,2 на

100 тыс. населения, показатели ниже уровня 2012 г. на 1,9 и 2,3 % соответственно (рис. 2).

Как видно из рис. 2, наиболее неблагоприятный показатель по заболеваемости туберкулезом в Липецкой области за период 2004–2013 гг. был установлен в 2007 г. Начиная с 2008 г., отмечается позитивная динамика показателей, характеризующих снижение интенсивности эпидемического процесса по туберкулезу (рис. 2).

Заболеваемость туберкулезом постоянно проживающего в области населения составила 33,7 на 100 тыс. населения в 2013 г., что ниже уровня 2012 г. на 7,9 % (36,6 на 100 тыс. населения). Также необходимо отметить, что заболеваемость туберкулезом сельского населения в 2013 г. превысила заболеваемость городских жителей в 1,2 раза (50,7 на 100 тыс. сельских жителей).

Данные об эпидемиологической ситуации по отдельным районам Липецкой области представлены на рис. 3.

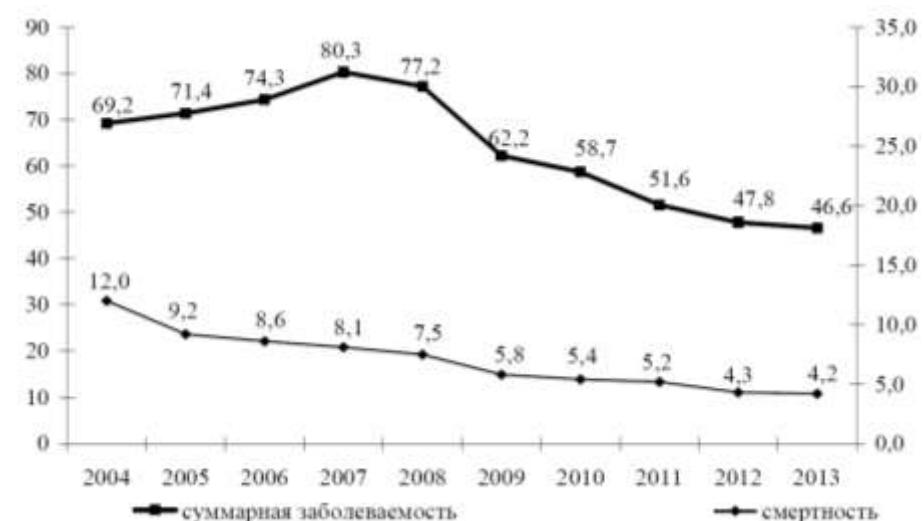


Рис. 2. Динамика заболеваемости туберкулезом и смертности от туберкулеза за 2004–2013 гг. (на 100 тыс. населения) [7, с. 149]

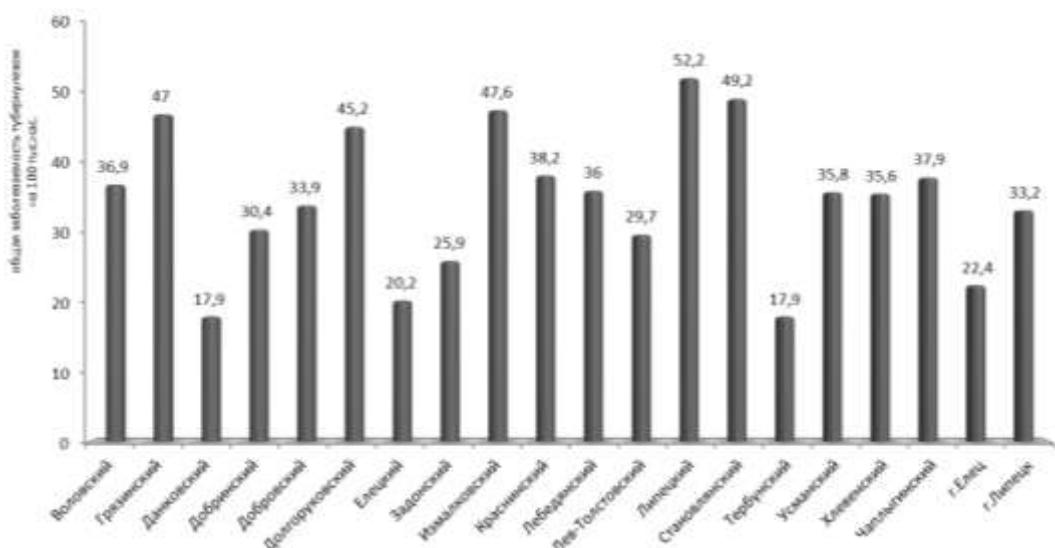


Рис. 3. Эпидемиологическая ситуация по туберкулезу в 2013 г. по отдельным территориям Липецкой области

Анализ полученного материала позволил условно выделить три группы районов по уровню благополучия эпидемиологической ситуации по туберкулезу в районах Липецкой области: благополучная (умеренный уровень заболеваемости), переходная (повышенный уровень заболеваемости) и неблагополучная (высокий уровень заболеваемости).

На рис. 3 видно, что к территориям с умеренным уровнем заболеваемости (ниже 32,0 на 100 тыс. населения) можно отнести 7 административных территорий. Повышенный уровень заболеваемости наблюдается на 8 территориях региона. К неблагополучным территориям с высоким уровнем заболеваемости (показатель более 45,0 на 100 тыс. населения) относятся Грязинский, Долгоруковский, Измалковский, Липецкий, Становлянский районы (рис. 3).

Для выявления корреляционной связи между уровнем загрязнения атмосферного воздуха в Липецкой области (показатели выражены значениями удельного веса годовых превышений ПДК) и показателями многолетних данных по заболеваемости туберкулезом в регионе был проведен корреляционный анализ. В результате выяснилось, что выраженная зависимость между указанными показателями отсутствует ($r = 0,273$).

Тем не менее, учитывая полученные результаты, мы решили провести исследование, в котором целью ставилось изучение мнения населения, а именно, лиц, получающих лечебные, реабилитационные и оздоровительные процедуры в условиях специализированного областного противотуберкулезного санатория «Лесная сказка».

Работа основана на анализе данных, полученных при обследовании 340 отдыхающих (210 мужчин и 130 женщин) – лиц, лечившихся в условиях стационара областного противотуберкулезного диспансера и направленных на долечивание; лиц, контактных (бытовой и производственный контакт) по туберкулезу, а также перенесших ранее туберкулез, в т. ч. снятых с диспансерного учета. Из них 69 % мужчин в возрасте до 60 лет; 43 % женщин в возрасте до 55 лет.

Изучалась субъективная оценка отдыхающими факторов, влияющих на улучшение общего состояния здоровья в период пребывания в противотуберкулезном санатории. Исследование проводилось среди мужчин и женщин, проживающих в городской и сельской местностях.

Среди 340 опрошенных отдыхающих противотуберкулезного санатория 70 испытуемых (20,6 %), среди которых 57 % лиц женского пола и 43 % – мужского, являются городскими жителями (1-я группа). Из них

28,6 % находятся на санаторном лечении впервые. Почти 43 % городских больных получают санаторное лечение как контактные по туберкулезу, столько же – как перенесшие туберкулез ранее, 14 % – в качестве долечивания после стационара.

В районных центрах области проживает 110 человек из обследуемых (2-я группа), среди которых 63,6 % представители мужского пола. Впервые на санаторном лечении находятся 36,4 % из всех испытуемых второй группы.

Третью группу составили 160 человек (47 % всех анкетированных), постоянно проживающих в сельской местности (3-я группа), т. е. на удаленных от основных промышленных зон области территориях. Повторное санаторное лечение получают 56,3 % из них. В третьей группе 68,8 % лиц мужского пола, 31,2 % – женского пола.

Оздоровительные мероприятия в противотуберкулезном санатории как контактные по туберкулезу получают 9 % больных из 2-й группы и 6,25 % – из 3-й группы; 36,4 и 37,5 % из 2-й и 3-й групп, соответственно, – как перенесшие туберкулез ранее. Долечиваются в санатории после стационарного лечения 54,5 % отдыхающих из 2-й группы и 56,25 % – из 3-й.

Из отдыхающих, являющихся городскими жителями, 57,1 % считает, что условия их проживания являются неблагополучными в экологическом плане (табл. 1).

При этом в качестве ведущих негативных факторов, оказывающих экологический прессинг на организм человека, называют загазованность воздушной среды (57,1 %), повышенный уровень шума (71,4 %), плохое качество воды (42,9 %). Необходимо отметить, что 43 % испытуемых из первой группы отметили все перечисленные негативные средовые воздействия как комплексно влияющие на здоровье человека.

Как видно из табл. 1, испытуемые 2-й и 3-й групп отметили в основном плохое качество воды как неблагоприятный фактор внешней среды в месте проживания (36,3 % опрошенных из 2-й группы и 43,8 % – из 3-й). В сравнении с 1-й группой, лишь 18,2 и 6,3 % из 2-й, 3-й групп, соответственно, считают, что проживают в местах негативного аэрогенного воздействия.

Как видно из табл. 2, в качестве фактора, позитивно влияющего на восстановление и укрепление здоровья в период пребывания в санатории, 85,7 % обследованных 1-й группы отметили возможность нахождения в условиях отсутствия шума, в окружении природы, на свежем чистом воздухе. Аналогично считают 72,7 % опрошенных из 2-й группы и 56,3 % – из 3-й.

Таблица 1

Результаты исследования оценки экологического прессинга отдыхающими в противотуберкулезном санатории

Неблагоприятные факторы внешней среды в месте проживания	Группы испытуемых		
	1 – 20,6 %	2 – 32,4 %	3 – 47 %
	Количество испытуемых, %	Количество испытуемых, %	Количество испытуемых, %
Загазованность воздуха	57,1	18,2	18,8
Запыленность воздуха	57,1	27,3	6,3
Повышенный уровень шума	71,4	18,2	0
Плохое качество воды	42,9	36,3	43,8

Таблица 2

Результаты исследования оценки отдохвающими в противотуберкулезном санатории факторов, восстанавливающих и укрепляющих здоровье

Факторы, повышающие эффективность реабилитационных и оздоровительных мероприятий	Группы испытуемых		
	1 – 20,6 %	2 – 32,4 %	3 – 47 %
	Количество испытуемых, %	Количество испытуемых, %	Количество испытуемых, %
Возможность отдохнуть, не заниматься бытовыми заботами, готовить пищу и др.	71,4	36,4	25
Получение лечебных процедур	85,7	90,9	81,25
Возможность нахождения в условиях отсутствия шума, в окружении природы, на свежем чистом воздухе	85,7	72,7	56,25

Обращает на себя внимание тот факт, что для лиц, проживающих в условиях техногенной нагрузки, важной компонентой комплексного воздействия на организм в период пребывания в санатории, наряду с лечебными процедурами и постоянным медицинским наблюдением, является возможность нахождения в гипополлютантной среде. В то же время для пациентов, проживающих в районных центрах и сельской местности, где нет интенсивного загрязнения атмосферы присяями, концентрации которых превышают ПДК, приоритетным во время пребывания в санатории является получение лечебных процедур (табл. 2).

Стоит заметить, что все отдохвающие отмечают хороший реабилитационный и укрепляющий эффект от санаторного лечения. При этом у 85,7 % испытуемых из 1-й группы, у 54,5 % – из 2-й группы и 31,3 % обследованных из 3-й группы самочувствие улучшилось значительно.

Таким образом, создание благоприятных экологических условий в период пребывания в санатории можно рассматривать как важную составляющую процесса реабилитации больных туберкулезом, особенно проживающих на территориях экологического неблагополучия.

ЛИТЕРАТУРА

- Миронова С.А. Экологопопуляционный анализ заболеваемости туберкулезом населения Самарской области: автореф. дис. ... канд. биол. наук. Тольятти, 2012.
- Климова Ю.В. Экологические особенности распространения туберкулеза легких Астраханской области: автореф. дис. ... канд. биол. наук. М., 2012.
- Эпидемиологические и клинические проявления туберкулеза в условиях техногенного загрязнения окружающей среды: монография / Е.Д. Савилов, В.С. Семечкина, Е.Ю. Зоркальцева и др. Иркутск: РИО ГБОУ ДПО ИГМАПО, 2012. 124 с.
- Оценка влияния среды обитания на здоровье населения Липецкой области: информационный бюллетень. URL: <http://www.cge48.ru/socialno-gigienicheskii-monitoring/analiticheskaya-informaciya-po-dannym-sgm/> (дата обращения: 18.10.2014).
- Иваненко А.В., Волкова И.Ф., Корниченко А.П. Выбросы автотранспорта, качество атмосферного воздуха и здоровье населения Москвы // Гигиена и санитария. 2007. № 6. С. 20-22.
- Воробьева И.Б. Эколого-геохимические аспекты состояния природно-антропогенного комплекса (на примере иркутского Академгородка) // Сиб. мед. журн. 2007. № 5. С. 74-76.
- О состоянии санитарно-эпидемиологического благополучия населения в Липецкой области в 2013 г.: государственный доклад Управления Роспотребнадзора по Липецкой области, ФБУЗ «Центр гигиены и эпидемиологии в Липецкой области» / под ред. В.А. Бондарева. Липецк, 2014. 263 с.
- Оценка влияния факторов среды обитания на здоровье населения г. Липецка: информационно-аналитический бюллетень. URL: <http://www.cge48.ru/socialno-gigienicheskii-monitoring/analiticheskaya-informaciya-po-dannym-sgm/> (дата обращения: 18.10.2014).
- Хулакиев О.Б. Медико-социальные аспекты инвалидности вследствие туберкулеза легких на современном этапе // Вестник Всероссийского общества специалистов по медико-социальной экспертизе, реабилитации и реабилитационной индустрии. 2012. С. 103-105.
- Справочник-путеводитель практикующего врача. 2000 болезней от А до Я / под ред. И.Н. Денисова, Ю.Л. Шевченко. 2-е изд. М.: ГЭОТАР-МЕД, 2003. 1128 с.
- Шаполовский В.В. Система критериев выбора тактики лечения больных фиброзно-кавернозным туберкулезом легких в современных эпидемиологических условиях: автореф. дис. ... канд. мед. наук. М., 2005.
- Dye C., Williams B.G. Criteria for the control of drug-resistant tuberculosis // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 2000. V. 97. № 14. P. 8180-8185.
- Сельцовский П.П., Слогоцкая Л.В. Эпидемическая ситуация по туберкулезу и основные противотуберкулезные мероприятия в Москве за 1934–2003 гг. // Проблемы туберкулеза. 2005. № 9. С. 17-22.
- Савилов Е.Д. Техногенное загрязнение окружающей среды – новый фактор риска инфекционной патологии // Эпидемиология и инфекционные болезни. 2011. № 2. С. 4-8.
- Сазыкин В.Л., Сон И.М. Комплексная оценка эпидемиологической ситуации по туберкулезу в России // Проблемы туберкулеза и болезни легких. 2006. № 10. С. 65-69.
- Казимирова Н.Е. Эпидемиология и особенности течения туберкулеза в регионах с разной степенью экологического неблагополучия: автореф. дис. ... д-ра мед. наук / РАМН, ЦННИ туберкулеза. М., 2000.
- Соколов В.А., Голубев Д.Н., Никонов Б.И. и др. Влияние антропогенного загрязнения атмосферного воздуха на туберкулез // Тез. докл. 4 съезда науч.-мед. ассоц. фтизиатров. Йошкар-Ола, 1999. С. 41.
- Ленский Е.В. Эпидемиологические особенности туберкулеза легких в сельских районах с низкой плотностью населения: автореф. дис. ... канд. мед. наук. Иркутск, 2007.
- Грицова Н.А. Влияние экологических факторов на состояние иммунологической реактивности детей, инфицированных микобактериями туберкулеза // Проблемы туберкулеза. 2005. № 9. С. 27-31.
- Пантина Е.С. Влияние урбозэкологических факторов на развитие туберкулезной инфекции у детей и подростков в условиях промышленно развитого центра: автореф. дис. ... канд. мед. наук. Саратов, 2001.
- Плетнева Н.А. Анализ эпидемиологических показателей туберкулеза и их зависимость от социально-экологических факторов в регионах России: автореф. дис. ... канд. биол. наук. М., 2003.
- Григорьева Е.А. Инфильтративный туберкулез легких в условиях крупного промышленного центра Сибири // Туберкулез и болезнь легких. 2006. № 6. С. 17-20.
- Дмитриева М.П. Клинико-эпидемиологические особенности туберкулеза органов дыхания у больных в трех регионах крупного города: автореф. дис. ... канд. мед. наук. СПб., 2007.
- Состояние и охрана окружающей среды Липецкой области в 2013 г.: государственный доклад Управления экологии и природных ресурсов Липецкой области / под ред. Е.В. Бадулиной. Липецк, 2014. 232 с.

Поступила в редакцию 27 января 2015 г.

Sokolskaya T.I., Gulin A.V., Sokolsky I.V. ENVIRONMENTAL FACTOR AS THE MAIN COMPONENT OF DETERMINING EFFECTIVENESS OF TREATMENT, REHABILITATION AND HEALTH IMPROVEMENT IN CONDITIONS OF ANTITUBERCULAR SANATORIUM

Was given an assessment to environmental tension on the territory of the region, was analyzed the epidemiologic situation

on being infected by tuberculosis in conditions of technogenic pressure. Reported new results of analysis of assessment by vacationers of antitubercular sanatorium of factors, influencing on the recovery and improving of health in the period of being in sanatorium.

Key words: environmental factors; technogenic pollution of the environment; tuberculosis; sanatorium treatment.

Сокольская Тамара Игоревна, Липецкий филиал Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ, г. Липецк, Российская Федерация, кандидат биологических наук, доцент кафедры гуманитарных и естественнонаучных дисциплин, e-mail: sokolskaya.t.i@gmail.com

Sokolskaya Tamara Igorevna, Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Branch in Lipetsk, Lipetsk, Russian Federation, Candidate of Biology, Associate Professor of the Humanitarian and Natural Disciplines Department, e-mail: sokolskaya.t.i@gmail.com

Гулин Александр Владимирович, Липецкий государственный педагогический университет, г. Липецк, Российская Федерация, доктор медицинских наук, профессор кафедры медико-биологических дисциплин, почетный работник науки и техники РФ, e-mail: gulin49@yandex.ru

Gulin Alexander Vladimirovich, Lipetsk State Pedagogical University, Lipetsk, Russian Federation, Doctor of Medicine, Professor of Medical and Biological Disciplines Department, Honored Worker of Science and Technics of Russian Federation, e-mail: gulin49@yandex.ru

Сокольский Игорь Вячеславович, Областное казенное учреждение Липецкий противотуберкулезный санаторий «Лесная сказка», г. Липецк, Российская Федерация, главный врач, заслуженный врач РФ, e-mail: lska@lipetsk.ru

Sokolsky Igor Vyacheslavovich, Regional State Establishment Lipetsk Tuberculosis Sanatorium “Wood fairy tale”, Lipetsk, Russian Federation, Head Doctor, Honored Doctor of Russian Federation, e-mail: lska@lipetsk.ru

УДК 616-007

ИЗМЕНЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ КАРДИОРЕСПИРАТОРНОЙ СИСТЕМЫ ПОД ВЛИЯНИЕМ ЗАНЯТИЙ ИППОТЕРАПИЕЙ У ДЕТЕЙ С ЦЕРЕБРАЛЬНЫМ ПАРАЛИЧОМ В ФОРМЕ СПАСТИЧЕСКОЙ ДИПЛЕГИИ

© А.С. Волокитин, А.А. Бруйков, А.В. Гулин

Ключевые слова: иппотерапия; детский церебральный паралич.

Впервые проведено сравнительное изучение влияния иппотерапии и классического массажа с лечебной гимнастикой на функциональное состояние кардиореспираторной системы у детей с детским церебральным параличом в возрасте 8–10 лет в период процесса реабилитации. Показано, что эти виды воздействия увеличивают резервные возможности кардиореспираторной системы организма детей со спастическими формами церебрального паралича.

ВВЕДЕНИЕ

Детский церебральный паралич (ДЦП) за последние годы стал одним из наиболее распространенных заболеваний нервной системы в детском возрасте во всех странах мира.

ДЦП – группа синдромов, которые являются следствием повреждений мозга во внутриутробном, перинатальном и раннем постнатальном периодах. Характерная особенность ДЦП – нарушение моторного развития ребенка, обусловленное прежде всего аномальным распределением мышечного тонуса и нарушением координации движений [1].

Это заболевание тяжело инвалидизирует ребенка, не только поражая двигательную систему, но и другие, в т. ч. и кардиореспираторную.

В комплексное лечение ДЦП включаются: медикаментозные средства, лечебная физкультура, ортопедическое лечение, различные виды массажа, в т. ч. и фиксационный в сочетании с онтогенетической гимнастикой, средства рефлексотерапии, физиотерапевтические процедуры [2]. Лечебный массаж и лечебная гимнастика являются одними из главных средств, позволяющими формировать и развивать у пациентов с церебральными параличами жизненно необходимые двигательные умения и двигательные навыки [3].

В общем комплексе медико-биологических средств восстановления детей с ДЦП особое место занимают различные виды массажа. Классический массаж улучшает функцию внешнего дыхания. Массируя грудную клетку, спину, дыхательные мышцы, а также сдавливая грудную клетку, можно увеличить вентиляцию соответствующих сегментов легких и кровообращение в них. Массаж грудной клетки в виде поглаживания, растирания и разминания увеличивает глубину дыхания, нормализует его ритм, урегулирует частоту. Этот эффект связывают с моторно-висцеральными и кожнолегочными рефлексами, которые приводят к понижению возбудимости дыхательного центра [4].

Принципиальное отличие иппотерапии от всех других видов лечебной физкультуры (ЛФК) заключается в

том, что здесь, как ни где более, обеспечивается одновременное включение в работу практически всех групп мышц тела всадника, в т. ч. и дыхательных. Занятия иппотерапией проходят на свежем воздухе, в отличие от проведения процедур массажа и лечебной гимнастики.

Знание особенностей функционирования и адаптации кардиореспираторной системы к мышечным нагрузкам необходимы для организации научно обоснованной системы физической подготовки детей с ДЦП с целью их реабилитации и подготовки к самостоятельной жизни.

Целью настоящей работы явилось определение эффективности применения иппотерапии на функциональное состояние кардиореспираторной системы у детей с ДЦП в форме спастической диплегии.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Обследовано 32 ребенка в возрасте 8–10 лет обоих полов с диагнозом: ДЦП, спастическая диплегия. Исследуемые были разделены на 2 равные группы: контрольную (группа № 1) – средний возраст составил $9,2 \pm 0,9$ лет и экспериментальную (группа № 2) – средний возраст составил $9,5 \pm 0,7$ лет. Наблюдения осуществлялись в течение 6 месяцев. При этом у детей из первой группы реабилитационные мероприятия включали стандартный массаж и лечебную гимнастику. Дети из второй группы занимались по специально разработанной программе иппотерапии. В каждой группе (основной и контрольной) обследование детей проводили дважды: первый раз – до проведения курса процедур (начальное обследование), второй раз – после проведения курса (конечное обследование). Всего было проведено 2 курса массажа и лечебной гимнастики, каждый продолжительностью 15 процедур. Сеансы иппотерапии проводились непрерывно 3 раза в неделю в количестве 40 процедур. Продолжительность массажа и последующей лечебной гимнастики составляла 90 мин. Продолжительность процедуры иппотерапии – 45 мин.

Изучали влияние процедур на следующие показатели системы кардиореспираторной системы: ЖЕЛ (мл) и произвольную задержку дыхания на вдохе и выдохе (с), частота сердечных сокращений (ЧСС), систолическое артериальное давление (СД), диастолическое давление (ДД). В силу особенностей нейропротопедического статуса детей, страдающих ДЦП, в качестве дозированной физической нагрузки была выбрана проба Мартине как наиболее адекватная физическим возможностям изучаемого контингента [4]. ЧСС определяли в состоянии покоя и сразу после нагрузки через одну, две и три минуты и рассчитывали в уд./мин. АД измеряли по методу Короткова в покое и через одну, две и три минуты после нагрузки в мм рт. ст. Анализ исследований был проведен с определением основных статистических параметров ($M \pm m$) и достоверности их различий по непараметрическому критерию Wilcoxon на основе стандартной компьютерной программы MS Excel и показал высокую достоверность полученных результатов.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты проведенного исследования показали следующее: у детей с диагнозом ДЦП, спастическая диплегия в возрасте 8–10 лет при воздействии классического массажа с лечебной гимнастикой и иппотерапии отмечены изменения, более существенные при проведении процедур последнего. Данные исследований представлены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, под влиянием иппотерапии активизировались все показатели системы внешнего дыхания, направленные на увеличение его резервных возможностей. После проведения процедур с использованием иппотерапии ЖЕЛ у детей с диагнозом ДЦП, спастическая диплегия увеличилась на 15,2 %, в то время как при использовании классического массажа и лечебной гимнастики – на 4,1 %. Иппотерапия оказалась более эффективна, чем классический массаж и лечебная гимнастика при задержке дыхания на вдохе (на 22,4 %) и выдохе (на 31,5 %). В то время как после применения классического массажа и лечебной гимнастики эти показатели составили 10,2 и 18,6 % соответственно.

Высокие показатели восстановления АД после нагрузки при применении иппотерапии были отмечены в

группе № 2. Так, к третьей минуте СД снижалось в среднем на 9,5 %, а ДД – на 8,9 %. Восстановление сердечной деятельности от первой к третьей минутам составило 7,5 %. При применении классического массажа и лечебной гимнастики снижения АД оказались менее выраженными. СД снижалось в среднем на 5,9 %, а ДД – на 5,1 %. Восстановление сердечной деятельности от первой к третьей минутам при применении классического массажа и лечебной гимнастики составило 5,7 %.

Дальнейшие наши исследования были направлены на изучение динамики восстановления ЧСС после физической нагрузки (20 приседаний) у детей с ДЦП. Установлено, что восстановление сердечной деятельности у детей из группы № 2 от первой ко второй и третьей минутам при применении иппотерапии составляло 8,2 %, а в группе № 1, где применялись классический массаж и лечебная гимнастика, – 5,9 %.

ВЫВОДЫ

Применение иппотерапии – нового корригирующего и восстановительного средства, способствует стимулированию нейрогуморальной регуляции дыхания, обеспечивая согласованность ее работы с другими системами, оптимизируя экономизацию функций системы дыхания в процессе физической реабилитации детей с ДЦП. Улучшению функции дыхания у детей с использованием метода иппотерапии способствовало: тренировка функции основных и вспомогательных дыхательных мышц с помощью физических упражнений, а также вспомогательных дыхательных мышц, что способствовало более эффективному, чем при применении классического массажа и лечебной гимнастики, снижению повышенного тонуса дыхательной мускулатуры, увеличивало эластичность тканевых структур грудной клетки (связок, мышц), увеличивало подвижность позвоночника и ребер, что в конечном итоге привело к замедлению дыхания и улучшению вентиляции легких во время покоя. В наших исследованиях под влиянием иппотерапии СД и ДД статистически достоверно снижалось, и эффективность действия этого метода значительно превосходила эффективность классического массажа в сочетании с лечебной гимнастикой. Иппотерапия оказывала прессомодулирующее воздействие на АД, вызывая гипотензивные реакции, сопровождаю-

Таблица 1

Изменение показателей функции внешнего дыхания ($M \pm m$) под влиянием классического массажа и лечебной гимнастики в сравнении с иппотерапией у детей с диагнозом ДЦП, спастическая диплегия в возрасте 8–10 лет ($n = 16$)

Условия исследований	ЖЕЛ, мл	Произвольная задержка дыхания, с	
		на вдохе	на выдохе
А	$730 \pm 49,5$	$21,5 \pm 1,5$	$7,5 \pm 1,5$
Б	$760 \pm 45,5$	$22,1 \pm 1,7$	$8,9 \pm 1,4$
p		< 0,01	
A_1	$725 \pm 40,9$	$20,9 \pm 1,4$	$7,3 \pm 1,4$
В	$835 \pm 50,5$	$25,6 \pm 1,8$	$9,6 \pm 1,5$
p	< 0,01	< 0,01	< 0,05

Примечание: А – исходное состояние до применения классического массажа и лечебной гимнастики; Б – после применения классического массажа и лечебной гимнастики; A_1 – исходное состояние до применения иппотерапии; В – после применения иппотерапии; p – коэффициент достоверности различий.

щиеся нормализующим эффектом АД в зависимости от его исходных значений.

Все вышеперечисленное свидетельствует о высокой эффективности влияния иппотерапии на функциональное состояние кардиореспираторной системы у детей с ДЦП в форме спастической диплегии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бруйков А.А., Гулин А.В. Функциональное состояние сердечно-сосудистой системы у детей с церебральным параличом в процессе реабилитации // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2011. Т. 16. Вып. 1. С. 374-376.
2. Бруйков А.А. Влияние фиксационного массажа и онтогенетической гимнастики на дыхательную систему детей с детским церебральным параличом // Немедикаментозная оптимизация состояния человека: материалы Междунар. заочной науч.-практ. конф. Тамбов, 2010. С. 36-40.
3. Гросс Н.А. Физическая реабилитация детей с нарушениями функции опорно-двигательного аппарата. М.: Сов. спорт, 2000. 224 с.
4. Бруйков А.А. Сравнительная характеристика влияния лечебного плавания и иппотерапии на дыхательную систему организма детей с детским церебральным параличом // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2014. Т. 19. Вып. 3. С. 993-994.

Поступила в редакцию 27 января 2015 г.

Volokitin A.S., Bruikov A.A., Gulin A.V. INDICATORS OF CHANGE IN THE FUNCTIONAL STATE OF THE CARDIOVASCULAR AND RESPIRATORY SYSTEMS UNDER THE INFLUENCE OF THE PRACTICE OF HIPPOTHERAPY AMONG CHILDREN WITH CEREBRAL PALSY IN THE FORM OF SPASTIC DIPLEGIA

For the first time a comparative study of the effects of hippotherapy and classic massage with physiotherapy on functional state of the cardio-respiratory system among children with cerebral palsy at the age of 8–10 years during the rehabilitation process. It is shown that these effects increase the reserve resources of the cardiorespiratory systems of the body among children with spastic forms of cerebral palsy.

Key words: hippotherapy; infantile cerebral paralysis.

Волокитин Антон Сергеевич, Липецкий государственный педагогический университет, г. Липецк, Российская Федерация, аспирант, кафедра медико-биологических дисциплин, e-mail: Ant48ru@mail.ru

Volokitin Anton Sergeevich, Lipetsk State Pedagogical University, Lipetsk, Russian Federation, Post-graduate Student, Medical and Biological Disciplines Department, e-mail: Ant48ru@mail.ru

Бруйков Алексей Александрович, Липецкий государственный педагогический университет, г. Липецк, Российская Федерация, кандидат биологических наук, старший преподаватель кафедры медико-биологических дисциплин, e-mail: ba73-87@mail.ru

Bruikov Alexey Alexandrovich, Lipetsk State Pedagogical University, Lipetsk, Russian Federation, Candidate of Biology, Senior Lecturer of Medical and Biological Disciplines Department, e-mail: ba73-87@mail.ru

Гулин Александр Владимирович, Липецкий государственный педагогический университет, г. Липецк, Российская Федерация, доктор медицинских наук, профессор кафедры медико-биологических дисциплин, почетный работник науки и техники РФ, e-mail: gulin49@yandex.ru

Gulin Alexander Vladimirovich, Lipetsk State Pedagogical University, Lipetsk, Russian Federation, Doctor of Medicine, Professor of Medical and Biological Disciplines Department, Honored Worker of Science and Technics of Russian Federation, e-mail: gulin49@yandex.ru

УДК 612.816

ИЗМЕНЕНИЕ УРОВНЯ ВОСПРИЯТИЯ И МЫШЛЕНИЯ У ДЕТЕЙ С ЦЕРЕБРАЛЬНЫМ ПАРАЛИЧОМ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ИППОТЕРАПИИ

© А.С. Волокитин, А.А. Бруйков, А.В. Гулин

Ключевые слова: иппотерапия; детский церебральный паралич.

Иппотерапия является высокоэффективным средством коррекции психических и познавательных процессов у детей со спастическими формами церебрального паралича. Результаты проведенных исследований позволяют рекомендовать иппотерапию в качестве восстановительного и корригирующего средства реабилитации у детей с детским церебральным параличом.

ВВЕДЕНИЕ

Детский церебральный паралич (ДЦП) – заболевание центральной нервной системы при ведущем поражении двигательных зон и двигательных проводящих путей головного мозга. При ДЦП имеет место раннее органическое поражение двигательных и речедвигательных систем мозга [1].

Отклонения в психофизическом развитии детей с церебральным параличом связаны в первую очередь с двигательными, сенсорными и речевыми нарушениями. У детей с ДЦП задержано и нарушено формирование всех двигательных функций: с трудом и опозданием формируется функция удержания головы, развиваются навыки сидения, стояния, ходьбы, манипулятивной деятельности.

Двигательные нарушения при ДЦП отмечаются с рождения, тесно связаны с перцептивными расстройствами, являются ведущим дефектом, оказывающим неблагоприятное влияние на весь ход формирования нервно-психических функций ребенка. Двигательные нарушения могут быть настолько тяжелыми, что полностью лишают детей возможности свободного передвижения, они с трудом осваивают навыки самообслуживания.

Анализ литературы показывает, что наряду с выраженными физическими недостатками у пациентов с ДЦП значительное место занимают нарушения развития психических функций, характерно выражющиеся в нарушениях наглядно-образного мышления и процессов восприятия. У детей с ДЦП трудно идет развитие мелкой моторики, из-за ограниченности физических возможностей страдает познавательная деятельность, что негативно сказывается на формировании мышления. Патология двигательной функциональной системы у детей, страдающих церебральными параличами, является одним из важных факторов, замедляющих и искажающих психическое развитие [2].

В последние годы в качестве средства реабилитации все активнее используют иппотерапию. Уникальность иппотерапии объясняется тем, что благодаря воздействию ритмически упорядоченной моторной и сенсорной нагрузки на реабилитанта при его тесном контакте с лошадью достигается стабильно выражен-

ный эффект. Иппотерапия позволяет оказывать положительное воздействие не только на физическое, но и на психическое состояние организма ребенка с ДЦП [3].

Иппотерапия – это нейрофизиологически ориентированная терапия с использованием лошади (от греческого «иппо» – лошадь и «терапия» – лечение) [2].

Принципиальное отличие иппотерапии от всех других видов лечебной физкультуры (ЛФК) заключается в том, что здесь, как нигде более, обеспечивается одновременное включение в работу практически всех групп мышц тела всадника. Причем это происходит на рефлекторном уровне, поскольку, сидя на лошади, двигаясь вместе с нею и на ней, пациент в течение всего сеанса инстинктивно старается сохранить равновесие, чтобы не упасть с лошади, тем самым побуждает к активной работе как здоровые, так и пораженные болезнью мышцы своего тела. Кроме того, ни один из спортивных снарядов не обладает возможностью возбуждать у пациента такую сильнейшую, разнонаправленную мотивацию, которая сопутствует занятиям иппотерапии.

Целью настоящей работы явилось определение эффективности применения иппотерапии для коррекции психически-познавательных процессов у детей с церебральным параличом.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ОБСЛЕДОВАНИЯ

Обследовано 22 ребенка в возрасте 8–10 лет обоих полов с диагнозом: ДЦП, спастическая двойная гемиплегия. Исследуемые были разделены на 2 равные группы: контрольную (группа № 1) – средний возраст составил $9,3 \pm 1,3$ и экспериментальную (группа № 2) – средний возраст составил $9,5 \pm 1,7$. Наблюдения осуществлялись в течение 6 месяцев. При этом у детей из первой группы реабилитационные мероприятия включали стандартный массаж и лечебную гимнастику. Дети из второй группы занимались по специально разработанной программе иппотерапии. В каждой группе (основной и контрольной) обследование детей проводили дважды: первый раз – до проведения курса реабилитационных мероприятий (начальное обследование) и второй раз – после проведения курса (конечное обследование). Всего было проведено 2 курса массажа и ле-

Таблица 1

Показатели восприятия и мышления под влиянием приемов массажных процедур,
гимнастики и иппотерапии у детей с ДЦП

Исследуемые параметры	Группы обследуемых	Показатели (в усл. ед.)		<i>p</i>
		исходное состояние	после проведения процедур	
Восприятие	№ 1	-0,72 ± 0,03	-0,65 ± 0,04	< 0,05
	№ 2	-0,74 ± 0,04	-0,59 ± 0,05	< 0,01
Мышление	№ 1	-0,69 ± 0,04	-0,63 ± 0,06	> 0,05
	№ 2	-0,71 ± 0,03	-0,58 ± 0,04	< 0,01

Примечание: *p* – коэффициент достоверности различий.

чебной гимнастики, каждый продолжительностью 15 процедур. Сеансы иппотерапии проводились непрерывно 3 раза в неделю в количестве 40 процедур.

Для реализации поставленной цели проводили тестирование с помощью компьютерной программы «Лонгитюд». Определяли уровни развития следующих способностей: восприятия и мышления.

Анализ исследований был проведен с определением основных статистических параметров ($M \pm m$) и достоверности их различий по непараметрическому критерию Wilcoxon на основе стандартной компьютерной программы MS Excel и показал высокую достоверность полученных результатов.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Независимо от определяемых параметров, в программе «Лонгитюд» нормативными их величинами являются следующие:

- ниже минус 0,65 – большое отставание от нормального развития;
- от минус 0,65 до минус 0,30 включительно – небольшое отставание;
- от минус 0,30 до плюс 0,41 включительно – нормальное развитие;
- выше 0,41 – опережение нормального развития.

Известно, что при ДЦП наряду с двигательными дисфункциями церебрального происхождения часто наблюдаются нарушения умственного развития и когнитивных функций. Данные проведенного исследования представлены в табл. 1.

Как следует из табл. 1, в результате применения иппотерапии у обследуемых детей со спастической двойной гемиплегией улучшались показатели восприятия в среднем на 25,4 %, а в группе обследуемых № 1 этот показатель изменился на 10,8 %.

Изучение параметров уровня мышления показало, что классический курс оздоровительных процедур не улучшил средний уровень мышления у детей с ДЦП в группе № 1. После проведения курса процедур с применением иппотерапии в группе обследуемых со спастической двойной гемиплегией показатели мышления улучшились на 22,4 %.

ВЫВОДЫ

Все вышеперечисленное свидетельствует о высокой эффективности применения иппотерапии в коррекции психически-познавательных процессов организма детей с церебральным параличом. Иппотерапия воздействует на организм детей с ДЦП через два мощных фактора: психогенный и биомеханический. Анализируя полученные данные, можно заключить, что в отличие от классического массажа с лечебной гимнастикой иппотерапия оказывает более сильное активизирующее влияние не только на подкорковые структуры на уровне ретикулярной формации и таламуса, но и на структуры префронтальной лобной коры, обеспечивающей вербально-логическое мышление, что приводит к улучшению уровня восприятия и мышления у детей с церебральным параличом в форме спастической двойной гемиплегии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бруйков А.А., Гулин А.В. Функциональное состояние сердечно-сосудистой системы у детей с церебральным параличом в процессе реабилитации // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2011. Т. 16. Вып. 1. С. 374-376.
2. Бруйков А.А., Гулин А.В. Психологические аспекты реабилитации у лиц с нарушением опорно-двигательного аппарата // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2014. Т. 19. Вып. 3. С. 981-982.
3. Бруйков А.А., Гулин А.В., Алокин В.В. Физиологическая характеристика влияния фиксационного массажа и онтогенетической гимнастики на функциональное состояние ЦНС у детей с ДЦП // Теория и практика физической культуры и спорта. М., 2010. № 11. С. 99-101.

Поступила в редакцию 27 января 2015 г.

Volokitin A.S., Bruikov A.A., Gulin A.V. CHANGES IN THE LEVEL OF PERCEPTION AND THINKING IN CHILDREN WITH CEREBRAL PALSY UNDER THE INFLUENCE OF HIPPOTHERAPY

Hippotherapy is a highly effective means of correction of the mental and cognitive processes in children with spastic forms of cerebral palsy. There search results allow to recommend hippotherapy as a restorative and corrective means of rehabilitation in children with cerebral palsy.

Key words: hippotherapy; infantile cerebral paraparesis.

Волокитин Антон Сергеевич, Липецкий государственный педагогический университет, г. Липецк, Российская Федерация, аспирант, кафедра медико-биологических дисциплин, e-mail: Ant48ru@mail.ru

Volokitin Anton Sergeevich, Lipetsk State Pedagogical University, Lipetsk, Russian Federation, Post-graduate Student, Medical and Biological Disciplines Department, e-mail: Ant48ru@mail.ru

Бруйков Алексей Александрович, Липецкий государственный педагогический университет, г. Липецк, Российская Федерация, кандидат биологических наук, старший преподаватель кафедры медико-биологических дисциплин, e-mail: ba73-87@mail.ru

Bruikov Alexey Alexandrovich, Lipetsk State Pedagogical University, Lipetsk, Russian Federation, Candidate of Biology, Senior Lecturer of Medical and Biological Disciplines Department, e-mail: ba73-87@mail.ru

Гулин Александр Владимирович, Липецкий государственный педагогический университет, г. Липецк, Российская Федерация, доктор медицинских наук, профессор кафедры медико-биологических дисциплин, почетный работник науки и техники РФ, e-mail: gulin49@yandex.ru

Gulin Alexander Vladimirovich, Lipetsk State Pedagogical University, Lipetsk, Russian Federation, Doctor of Medicine, Professor of Medical and Biological Disciplines Department, Honored Worker of Science and Technics of Russian Federation, e-mail: gulin49@yandex.ru

УДК 574.2: 57.045: 616.379-008.64

СОМАТОМЕТРИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НУТРИТИВНОГО СТАТУСА БОЛЬНЫХ САХАРНЫМ ДИАБЕТОМ, ПРОЖИВАЮЩИХ В УСЛОВИЯХ ПРОМЫШЛЕННОГО ГОРОДА

© Т.И. Сокольская, А.В. Гулин, В.Б. Максименко

Ключевые слова: сахарный диабет; экологически неблагополучная территория; соматометрические показатели; компоненты массы тела; ожирение; белковая недостаточность; белково-энергетическая недостаточность; гиперхолестеринемия.

Дана оценка показателей нутритивного статуса больных сахарным диабетом 1 и 2 типов, проживающих в условиях промышленного города. Проанализирована частота ожирения, синдрома белковой и белково-энергетической недостаточности, гиперхолестеринемии, а также особенности изменения компонентов сомы при данных состояниях у больных сахарным диабетом.

Сахарный диабет (СД) на сегодняшний день является одной из наиболее острых медико-социальных проблем во всем мире. Этим заболеванием страдает около 5 % населения планеты. При этом рост распространенности СД носит характер эпидемии [1–2].

В ряде исследований установлено усугубляющее влияние высоких уровней антропогенного загрязнения на клиническое течение СД [3]. Неблагоприятные факторы окружающей среды могут оказывать экомодифицирующее влияние на развитие данного заболевания [4]. Липецкая область, относящаяся к регионам с повышенной антропогенной нагрузкой, входит в число территорий «риска» по заболеваемости взрослого населения СД [5].

У больных СД клинически часто диагностируются расстройства нутритивного статуса, наблюдаются изменения соматических показателей питания и компонентного состава массы тела.

Известно, что среди всех больных СД подавляющее большинство (до 90 %) – это больные диабетом 2 типа (СД2), в основе развития которого лежит инсулиноврезистентность, снижение продукции инсулина или сочетание факторов [1]. При этом в 90 % случаев имеет место избыточная масса тела и ожирение. При инсулиновзависимом СД (сахарном диабете 1 типа – СД1), на долю которого приходится 10–20 % случаев, инсулиновая недостаточность вызывает активизацию распада белков, что клинически проявляется атрофией белковых тканей.

На сегодняшний день недостаточно исследований, рассматривающих соматометрические показатели в оценке нутритивного статуса больных СД в условиях антропогенного загрязнения. В связи с этим представляется актуальным изучение показателей физического развития, компонентного состава массы тела, соматических форм нарушения питания указанных групп больных для обеспечения наибольшей эффективности лечения с помощью индивидуальной диетотерапии.

Целью исследования является оценка с помощью соматометрических методов показателей нутритивного

статуса больных СД, проживающих в условиях экологического неблагополучия.

В контролируемом клиническом исследовании принимали участие 97 больных СД, проживающих в условиях промышленного г. Липецка. В исследование было включено 37 мужчин и 60 женщин, средний возраст которых составил $52,99 \pm 1,15$ года. Из них у 14 пациентов отмечался СД 1 типа (средний возраст $45,3 \pm 3,5$ года), а у 83 больных – СД 2 типа (средний возраст $54,3 \pm 1,10$ года). Из 83 обследованных больных СД2 у 13 пациентов диагностировали синдром белковой недостаточности, в 65 случаях отмечалась гиперхолестеринемия.

Методом антропометрии проведена оценка стандартных показателей физического развития: длины тела (см); массы тела (МТ, кг); окружностей тела (см), толщин кожно-жировых складок (мм). Оценка энергетического баланса организма больных осуществлена с помощью индекса Кетле–Гульда–Каупа (индекс массы тела (ИМТ), кг/м²). Для диагностики белковой недостаточности рассчитан показатель окружности мышц плеча (ОМП). Степень соматических форм белковой и белково-энергетической недостаточности определялась по уменьшению данных показателей. Исследованы парциальные компоненты сомы (жировая (ЖМТ), мышечная (ММТ), тощая (ТМТ) масса тела) и их количественное соотношение. Биохимическими методами определены уровень глюкозы, показатели липидного спектра (общего холестерина, триглицеридов).

Результаты изучения показателей физического развития больных СД 1 и 2 типов представлены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, в двух группах больных СД обнаружено значительное превышение показателя МТ своего идеального значения. При этом в группе больных СД 2 типа значения массы тела достоверно выше, по сравнению с группой обследованных лиц с СД 1 типа, на 20,2 %, и соответствовали ожирению 1 степени.

В исследовании установлено, что при СД 2 типа чаще (90,4 %) наблюдается ожирение, а при СД 1 типа (61,5 %) – избыточная масса тела. Показатель ОМП в

Таблица 1

Показатели физического развития больных СД

Заболевание	<i>n</i>	Масса тела, кг	Идеальная масса тела, кг	Длина тела, см	ИМТ, кг/м ²	ОМП, см
СД 1 типа	14	76,2 ± 3,30**	63,4 ± 1,19	167,0 ± 2,20	27,7 ± 1,14**	24,1 ± 0,71
СД 2 типа	83	91,6 ± 2,03	62 ± 0,66	164,9 ± 0,95	33,9 ± 0,77	24,8 ± 0,37

Примечание: уровень значимости достоверности различий средних значений в сравнении с группой больных СД 2 типа (**p* < 0,05; ***p* < 0,01; ****p* < 0,001).

Таблица 2

Показатели компонентного состава сомы больных СД

Заболевание	<i>n</i>	ЖМТ, кг	ММТ, кг	ТМТ, кг	% ЖМТ	% ММТ	% ТМТ
СД 1 типа	14	27,4 ± 3,28*	30,0 ± 1,10*	50,7 ± 2,30	32,5 ± 2,65*	41,5 ± 3,15*	66,4 ± 2,34*
СД 2 типа	83	36,6 ± 1,69	34,3 ± 0,81	54,5 ± 0,72	38,9 ± 1,24	37,7 ± 0,51	59,6 ± 1,35

Примечание: уровень значимости достоверности различий средних значений в сравнении с больными СД 2 типа (**p* < 0,05; ***p* < 0,01; ****p* < 0,001).

Таблица 3

Показатели физического развития и компонентного состава сомы больных сахарным диабетом 2 типа с СБН

Тип СД	<i>n</i>	ИМТ, кг/м ²	ОМП, см	ЖМТ, кг	ММТ, кг	ТМТ, кг	% ЖМТ	% ММТ
СД2 с СБН	70	24,9 ± 1,59**	19,7 ± 0,54***	24,5 ± 3,19***	25,8 ± 1,52**	52,2 ± 2,88	34,4 ± 2,52	37,2 ± 1,22
СД2 без СБН	13	35,5 ± 0,70	25,7 ± 0,32	38,8 ± 1,80	35,9 ± 0,78	55,0 ± 0,67	39,8 ± 1,31	37,7 ± 0,52

Примечание: уровень значимости достоверности различий средних значений в сравнении с группой больных сахарным диабетом 2 типа без СБН (**p* < 0,05; ***p* < 0,01; ****p* < 0,001).

двоих группах больных в среднем составляет 24,7 ± 0,34 см, что соответствует нормальным значениям.

При СД избыточную массу составляет жировой компонент сомы, вес которого значительно превосходит норму. Изучение парциальных компонентов МТ показывает, что различия в массе тела больных двух обследованных групп зависят в большей степени от разницы в величинах ЖМТ и в меньшей степени – от разницы в показателях ТМТ (табл. 2). При СД 1 типа наблюдается тенденция к накоплению жира и уменьшению доли ТМТ, при СД 2 типа – к накоплению жира и уменьшению доли ММТ.

Как следует из табл. 2, в группе больных СД 2 типа выявлены достоверно высокие значения жировой массы тела и доли ЖМТ в сравнении с группой пациентов СД 1 типа.

Среднее значение мышечного компонента сомы у больных СД 2 типа на 4,3 кг больше, чем у лиц в группе СД 1 типа, хотя доля ММТ достоверно (*P* < 0,05) выше у последних (табл. 2).

Кроме того, в изученных группах больных отмечена достоверность различия (*P* < 0,05) значений относительного содержания ТМТ.

Основным нарушением протеинового питательного статуса среди обследованных была соматическая форма белковой недостаточности (синдром белковой недостаточности – СБН), частота которой составляет 15,4 % в группе больных СД 1 типа и 15,7 % – в группе больных диабетом 2 типа. Синдром белково-энергетической не-

достаточности (СБЭН), определяемый по показателю ИМТ, в изученных группах встречался редко (у 1,2 % больных СД 2 типа).

При соматометрическом анализе обследуемых больных СД с СБН установлены показатели физического развития, близкие к норме.

На примере больных СД 2 типа показаны особенности нутритивного статуса при синдроме белковой недостаточности (табл. 3).

Как видно из табл. 3, СБН у больных СД 2 типа характеризуется равномерным уменьшением величины всех изученных парциальных компонентов сомы, в сравнении с группой больных без данного синдрома. Кроме того, у всех пациентов группы с нарушением белкового статуса отмечается достоверное снижение массы тела, а также показателей ИМТ и ОМП в сравнении с больными без СБН.

У больных СД с СБН достоверно снижены на 36,9 % ЖМТ и на 28,1 % ММТ в сравнении с группой пациентов без данного синдрома (табл. 3). Значения же тощего компонента сомы у больных с нарушением питания и без него отличаются незначительно, поэтому значимых различий данного показателя в исследуемых группах не отмечено. Следует отметить, что изменения массы тощего, мышечного и жирового компонентов сомы в группе больных с СБН происходят параллельно.

На фоне СБН избыток ЖМТ развивается в меньшей степени, тогда как в группе без белкового дефицита отмечается избыточная масса тела и ожирение (у боль-

Таблица 4

Показатели физического развития и парциальных компонентов массы тела
у больных СД 2 типа с гиперхолестеринемией

Заболевание	Масса тела, кг	Длина тела, см	ИМТ, кг/м ²	ОМП, см	ЖМТ, кг	ММТ, кг	ТМТ, кг
СД2 с ГХС <i>n</i> = 65	92,5 ± 2,25	163,9 ± 1,06*	34,5 ± 0,82	25,0 ± 0,42	37,5 ± 1,91	34,6 ± 0,86	54,2 ± 0,75*
СД2 без ГХС <i>n</i> = 18	88,3 ± 4,72	168,4 ± 1,98	31,5 ± 1,86	23,9 ± 0,82	33,3 ± 3,65	33,3 ± 2,06	57,7 ± 1,96

Примечание: уровень значимости достоверности различия средних значений в сравнении с группой больных СД 2 типа без ГХС (**p* < 0,05).

ных СД 1 типа – предожирение, а при СД 2 типа – ожирение, диагностированные по ИМТ). Следовательно, возникновение тканевого дефицита белка при СД замедляет рост избыточной ЖМТ.

В исследовании обнаружено, что частота гиперхолестеринемии (ГХС) среди обследованных больных СД 2 типа составляет 78,3 %. Как следует из табл. 4, основные соматометрические показатели у больных СД 2 типа с ГХС выше, чем у пациентов без ГХС: масса тела больше на 4,5 %, индекс массы тела – на 8,7 %.

При этом показатель ОМП у больных СД2 соответствует стандартным нормальным значениям, из чего следует, что соматическая белковая недостаточность не оказывает заметного влияния на возникновение гиперхолестеринемии. Достоверно более низкий уровень ТМТ указывает при этом на вероятность висцеральной белковой недостаточности при ГХС у больных СД 2 типа.

При сравнении парциальных компонентов сомы в группах больных с ГХС и без ГХС выявлено, что изменения соматометрических показателей у больных СД 2 типа с ГХС обусловлены преимущественным увеличением жировой и мышечной составляющих МТ. Так, в группе больных с ГХС отмечается превышение ЖМТ на 11,2 % в сравнении с группой больных без ГХС. Величина мышечной массы у лиц в группе без ГХС меньше на 3,8 % в сравнении с больными СД 2 типа из группы с ГХС. При этом, как видно из табл. 4, тощая масса тела достоверно больше у больных без гиперхолестеринемии в сравнении с группой пациентов с ГХС (*P* < 0,05).

Соматометрическая оценка показателей нутритивного статуса больных сахарным диабетом 1 и 2 типа, проживающих в условиях техногенного прессинга, показала достоверные различия ЖМТ, ММТ, % ЖМТ, % ММТ, % ТМТ в группах обследуемых больных. Вместе с тем среди больных СД 1 и 2 типов отмечено преобладание пациентов с избыточной массой тела и ожирением за счет жировой составляющей МТ. На фоне белкового дефицита избыток этого компонента сомы у больных СД развивался в меньшей степени, по

сравнению с группой лиц без СБН. У больных СД 2 типа гиперхолестеринемия может быть связана с висцеральной белковой недостаточностью.

ЛИТЕРАТУРА

- Фархутдинова Л.М., Байбурина Г.Г., Фархутдинов И.М. Сахарный диабет: на стыке медицины и геоэкологии // Медицинский вестник Башкортостана. 2010. Т. 5. № 4. С. 15-19.
- Хасанов Э.Н., Гильмуллин И.Ф., Куприянова-Ашина Н.В. К вопросу об эпидемиологии сахарного диабета в Республике Татарстан (по данным регистра сахарного диабета) // Практическая медицина. 2012. № 8. Ч. 1 (64). С. 68-69.
- Черняк И.Ю. Клинико-эпидемиологические и экологические особенности сахарного диабета I типа у детей и подростков (на примере Краснодарского края): автореф. дис. ... канд. мед. наук. Ставрополь, 2009.
- Гигиенические факторы формирования сочетанного течения хронического гастроуденита и инсулиннезависимого сахарного диабета на территориях экологического неблагополучия / А.И. Аминова, А.А. Акатова, С.В. Фарносова, А.С. Яковleva, И.Е. Штина, С.Л. Валина, О.В. Возгамент // Научный электронный архив. URL: <http://econf.rae.ru/article/4818> (дата обращения: 16.12.2014).
- О состоянии санитарно-эпидемиологического благополучия населения в Липецкой области в 2013 г.: государственный доклад Управления Роспотребнадзора по Липецкой области; ФБУЗ «Центр гигиены и эпидемиологии в Липецкой области» / под ред. В.А. Бондарева. Липецк, 2014. 263 с.

Поступила в редакцию 15 января 2015 г.

Sokolskaya T.I., Gulin A.V., Maksimenko V.B. THE SOMATOMETRIC ASSESSMENT OF THE INDICATORS OF NUTRITIVE STATUS OF PATIENTS WITH DIABETES MELLITUS LIVING IN AN INDUSTRIAL CITY

The assessment of nutritional status indicators of patients with the diabetes mellitus of the first and second types living in an industrial city is given. Was analyzed frequency of adiposity, syndrome of protein deficiency and syndrome of protein energy deficiency, hypercholesterolemia, as well as peculiarities of soma components changes in these states of patients with diabetes mellitus.

Key words: diabetes mellitus; eco-unfriendly area; somatometric indicators; components of body mass; adiposity; protein deficiency; protein energy deficiency; hypercholesterolemia.

Сокольская Тамара Игоревна, Липецкий филиал Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ, г. Липецк, Российская Федерация, кандидат биологических наук, доцент кафедры гуманитарных и естественнонаучных дисциплин, e-mail: sokolskaya.t.i@gmail.com

Sokolskaya Tamara Igorevna, Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Branch in Lipetsk, Lipetsk, Russian Federation, Candidate of Biology, Associate Professor of Humanitarian and Natural Disciplines Department, e-mail: sokolskaya.t.i@gmail.com

Гулин Александр Владимирович, Липецкий государственный педагогический университет, г. Липецк, Российская Федерация, доктор медицинских наук, профессор кафедры медико-биологических дисциплин, почетный работник науки и техники РФ, e-mail: gulin49@yandex.ru

Gulin Alexander Vladimirovich, Lipetsk State Pedagogical University, Lipetsk, Russian Federation, Doctor of Medicine, Professor of Medical and Biological Disciplines Department, Honored Worker of Science and Technics of Russian Federation, e-mail: gulin49@yandex.ru

Максименко Валерий Борисович, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, доктор медицинских наук, профессор, зав. кафедрой биохимии и фармакологии, e-mail: maksivb@mail.ru

Maksimenko Valery Borisovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Doctor of Medicine, Professor, Head of Biochemistry and Pharmacology Department, e-mail: maksivb@mail.ru

УДК 616.37-002

ОЦЕНКА НУТРИТИВНОГО СТАТУСА БОЛЬНЫХ ХРОНИЧЕСКИМ ПАНКРЕАТИТОМ В РАМКАХ СОМАТОМЕТРИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

© Т.И. Сокольская, А.В. Гулин, В.Б. Максименко

Ключевые слова: панкреатит; соматометрические показатели; компоненты массы тела; белковая недостаточность; белково-энергетическая недостаточность.

Дана оценка нутритивного статуса больных хроническим панкреатитом. Соматометрически у 42,1 % из них выявлены признаки белковой и белково-энергетической недостаточности. При этом отмечается заметное изменение соотношения парциальных компонентов массы тела. Полученные результаты являются основанием для рационализации диетотерапии у больных хроническим панкреатитом.

При хроническом панкреатите нередко причиной возникновения обострения является несбалансированное питание. Одной из форм хронических панкреатитов являются панкреатиты, наблюдающиеся у больных с дефицитом белка в питании [1]. Кроме того, нарушение эндокринной функции поджелудочной железы при панкреатите может сопровождаться возникновением белковой и белково-энергетической недостаточности.

В связи с этим изучение показателей физического развития, компонентного состава массы тела и соматических форм нарушения питания больных хроническим панкреатитом может иметь значение для профилактики осложнений, а также для повышения эффективности лечения с помощью индивидуальной диетотерапии [2].

Целью работы является исследование особенностей нутритивного статуса больных хроническим панкреатитом.

Работа основана на анализе данных, полученных при обследовании 38 больных хроническим панкреатитом в возрасте $44,7 \pm 1,85$ лет. В клиническое исследование было включено 16 мужчин и 22 женщины. Из 38 обследованных больных хроническим панкреатитом у 13 больных диагностировали синдром белковой недостаточности; в 8 % случаев отмечался синдром белково-энергетического дефицита.

Оценка стандартных показателей физического развития больных хроническим панкреатитом осуществлена методами антропометрии. Измерены масса тела (кг); длина тела (см); окружности тела (см); толщины кожно-жировых складок (мм). Подсчитаны величины

парциальных компонентов сомы (жировая (ЖМТ), мышечная (ММТ), тощая (ТМТ) масса тела). Изменения нутритивного статуса диагностировались по индексу Кетле–Гульда–Каупа (ИМТ, кг/м²) и окружности мышц плеча (ОМП). Степень соматических форм синдрома белковой недостаточности (СБН) и белково-энергетической недостаточности (СБЭН) определена по уровню уменьшения указанных показателей. Диагноз хронического панкреатита устанавливался исходя из клинических признаков: болевого синдрома, нарушений пищеварения, синдрома внутрисекреторной недостаточности и верифицировался на основе результатов инструментального обследования и лабораторных данных (активности амилазы крови и мочи, общего анализа крови, копрологического исследования).

В исследовании установлено, что физическое развитие обследованных больных хроническим панкреатитом соответствовало возрастной физиологической норме.

Как видно из табл. 1, в среднем показатель массы тела больных панкреатитом выше своего идеального значения на 19 %. Показатель ИМТ превышает границы нормальных значений этого индекса для возрастного интервала 45–54 года на 13 % (табл. 1).

Установлено, что в общей группе больных панкреатитом имеется значимая корреляционная связь МТ с ЖМТ и ее относительным содержанием ($r = 0,86$ и $r = -0,66$, соответственно, при $P < 0,001$), а также между МТ и мышечным компонентом сомы ($r = 0,92$ при $P < 0,001$), между МТ и ТМТ ($r = 0,48$ при $P < 0,01$).

Таблица 1

Показатели физического развития больных хроническим панкреатитом

Группы больных хроническим панкреатитом	Масса тела, кг	Идеальная масса тела, кг	Длина тела, см	ИМТ, кг/м ²	ОМП, см
Общая группа	$73,4 \pm 2,70$	$61,7 \pm 0,84$	$164,3 \pm 1,09$	$27,3 \pm 1,08$	$23,8 \pm 0,62$
С СБН	$56,9 \pm 2,08^{***}$	$60,3 \pm 1,84$	$163,8 \pm 1,61^*$	$21,2 \pm 0,78^{**}$	$19,9 \pm 0,61^{***}$

Примечание: уровень значимости достоверности различий средних значений в сравнении с больными панкреатитом с общей группой (* $p < 0,05$; ** $p < 0,01$; *** $p < 0,001$).

Таблица 2

Показатели компонентного состава сомы больных хроническим панкреатитом

Группы больных ХП	ЖМТ, кг	ММТ, кг	ТМТ, кг	% ЖМТ	% ММТ
Общая группа	$21,2 \pm 1,84$	$32,3 \pm 1,21$	$50,4 \pm 1,24$	$27,4 \pm 1,61$	$44,2 \pm 0,62$
С СБН	$12,2 \pm 1,06^{**}$	$26,2 \pm 1,33^{**}$	$45,5 \pm 2,32$	$21,3 \pm 1,58^*$	$45,7 \pm 1,12$
С СБЭН	$7,5 \pm 1,24'$	$21,4 \pm 3,14'$	$45,0 \pm 3,95$	$15,4 \pm 1,76'$	$43,0 \pm 2,95$

Примечание: уровень значимости достоверности различий средних значений в сравнении с общей группой больных панкреатитом ($*p < 0,05$; $^{**}p < 0,01$); уровень значимости достоверности различий средних значений в сравнении с общей группой больных панкреатитом ($'p < 0,05$).

Оценка питания обследованных больных показывает, что у 42,1 % из них отмечаются соматометрические признаки нарушения питания. При этом частота синдрома белковой недостаточности, диагностируемого по ОМП, среди испытуемых составляет 34,2 %, тогда как синдром белково-энергетической недостаточности отмечен всего у 8 % больных панкреатитом.

Как следует из табл. 1, у всех пациентов группы с белковой недостаточностью, в сравнении с общей группой больных панкреатитом, наблюдается достоверное снижение массы тела, а также показателей ИМТ и ОМП. При этом белково-энергетическая недостаточность отсутствует, о чем свидетельствует показатель ИМТ, соответствующий нормальному диапазону.

Уменьшение массы тела и снижение ИМТ в сравнении с общей группой больных, как видно из табл. 2, происходит не только за счет мышечного компонента сомы, но и преимущественно за счет ЖМТ, несмотря на то, что центральное место в патогенезе соматической формы протеинового дефицита занимает недостаток мышечного белка.

При сравнении показателей ЖМТ и % ЖМТ в общей группе обследуемых и в группе пациентов с СБН выявлены значимые различия между больными указанных групп. Содержание ЖМТ у обследованных больных в группе с СБН составляет 57,6 % к уровню больных панкреатитом без признаков нарушения питания. Таким образом, можно констатировать уменьшение жирового депо при панкреатите с СБН.

Полученные данные позволяют судить также о значительно более низком значении мышечного компонента сомы у лиц с СБН в сравнении с общей группой больных. Указанный показатель в группе с СБН ниже на 18,9 % (табл. 2).

Как видно из табл. 2, изменение МТ в группе больных с признаками СБЭН происходит за счет жирового и мышечного компонентов массы тела, значения которых достоверно ниже, чем в группе без признаков нарушения питания, на 64,6 и 33,8 %, соответственно.

Таким образом, соматометрическая оценка нутритивного статуса больных хроническим панкреатитом показывает наличие между МТ и массой компонентов сомы достоверной корреляционной связи, более значимой с жировой и мышечной составляющими МТ.

Установлено, что у 34,2 % обследованных больных хроническим панкреатитом встречается белковая недостаточность, при которой изменяется состав МТ. Обращают на себя внимание достоверные различия показателей МТ, ИМТ, ОМП, а также ЖМТ, ММТ, % ЖМТ в общей группе больных и группах с СБН и СБЭН. Уменьшение массы тела у пациентов с СБН происходит не только за счет мышечной составляющей МТ (81,1 % к уровню больных панкреатитом без нарушения питания), но и за счет жировой (57,6 % к уровню больных панкреатитом без нарушения питания). Этот факт позволяет предположить, что возникновение белкового дефицита сопровождается состоянием энергетической недостаточности, приводящей к уменьшению жирового депо. При белково-энергетическом дефиците отмечается более заметное изменение указанных парциальных компонентов МТ (35,4 и 66,3 % к уровню больных панкреатитом без нарушения питания, соответственно), что свидетельствует об усиленном использовании эндогенных пластических и энергетических резервов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Минушкин О.Н. Панкреатиты (представления, эпидемиология, этиология, классификация) // Экспериментальная и клиническая гастроэнтерология. 2008. № 1. С. 4-10.
2. Климова Е.В. Диетотерапия при хроническом панкреатите // Экологическая безопасность в АПК. Реферативный журнал. 2010. № 4. С. 1147.

Поступила в редакцию 27 января 2015 г.

Sokolskaya T.I., Gulin A.V., Maksimenko V.B. ASSESSMENT OF THE NUTRITIVE STATUS OF PATIENTS WITH CHRONIC PANCREATITIS IN THE CONTEXT OF SOMATOMETRIC STUDIES

Was given the assessment of nutritive status indicators of patients with chronic pancreatitis. The signs of protein and protein-energy failure were revealed in 42.1 % of them by means of somatometric method. The appreciable change of the interrelation between the partial components of body mass is registered. The received results are the basis for rationalization of a diet therapy of patients with chronic pancreatitis.

Key words: pancreatitis; somatometric indicators; components of body mass; protein deficiency; protein energy deficiency.

Сокольская Тамара Игоревна, Липецкий филиал Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ, г. Липецк, Российская Федерация, кандидат биологических наук, доцент кафедры гуманитарных и естественнонаучных дисциплин, e-mail: sokolskaya.t.i@gmail.com

Sokolskaya Tamara Igorevna, Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration Branch in Lipetsk, Lipetsk, Russian Federation, Candidate of Biology, Associate Professor of the Humanitarian and Natural Disciplines Department, e-mail: sokolskaya.t.i@gmail.com

Гулин Александр Владимирович, Липецкий государственный педагогический университет, г. Липецк, Российская Федерация, доктор медицинских наук, профессор кафедры медико-биологических дисциплин, почетный работник науки и техники РФ, e-mail: gulin49@yandex.ru

Gulin Alexander Vladimirovich, Lipetsk State Pedagogical University, Lipetsk, Russian Federation, Doctor of Medicine, Professor of Medical and Biological Disciplines Department, Honored Worker of Science and Technics of Russian Federation, e-mail: gulin49@yandex.ru

Максименко Валерий Борисович, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, доктор медицинских наук, профессор, зав. кафедрой биохимии и фармакологии, e-mail: maksivb@mail.ru

Maksimenko Valery Borisovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Doctor of Medicine, Professor, Head of Biochemistry and Pharmacology Department, e-mail: maksivb@mail.ru

УДК 618.2-071.1+618.5

СЕМЕЙНЫЙ АНАМНЕЗ И СОСТОЯНИЕ ЗДОРОВЬЯ НОВОРОЖДЕННЫХ, ПОЛУЧАВШИХ ИНТЕНСИВНУЮ ТЕРАПИЮ

© М.Л. Чернышева

Ключевые слова: здоровье новорожденных; патология новорожденных; здоровье родителей; патология беременности; неонатология; заболеваемость; семейный анамнез.

Изучено состояние здоровья новорожденных, перенесших интенсивную терапию, в сравнении с контрольной группой. Проанализированы некоторые показатели семейного анамнеза, такие как состояние здоровья, наличие хронических заболеваний, вредные привычки, репродуктивное здоровье для обоих родителей. Для матерей проведен анализ частоты абортов и применения контрацептивов. Проведено сравнение состояния здоровья новорожденных в обеих группах. Показаны существенные различия в соматической и неврологической заболеваемости в группах.

Число новорожденных детей, нуждающихся в интенсивной терапии, с момента вступления в силу Приказа Министерства здравоохранения и социального развития РФ от 27 декабря 2011 г. № 1687н «О медицинских критериях рождения, форме документа о рождении и порядке ее выдачи» выросло на 16 % в ЦФО. Согласно этому документу «живорождением является момент отделения плода от организма матери посредством родов при сроке беременности 22 недели и более при массе тела новорожденного 500 грамм и более (или менее 500 грамм при многоплодных родах) или в случае, если масса тела ребенка при рождении неизвестна, при длине тела новорожденного 25 см и более при наличии у новорожденного признаков живорождения (дыхание, сердцебиение, пульсация пуповины или произвольные движения мускулатуры, независимо от того, перерезана пуповина и отделилась ли плацента)». Такие критерии дают основание полагать, что число детей с патологией будет расти, что влечет за собой пересмотр и условий оказания медицинской помощи и стандартов их лечения и наблюдения в дальнейшем.

Заметный вклад в увеличение числа детей, получающих ИВЛ и другие виды интенсивной терапии, внесло развитие вспомогательных репродуктивных технологий, особенно экстракорпорального оплодотворения [1–2].

Мировая статистика также свидетельствует об увеличении частоты патологии беременности и новорожденных. По данным ВОЗ, около 10 млн новорожденных в мире ежегодно нуждаются в интенсивной терапии [3].

Семья, ее социальные характеристики, образ жизни и медицинская активность, отношение к новорожденному и его здоровью являются базой для формирования здоровья ребенка, которое закладывается внутриутробно и реализуется в условиях, стимулирующих или тормозящих отрицательные фенотипические проявления [4].

Необходим поиск объективных критериев, позволяющих на ранних этапах развития прогнозировать исход критического состояния, влиять на выживаемость конкретного больного, уровень его соматическо-

го и нервно-психического здоровья в период развития плода и в первые три года жизни, являющиеся критическими для формирования основ здоровья человека.

После введения новых критериев живорожденности в марте 2012 г. накопился достаточный материал для анализа как работы службы родовспоможения в новых условиях, так и анализа состояния здоровья новорожденных. В обследованную группу нами включены 57 детей (31 мальчик и 26 девочек, из них 1 двойня – девочки) из родильных домов Тамбовской и Липецкой областей, находившиеся по состоянию здоровья на лечении в отделении патологии новорожденных. В контрольной группе – 55 детей (27 мальчиков, 28 девочек), выпущенных из родильного отделения в срок и не нуждавшихся в интенсивной терапии и дополнительном лечении. Сравнение количественных показателей проводили по тесту Стьюдента при условии его нормального распределения. Качественные показатели сравнивали по критериям Манна–Уитни и хи-квадрат.

В основной группе в полной семье родились 49 новорожденных (86 %), в 14 % случаев семья неполная. Достоверных различий с контрольной группой не выявлено.

Изучение семейного анамнеза показало различия по ряду показателей здоровья отцов в основной и контрольной группах. Так, опрос и результаты анкетирования выявили курение в анамнезе в 68,5 % случаев в основной и 51,3 % контрольной группах ($p < 0,05$). Наличие хронических соматических заболеваний в 65,2 и 37,5 %, соответственно ($p < 0,05$). Лечение от андрологической патологии в 32,5 и 23,7 %, соответственно ($p < 0,05$).

Анализ соматической заболеваемости показал, что все женщины основной группы до наступления настоящей беременности имели ту или иную соматическую патологию, в контрольной группе она наблюдалась в 63,5 %. Достоверно чаще отмечалась хронический пиелонефрит в основной группе у 14,9 % женщин, по сравнению с контрольной группой у 5,1 % ($p < 0,05$). Воспалительные гинекологические заболевания в основной группе встречались достоверно чаще по сравне-

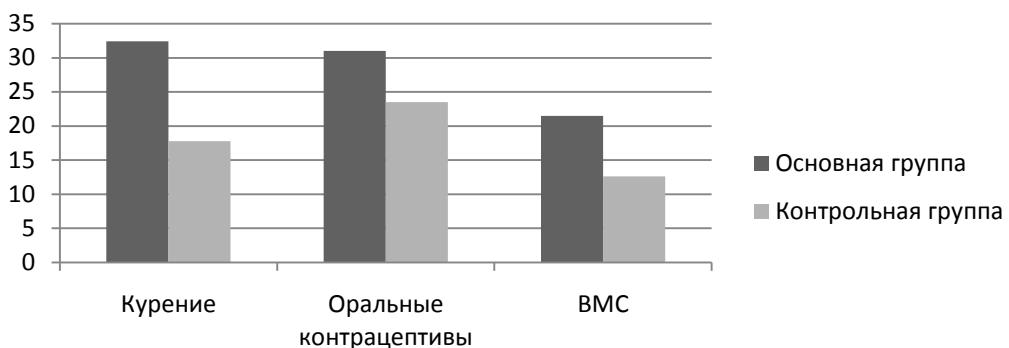


Рис. 1. Доля (%) женщин основной и контрольной групп с некоторыми негативными факторами в анамнезе

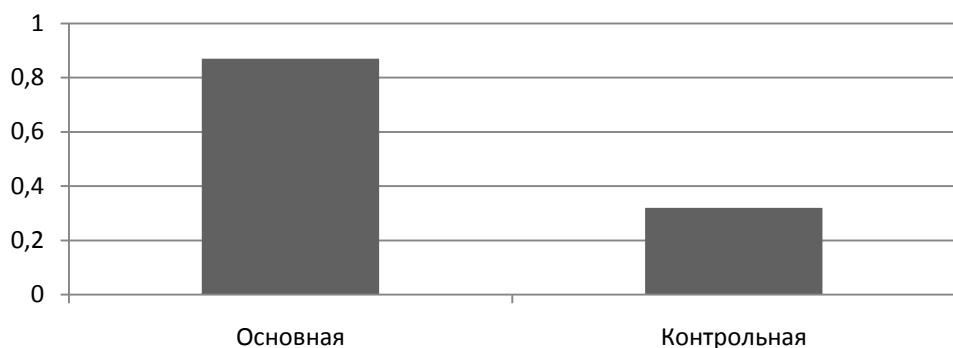


Рис. 2. Частота (на 1 человека) абортов у женщин основной и контрольной групп

нию с контрольной группой: 59,1 и 22,5 % женщин, соответственно ($p < 0,05$). Наличие длительного – 2 года и более – периода, когда не наступала желанная беременность в анамнезе: у 56,3 и 36,5 % случаев, соответственно.

Также различия наблюдались в следующих параметрах, отражающих образ жизни и репродуктивное поведение матери. В основной группе курили 32,4 % матерей, а в контрольной – только 17,8 % ($p < 0,05$). Длительное применение оральных контрацептивов (более 1 года) отмечено в основной группе у 31 % матерей, в контрольной – у 23,5 % ($p < 0,05$). Наличие в анамнезе факта использования внутриматочной спирали у 21,5 и 12,6 %, соответственно ($p < 0,05$), что представлено на рис. 1. Анализ наличия и частоты абортов в группах выявил частоту абортов 0,87 на 1 женщину в основной группе и 0,32 на 1 женщину в контрольной группе ($p < 0,01$) (рис. 2).

Течение беременности и родов в основной группе достоверно отличалось по сравнению с контрольной ($p < 0,05$). В основной группе гестозы первой и второй половины беременности встречались в 71,9 % случаев, угроза прерывания у 62,1 %, дискоординация родовой деятельности у 41,0 % женщин, экстренное кесарево сечение проводилось в 25 % случаев. Эти же показатели составили, соответственно, 11,4, 41,5, 14,5, 10,3 % у женщин контрольной группы.

Из детей основной группы 17 находились на аппаратном дыхании. 6 родились в сроке от 22 до 28 недель. Первые роды у матери – 24 случая (42 %), вторые – 20 (35 %), трети – 9 (16 %), четвертые – 4 (7 %).

Характеристика новорожденных основной группы представлена в табл. 1.

При анализе раннего неонатального периода установлено, что в структуре неонатальной заболеваемости в основной группе преобладала сочетанная патология. Одной из причин поступления в отделение реанимации стали дыхательные и сердечно-сосудистые нарушения, характерные для перинатального периода у 87 % новорожденных, которые встречались достоверно чаще по сравнению с контрольной группой ($p < 0,05$). У недоношенных детей встречались чаще врожденные ателектазы, у доношенных – транзиторное тахипно новорожденных и аспирационный синдром. У 84,2 % детей основной группы была выявлена инфекционная патология, клинически проявляющаяся в виде сепсиса, гнойного менингита, пневмонии, язвенно-некротического энтероколита, омфалита, пиодермии. Гематологические нарушения проявились в виде тяжелой гемолитической болезни новорожденного у 10,3 % детей,

Таблица 1

Характеристика новорожденных основной группы

Параметры	N = 57
Мальчики/девочки	31/26 54 %/46 %
Масса тела при рождении, г	2520 ± 135 (1790–3870)
Гестационный возраст, недель	33,5 ± 3,5
Доношенные	51 (89,4 %)
Недоношенные (35–37 недель)	6 (10,6 %)
Оценка по шкале Апгар 1 мин./5 мин.	3,9 ± 0,19/5,42 ± 0,11

конъюгационной желтухи IV степени у 61 % и геморрагического синдрома у 29,6 % детей. ВПР у 15 %, а в контрольной группе у 2 %. В контрольной группе выявлена гораздо более низкая заболеваемость: задержка внутриутробного развития у 11,6 %, конъюгационная желтуха у 11,8 %. Был проведен сравнительный анализ заболеваемости между недоношенными и доношенными детьми. В группах, находившихся в отделении реанимации, такие патологии, как ЗВУР, конъюгационная желтуха, геморрагический синдром и ВПР, встречались чаще у недоношенных детей. В контрольной группе большая часть заболеваемости также приходилась на недоношенных детей.

При проведении анализа выявленной патологии нервной системы было отмечено, что кома (12 %) и судорожный синдром (31 %) встречались лишь в основной группе. Ведущим синдромом в основной группе в 55,4 % случаев был синдром угнетения. В контрольной группе патология нервной системы встречалась гораздо реже, и преобладал синдром гипервозбудимости (у 15,6 % детей).

На основании полученных данных можно сделать вывод, что существует разница в показателях семейного анамнеза новорожденных основной группы (получавших интенсивную терапию) и контрольной группы (не получавших интенсивную терапию). Состояние здоровья, вредные привычки и репродуктивное здоровье важны как для отца, так и для матери, поскольку присутствует их взаимосвязь с показателями здоровья новорожденных. Основная и контрольная группа показали существенные различия в соматической и неврологической и заболеваемости. Также отмечена разница в показателях между доношенными и недоношенными детьми. Следовательно, уже на этапе изучения анамнеза возможно формирование групп риска патологии

новорожденных и постановка их на диспансерный учет с коррекцией факторов риска.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецова В.С. и др. Особенности адаптации в раннем неонатальном периоде новорожденных детей, рожденных у женщин с бесплодием в анамнезе после циклов экстракорпорального оплодотворения (ЭКО) // Журнал теоретической и практической медицины. 2004. Т. 2. № 1. С. 59-62.
2. Баранов А.А. Справка о состоянии здоровья детей, родившихся в результате использования вспомогательных репродуктивных технологий, в том числе ЭКО. URL: <http://www.pediatr-russia.ru/no-de/124> (дата обращения: 20.12.2014).
3. Инвестируя в будущее детей: Европейская стратегия охраны здоровья детей и подростков, 2015–2020 гг. URL: [http://www.euro.who.int/ru/health-topics/Life-stages/child-and-adolescent-health-strategy-20152020](http://www.euro.who.int/ru/health-topics/Life-stages/child-and-adolescent-health/publications/2014/investing-in-children-the-european-child-and-adolescent-health-strategy-20152020) (дата обращения: 19.12.2014).
4. Коротаева Н.В. Заболеваемость, физическое и нервно-психическое развитие детей, леченных в отделении реанимации и интенсивной терапии новорожденных // Современные направления теоретической и практической медицины: сборник материалов межрегион. науч.-практ. конф. молодых ученых с междунар. участием. Воронеж, 2005. С. 171-175.

Поступила в редакцию 23 января 2015 г.

Chernysheva M.L. FAMILY HISTORY AND HEALTH STATUS OF THE NEWBORN, RECEIVE EMITTING INTENSIVE THERAPY

Was examined the health of infants undergoing intensive treatment compared with the control group. Analyzed some indicators of family history such as health status, chronic illnesses, bad habits, reproductive health for both parents. For mothers was analyzed the frequency of abortion and contraceptive use. A comparison of the health of infants in both groups was held. Were showed significant differences in somatic and neurological disease and in groups.

Key words: health of newborns; infants pathology; parents' health; pregnancy pathology; neonatology; morbidity; family history.

Чернышева Марта Леонидовна, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат медицинских наук, доцент, зам. директора медицинского института по постдипломному образованию, e-mail: doc-martha@rambler.ru

Chernysheva Marta Leonidovna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate of Medicine, Associate Professor, Deputy Director of Medical Institute for Post-graduate Education, e-mail: doc-martha@rambler.ru

УДК 613.95

ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА МЕДИЦИНСКУЮ АКТИВНОСТЬ СЕМЕЙ ПРИ ЗАБОЛЕВАНИИ ДЕТЕЙ ОТ 1 ГОДА ДО 14 ЛЕТ

© М.Л. Чернышева

Ключевые слова: медицинская активность; здоровье детей; педиатрия; первичная медицинская помощь; социальный статус; семья.

Проведен анализ влияния медицинской активности семьи в отношении детей на состояние здоровья детей. Проанализирована структура медицинской активности. Отмечены наиболее важные социальные факторы, влияющие на медицинскую активность семьи. Показана связь состояния здоровья детей в возрасте от 1 года до 14 лет с показателями медицинской активности семьи в разных ситуациях. Проанализированы приверженность семей с детьми профилактике и отношение к прививкам. Приведены данные медицинской активности при острых и хронических заболеваниях.

Понятие медицинской активности было введено академиком Ю.П. Лисицыным и является составляющей более широкого понятия «образ жизни».

Медицинская активность – деятельность людей в области охраны, улучшения индивидуального и общественного здоровья в определенных социально-экономических условиях. Медицинская (медицинско-социальная) активность включает: наличие гигиенических навыков, выполнение медицинских рекомендаций, участие в оздоровлении образа жизни и окружающей среды, умение оказывать первую доврачебную помощь себе и родственникам, использовать средства народной, традиционной медицины и др. [1].

В литературе отмечается воздействие на показатели здоровья и негативных внутрисемейных отношений и образа жизни семьи. Понятия о здоровом образе жизни, факторах риска здоровья формируются у подростков в условиях агрессивно-информационной среды, неблагоприятного имиджа врача, низкой степени доверия к медицинским работникам, что обуславливает недостаточную медицинскую активность и формирование вредных привычек [2].



Рис. 1. Взаимосвязь социальных факторов, медицинской активности семьи и здоровья детей

Заболеваемость детей дошкольного возраста, посещающих и не посещающих дошкольные учреждения. Все эти показатели через медицинскую активность формируют стереотип взаимодействия семьи со здравоохранением по вопросам оказания медицинской помощи [3].

Выделим несколько направлений медицинской активности семьи в отношении заболевания ребенка от 1 года до 14 лет. Первое направление – первичная профилактика заболеваний (кроме иммунопрофилактики). Второе – поведение при возникновении острых заболеваний. Третье – вторичная профилактика хронических заболеваний. Четвертая – поведение при возникновении обострений хронических заболеваний. Пятая – отношение к иммунопрофилактике. Нами изучена медицинская активность 124 семей в отношении детей.

Таблица 1

Балльная оценка медицинской активности

Баллы	Медицинская активность
1	Отсутствие медицинской активности. Отсутствие направленности на профилактику. Никогда не обращаются к врачу, не доверяют ему, не выполняют его рекомендации
2	Низкая. Редко обращаются к врачу, в случае необходимости, низкое доверие врачу, выполнение рекомендаций – от случая к случаю
3	Средняя. Часто обращаются к врачу. Доверяют ему при угрожающих состояниях, частично выполняют рекомендации
4	Высокая. Присутствует интерес к профилактике. Почти всегда обращаются к врачу, доверяют ему, чаще всего выполняют рекомендации
5	Очень высокая медицинская активность. Направленность на профилактику высокая. Всегда обращаются к врачу, доверяют ему и следуют его рекомендациям

Таблица 2

Взаимосвязь (коэффициент корреляции) медицинской активности семьи и здоровья детей (выделены значимые показатели)

	Показатель	Медицинская активность
1	Длительность заболеваний	-0,05
2	Оценка физического развития	-0,02
3	Частота заболеваний (обострений)	-0,25
4	Оценка состояния здоровья (группа здоровья)	-0,32
5	Состояние опорно-двигательного аппарата	0,13
6	Острота зрения	0,14

57 семей в выборке имели по одному ребенку от 1 до 14 лет, 41 семья – двоих детей этого возраста, 19 семей – троих детей, 5 семей – четверых или более. Оценка медицинской активности проводилась путем анкетирования опроса по 5-балльной шкале (табл. 1).

Важность медицинской активности для здоровья детей подтверждают наши данные о ее взаимосвязи с показателями, характеризующими здоровье детей (табл. 2).

Не отмечена взаимосвязь медицинской активности семьи с частотой и длительностью заболеваний ребенка, оценкой его физического развития. Достоверная отрицательная связь отмечена с частотой заболеваний (обострений) и оценкой состояния здоровья. Положительная достоверная взаимосвязь наблюдается с состоянием опорно-двигательного аппарата и остротой зрения.

Среди социальных факторов, могущих повлиять на медицинскую активность семей в отношении детей в возрасте от 1 года до 14 лет, выбраны следующие: возраст матери, полная/неполная семья, место проживания (город, поселок, село, хутор), доход (низкий, средний, высокий, очень высокий), образование матери (среднее, профессиональное, высшее, научные степени), число детей в семье, условия проживания (комната в общежитии, коммунальная комната, отдельная кварти-

ра, частный дом) и временная/территориальная доступность медицинской помощи (низкая, средняя, высокая и очень высокая).

На первый параметр медицинской активности – профилактику заболеваний, связанную с образом жизни (питание, двигательная активность, режим труда и отдыха), – наибольшее влияние оказали два показателя – доход семьи на одного ее члена ($r = 0,24$) и образование матери ($r = 0,19$), что и представлено на рис. 2.

Такой показатель медицинской активности, как поведение при возникновении острых заболеваний обнаружил средней силы положительную взаимосвязь ($r = 0,35$) с параметром «временная/территориальная доступность медицинской помощи», что подтверждает гипотезу о влиянии доступности медицинской помощи на медицинскую активность семей с детьми (рис. 3).

Третий компонент медицинской активности (рис. 4) – «вторичная профилактика обострений хронических заболеваний» – показал взаимосвязь с показателями «доход семьи на одного ее члена» ($r = 0,19$) и «условия проживания» ($r = 0,28$).

Поведение при возникновении обострений хронических заболеваний у детей показало зависимость от такого параметра, как «временная/территориальная доступность медицинской помощи» ($r = 0,13$).

Пятая составляющая медицинской активности – отношение к иммунопрофилактике – оказалась в зависимости от образования матери – положительная взаимосвязь $r = 0,25$ и возрастом матери – положительная взаимосвязь $r = 0,17$ (рис. 5).

Итак, полученные данные свидетельствуют о наличии взаимосвязи медицинской активности семьи в отношении здоровья детей и показателей здоровья, в частности, с частотой заболеваний (обострений), группой здоровья (отрицательная взаимосвязь).

Положительная достоверная взаимосвязь наблюдается с состоянием опорно-двигательного аппарата и остротой зрения. При изучении социальных факторов, влияющих на медицинскую активность в отношении детей в возрасте от 1 года до 14 лет, показана взаимосвязь с рядом параметров. В рамках оказания первичной медико-социальной помощи, при формировании групп риска среди детей рекомендуется использовать социальные параметры для прогнозирования медицинской активности семьи.

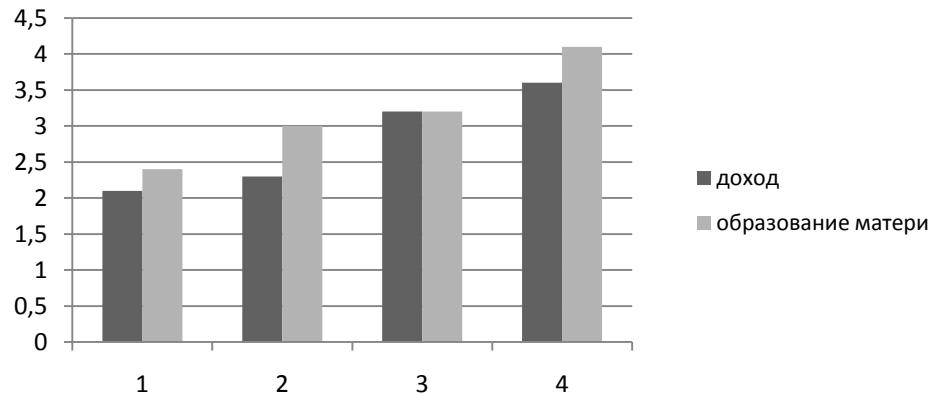


Рис. 2. Приверженность семьи первичной профилактике и здоровому образу жизни (5-балльная шкала) в зависимости от некоторых социальных параметров

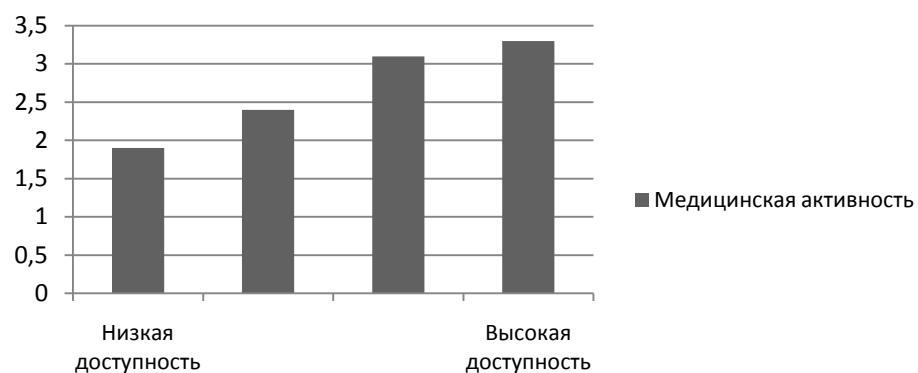


Рис. 3. Медицинская активность (5-балльная шкала) в отношении острых заболеваний семей с детьми в зависимости от степени временной/территориальной доступности первичной медицинской помощи

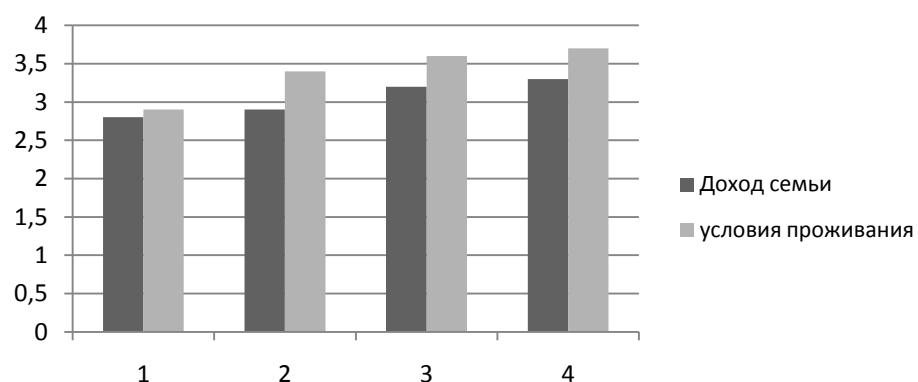


Рис. 4. Зависимость приверженности семьи вторичной профилактике заболеваний у детей от дохода на одного члена семьи и условий проживания

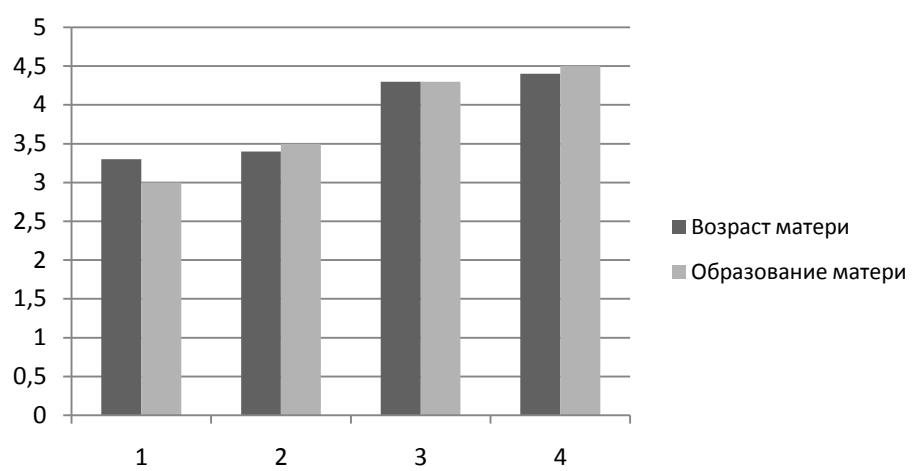


Рис. 5. Отношение к иммунопрофилактике в зависимости от возраста и образования матери

ЛИТЕРАТУРА

1. Чернышев А.В., Клименко Г.Я., Есауленко И.Э., Львович Я.Е., Чопоров О.Н., Баранов А.А. Образ жизни и здоровье школьников: состояние, проблемы и пути их решения: монография. Тамбов; Воронеж. 2004. 123 с.
2. Саидова Л.Б. Заболеваемость детей дошкольного возраста, посещающих и не посещающих дошкольные учреждения // Вопросы практической педиатрии. 2009. Т. 4. № 2. С. 90-93.
3. Кулакова Е.В., Богомолова Е.С., Назарова Е.В. Медицинская активность родителей, имеющих детей дошкольного возраста // Медицинский альманах. 2011. Вып. № 4 (17). С. 19-21.

Поступила в редакцию 28 января 2015 г.

Chernysheva M.L. FACTORS INFLUENCING MEDICAL ACTIVITY OF FAMILIES WITH THE DISEASE OF CHILDREN FROM 1 YEAR TO 14 YEARS

Was analyzed the impact of family medical activity for children on children's health. The structure of medical activity was analyzed. Marked the most important social factors that affect the health of family activity. The connection between the health of children from 1 year to 14 years of medical activity with indicators of family in different situations was showed. Analyzed commitment to families with children and prevention related to vaccination. The data of medical activity in acute and chronic diseases were showed.

Key words: medical activity; children's health; pediatrics; primary health care; social status; family.

Чернышева Марта Леонидовна, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат медицинских наук, доцент, зам. директора медицинского института по постдипломному образованию, e-mail: doc-martha@rambler.ru

Chernysheva Marta Leonidovna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate of Medicine, Associate Professor, Deputy Director of Medical Institute for Post-graduate Education, e-mail: doc-martha@rambler.ru

УДК 616.97

АНАЛИЗ ИНФЕКЦИЙ, ПЕРЕДАЮЩИХСЯ ПОЛОВЫМ ПУТЕМ, В ТАМБОВСКОЙ ОБЛАСТИ

© О.С. Кузнецова, А.В. Чернышев, В.Г. Винницкий, С.Н. Симонов

Ключевые слова: инфекции, передаваемые половым путем; эпидемия инфекций; воспалительные изменения половых органов; бесплодие.

Дан анализ наиболее распространенных заболеваний, передающихся половым путем, в Тамбовской области. Перечислены факторы, снижающие истинные статистические данные инфекций, передающихся половым путем. Приведены литературные данные о распространенности, о последствиях перенесения данных инфекций у лиц fertильного возраста. Рассмотрены профилактические пути решения данной проблемы.

Сохранение здоровья общества – комплексная задача государственной важности. Однако основной государственной системой социально-экономических и медицинских мероприятий, цель которых – повышение уровня здоровья человека и населения в целом, является здравоохранение. Общемировая тенденция развития здравоохранения в области репродуктивного здоровья – стандартизация медицинских услуг [1], профилактика инфекций, передающихся половым путем (ИППП), планирование семьи и работа с молодежью [2–4].

Ежедневно более 1 млн человек приобретают инфекцию, передаваемую половым путем. По оценкам ВОЗ, ежегодно 500 млн человек приобретают одну из четырех ИППП: хламидиоз, гонорею, сифилис и трихомониаз [5].

ИППП являются следствием рискованного полового поведения. Рискованное половое поведение является одной из особенностей социально-психологического портрета современной молодежи. В настоящее время широко распространены такие модели рискованного поведения, как раннее начало половой жизни, внебрачные, беспорядочные, незащищенные (без использования контрацептивов) половые связи [6].

В оценке репродуктивного здоровья населения эксперты ВОЗ учитывают показатели, отражающие уровень профилактики ИППП, включая ВИЧ/СПИД; ВИЧ-безопасность переливаемой крови; распространенность ИППП, распределение их по возрасту и полу; уровень качества медицинской помощи пациентам с ИППП (соотношение пациентов, прошедших через диагностику и лечение по протоколам, и общего числа пациентов с ИППП); степень подготовленности медицинского персонала для оказания помощи при ИППП; использование медицинскими работниками общих мер профилактики; знание населением назначения и правильного использования презервативов; уровень использования населением презервативов при случайных сексуальных контактах [7].

Анализ заболеваний репродуктивной системы проведен на примере Тамбовской области, расположенной в Центральном федеральном округе, занимающей площадь 34,3 тыс. км². В Тамбовской области проживает, по данным Госкомстата России, 1075748 человек

(2013). Плотность населения – 30,83 человек/км² (2013). Городское население – 59,07 % (635444 человека), сельское – 40,93 % (440304 человека) на 2013 г.

Для исследования взят период с 2008 по 2012 г., который для города Тамбова сложился демографически неблагоприятным. Несмотря на небольшой рост рождаемости (2008 г. – 9,1 на 1000 человек населения; 2012 г. – 9,7 на 1000 человек населения) и снижение смертности (2008 г. – 17,6 на 1000 человек населения; 2012 г. – 16,2 на 1000 человек населения), естественный прирост оставался отрицательным (2008 г. – 8,5 на 1000 человек населения; 2012 г. – 6,5 на 1000 человек населения).

Возникшая в начале 1990-х гг. в России эпидемия инфекций, передаваемых путем, продолжает снижаться. В 2012 г. в РФ было выявлено 382720 больных ИППП, из них 47268 – с новым установленным диагнозом сифилиса, в т. ч. 1293 (2,7 %) детей (0–17 лет). ИППП занимают значительное место среди инфекционной патологии и вызывают в целом по России у 2,5 % населения воспалительные изменения мочеполовых органов [8–9]. Основными причинами распространения ИППП среди населения являются социальные и экономические условия, возникшие в стране в последние десятилетия, недостаточное финансирование эффективной медицинской помощи, в т. ч. и для проведения противоэпидемической работы [10–11].

Основой для динамического анализа и контроля за ИППП является медицинская статистика. Поэтому на сегодняшний день важным этапом является повышение достоверности учета заболеваемости. С 21 сентября 2000 г. согласно приказу МЗ РФ от 7 августа 2000 г. № 315 введена отчетная форма № 089/у – 00 «Извещение о больном впервые в жизни установленным диагнозом сифилиса, гонореи, трихомониаза, хламидиоза, урогенитального герпеса, аногенитальных (венерических) бородавок и др.». Однако для коммерческих медицинских учреждений, куда в первую очередь анонимно обращается большая часть заболевших ИППП для обследования и лечения, нет прямого указания предоставлять отчетность о выявленной патологии учреждениям медицинской статистики (Постановление правительства РФ № 402 от 21 мая 2001 г.). Кроме то-

го, в приказе МЗ РФ № 400 о введении учетной формы № 089/у – 00 не сказано о ее заполнении при выявлении ИППП частными медицинскими учреждениями.

Течение большинства ИППП имеет стертые формы, поэтому часто создаются трудности в диагностике инфекционно-воспалительных заболеваний уrogenитального тракта. Безрецептурный отпуск антибиотиков в аптеках способствует росту случаев самолечения.

Перечисленные обстоятельства являются факторами недоучета истинных показателей заболеваемости ИППП. Подобная ситуация в большей степени проявляется в крупных городах. В связи с этим есть необходимость координации работы бюджетных и коммерческих звеньев здравоохранения [9].

В Тамбовской области заболеваемость населения инфекциями, передаваемыми половым путем (сифилис, гонорея, трихомоноз, хламидиоз), в 2012 г. составила 215,6 случая на 100 000 населения. Это на 19,1 % ниже по сравнению с заболеваемостью ИППП в 2008 г. (266,2 случая на 100 000 человек).

На фоне общего умеренного снижения данных ИППП обращает на себя внимание относительно высокий удельный вес трихомониаза и хламидийной инфекции в популяции Тамбовского региона. Эти данные должны лечь в основу санитарно-профилактических мероприятий по снижению их распространенности.

Хламидийной инфекции необходимо уделять серьезное внимание в связи с ее негативным влиянием на репродуктивное здоровье населения, включая бесплодие. Наиболее высокая заболеваемость хламидийной инфекцией зарегистрирована в России у лиц в возрасте 15–24 лет. Выявление хламидийной инфекции затрудняется преимущественно бессимптомным течением заболевания, особенно у лиц женского пола.

ИППП являются основной предотвратимой причиной бесплодия, особенно у женщин. У 10–40 % женщин с нелечеными хламидийными инфекциями развивается симптоматическое воспаление тазовых органов. Постинфекционная патология маточных труб является причиной женского бесплодия в 30–40 % случаев. Кроме того, вероятность развития внематочной (трубной) беременности у женщин, перенесших воспаление тазовых органов, возрастает в 6–10 раз, а причиной внематочной беременности в 40–50 % случаев является перенесенное ранее воспаление тазовых органов. Инфицирование некоторыми типами вируса папилломы человека может привести к развитию рака половых органов, в частности, рака шейки матки у женщин [12].

Существуют сложности с получением точных эпидемиологических данных о распространенности генитального герпеса и аногенитальных бородавок – наиболее распространенных ИППП. По данным международных источников, распространность вирусов папилломы человека и простого герпеса среди молодых людей может превышать 20 % [13–15].

Распространенность ИППП по полу и возрасту крайне неоднозначна. За последние годы распространность среди мужского населения сифилиса выше по сравнению с женским полом, что требует особого внимания профилактики именно среди мужского населения. В Тамбовской области в 2012 г. с диагнозом сифилис, впервые установленным в жизни, зарегистрировано 217 человек, из них 53 % составляют мужчины (115 случаев) и 47 % женщины (102 случая). Среди мужчин и женщин наибольшая распространенность сифилиса приходится на возрастную группу от 18 до 29

лет (45,2 % мужских и 54,8 % женских случаев заболеваний), причем удельный вес женского населения значительно превалирует над мужским в возрастных группах от 15 до 29 лет – самом благоприятном возрасте с точки зрения fertильности, т. к. генетические поломки еще минимальны, а в возрастных группах от 30 и старше видим обратную картину – распространенность сифилиса выше среди представителей мужского пола. Это требует повышения профилактических мер по заболеваниям, передающимся половым путем, среди женского населения до 30 лет и среди мужского населения старше 30 лет.

В 2012 г. в Тамбовской области было выявлено 198 случаев гонококковой инфекции, из них 84,8 % больных мужского пола. Анализ заболеваемости гонореи в Тамбовской области показывает высокую распространенность данного заболевания у мужчин во всех возрастных группах, особенно высокая заболеваемость отмечается в возрасте от 18 до 29 лет.

Таким образом, складывается картина о высоком распространении гонореи среди городских жителей Тамбовской области и о превышающей заболеваемости сифилиса среди сельского населения с 2011 г. При этом динамика сифилиса с 2008 г. прослеживается неоднозначная, однако при сравнении средних величин заболеваемости сифилисом среди городского и сельского населения с 2008 по 2012 г. можно определенно точно сказать, что распространность сифилиса среди сельских жителей выше.

При изучении динамики репродуктивной заболеваемости инфекциями, передающимися половым путем, предоставляется возможность разработки методов прогнозирования и профилактики патологии, прогнозирования демографической ситуации в регионе, прогнозирования состояния здоровья беременных, рожениц, родильниц, новорожденных, т. е. для разработки медико-социальных мер, направленных на укрепление репродуктивного здоровья населения и улучшение демографической ситуации. Полученные данные помогут в дальнейшем совершенствовать медицинскую помощь, правильно расставляя акценты в решении данной проблемы. Все это поможет выделить наиболее актуальные направления развития регионального здравоохранения, сформировать долгосрочные программы для повышения демографических показателей, а также оздоровления населения репродуктивного возраста.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сурмач М.Ю. Репродуктивное здоровье и репродуктивный потенциал: методология исследования и оценки // Медицинские новости. 2007. № 3. С. 40–45.
2. Симонов С.Н., Симонова Д.Л., Симонов М.С. Демографические последствия злоупотребления алкоголем в России // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2013. Т. 18. Вып. 1. С. 321–323.
3. Girard F., Nowicka W. // Reprod. Health Matters. 2002. V. 10 (19). P. 22–30.
4. Stern C., Fuentes-Zurita C., Lozano-Trevino L.R., Reysoo F. // Salud Publica Mex. 2003. P. 45 Suppl. 1. P. 34–43.
5. Инфекции, передаваемые половым путем // Информационный бюллетень ВОЗ. 2013. № 110. Ноябрь.
6. Протыко Н.Н., Марченкова И.Б., Ростовцев В.Н. Метод диагностики подверженности рискованному половому поведению и выявление групп риска ИППП: инструкция по применению (рег. № 035-0607 от 11.04.2008 г.). Минск: БелМАПО, 2008. 10 с.
7. Баранов С.П. Комплексная медико-социальная оценка репродуктивного потенциала женщин, проживающих в сельском районе: автореф. дис. ... канд. мед. наук. СПб., 2000.

8. Винницкий В.Г., Салыкина Е.В., Ведицев С.И. Невынашивание беременности: учеб. пособие. Тамбов: Издат. дом Тамб. гос. ун-та им. Г.Р. Державина ТГУ, 2011. 53 с.
9. Павлова Ю.Н. Оптимизация профилактики ИППП/ВИЧ среди работников секс-бизнеса в условиях крупного промышленного центра Сибири: автореф. дис. ... канд. мед. наук. Красноярск, 2004.
10. Чекушик Р.Х., Медведева Н.Л. О современных проблемах выявления, регистрации и учета инфекций, передаваемых половым путем (ИППП), в России // Успехи современного естествознания. 2005. № 4. С. 79-80.
11. Кунгуров Н.В., Хальфин Р.А., Сырнева Т.А., Марченко Н.В. Опыт организации борьбы с сифилисом в субъекте Российской Федерации. Екатеринбург, 2002. 249 с.
12. Мавров И.И. Половые болезни. М., 2002. 752 с.
13. ИППП. Информационный бюллетень ВОЗ. 2007. № 110. Октябрь.
14. ИППП в России. Статистика и факты. URL: http://x-registar.ru/archivenews/06_2011/ipp_v_rossii (дата обращения: 22.01.2015).
15. Чернышев А.В., Клименко Г.Я., Чопоров О.Н. Моделирование и прогнозирование состояния здоровья школьников с учетом осо-бенностей их образа жизни и образовательного процесса на муни-

ципальном уровне. Тамбов; Воронеж; Саратов: Изд-во комплекс ООО «Фармнет», 2008. 205 с.

Поступила в редакцию 24 января 2015 г.

Kuznetsova O.S., Chernyshev A.V., Vinnitsky V.G., Simonov S.N. ANALYSIS OF INFECTIONS, SEXUALLY TRANSMITTED, IN TAMBOV REGION

Was given analysis of the most wide-spread infections, sexually transmitted, in Tambov region. The factors, lowing the real statistic data of infections, sexually transmitted, are listed. Literary data about spread, consequences of their transferring of data of infections at people of fertile age are given. Preventive ways of decision of this problem are reviewed.

Key words: infections, sexually transmitted; epidemic of infections; inflammatory changes of genitals; infertility.

Кузнецова Оксана Сергеевна, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, старший преподаватель кафедры общественного здоровья и здравоохранения, e-mail: medic-68@yandex.ru

Kuznetsova Oksana Sergeevna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Senior Lecturer of Social Health and Public Health Department, e-mail: medic-68@yandex.ru

Чернышев Андрей Валентинович, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат медицинских наук, доцент, зав. кафедрой общественного здоровья и здравоохранения; Управление Росздравнадзора по Тамбовской области, г. Тамбов, Российская Федерация, руководитель, e-mail: pro_medice@mail.ru

Chernyshev Andrey Valentinovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate of Medicine, Associate Professor, Head of Social Health and Public Health Department; Management of Roszdravnadzor of Tambov region, Tambov, Russian Federation, Head, e-mail: pro_medice@mail.ru

Винницкий Владимир Григорьевич, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат медицинских наук, доцент кафедры акушерства и гинекологии; Тамбовская городская клиническая больница № 3, г. Тамбов, Российская Федерация, главный врач, e-mail: medic-68@yandex.ru

Vinnitsky Vladimir Grigorievich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate of Medicine, Associate Professor of Obstetrics and Gynaecology Department; Tambov State Clinical Hospital № 3, Tambov, Russian Federation, Main Doctor, e-mail: medic-68@yandex.ru

Симонов Сергей Николаевич, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, доктор медицинских наук, профессор, заместитель директора медицинского института по научной работе, e-mail: medic-68@yandex.ru

Simonov Sergey Nikolayevich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Doctor of Medicine, Professor, Deputy Director of Medical Institute on Scientific Work, e-mail: medic-68@yandex.ru

УДК 159.9:61

КОНФЛИКТОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПОДГОТОВКИ ОРГАНИЗАТОРОВ ЗДРАВООХРАНЕНИЯ

© М.Л. Чернышева, А.Б. Лутцев, А.В. Чернышев, Л.А. Горностаева

Ключевые слова: конфликт; конфликт интересов в медицине; управление конфликтами; компетенция; компетентностный подход в образовании; общие функциональные (профессиональные) и специфические компетенции.

За последние годы существенно возросло количество конфликтных ситуаций, возникающих между пациентами и медицинскими организациями в связи с оказанием медицинской помощи (медицинских услуг). Причин для этого множество: изменение социально-экономических условий, рост правового сознания населения, увеличение доли дорогостоящих медицинских услуг, а также распространность пограничных психических расстройств у населения. Эффективность практической деятельности врача во многом зависит от того, насколько профессионально специалист организовывает взаимодействие с пациентами, их родственниками и ближайшим окружением и, конечно же, с коллегами. Часто необходимо согласовать действия, распределить функции или повлиять на настроение, поведение, убеждения собеседника. Статья посвящена разработке модели общих функциональных (профессиональных) и специфических компетенций, отражающих все необходимые для выявления, урегулирования и предотвращения конфликта, – навыки организатора здравоохранения.

Конфликт является неотъемлемой составляющей работы как врача, так и медицинской организации в целом. Неоднородность структуры конфликта делает его распознавание и урегулирование сложным высокоточным навыком, необходимым в работе любого организатора здравоохранения. Конфликтогенный потенциал медицины как социального института велик по причине природы самого института здравоохранения и специфики субъектов конфликта. Умение разбираться в природе конфликтов, дифференцировать их составляющие и проводить работу по их урегулированию – важная составляющая в профессиональном профиле руководителей медицинских организаций и органов управления здравоохранением [1–2].

Так же, как и многие понятия и определения в теории управления, у термина «конфликт» имеется некоторое множество определений и толкований. Конфликт определяется как отсутствие согласия между двумя или более сторонами, которые могут быть конкретными лицами или группами. Каждая сторона делает все, чтобы принять была ее точка зрения или цель, и мешает другой стороне делать то же самое [3].

Конфликт (от латинского *conflictus* – столкновение) – одновременное столкновение разнонаправленных целей, интересов, позиций, мнений или взглядов субъектов взаимодействия, фиксируемых ими в жесткой форме.

Когда люди думают о конфликте, они в большей степени проводят аналогии его с агрессией и спорами. В результате получается, что конфликт представляет собой явление нежелательное по своей сути, что его необходимо по возможности избегать или что его необходимо разрешать, как только он возникает. Данные подходы к эффективности организации в определенной степени опирались на определение задач, процедур,

правил, взаимодействий должностных лиц и разработку рациональной организационной структуры.

Авторы, принадлежащие к школе «человеческих отношений» (все проблемы управления производством должны рассматриваться через призму «человеческих отношений» с учетом социально-психологических факторов), считают, что конфликта можно избежать, и избегать необходимо. Они признавали возможность появления противоречий между целями отдельной личности и целями организации в целом, между линейным и штабным персоналом, между полномочиями и возможностями одного лица и между различными группами руководителей. Представители данной школы определяли конфликт как признак неэффективной деятельности организации в первую очередь и как признак плохого управления – во вторую. По мнению данных ученых, хорошие взаимоотношения в организации, в т. ч. и в организациях здравоохранения, могут не допустить возникновения конфликта.

Конфликты в сфере здравоохранения, как и в других отраслях народного хозяйства, происходят на трех определенных уровнях противоречий:

- 1) высшем: общество – система здравоохранения;
- 2) среднем: администрация учреждений здравоохранения – персонал данного учреждения;
- 3) низком: медицинский персонал учреждения здравоохранения – пациенты и родственники пациентов.

Наиболее часто в системе охраны здоровья населения встречаются конфликты между медицинскими организациями и пациентами, которые связаны с нарушением прав граждан в сфере медицинского обслуживания, некачественным оказанием медицинской помощи и причинением вреда в процессе ее оказания.

Суть конфликтов в системе «медицинский персонал учреждения здравоохранения – пациенты и родст-



Рис. 1. Распределение жалоб пациентов в контролирующие организации по ведущему аспекту

венники пациентов» заключается в столкновении мнений, интересов, точек зрения и ожиданий двух сторон данного взаимодействия.

Проблема конфликтов между врачами либо другим медицинским персоналом учреждений здравоохранения и пациентами сегодня является очень актуальной. Как правило, конфликтная ситуация между участниками процесса оказания медицинской помощи возникает из-за взаимной грубости, некачественного лечения, завышенных требований пациента, самонадеянности врачей и из-за многих других факторов.

Для выработки навыков урегулирования конфликтов нами была разработана схема, выделяющая различные аспекты конфликта в медицине между врачом и пациентом и их содержание:

- юридический – предполагаемые нарушения законодательства (общегражданского, медицинского) в области прав граждан, отказы в получении льгот или путевок, отказ в госпитализации, льготном лекарственном обеспечении, нарушение врачебной тайны и т. п.;

- по поводу качества и доступности медицинской помощи – недовольство пациента качеством и доступностью медицинской помощи, не полный объем медицинской помощи, несвоевременность ее оказания, наличие осложнений и других последствий;

- этический – предполагаемое нарушение этических норм, грубость и невнимание персонала, не допустимые высказывания и комментарии;

- информационный – нарушения в области взаимодействия личности и системы здравоохранения (медицинской организаций) в области информирования пациента, записи на прием, получения справок, разъяснений и консультаций;

- социальный – предполагаемые нарушения прав инвалидов и других льготных категорий граждан.

Анализ 286 жалоб от пациентов, поступивших в Управление Росздравнадзора по Тамбовской области и Управление здравоохранения Тамбовской области за 2012–2013 гг., показывает следующее распределение по ведущей причине подачи жалобы (рис. 1).

Анализ результатов показывает, что доминируют жалобы (и конфликтные ситуации), связанные с качеством и доступностью медицинской помощи.

В основе своей уже сложившиеся конфликты легче предупредить, чем разрешить их по истечении времени. Так как основными фигурами конфликтов в организациях, в т. ч. и в организациях здравоохранения, являются конкретные личности, то такая профилактика данных конфликтов должна быть личностно-ориентированной.

На основании проведенных анализов нами разработаны компетенции для обучающихся на курсах перепод-

готовки (или усовершенствования) по специальности «Общественное здоровье и организация здравоохранения» с целью получения ими навыков по управлению конфликтами в профессиональной деятельности.

Использование в современной педагогической литературе понятия «компетенция» тесно связано с процессом переориентации российского образования со «знаниевого» на компетентностный подход, что является необходимым условием модернизации и приведения его результатов в соответствие с международными стандартами [4].

Компетенция включает совокупность взаимосвязанных качеств личности (знаний, умений, навыков, способов деятельности), задаваемых по отношению к определенному кругу предметов и процессов и необходимых для качественной продуктивной деятельности по отношению к ним [5].

В современных условиях в системах образования различного уровня на первое место выходит компетентностный подход к организации образовательного процесса. Системы образования всех стран сегодня решают важный вопрос: «Как описать профессиональную деятельность с позиции компетенций и как подготовить специалистов к работе с ориентацией на требуемые компетенции?» [6].

В настоящее время в практике образовательных услуг для этого используется метод моделирования – моделирования компетенций.

Существуют два доминирующих подхода к моделированию компетенций: модели компетенций сфокусированы либо на способностях выполнять работу (ability-centered models), либо на ее результате (outcome-centered models).

Таким образом, выделяются модели компетенций двух видов:

- 1) функциональная (профессиональная) – перечисляет те функции, которые необходимо выполнять сотрудникам для того, чтобы успешно достигать целей профессиональной деятельности, таким образом, данная модель напоминает должностную инструкцию;

- 2) личностная – показывает, какими личными качествами должны обладать сотрудники для успешного достижения целей профессиональной деятельности [7–8].

Итак, в процессе подготовки организаторов здравоохранения, при разработке рабочих программ по специальности «Общественное здоровье и организация здравоохранения» на курсах повышения квалификации мы обозначили модель общих функциональных (профессиональных) и специфических компетенций, которые необходимо освоить слушателям для управления конфликтами в профессиональной деятельности.

Таблица 1

Соответствие аспекта конфликта в медицине компетенциям, освоение которых необходимо для управления данными конфликтами

№	Аспект конфликта	Компетенции
1	Юридический	Способность и готовность к выявлению правовой стороны конфликта и применению соответствующих законодательных актов
2	Этический	Способность и готовность к пониманию этической стороны конфликта и ее роли в возникновении конфликта. Способность и готовность формулировать этические критерии работы врача, среднего медицинского персонала, обслуживающего персонала
3	По поводу качества и доступности медицинской помощи	Способность и готовность на основании порядков и стандартов медицинской помощи выявлять факты некачественного оказания медпомощи и врачебных ошибок
4	Информационный	Способность и готовность управлять информацией, предназначеннной для пациентов
5	Социальный	Способность и готовность к взаимодействию с инвалидами и лицами других льготных категорий с учетом специфики их статуса

Таблица 2

Соотношение аспектов конфликта в медицине и содержания компетенций организаторов здравоохранения:
знать (З) – уметь (У) – владеть (В)

№	Аспект конфликта	Содержание компетенций
1	Юридический	З: права и обязанности медицинских работников, права и обязанности пациентов У: выявлять правовые аспекты конфликта В: навыками анализа правовых проблем и их урегулирования
2	Этический	З: биоэтические проблемы медицины У: выявлять биоэтические проблемы конфликта В: навыками урегулирования биоэтических проблем
3	По поводу качества и доступности медицинской помощи	З: критерии качества и доступности медицинской помощи У: анализировать случай оказанной медицинской помощи с точки зрения доступности и качества медицинской помощи В: навыками анализа случая оказания медицинской помощи с точки зрения критериев доступности и качества медицинской помощи
4	Информационный	З: необходимый объем обязательного информирования пациентов об условиях, процессе и результатах медицинской помощи У: разрешать информационные конфликты и предлагать меры по их дальнейшему недопущению В: навыками информирования пациентов об их правах и обязанностях
5	Социальный	З: права инвалидов и других льготных категорий граждан У: выявлять проблемы реализации прав инвалидов и льготных категорий граждан В: навыками взаимодействия и коммуникации с инвалидами и другими льготными категориями граждан

К общим функциональным (профессиональным) компетенциям мы отнесли следующие:

- способность и готовность к пониманию, узнанию и выделению всех составляющих конфликта;
- способность и готовность к выделению главной причины и ведущей составляющей конфликта;
- способность и готовность к переговорам со сторонами конфликта в целях конструктивного разрешения его по сути;
- способность и готовность к разработке оперативных мероприятий по разрешению конфликта;

– способность и готовность к анализу системных причин конфликта и разработке локальных нормативных актов по их профилактике;

– способность и готовность к прогнозированию условий возникновения конфликтных ситуаций.

Помимо общих компетенций в процессе обучения организаторы здравоохранения должны освоить специфические навыки, непосредственно относящиеся к ранее выделенным нами аспектам конфликтной ситуации (табл. 1).

При формировании содержательной части компетенций по схеме «знания – умения – навыки» нами

учтены все возможные аспекты процесса возникновения, развития и разрешения конфликта в медицине и роль организатора здравоохранения в его разрешении (табл. 2).

На сегодняшний день компетенции – наиболее универсальный инструмент для использования в кадровых программах. Совокупность компетенций необходима для высокоеффективной работы как специалистов, так и всей организации [1]. Для решения конкретных задач в профессиональной сфере людям нужны знания, умения, навыки и соответствующая модель поведения, а также полный набор необходимых компетенций.

Разработанные нами компетенции отражают все необходимые для выявления, урегулирования и предотвращения конфликта навыки организатора здравоохранения. При подготовке и переподготовке специалистов по общественному здоровью и организации здравоохранения в учебном процессе необходимо делать акцент на формировании данных компетенций, их развитии и закреплении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волчанский М.Е. Социология конфликта в медицине: автореф. дис. ... д-ра социол. наук. Волгоград, 2008.
2. Ерофеев С.В., Жаров В.В. Конфликт между пациентом и медицинским персоналом: анализ и предупреждение // Медицинское право. 2002. № 1. С. 22-24.
3. Винницкий В.Г., Салькина Е.В., Ведищев С.И. Невынашивание беременности: учеб. пособие. Тамбов: Издат. дом ТГУ им. Г.Р. Державина, 2011. 53 с.
4. Медицинская конфликтология. URL: <http://5fan.ru/wievjob.php?id=2747> (дата обращения: 12.01.2015).
5. Иванов Д.И. Компетенции и компетентностный подход в современном образовании // Завуч. 2008. № 1. С. 4-24.

6. О «компетенции» и «компетентности» в образовании. URL: <http://www.niro.pnov.ru> (дата обращения: 12.01.2015).
7. Пискунова Е.В. Определение компетенций в образовательных программах. URL: <http://www.google.ru>. (дата обращения: 12.01.2015).
8. Прокопов А.Ю., Винницкий В.Г., Османов Э.М., Позднякова А.А. Качество акушерской помощи и критерии его оценки // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. Тамбов, 2011. Т. 16. Вып. 1. С. 391-394.
9. Пискунова Е.В. Подготовка педагогов: как оценивать качество // Оценка качества освоения педагогических дисциплин в контексте аттестации вуза: сб. ст. СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2008.

Поступила в редакцию 26 января 2015 г.

Chernysheva M.L., Lutsev A.B., Chernyshev A.V., Gornostaeva L.A. CONFLICTOLOGIC ASPECTS OF PREPARING OF ORGANIZERS OF PUBLIC HEALTH

For the last years the amount of conflict situations between patients and medical organizations in connection with providing medical help (medical services) have grown up significantly. There are a lot of reasons for this: change of socio-economic conditions, increase of right consciousness of the population, growth of expensive medical services, and the spread of borderline mental disorders in the population. The effectiveness of physician practice largely depends on how much of professionals organizes interaction with patients, their relatives and closest associates and, of course, with colleagues. It is often necessary to coordinate actions, distribute function or affect mood, behavior, beliefs interlocutor. Article is devoted to the development of common functional model (professional) and specific competencies reflecting all necessary for the identification, prevention and settlement of conflict – the organizer of the skills of health care.

Key words: conflict; conflict of interests in medicine; conflict management; competence; competence approach in education; general functional (professional) and specific competences.

Чернышева Марта Леонидовна, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат медицинских наук, доцент, зам. директора медицинского института по постдипломному образованию, e-mail: doc-martha@rambler.ru

Chernysheva Marta Leonidovna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate of Medicine, Associate Professor, Deputy Director of Medical Institute for Post-graduate Education, e-mail: doc-martha@rambler.ru

Лутцев Александр Борисович, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат медицинских наук, доцент кафедры общественного здоровья и здравоохранения; Тамбовская областная клиническая больница им. В.Д. Бабенко, г. Тамбов, Российская Федерация, главный врач, e-mail: medic-68@yandex.ru

Lutsev Aleksander Borisovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate of Medicine, Associate Professor of Social Health and Public Health Department; Tambov Regional Clinical Hospital named after V.D. Babenko, Tambov, Russian Federation, Main Doctor, e-mail: medic-68@yandex.ru

Чернышев Андрей Валентинович, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат медицинских наук, доцент, зав. кафедрой общественного здоровья и здравоохранения; Управление Росздравнадзора по Тамбовской области, г. Тамбов, Российская Федерация, руководитель, e-mail: pro_medice@mail.ru

Chernyshev Andrey Valentinovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate of Medicine, Associate Professor, Head of Social Health and Public Health Department; Management of Roszdravnadzor of Tambov region, Tambov, Russian Federation, Head, e-mail: pro_medice@mail.ru

Горностаева Людмила Александровна, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат экономических наук, доцент, начальник департамента лечебного дела медицинского института, e-mail: medic-68@yandex.ru

Gornostaeva Ludmila Aleksandrovna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate of Economics, Associate Professor, Head of Medicine Department of Medical Institute, e-mail: medic-68@yandex.ru

УДК 614.27.008

АНАЛИЗ ПОДХОДОВ К ОЦЕНКЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ ФАРМАЦЕВТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ НА РЕГИОНАЛЬНОМ УРОВНЕ

© Н.С. Стрекалова, Д.А. Кузнецов

Ключевые слова: фармацевтическая деятельность; государственное регулирование; регулирование экономики.
Рассмотрены вопросы оценки результативности управления, оценки эффективности государственного регулирования фармацевтической деятельности на региональном уровне. Изучены следующие понятия: «фармацевтическая деятельность», «регулирование экономики».

Для обеспечения социально-экономического роста страны правительством осуществляется государственное регулирование экономики, представляющее систему законодательных, исполнительных и контролирующих мер. Фармацевтический рынок, являясь наиболее социально значимой частью экономики, нуждается в эффективном регулировании государством.

Фармацевтическая деятельность – деятельность, осуществляемая организациями оптовой торговли и аптечными учреждениями в сфере обращения лекарственных средств, включающая оптовую и розничную торговлю лекарственными средствами, а также изготовление лекарственных средств [1–2].

Государственное регулирование экономики – целенаправленное воздействие органов управления на рыночные отношения с целью обеспечения населения необходимыми товарами и услугами, доступными по цене, объемам, ассортименту и качеству, максимально удовлетворяющими необходимые потребности граждан за счет эффективного использования имеющихся ресурсов и производственных фондов без нарушения социального равновесия [3].

Согласно Конституции РФ Российской Федерации является социальным государством, политика которого направлена на обеспечение достойной жизни и свободного развития человека. Социальное обеспечение зависит от развития экономики и тесно связано с политикой и социальной сферой общества.

Система социально-экономических прав граждан базируется на гарантиях социального обеспечения по возрасту, в случае болезни, инвалидности, потери кормильца, для воспитания детей; права каждого гражданина страны на охрану здоровья и медицинскую помощь в соответствии с Конституцией РФ [4].

При переходе Российской Федерации к рыночным отношениям отмечалась экономическая нестабильность, инфляция, обнищание, усилилось расслоение общества, увеличился рост безработицы, беженцев, вынужденных переселенцев, что выявило проблему социальной незащищенности граждан. Благодаря проводимым правительством государственным реформам в социальной сфере, возросла роль льгот, гарантий и компенсаций, улучшающих социально-экономические условия, материально-бытовое и финансовое положение граждан.

В Федеральном законе от 17 июля 1999 г. № 178-ФЗ «О государственной социальной помощи» государственная социальная помощь определяется как предоставление малоимущим семьям, малоимущим одиночко проживающим гражданам, а также иным категориям граждан, указанным в настоящем Федеральном законе, социальных пособий, субсидий, социальных услуг и жизненно необходимых товаров [5]. Данным законом регулируется предоставление государственной социальной помощи, выделенной как самостоятельный вид социального обеспечения с 2000 г. в России.

Выделяют следующие виды государственной социальной помощи:

- государственная социальная помощь в связи с бедностью;
- государственная социальная помощь в связи с монетизацией льгот [6].

Льготы, гарантии и компенсации – это определенные нормативные свойства и особенности жизни особой категории граждан Российской Федерации. Значимость установленных законодательством льгот, гарантий и компенсаций проявляется при их рассмотрении в качестве определенной компенсационной меры за нормативно закрепленные условия их бытия. Развитие законодательства РФ, гарантирующего ее гражданам специальную защиту через представляемые льготы, гарантии и компенсации, позволяет раскрыть природу государства и в определенной степени характеризовать его правовой характер [7].

После состоявшейся монетизации льгот в 2005 г. и согласно главе 2 Федерального закона № 178-ФЗ «О государственной социальной помощи» произошло урегулирование предоставления государственной социальной помощи гражданам России в виде набора социальных услуг (НСУ), т. е. в натуральной форме «федеральным льготникам» – за счет средств федерального бюджета и «региональным льготникам» – за счет средств бюджетов субъектов федерации [6]. Чем больше граждан, не отказавшихся от НСУ, тем больше средств приходится на обеспечение данного региона [8–9].

Таким образом, эффективность реализации располагаемого инструментария является актуальной проблемой в сфере государственного регулирования социальной сферы.

Для определения эффективности государственного регулирования используют эффективность управлеченческой деятельности, которая в общем виде (\mathcal{E}) выражается следующей формулой:

$$\mathcal{E} = P/3,$$

где P – результат функционирования системы управления (результатирующая составляющая); 3 – затраты на управлеченческую деятельность, или объем использованных ресурсов (затратная составляющая).

Результатирующую составляющую эффективности управления выделить в чистом виде или измерить крайне сложно.

Методом исчисления показателей эффективности также проводят определение регулирования экономики. Различают затратный и ресурсный методы исчисления.

Затратный метод представляет собой соотношение общего или конечного результата деятельности предприятия к совокупным расходам на управление и выражается следующей формулой:

$$\mathcal{E} = \Pi/P,$$

где \mathcal{E} – эффективность управления; P – расходы на управление; Π – результат деятельности.

Показатель эффективности управления свидетельствует о том, сколько рублей (эффект) получено отложения 1 руб. затрат на управление.

Ресурсный метод выражает соотношение общего или конечного результата деятельности к величине использованных ресурсов, например, численности работников аппарата управления:

$$\mathcal{E} = \Pi/K,$$

где \mathcal{E} – эффективность управления; Π – результат деятельности; K – численность кадров управления [10].

Данные методы, оценивая экономическую составляющую регулирования, не могут применяться для оценки эффективности государственного регулирования.

К настоящему моменту не определено единой системы понимания качества и результативности управления в различных сферах экономики, в т. ч. фармацевтической деятельности.

Изучая мнения некоторых авторов, можно сделать вывод, что результативность управления представляет собой степень достижения цели управления, ожидаемого состояния объекта управления и определяется показателями объекта управления, т. е. организации.

И.В. Дуканова считает, что системное использование трех подходов – расходного (ресурсного), доходного (результативного) и сравнительного – является эффективным при оценке результативности управления.

Оценить ресурсы, включая права, которые используют органы управления при выполнении своих функций, позволяет расходный подход.

Доходный (результативный) подход оценивает результаты выполнения органами управления своих полномочий по обеспечению населения необходимыми услугами и условиями жизни на территории, что может обеспечить объективную оценку результатов управления, если будут учтены качество результатов, которые ценят клиенты.

Сравнительный подход всегда связан с ресурсным и (или) доходным походами, которые определяют спо-

собы представления сравниваемых результатов. Он обеспечивает возможность оценки качества выполнения функций органами управления в сравнении с базовыми значениями, в качестве которых могут выступать характеристики прошлых периодов, целевые (нормативные) показатели или характеристики других территорий [11].

Изучив вышеперечисленные подходы, можно сделать заключение о целесообразности применения оценки результативности управления для оценки эффективности управления фармацевтической деятельностью на региональном уровне.

«Результативность управления экономикой» – это характеристика результата целенаправленного «вмешательства» органов управления в ключевые процессы жизнедеятельности региона, выраженный приростом целевых характеристик роста и развития и соизмеренный с затратами на его достижение [12].

Оценку результативности расходования бюджетных средств на управление фармацевтической деятельности можно произвести, сопоставив изменения ресурсных и результативных показателей, и выразить расчетной величиной By :

$$By = \sqrt[n]{\prod \left(\frac{\Delta \mathcal{E}_1 / \mathcal{E}_{1_0} * 100\%}{\Delta P_1 / P_{1_0} * 100\%} * \dots * \frac{\Delta \mathcal{E}_n / \mathcal{E}_{n_0} * 100\%}{\Delta P_n / P_{n_0} * 100\%} \right)},$$

где \mathcal{E}_i – i -й результативный показатель, где $i = 1 \dots n$; $\Delta \mathcal{E}_i$ – изменение величины i -го результативного показателя; P_i – i -й ресурсный показатель развития, где $i = 1 \dots n$; ΔP_i – изменение величины i -го ресурсного показателя.

Необходимо учитывать характер изменения ресурсных и результативных показателей. При незначительном увеличении результативных показателей целесообразно принять соотношение за 1. Если имеет место отрицательная результативность развития, то соотношение принимается за 0,5.

Если By располагается в интервале $(0; 1]$, то «вклад органов управления в развитие» оценивается как незначительный.

Если By находится в интервале $(1; 1,5]$, то «вклад органов управления в развитие» оценивается как достаточный.

Если By принадлежит интервалу $(1,5; \infty]$, то «вклад органов управления в развитие» – значительный.

Таким образом, ввиду вышеизложенного, можно сделать следующие выводы.

1. Для оценки эффективности управления фармацевтической деятельностью на региональном уровне удобен критерий «результативность управления».

2. Для качественной оценки «результативности управления фармацевтической деятельностью» следует учитывать оценку результативности использования бюджетных средств органами региональной власти при управлении фармацевтической деятельностью, предлагающую соотнесение ресурсных и результативных показателей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Заварзин А.В. Правовое регулирование договора поставки лекарственных средств: автореф. дис. ... канд. юр. наук. М., 2010.
2. Стрекалова Н.С. Анализ нормативно-правового регулирования фармацевтической деятельности // Вестник Тамбовского универ-

- ситета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2014. Т. 19. Вып. 1. С. 130-132.
3. Современный экономический словарь / под ред. Б.А. Райзберга, Л.Ж. Лозовского, Е.Б. Стародубцевой. М., 2006. 494 с.
4. Российская Федерация. Конституция (1993) // Конституция Российской Федерации: офиц. текст. М., 2013. 64 с.
5. О государственной социальной помощи: федеральный закон от 17.07.1999 г. № 178-ФЗ. М., 2008.
6. Петрова М.И. Монетизация льгот: научно-практический комментарий. М., 2005. 320 с.
7. Гусев К.Н. Право социального обеспечения России. М., 2007. 640 с.
8. Стрекалова Н.С. Изучение лекарственного обеспечения граждан, имеющих право на государственную социальную помощь на территории Тамбовской области // Вестник новых медицинских технологий. Тула, 2012. Т. 19. Вып. 4. С. 181-183.
9. Шубина Л.Б. Экономические аспекты лекарственного обеспечения медицинской помощи // Социальные аспекты здоровья населения: электрон. науч. журн. 2008. Т. 7. URL: <http://vestnik.mednet.ru/content/view/85/30/> (дата обращения: 15.11.2014).
10. Оценка управления экономическими системами. URL: <http://allendy.ru/teoruprav/164-ocenka-upravleniya.html> (дата обращения: 17.11.2014).
11. Дуканова И.В. Совершенствование инструментария оценки результативности управления социально-экономическим развитием районных муниципальных образований: автореф. дис. ... канд. экон. наук. Тамбов, 2011.
12. Ляпина И.Р. Модернизация механизма управления экономикой регионов в условиях усиления самостоятельности территорий: автореф. дис. ... д-ра экон. наук. Тамбов, 2012.

Поступила в редакцию 8 декабря 2014 г.

Strelakova N.S., Kuznetsov D.A. ANALYSIS OF APPROACHES TO THE ASSESSMENT OF MANAGEMENT EFFECTIVENESS OF PHARMACEUTICAL ACTIVITIES AT THE REGIONAL LEVEL

Were considered the issues of performance evaluation management, evaluating the effectiveness of state regulation of pharmaceutical activity at the regional level. Studied the following concepts: "pharmaceutical activity", "regulation of economy".

Key words: pharmaceutical activities; government regulation; regulation of the economy.

Стрекалова Наталья Сергеевна, Рязанский государственный медицинский университет им. акад. И.П. Павлова, г. Рязань, Российская Федерация, интерн кафедры управления и экономики фармации с курсом фармации; Тамбовская областная клиническая больница, г. Тамбов, биолог клинико-диагностической лаборатории; Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, старший преподаватель кафедры биохимии и фармакологии, e-mail: kotova-ns@yandex.ru

Strelakova Natalia Sergeevna, Ryazan State Medical University named after academician I.P. Pavlov, Ryazan, Russian Federation, Intern of Management and Pharmacy Economy with Course of Pharmacy Department; Tambov Regional Clinical Hospital, Tambov, Biologist of Clinical and Diagnostic Laboratory; Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Senior Lecturer of Biochemistry and Pharmacology Department, e-mail: kotova-ns@yandex.ru

Кузнецов Дмитрий Анатольевич, Рязанский государственный медицинский университет им. акад. И.П. Павлова, г. Рязань, Российская Федерация, кандидат фармацевтических наук, доцент, зав. кафедрой управления и экономики фармации, провизор высшей квалификационной категории, e-mail: oef@pharm.rzn.ru

Kuznetsov Dmitry Anatolyevich, Ryazan State Medical University named after academician I.P. Pavlov, Ryazan, Russian Federation, Candidate of Pharmaceutics, Associate Professor, Head of Management and Economy of Pharmacy Department, Pharmacist of Highest Qualification Category, e-mail: oef@pharm.rzn.ru

УДК 595.143.3

ЧЕРЕПАШЬЯ ПИЯВКА *HAEMENTERIA COSTATA*: НОВЫЙ ВИД ФАУНЫ ТАМБОВСКОЙ ОБЛАСТИ

© Г.А. Лада

Ключевые слова: черепашья пиявка; *Haementeria costata*; фауна; Тамбовская область.

Приводится информация о первой находке черепашьей пиявки *Haementeria costata* (F. Müller, 1846) в Тамбовской области. Обсуждается соотношение видовых ареалов этого вида пиявок и ее хозяев – европейской болотной и каспийской черепах, а также возможность использования пиявкой других хозяев.

Фауна пиявок (Hirudinea) Тамбовской области до сих пор слабо изучена. В литературе [1–2] имеются сведения о достоверном обитании в регионе четырех видов этого класса кольцевов: большой ложноконской (*Naemopis sanguisuga*), малой ложноконской (*Erbodella octoculata*), обыкновенной рыбьей (*Piscicola geometra*) и улитковой (*Glossiphonia complanata*) пиявок. Кроме того, в окрестностях Тамбова иногда встречается медицинская пиявка (*Hirudo medicinalis*), что, вероятно, объясняется выпуском (случайным или преднамеренным) особей из лабораторных популяций [2].

25 июня 2011 г. в русле реки Челновая напротив с. Подлесное (Сосновский район) (53°14' с. ш., 41°26' в. д.) был добыт экземпляр нового для фауны Тамбовской области вида – черепашьей пиявки, или гементерии *Haementeria costata* (F. Müller, 1846). Пиявка была обнаружена автором настоящей статьи присосавшейся к его ноге после купания в реке.

Этот вид пиявок традиционно относят к «сюжным», распространенным преимущественно в реках юга Палеарктики, в основном в пределах видовых ареалов своих хозяев – европейской болотной (*Emys orbicularis*) и каспийской (*Mauremys caspica*) черепах [3]. В частности, в России он встречается на Кавказе, в Крыму, в бассейнах рек Дона и Волги, а также в прилегающих районах Украины и Молдовы [4]. За пределами бывшего СССР гементерия широко распространена в Европе, Западной Азии и Северной Африке [5–7]. Ближайшие к нашему региону известные точки обнаружения черепашьей пиявки находятся в Воронежской области – это река Битюг [8] и Хоперский заповедник [9]. В этих местах обитает основной хозяин паразита – европейская болотная черепаха [10–11].

Тем не менее давно известно [3], что черепашья пиявка заходит довольно далеко на север, где в настоящее время практически (не считая интродуктов) не встречаются ее основные хозяева – пресноводные черепахи, хотя никогда не достигает там высокой численности. Она отмечалась в Марий Эл, Чувашии, Татарстане и Нижегородской области [12–14]. Ее встречали также в Ладожском озере, но, по мнению Е.И. Лукина [3], это объясняется тем, что она была занесена туда птицами.

Анализ области современного распространения гементерии показывает, что она практически не выходит

за пределы реконструированного прежнего ареала европейской болотной черепахи [15].

Тамбовская область в настоящее время находится за пределами естественного расселения европейской болотной черепахи [16–17]. Ранее она здесь встречалась, о чем свидетельствуют палеонтологические [18] и археологические [19] данные. Указывается, что черепашья пиявка в отсутствие своих основных хозяев может переходить к питанию на других животных, в частности птиц, амфибий и млекопитающих, включая человека [5; 12; 20,]. Правильность последнего предположения подтверждается личным опытом автора этих строк.

Можно предположить, что черепашья пиявка в Тамбовской области, как и в других подобных местах, является своего рода «индикатором» прежнего распространения европейской болотной черепахи. Другим объяснением присутствия гементерии в нашем регионе может быть ее проникновение в результате выпуска отдельных особей черепах в современных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кириченко Л.М., Алексеева И.А., Веревкина В.П., Мжельская Н.Ф. К фауне беспозвоночных р. Цна // Флора и фауна Черноземья. Тамбов, 1995. С. 59–64.
2. Лада Г.А., Соколов А.С. Fauna и экология животных Тамбовской области: учеб. пособие. в 2 ч. Тамбов: Издат. дом ТГУ им. Г.Р. Державина, 2010. Ч. 1. 106 с.
3. Лукин Е.И. Пиявки пресных и солоноватых водоемов // Fauna СССР: Пиявки. Л.: Наука, 1976. Т. 1. 484 с.
4. Полякова Е.А. Пиявки Hirudinea // Определитель пресноводных беспозвоночных России и сопредельных территорий. Низшие беспозвоночные. СПб., 1994. Т. 1. С. 135–138; 358–363.
5. Лукин Е.И. Класс Пиявки (Hirudinea) // Жизнь животных. М., 1987. Т. 1. С. 391–406.
6. Pawłowski L.K. Katalog Fauny Polski (Hirudinea). Warszawa, 1968. 95 p.
7. Soó A. Identification key to the leech (Hirudinea) genera of the species. 6. Family: Glossiphoniidae // Acta Zool. Hung. 1969. V. 15. P. 397–454.
8. Иогансон Л. Определитель пиявок. Л., 1935. 27 с.
9. Прокин А.А., Решетников А.Н. Fauna водных макробеспозвоночных пойменных озер Хоперского заповедника // Труды Хоперского государственного заповедника. Воронеж, 2013. Вып. 8. С. 137–157.
10. Климов А.С. Класс пресмыкающиеся Reptilia // Природные ресурсы Воронежской области. Позвоночные животные. Кадастров. Воронеж, 1996. С. 41–47.
11. Лада Г.А., Кулакова Е.Ю., Резванцева М.В., Аксенов Д.С., Гончаров А.Г., Моднов А.С., Болдырева М.П. Амфибии и рептилии Хоперского заповедника // Труды Хоперского государственного заповедника. Воронеж, 2012. Вып. 7. С. 71–80.

12. Ливанов Н.А. Пиявки // Животный мир СССР. М., 1937. Т. 1. С. 558-561.
13. Баянов Н.Г., Фролова Е.А. Фауна гидробионтов Керженского заповедника // Природные условия Керженского заповедника и некоторые аспекты охраны природы Нижегородской области. Труды Государственного природного заповедника «Керженский». Н. Новгород, 2001. Т. 1. С. 251-286.
14. Ануфриев Г.А., Баянов Н.Г. Фауна беспозвоночных Керженского заповедника по результатам исследований 1993–2001 гг. // Материалы по фауне Нижегородского Заволжья. Труды Государственного природного заповедника «Керженский». Н. Новгород, 2002. Т. 2. С. 152-354.
15. Bielecki A., Cichocka J.M., Jablonski A., Jelen I., Ropalewska E., Biedunkiewicz A., Terlecki J., Nowakowski J.J., Szlachciak J. Coexistence of *Placobdella costata* (Fr. Müller, 1846) (Hirudinida: Glossiphoniidae) and mud turtle *Emys orbicularis* // Biologia. 2012. V. 67. № 4. P. 1-8.
16. Соколов А.С., Лада Г.А. Класс Пресмыкающиеся Reptilia // Позвоночные Тамбовской области: Кадастр. Тамбов, 2007. С. 40-45.
17. Соколов А.С., Лада Г.А. Фауна и экология животных Тамбовской области: учеб. пособие: в 2 ч. Тамбов: Издат. дом ТГУ им. Г.Р. Державина, 2011. Ч. 2. 172 с.
18. Ратников В.Ю. Позднекайнозойские земноводные и чешуйчатые пресмыкающиеся Восточно-Европейской равнины // Труды научно-исследовательского института геологии Воронежского государственного университета. Воронеж: Изд-во Воронеж. ун-та, 2002. Вып. 10. 138 с.
19. Левенок В.П. Новые раскопки стоянки Подзорово // Краткие сообщения о докладах и полевых исследованиях Института археологии. М., 1969. Вып. 117. Каменный век. С. 84-89.
20. Sapkarev J.A. Faunata na Hirudinea wo Makedonija // Folia Balcanica. 1964. V. 2. № 3. P. 1-8.

БЛАГОДАРНОСТИ: Я искренне благодарен
В.А. Яковлеву (Казанский (Приволжский) федеральный университет) за подтверждение правильности видовой идентификации добывшего экземпляра пиявки.

Поступила в редакцию 30 января 2015 г.

Lada G.A. TURTLE LEECH *HAEMENTERIA COSTATA*: A NEW SPECIES IN THE FAUNA OF TAMBOV PROVINCE

The information on the first finding of turtle leech *Haementeria costata* (F. Müller, 1846) in Tambov province is reported. The relationship between specific ranges of this species of leeches and its hosts – European pond turtle and Caspian turtle, and the possibility of using of new hosts by leech are discussed.

Key words: turtle leech; *Haementeria costata*; fauna; Tambov province.

Лада Георгий Аркадьевич, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, доктор биологических наук, доцент, зав. кафедрой биологии, e-mail: esculenta@mail.ru

Lada Georgy Arkadievich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Doctor of Biology, Associate Professor, Head of Biology Department, e-mail: esculenta@mail.ru

УДК 597.833:597.851:595.122:595.132

ГЕЛЬМИНТЫ ОБЫКНОВЕННОЙ ЧЕСНОЧНИЦЫ (*PELOBATES FUSCUS*) И ОЗЕРНОЙ ЛЯГУШКИ (*PELOPHYLAX RIDIBUNDUS*) НА ВОСТОКЕ ЦЕНТРАЛЬНОГО ЧЕРНОЗЕМЬЯ

© Е.А. Равковская, И.А. Хворова, М.В. Пятова, Г.А. Лада

Ключевые слова: обыкновенная чесночница; *Pelobates fuscus*; озерная лягушка; *Pelophylax ridibundus*; гельминтофауна; Центральное Черноземье.

На основании собственных материалов, собранных в июне–июле 2013 г., дается сравнительная характеристика гельмитофауны двух видов бесхвостых земноводных – обыкновенной чесночницы (*Pelobates fuscus*) и озерной лягушки (*Pelophylax ridibundus*) на востоке Центрального Черноземья. Проводится сравнение полученных данных с результатами других исследователей.

ВВЕДЕНИЕ

Обыкновенная чесночница *Pelobates fuscus* (Laurenti, 1768) – обычный вид амфибий Центрального Черноземья, обитающий как в естественных, так и в антропогенных ландшафтах. Озерная лягушка *Pelophylax ridibundus* (Pallas, 1771) – доминирующий вид региональной батрахофауны. Оба вида являются важными компонентами экосистем. Они выступают в качестве основного, дополнительного или резервуарного хозяев значительного количества паразитов.

Гельмитофауне озерной лягушки посвящено достаточно большое количество исследований как в пределах региона [1–9], так и в целом по ареалу вида [10–27]. Применительно к обыкновенной чесночнице этот вопрос с разной степенью детализации освещен в ряде публикаций [11; 15; 28–42]. Информации о гельмитах этого вида амфибий в Центральном Черноземье в научной литературе нет.

Следует отметить, что в местах проведения нашего исследования распространена восточная геномная форма чесночницы, таксономический статус которой не до конца выяснен. Согласно последним исследованиям [43], она рассматривается в качестве подвида *Pelobates fuscus vespertinus* (Pallas, 1771).

Цель работы – получение информации о гельмитофауне обыкновенной чесночницы в Центральном Черноземье и ее сравнение с гельмитофауной озерной лягушки.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Работа выполнялась в июне–июле 2013 г. в трех точках Центрального Черноземья: г. Тамбов; государственный природный заповедник «Воронинский» (Тамбовская область); Хоперский государственный природный заповедник (Воронежская область). В общей сложности было обследовано 68 экземпляров двух видов амфибий, в т. ч. выборки *P. fuscus* из Хоперского заповедника (21 экз.) и Воронинского заповедника (15 экз.) и *P. ridibundus* из Воронинского заповедника (17 экз.) и Тамбова (15 экз.).

Видовая идентификация зеленых лягушек проводилась по внешним морфологическим признакам [44–45].

Использована методика полного гельмитологического вскрытия позвоночных [46]. Сбор, фиксация и камеральная обработка гельмитологического материала выполнялись общепринятыми методами [47]. Определение гельмитов проводилось по К.М. Рыжикову с соавт. [15] и В.Е. Сударикову с соавт. [48]. Для количественной характеристики зараженности гельмитами использовались показатели экстенсивности ($E, \%$) и интенсивности ($I, \text{экз.}$) инвазии, индекс обилия (M) [49]. Все виды паразитов по значениям экстенсивности инвазии отнесены к следующим группам: доминантные ($E > 70 \%$); субдоминантные ($70 \% > E > 50 \%$); обычные ($50 \% > E > 30 \%$); редкие ($30 \% > E > 10 \%$); единичные ($10 \% < E < 0 \%$). Достоверность различий экстенсивности инвазии двух сравниваемых выборок определялась с помощью *f*-критерия Фишера [50]. Расчеты проводились в программе MS Office Excel.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Сведения о видовом составе паразитов и показателях инвазии двух видов амфибий приводятся в табл. 1.

Гельмитофауна обыкновенной чесночницы.

Суммарно в двух выборках обыкновенной чесночницы было обнаружено 4 вида паразитов, относящихся к двум классам: Trematoda (2) и Nematoda (2) (табл. 1). Оба вида trematod – *A. monticelli* и *E. colubrimorum* – были представлены личиночными стадиями. Из нематод найдены *R. bufonis* и *O. filiformis*. Для сравнения, на территории Поволжья (Республика Мордовия, Самарская и Саратовская области) было обнаружено 17 видов гельмитов [40]. В Мордовском заповеднике у чесночницы зарегистрировано 11 видов гельмитов [42].

Обращает на себя внимание тот факт, что видовой состав гельмитов в двух выборках чесночницы различен. В Воронинском заповеднике найден только один вид – *R. bufonis*, в то время как в Хоперском заповеднике – все три остальные вида гельмитов.

Таблица 1

Видовой состав и показатели инвазии гельминтами обыкновенной чесночницы *P. fuscus*
и озерной лягушки *P. ridibundus*

Вид	<i>P. fuscus</i>		<i>P. ridibundus</i>	
	Хоперский заповедник (<i>n</i> = 21)	Воронинский заповедник (<i>n</i> = 15)	Воронинский заповедник (<i>n</i> = 17)	г. Тамбов (<i>n</i> = 15)
Trematoda				
<i>Gorgodera cygnoides</i>	—	—	—	6,67 (1) 0,07
<i>Gorgodera pagenstecheri</i>	—	—	—	6,67 (1) 0,07
<i>Diplodiscus subclavatus</i>	—	—	22,78 (1–7) 1,00	13,3 (3) 0,40
<i>Astiota rema monticelli</i> , larvae	9,52 (1–2) 0,14	—	5,56 (5) 0,28	6,67 (1) 0,07
<i>Opisthioglyphe ranae</i>	—	—	22,22 (1–19) 1,67	6,67 (2) 0,13
<i>Pneumonoeces variegatus</i>	—	—	16,67 (1–4) 1,67	—
<i>Pneumonoeces asper</i>	—	—	5,56 (2) 0,11	—
<i>Skrjabioeces similis</i>	—	—	16,67 (1–16) 1,06	—
<i>Encyclometra colubrimurorum</i> , larvae	9,52 (1) 0,10	—	—	—
<i>Pleurogenes claviger</i>	—	—	16,67 (1–17) 1,06	—
<i>Pleurogenoides medians</i>	—	—	5,56 (1) 0,06	—
<i>Prosotocus confusus</i>	—	—	33,33 (1–12) 1,50	—
<i>Codonocephalus urnigerus</i> , larvae	—	—	—	6,67 (1) 0,07
Nematoda				
<i>Rhabdias bufonis</i>	—	6,67 (1) 0,07	—	—
<i>Oswaldo cruzia filiformis</i>	14,29 (1–2) 0,24	—	—	—
<i>Ascarops strongylina</i> , larvae	—	—	5,56 (2) 0,11	—
Всего видов	3	1	10	6

К редким паразитам чесночницы относится *O. filiformis*. Все остальные обнаруженные у *P. fuscus* виды гельминтов являются единичными.

Отдельно следует подчеркнуть, что trematoda *A. monticelli* в гельмintoфауне амфибий Центрального Черноземья отмечена впервые.

Оба вида нематод относятся к геогельминтам со свободноживущей наземной генерацией и проникают уже во взрослого хозяина, тогда как обнаруженные trematodya являются биогельминтами, для которых амфибии являются дополнительным хозяином [51].

Видов, специфичных для чесночницы, в составе ее гельмintoфауны нет, все обнаруженные у нее гельминты достаточно широко распространены и у других видов бесхвостых амфибий [15].

Гельмintoфауна озерной лягушки. Суммарно в двух выборках озерной лягушки было обнаружено 13 видов гельминтов, относящихся к двум классам: Trematoda (12) и Nematoda (1) (табл. 1). Это немного в

сравнении с данными других исследователей. В целом, в гельмintoфауне озерной лягушки бывшего СССР насчитывалось 77 видов [15]. В окрестностях Тамбова у озерной лягушки было найдено 23, а в Хоперском заповеднике – 26 видов гельминтов, в общем же в Тамбове и Хоперском заповеднике – 30 (Trematoda – 22, Nematoda – 8) [8; 52].

По нашим данным, гельмintoфауна озерной лягушки в Тамбове несколько беднее, чем в Воронинском заповеднике, что может быть обусловлено местными особенностями биотопов. В обоих местах подавляющее большинство видов гельминтов относится к редким и единичным. Только *P. confusus* в выборке из Воронинского заповедника относится к обычным видам (экстенсивность инвазии 33,3 %).

Общими видами для двух точек исследования оказались *A. monticelli*, *D. subclavatus*, *O. ranae*. Только в Воронинском заповеднике были обнаружены *A. strongylina*, *P. asper*, *P. variegatus*, *S. similis*, *P. claviger*,

P. medians, *P. confusus*; только в Тамбове были обнаружены *G. cygnoider*, *G. pagenstecheri*, *C. urnigerus*. Различия в гельмитофауне озерных лягушек Воронинского заповедника и Тамбова несущественны (*F*-критерий Фишера для *D. subclavatus* – 1,04, для *O. ranae* – 1,38, для *A. monticelli* – 0,093).

Следует отметить, что только два обнаруженных вида (*A. monticelli* и *C. urnigerus*) были представлены личночными формами. Для большинства половозрелых форм обнаруженных trematod oзерная лягушка является облигатным хозяином.

Сравнительная характеристика гельмитофауны обыкновенной чесночницы и озерной лягушки. Из табл. 1 видно, что гельмитофауна двух исследуемых видов амфибий кардинально различается. Видовой состав гельмитов озерной лягушки заметно шире, чем у чесночницы. Так, в Воронинском заповеднике у *P. ridibundus* зарегистрировано 10 видов паразитов, а у *P. fuscus* – только один. В двух выборках лягушек суммарно встречено 13 видов гельмитов, в то время как в двух выборках чесночниц – 4.

Следует отметить, что большее видовое разнообразие гельмитов озерной лягушки происходит за счет наличия взрослых trematod, полностью отсутствующих у чесночницы.

Только один вид гельмитов – *A. monticelli* является общим для обоих видов амфибий: он отмечен в обеих выборках озерной лягушки и в хоперской выборке чесночницы. Во всех перечисленных выборках он встречается единично. Различия экстенсивности инвазии этим гельмитом в разных выборках амфибий незначительны: для двух выборок озерной лягушки значения *F*-критерия Фишера 0,13; для *P. fuscus* из Хоперского заповедника и *P. ridibundus* из Тамбова – 0,42; для *P. fuscus* из Хоперского заповедника и *P. ridibundus* из Воронинского заповедника – 0,27.

Два вида бесхвостых земноводных заметно различаются и суммарными показателями инвазии всеми видами гельмитов. Так, суммарная экстенсивность инвазии *P. fuscus* из Хоперского заповедника – 28,57 %, Воронинского заповедника – всего 6,67 %, индекс обилия – 0,48 и 0,07 соответственно. Интенсивность инвазии колеблется в пределах 1–3 экз. Экстенсивность инвазии в тамбовской выборке *P. ridibundus* – 26,67 %, что сопоставимо с показателями у *P. fuscus*, в то время как в Воронинском заповеднике – 72,22 %. Индекс обилия составляет 0,80 и 7,28 соответственно. Интенсивность инвазии на порядок выше, чем у *P. fuscus*, и доходит до 34 экземпляров паразита на одну особь хозяина.

Бедность гельмитофауны обыкновенной чесночницы по сравнению с озерной лягушкой можно объяснить более узкой пищевой базой первого вида, который на постметаморфической стадии мало связан с водоемами и питается почти исключительно на сущем.

ЛИТЕРАТУРА

- Резванцева М.В., Чихляев И.В. О гельмитах зеленых лягушек в Тамбовской области // Актуальн. пробл. герпетол. и токсикол.: сб. науч. тр. Тольятти, 2005. Вып. 8. С. 164–168.
- Резванцева М.В. Материалы по гельмитофауне озерной лягушки (*Rana ridibunda*) в окрестностях Тамбова // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2008. Т. 13. Вып. 5. С. 330–332.
- Резванцева М.В. О роли зеленых лягушек (*Rana esculenta complex*) в циркуляции гельмитов в природных экосистемах // Биоразнообразие: результаты и перспективы исслед.: материалы заоч. науч. конф. Тамбов, 2009. С. 207–213.
- Резванцева М.В. Сезонная и многолетняя динамика численности гельмитов озерной лягушки (*Rana ridibunda*) в окрестностях Тамбова // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2009. Т. 14. Вып. 2. С. 389–393.
- Резванцева М.В. Гельмитофауна озерной лягушки в разных водоемах города Тамбова // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2013. Т. 18. Вып. 6. С. 3067–3070.
- Резванцева М.В., Лада Г.А., Чихляев И.В., Кулакова Е.Ю. Материалы по гельмитофауне зеленых лягушек (комплекс *Rana esculenta*) на востоке Центрального Черноземья // Эколого-фаунистич. исслед. в Центр. Черноземье и сопред. территориях: материалы 3 регион. конф. Липецк, 2008. С. 114–119.
- Резванцева М.В., Лада Г.А., Кулакова Е.Ю. Возрастные и половые особенности гельмитофауны зеленых лягушек (*Rana esculenta complex*) на востоке Центрального Черноземья // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2010. Т. 15. Вып. 2. С. 646–659.
- Rezvantseva M.V., Lada G.A., Chikhlyev I.V., Kulakova E.Y. Helminta faunas of green frogs (*Rana esculenta complex*) in the Central Chernozem territory of Russia // Russ. J. Herpetol. 2011. V. 18. № 1. P. 1–6.
- Герасименко А.Е., Резванцева М.В. Гельмитофауна озерной лягушки (*Pelophylax ridibundus*) окрестностей Тамбова // Труды общества любителей естествознания: сб. науч. статей. Тамбов, 2014. Вып. 2. С. 8–14.
- Дубинина М.Н. Экологическое исследование паразитофауны озерной лягушки (*Rana ridibunda* Pall.) дельты Волги // Паразитологический сборник ЗИН АН СССР. 1950. Т. 12. С. 300–350.
- Голикова М.Н. Эколого-паразитологическое изучение некоторых озер Калининградской области. Сообщ. 1. Паразитофауна бесхвостых земноводных // Зоол. ж. 1960. Т. 39. Вып. 7. С. 984–994.
- Голикова М.Н. Эколого-паразитологическое изучение некоторых озер Калининградской области: автореф. дис. ... канд. биол. наук. Л., 1961.
- Радченко Н.М., Будалова Т.М. Гельмиты амфибий в Костромской области // 9 конференция Украинского паразитологического общества: тез. докл. Киев, 1980. Ч. 3. С. 179–181.
- Рыжиков К.М., Шарпило В.П., Шевченко Н.Н. Гельмиты амфибий фауны СССР. М.: Наука, 1980. 279 с.
- Смирнова М.И., Горшков П.К., Сизова В.Г. Гельмитофауна бесхвостых земноводных в Татарской Республике. Казань: Ин-т биологии Казан. ф-ла АН СССР, 1987. 19 с. Рук. деп. в ВИНИТИ, № 8067-В87.
- Борисова В.И. Исследование географического распространения гельмитов у амфибий // Паразитология. Л., 1988. Т. 22. Вып. 6. С. 471–475.
- Носова К.Ф. Систематический обзор гельмитов бесхвостых амфибий фауны средней полосы европейской части России. Н. Новгород, 1994. 32 с. Рук. деп. в ВИНИТИ, № 951-В94.
- Юмагузова Г.Р. Гельмиты амфибий Южного Урала: автореф. дис. ... канд. биол. наук. Уфа, 2000.
- Чихляев И.В. Гельмиты земноводных (Amphibia) Среднего Поволжья (фауна, экология): автореф. дис. ... канд. биол. наук. Тольятти, 2004.
- Чихляев И.В. О гельмитах озерной лягушки *Rana ridibunda* Pallas, 1771 природного парка «Щербаковский» (Волгоградская область) // Зоолог. исслед. в регионах России и на сопред. территориях: материалы Междунар. науч. конф. Саранск, 2010. С. 143–145.
- Рыжков М.К., Чихляев И.В., Ручин А.Б. О гельмитах озерной лягушки в Мордовии // Актуальн. пробл. герпетол. и токсикол.: сб. науч. тр. Тольятти, 2004. Вып. 7. С. 119–121.
- Лукиянов С.В., Чихляев И.В., Ручин А.Б., Рыжков М.К. К изучению гельмитофауны земноводных Мордовии // Fauna, биология, морфология и систематика паразитов: материалы Междунар. науч. конф. М., 2006. С. 171–172.
- Малышева Н.С., Жердева С.В. Гельмитофауна земноводных и пресмыкающихся Курской области // Ученые записки. Электронный науч. журн. Курского гос. ун-та. 2008. № 1 (5).
- Кириллова Н.Ю., Кириллов А.А., Чихляев И.В. Анализ гельмитофауны позвоночных животных юга Среднего Поволжья и факторы ее формирования // Паразитология в XXI веке – проблемы, методы, решения: Материалы 4 Всерос. съезда паразитолог. о-ва при РАН. СПб., 2008. Т. 2. С. 40–44.
- Матвеева Е.А. Эколого-фаунистические особенности гельмитофауны *Rana ridibunda* Pall. на территории Ульяновской области: автореф. дис. ... канд. биол. наук. Ульяновск, 2009.
- Резванцева М.В., Лада Г.А., Аксенов Д.С., Шабанов Д.А., Коршунов А.В., Чихляев И.В., Боркин Л.Я., Литвинчук С.Н., Розанов Ю.М. Материалы по гельмитофауне зеленых лягушек (*Rana esculenta complex*) в Харьковской области // Теоретич. и практич. проблемы паразитологии: материалы Междунар. науч. конф. М., 2010. С. 308–312.

28. Пастухова Л.Г. Экологический анализ паразитофауны земноводных дельты Дуная: автореф. дис. ... канд. биол. наук. Л., 1950.
29. Мазурмович Б.Н. Паразитические черви амфибий. Их взаимоотношения с хозяевами и внешней средой. Киев: Изд-во Киев. ун-та, 1951. 97 с.
30. Мазурмович Б.Н. Материалы по паразитофауне амфибий Советских Карпат // Науч. зап. Ужгород. ун-та, 1959. Вып. 4. С. 293-299.
31. Мазурмович Б.Н. Гельминтофауна амфибий Карпат // Проблемы паразитологии: тр. 4 науч. конф. паразитол. УССР. Киев: АН УССР, 1963. С. 219-222.
32. Мазурмович Б.Н. Гельминты амфибий Карпат // Материалы науч. конф. ВОГ (Москва, дек., 1963). М., 1963. Ч. 1. С. 53-54.
33. Мазурмович Б.Н. Паразитические черви амфибий Советских Карпат и прилегающих районов // Паразиты и паразитозы человека и животных: Республика межведом. сб. Киев: Наукова думка, 1965. С. 180-191.
34. Волгарь-Пастухова Л.Г. Паразитофауна бесхвостых земноводных дельты Дуная // Экологическая паразитология. Л.: Изд-во ЛГУ, 1959. С. 59-95.
35. Шевченко Н.Н. К гельминтофауне амфибий долины р. Северского Донца в Харьковской области // Краевая паразитология и природная очаговость трансмиссивных болезней. Киев: Наукова думка, 1966. С. 159-168.
36. Смирнова М.И. К гельминтофауне амфибий побережья Куйбышевского водохранилища // Природ. ресурсы Волжско-Камского края. Казань, 1968. Вып. 2. С. 180-189.
37. Шалдыбин С.Л. Роль бесхвостых амфибий в прибрежных биогеоценозах: автореф. дис. ... канд. биол. наук. Казань, 1974.
38. Шалдыбин С.Л. К паразитофауне бесхвостых амфибий Волжско-Камского заповедника // Вопр. герпетологии. Л.: Наука, 1977. С. 288-230.
39. Бажнов М.Г., Петрова С.В. Гельминты чесночницы обыкновенной в Башкирии // Биоразнообразие и биоресурсы Урала и сопредельных территорий: материалы Междунар. конф. (Оренбург, 30-31 янв. 2001). Оренбург: ИПК «Газпромпечать», 2001. С. 207-209.
40. Ручин А.Б., Чихляев И.В., Лукянинов С.В., Рыжков М.К. О гельминтах обыкновенной чесночницы – *Pelobates fuscus* (восточная форма) в поймах некоторых рек Среднего и нижнего Поволжья // Поволжский эколог. журн. 2008. № 1. С. 48-54.
41. Ручин А.Б., Чихляев И.В., Лукянинов С.В. Изучение гельминтофуны обыкновенной чесночницы *Pelobates fuscus* (Laurienti, 1768) *Rana arvalis* Nilsson, 1842 (Amphibia: Anura) при их совместном обитании // Паразитология. СПб., 2009. Т. 43. № 3. С. 240-247.
42. Чихляев И.В., Ручин А.Б., Файзулин А.Б. Гельминты бесхвостых земноводных (Amphibia, Anura) Мордовского заповедника // Тр. Мордов. гос. природ. заповедника им. П.Г. Смидовича. 2015. Вып. 14. С. 376-388.
43. Litvinchuk S.N., Crottini A., Federici S., De Pous P., Donaire D., Andreone F., Kalezic M.L., Džukić G., Lada G.A., Borkin L.J., Rosanov J.M. Phylogeographic patterns of genetic diversity in the common spadefoot toad, *Pelobates fuscus* (Anura: Pelobatidae), reveals evolutionary history, postglacial range expansion and secondary contact // Organisms Diversity and Evolution. 2013. V. 13. № 3. P. 433-451.
44. Лада Г.А. Среднеевропейские зеленые лягушки (гибридогенный комплекс *Rana esculenta*): введение в проблему // Флора и фауна Черноземья. Тамбов, 1995. С. 88-109.
45. Lada G.A., Borkin L.Y., Vinogradov A.E. Distribution, population systems and reproductive behaviour of green frogs (hybridogenetic *Rana esculenta* complex) in the Central Chernozem Territory of Russia // Russ. J. Herpetol. Saint-Petersburg, 1995. V. 2. № 1. P. 46-57.
46. Скрыбин К.И. Метод полных гельминтологических вскрытий позвоночных, включая человека. М.: Изд-во МГУ, 1928. 45 с.
47. Быховская-Павловская И.Е. Паразиты рыб. Руководство по изучению. Л.: Наука, 1985. 121 с.
48. Судариков В.Е., Шигин А.А., Курочкин Ю.В., Ломакин В.В. и др. Метацеркарии trematod – паразиты пресноводных гидробионтов Центральной России. М.: Наука, 2002. Т. 1. 298 с.
49. Бреев К.А. Применение математических методов в паразитологии // Проблемы изучения паразитов и болезней рыб: известия ВНИИОРХ. 1976. Т. 105. С. 109-126.
50. Ивантер Э.В., Коросов А.В. Основы биометрии. Петрозаводск: Изд-во Петрозавод. гос. ун-та, 1992. 304 с.
51. Низматуллин Ч.Н. К теории жизненных циклов паразитов. Терминология и классификация хозяев по их роли в жизненных циклах гельминтов // Материалы 1 и 2 Междунар. чтений, посвящ. памяти и 85-летию со дня рожд. С.С. Шульмана. Калининград: Изд-во Калининград. гос. техн. ун-та, 2004. С. 96-116.
52. Резанцева М.В. Сравнительная характеристика гельминтофуны зеленых лягушек (*Rana esculenta complex*) на Востоке Центрально-Черноземья: автореф. дис. ... канд. биол. наук. М., 2012.

БЛАГОДАРНОСТИ: Мы искренне благодарны В.В. Емельянову (Государственный природный заповедник «Воронинский»), А.В. Головкову и Н.А. Карпову (Хоперский государственный природный заповедник), Е.В. Калинкиной (Центр гигиены и эпидемиологии в Тамбовской области) за содействие в организации полевого исследования и Д.С. Аксенову (Тамбов) за помощь в сборе материала.

Поступила в редакцию 30 января 2015 г.

Ravkovskaya E.A., Khvorova I.A., Pyatova M.V., Lada G.A. HELMINTHES OF COMMON SPADEFOOT TOAD (*Pelobates fuscus*) AND MARSH FROG (*Pelophylax ridibundus*) ON THE EAST OF CENTRAL CHERNOZEM TERRITORY

On the basis of original data collected in the June–July 2013, the comparative description of helminthes' fauna of two species of anuran amphibians – common spadefoot toad (*Pelobates fuscus*) and marsh frog (*Pelophylax ridibundus*) on the east of Central Chernozem Territory is presented. The comparison of data presented with materials of other researchers is lead.

Key words: common spadefoot toad; *Pelobates fuscus*; marsh frog; *Pelophylax ridibundus*; helminthes' fauna; Central Chernozem Territory.

Равковская Екатерина Александровна, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, аспирант, кафедра биологии, e-mail: esculenta@mail.ru

Ravkovskaya Ekaterina Aleksandrovna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Post-graduate Student, Biology Department, e-mail: esculenta@mail.ru

Хворова Ирина Андреевна, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, сотрудник кафедры терапии № 1, e-mail: esculenta@mail.ru

Khorova Irina Andreevna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Worker of Therapy № 1 Department, e-mail: esculenta@mail.ru

Пятова Марина Викторовна, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат биологических наук, старший преподаватель кафедры медицинской биологии с курсом инфекционных болезней, e-mail: esculenta@mail.ru

Pyatova Marina Victorovna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate of Biology, Senior Lecturer of Medical Biology with the Course of Infectious Diseases Department, e-mail: esculenta@mail.ru

Лада Георгий Аркадьевич, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, доктор биологических наук, доцент, зав. кафедрой биологии, e-mail: esculenta@mail.ru

Lada Georgy Arkadievich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Doctor of Biology, Associate Professor, Head of Biology Department, e-mail: esculenta@mail.ru

УДК 577.212.3

БЕЛОК СО1 ИНДИКАТОРНЫХ ЗООПЛАНКТОННЫХ ОРГАНИЗМОВ КАК ИНСТРУМЕНТ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ВОДОЕМОВ КАЗАНСКОГО РЕГИОНА

© А.М. Хусаинов, Л.Л. Фролова

Ключевые слова: продукт гена CO1; индикаторные виды зоопланктона; экология водоемов.

Предложен новый инструментальный метод идентификации индикаторных видов организмов на основе методов молекулярной генетики и биоинформатики. Для 10 индикаторных зоопланктонных организмов, обитающих в озерах г. Казань, выявлены уникальные олигопептидные участки белка CO1 и построены 3D-модели. Обоснована возможность применения белка цитохром *c*-оксидазы I в качестве маркерного для идентификации видов зоопланктонных организмов для оценки экологического состояния водоемов.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время одним из методов, используемых при оценке экологического состояния водоемов, является метод биоиндикации, т. е. выявление реакции живых организмов на изменение условий среды их обитания, например, загрязнение или очищение.

В основе метода биоиндикации лежит идентификация индикаторных видов организмов, которая выполняется визуально при помощи микроскопа высококвалифицированными зоологами. Данный подход требует наличия глубоких знаний специалиста, т. к. необходимо различать до 25 признаков в морфологическом описании каждого организма, и, таким образом, результат напрямую зависит от субъективности исследователя (например, усталость, острая зрения, опыт и т. д.).

В то же время существует современный молекулярный метод – ДНК-штрихкодирование. Этот метод используется для видовой идентификации живых организмов с помощью последовательности стандартного короткого фрагмента ДНК (ДНК-штрих-кода) [1], и который мы использовали для оценки экологического состояния водоемов. ДНК-штрихкодирование упрощает определение мелких и морфологически вариабельных видов [2]. На роль ДНК-штрих-кода животных на практике обычно используют фрагмент первой субъединицы митохондриального гена, кодирующего белок цитохром-*c*-оксидазу 1 (CO1), эволюционирующего таким образом, что дивергенция последовательностей у особей разных видов более 2 % (примерно 50 замещений на 500 п. н.), тогда как у особей одного вида – менее 1 % [3]. Этот участок гена, как правило, легко amplifyфицируется с помощью стандартных праймеров [4]. CO1 – основная субъединица цитохром оксидазного комплекса (одна из трех субъединиц дыхательного комплекса IV), является ключевым ферментом аэробного метаболизма, непосредственно участвует в связывании восстановленного молекулярного кислорода с протонной помпой [5–6].

В данной работе проведено исследование продукта гена CO1 и показана возможность идентификации ин-

дикаторных видов зоопланктона в пробе с применением маркерного белка CO1 при оценке экологического состояния водоемов г. Казань.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В работе использованы индикаторные виды зоопланктонных организмов из списка В. Сладечека [7].

Аминокислотные последовательности белка CO1 индикаторных видов зоопланктонных организмов получены из международной базы данных GenPept на сайте NCBI (www.ncbi.nlm.nih.gov/).

Множественное выравнивание аминокислотных последовательностей белка CO1 индикаторных видов зоопланктонных организмов выполнено в программе «Clustal Omega» (<http://www.ebi.ac.uk/Tools/msa/clustalo/>).

Выровненные последовательности анализировались в программе Jalview 2.8.0b1 (www.jalview.org/).

3D-моделирование белков CO1 индикаторных видов зоопланктонных организмов проводилось в программе «SWISS-MODEL» (<http://swissmodel.expasy.org/>), и анализ этих моделей в формате PDB проведен в программе Jalview 2.8.0b1.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Разработка эколого-генетической базы данных индикаторных видов зоопланктонных организмов. В работе исследованы индикаторные виды зоопланктонных организмов из списка В. Сладечека (1973), которые в настоящее время широко используются во всем мире в качестве биоиндикаторов для оценки экологического состояния водоема [7]. В качестве примера из списка выбраны 10 индикаторных видов зоопланктонных организмов, обитающих в озерах г. Казань (табл. 1) из 95 видов-индикаторов зоопланктона, для которых в настоящее время доступна информация по аминокислотным последовательностям белка CO1 в базе данных GenPept.

Таблица 1

Фрагмент эколого-генетической базы данных, включающий индикаторные зоопланктонные организмы, обитающие в озерах г. Казань

Название вида	Сапробность	Индикаторный вес	Уникальный номер в БД GenPept
<i>Polyarthra dolichoptera</i>	о	1,1	AFD23499
<i>Alonella excisa</i>	о	1,2	AEL16787
<i>Alonella exigua</i>	о	1,2	ABK05911
<i>Polyphemus pediculus</i>	о	1,3	ADA68671
<i>Keratella cochlearis</i>	о-б	1,5	AGO62846
<i>Lecane luna</i>	о-б	1,6	AFQ31386
<i>Testudinella patina</i>	б	1,85	AFQ31475
<i>Eucyclops serrulatus</i>	б	1,9	AEH50084
<i>Macrocylops albidus</i>	б	2	AGL10765
<i>Rotaria neptunia</i>	а-п	3,8	ABG46999

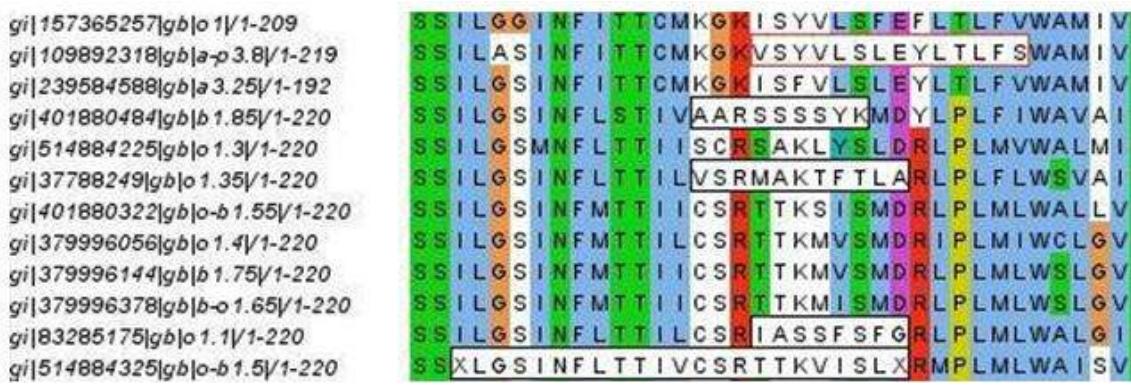


Рис. 1. Фрагмент множественного выравнивания аминокислотных последовательностей белка CO1 индикаторных видов зоопланктона

Таблица 2

Уникальные вариабельные участки белка CO1 индикаторных видов зоопланктонных организмов, обитающих в водоемах г. Казань

Название вида	Сапробность	Индикаторный вес	Фрагменты белка CO1 (позиции при выравнивании)
<i>Polyarthra dolichoptera</i>	о	1,1	XLWAIS (160–165)
<i>Alonella excisa</i>	о	1,2	AAPDMAFPRLNNLSFWLLPPALTLLLVSAAVEN (73–106)
<i>Alonella exigua</i>	о	1,2	TQGGM (20–24)
<i>Polyphemus pediculus</i>	о	1,3	DMPFP (59–63)
<i>Keratella cochlearis</i>	о-б	1,5	XLGSINFLLTIVCSRTTKVISLX (141–163)
<i>Lecane luna</i>	о-б	1,6	TVTAIIILVTSVPVLAGAIM (174–192)
<i>Testudinella patina</i>	б	1,8	AARSSSSYK (154–162)
<i>Eucyclops serrulatus</i>	б	1,9	TGAWAGLIGTGLSVLIRLELGH (12–34)
<i>Macrocylops albidus</i>	б	2,0	MGNLRTFGMTG (152–162)
<i>Rotaria neptunia</i>	а-п	3,8	VSYVLSLEYLTLFS (157–170)

Как видно из табл. 1, объектами исследования являются виды зоопланктона – индикаторы различных зон сапробности, от олигосапробных до полисапробных. Большинство видов, такие как *Keratella cochlearis*, *Lecane luna*, *Eucyclops serrulatus*, *Macrocylops albidus*, обитают в озерах г. Казань: Н. Кабан, С. Кабан, В. Кабан, М. Лебяжье, С. Лебяжье, Б. Лебяжье, М. Чуйково, Б. Чуйково, Глубокое, М. Глубокое, озеро в парке Победы, Изумрудное. Вид *Rotaria neptunia* обитает только

в озере по ул. Циолковского, а вид *Alonella excisa* – в озере Светлое [8].

Множественное выравнивание аминокислотных последовательностей белка CO1 индикаторных видов зоопланктонных организмов. Множественное выравнивание аминокислотных последовательностей белка CO1 проведено для 95 индикаторных видов зоопланктонных организмов, в т. ч. 10 видов-индикаторов, обитающих в озерах г. Казань (рис. 1).

На рис. 1 уникальные вариабельные участки белков CO1, свойственные данному виду организма, выделены рамкой. Выявленные уникальные вариабельные участки белков CO1 для 10 индикаторных зоопланктонных организмов, обитающих в озерах г. Казань, приведены в табл. 2.

Как видно из табл. 2, размеры уникальных вариабельных участков белка CO1 индикаторных видов зоопланктонных организмов, обитающих в водоемах г. Казань, варьируются от 5 до 34 аминокислотных остатков. Размеры половины из них (*Polyarthra dolichoptera*, *Lecane luna*, *Testudinella patina*, *Macrocyclops albidus*, *Rotaria neptunia*) находятся в диапазоне, соответствующем стандартным размерам эпипотов для распознавания антителами от 6 до 17 аминокислотных остатков. Остальные отличаются незначительно (кроме *Alonella excisa*).

3D-моделирование белков CO1 индикаторных видов зоопланктонных организмов. С целью выяснения местоположения уникальных вариабельных участков в структуре белка CO1 для разных видов организмов нами построены 3D-модели фрагментов белка CO1 индикаторных зоопланктонных организмов, обитающих в водоемах г. Казань (рис. 2–11).

На рис. 2–11 цветом указано местоположение уникальных вариабельных участков белка CO1 для разных видов организмов. Так как эти участки находятся в разных местах на поверхностях молекул, то они доступны для распознавания антителами и, следовательно, могут быть использованы для идентификации зоопланктонных организмов.

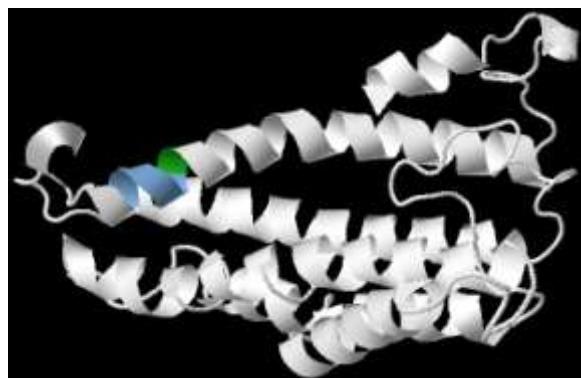


Рис. 2. 3D-модель белка CO1 *Polyarthra dolichoptera*

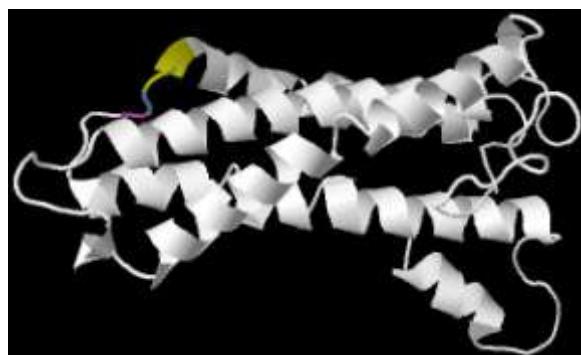


Рис. 3. 3D-модель белка CO1 *Polyphemus pediculus*

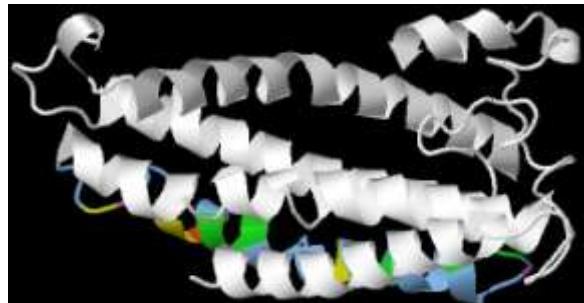


Рис. 4. 3D-модель белка CO1 *Alonella excisa*

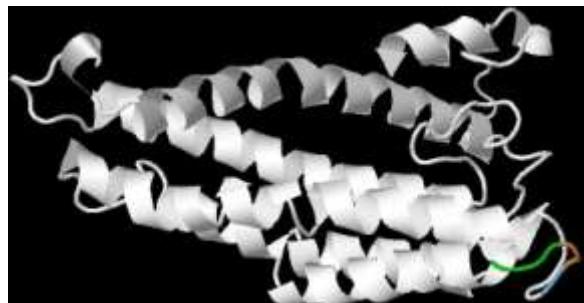


Рис. 5. 3D-модель белка CO1 *Alonella exigua*

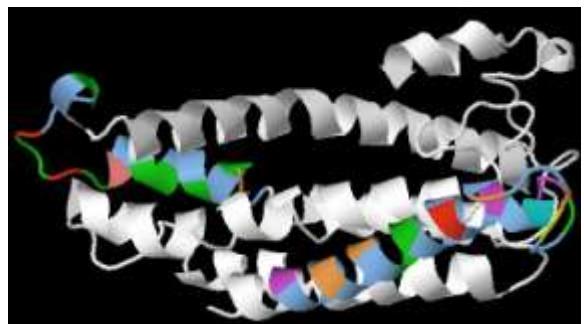


Рис. 6. 3D-модель белка CO1 *Keratella cochlearis*

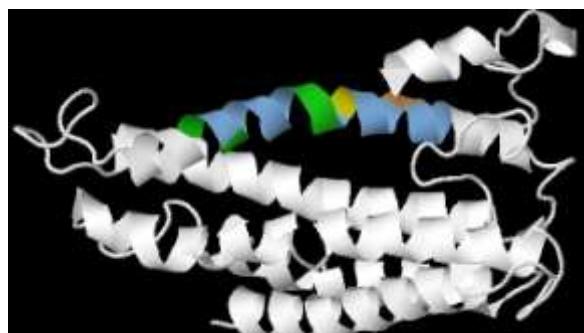


Рис. 7. 3D-модель белка CO1 *Lecane luna*

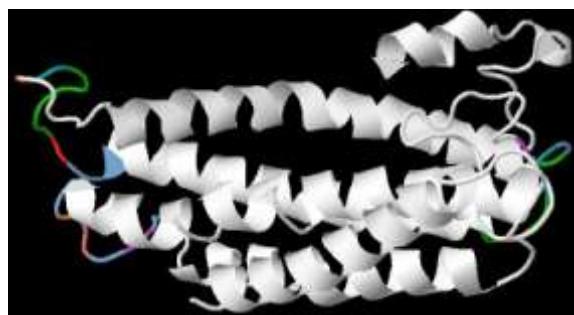


Рис. 8. 3D-модель белка CO1 *Testudinella patina*

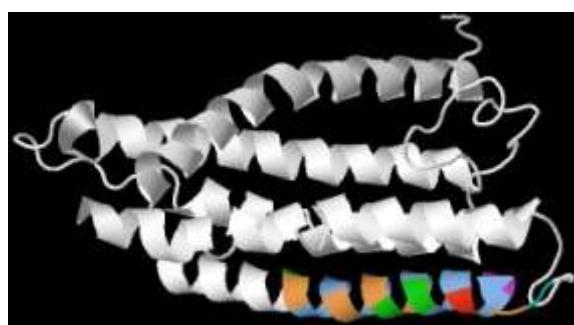


Рис. 9. 3D-модель белка CO1 *Eucyclops serrulatus*

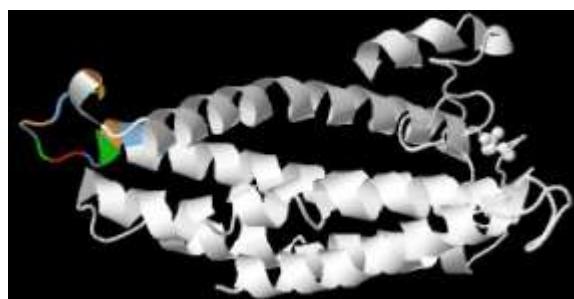


Рис. 10. 3D-модель белка CO1 *Macrocylops albidus*

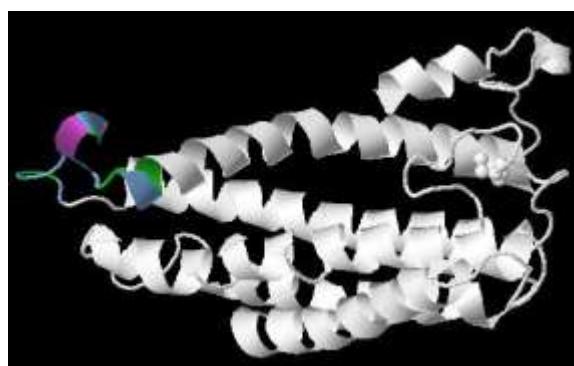


Рис. 11. 3D-модель белка CO1 *Rotaria neptunia*

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе установлено, что индикаторные виды зоопланктона имеют уникальные олигопептидные участки в белке CO1. Это дает возможность идентификации видов зоопланктона для оценки экологического состояния водоемов с применением белка цитохром *c*-оксидазы I в качестве маркерного [9].

ЛИТЕРАТУРА

1. Hebert P.D., Cywinski A., Ball S.L., de Waard J.R. Biological identifications through DNA barcodes // Proc. R. Soc. Lond. B. 2003. V. 270. P. 313-321.
2. Strausberger B.M., Ashley M.V. Eggs yield nuclear DNA from egg-laying female cowbirds, their embryos and offspring // Conserv Genet. 2001. V. 2. P. 385-390.
3. Hebert P.D., Ratnasingham S., de Waard J.R. Barcoding animal life: cytochrome *c* oxidase subunit 1 divergences among closely related species // Proc. R. Soc. Lond. B. 2003. V. 270. P. 96-99.
4. Folmer O., Black M., Hoeh W., Lutz R., Vrijenhoek R. DNA primers for amplification of mitochondrial cytochrome *c* oxidase subunit I from diverse metazoan invertebrates // Mol Mar Biol Biotechnol. 1994. V. 3. P. 294-299.
5. Rumbley J., Gennis R.B., Garcia-Horsman J.A., Barquera B., Ma J. The superfamily of heme-copper respiratory oxidases // J. Bacteriol. 1994. V. 176. P. 5587-5600.
6. Glaser P., Villani G., Papa S., Capitanio N. The proton pump of heme-copper oxidases // Cell Biology International. 1994. V. 18. P. 345-355.
7. Sladeczek V. System of water quality from the biological point of view // Arch. Hydrobiol. Ergeb. Limnol., 1973.
8. Экология города Казани. Казань: Изд-во ФЭН Академии наук РТ, 2005. 576 с.
9. Фролова Л.Л., Каюмов А.Р. Оценка экологического состояния водоемов с применением маркерных белков // ФИПС. 2014. Заявка на патент отправлена 31.10.2014 г.

БЛАГОДАРНОСТИ:

1. Авторы выражают благодарность кандидату биологических наук А.Р. Каюмову, доценту кафедры генетики КФУ, за конструктивные советы при анализе результатов.

2. Работа выполнена при поддержке государственной программы повышения конкурентоспособности Казанского (Приволжского) федерального университета среди ведущих мировых научно-образовательных центров.

Поступила в редакцию 20 декабря 2014 г.

Khusainov A.M., Frolova L.L. PROTEIN CO1 AS A MARKER FOR ZOOPLANKTON IDENTIFICATION FOR ESTIMATION OF THE ECOLOGICAL CONDITION OF WATER RESERVOIRS OF KAZAN REGION

Was offered new instrumental method to identifications of the indicator species of organism based of the methods of molecular genetics and bioinformatics. For 10 indicator species of zooplankton from the lakes of Kazan city, were found unique variable oligopeptide sites of the protein CO1 and built 3D-models. Based on the analysis was shown the possibility of use of the protein CO1 as a marker for zooplankton identification for estimation of the ecological condition of water reservoirs.

Key words: product gene CO1; indicator species of zooplankton; ecology of the water reservoir.

Хусаинов Артур Маратович, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Российская Федерация, аспирант, кафедра генетики, e-mail: shade0602@yandex.ru

Khusainov Arthur Maratovich, Kazan Federal University, Kazan, Russian Federation, Post-graduate Student, Genetics Department, e-mail: shade0602@yandex.ru

Фролова Людмила Леонидовна, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры генетики, e-mail: Lucie.Frolova@gmail.com

Frolova Lyudmila Leonidovna, Kazan Federal University, Kazan, Russian Federation, Candidate of Technics, Associate Professor, Associate Professor of Genetics Department, e-mail: Lucie.Frolova@gmail.com

УДК 633.854.78:632.25

SCLEROTINIA SCLEROTIORUM DE BY В ТАМБОВСКОЙ ОБЛАСТИ

**© А.А. Выприцкая, А.А. Кузнецов, И.И. Мустафин, З.И. Мазурина,
С.В. Иванов, А.Ю. Чухланцев, А.М. Пучнин**

Ключевые слова: подсолнечник; белая гниль; склеротиния; склероции; апотеции; аскоспоры; форма проявления; распространенность; интенсивность поражения.

Определено, что общая распространенность белой гнили в Тамбовской области составляет 12,2–26,8 %, при достаточно частых депрессиях патогена. Установлено, что прикорневая форма проявляется в конце мая – начале июня при распространенности 0,1–0,3 % в годы депрессии патогена и 1,2–18,4 % – в другие годы; стеблевая – с серединой июля до первой декады августа, и распространенность ее достигает 10,0–30,0 %; корзиночная форма проявляется уже в период формирования корзинок, одновременно с прикорневой и стеблевой формами болезни при распространенности 15,3 % и интенсивности поражения 1,1–5,4 %, в конце вегетации при повышенной влажности распространенность ее достигает 45,8–100,0 % при интенсивности поражения 31,6–53,6 % (2–3 балла). По наблюдениям авторов, распространенность белой гнили в нашей области зависит, скорее, не от количества осадков в период вегетации подсолнечника (за исключением фазы созревания – уборки), а от температуры воздуха.

***Sclerotinia sclerotiorum* (Lib.) de Bary** (син. *Sclerotinia libertiana* Fuckel.). Сумчатый гриб – возбудитель белой гнили подсолнечника [1]. Неспециализированный факультативный паразит, полифаг. По данным одних исследователей, поражает около 360 видов растений из 22 семейств [2–3], других – 300 видов из 64 семейств культурных и дикорастущих растений [4]. Нередки случаи перехода склеротиниоза с сорняков на подсолнечник и наоборот [5–6]. Способность поражать широкий круг растений объясняется тем, что патоген выделяет в окружающую среду большое количество экстрафлоральных ферментов и токсинов, с помощью которых вызывает гибель живых тканей растений и разрушает сложные органические соединения в доступные для усвоения формы [7].

Распространению и развитию склеротиниоза способствуют определенные условия температуры и влажности: 12–30 °C (оптимальная – 18–25 °C), влажность 60–80 %, однако первоначальное заражение растений осуществляется уже при влажности 55 % [8]. Повышенную влажность воздуха обеспечивает значительное количество осадков, поэтому очень часто вспышки белой гнили наблюдаются в условиях полувлажных и влажных агроклиматических зон [8–10].

Биология. Жизненный цикл *S. sclerotiorum* состоит из мицелиальной, склероциальной (склероции, вторичные склероции) и сумчатой стадий (апотеции с аскоспорами). Основным источником инфекционного начала являются склероции – специальные образования, состоящие из тесно сплетенных гиф гриба, служащие для консервации, перезимовки и распространения патогена. Жизнеспособность склероциев зависит от многих факторов: типа почв, глубины залегания, температуры, влажности и биологической активности почв [4; 11–13], температуры окружающей среды, влажности самих склероциев [14]. Оптимальные условия для прорастания склероциев – температура воздуха 18–24 °C и относительная влажность воздуха 40–50 % [8]. Апотеции

образуются на 37-й день при температуре 12–22 °C и влажности воздуха 60–80 % [8], на 35–36-й – при 18–22 °C и 85 %, соответственно [15]. В условиях Тамбовской области при тех же условиях – на 39–40 день [16]. Апотеции светло-буроватые, диаметром 4–8 (до 10) мм, блюдцевидной формы; сумки цилиндрические с утолщением вверху, размером 130–135 (до 163)× 8–10 мкм, содержат по 8 овальных или продолговато-ovalных бесцветных аскоспор размером 9–13×4–6 (до 14×6,6) мкм [8]. Массовый выброс аскоспор происходит при 16–22 °C в течение 20–40 дней [7], при 20–22 °C – 18–20 дней [17], при этом интенсивность выбрасывания спор в большей степени зависит от температурных условий, чем от влажности почвы и воздуха [16]. Аскоспоры служат источником массового распространения болезни в период созревания подсолнечника [18]. Заражение растений происходит при температуре 15–20 °C [13; 19], а эпифитотийное проявление болезни – при 15–22 °C и 100 %-ной относительной влажности в течение 42 часов [20]. Однако вероятность формирования совершенной стадии гриба *Sclerotinia sclerotiorum* в природных условиях невелика, поскольку в регионах с засушливым климатом продолжительность благоприятных для формирования апотеций условий (апрель–май) бывает недостаточной [21], и в этом случае сумчатая стадия *S. sclerotiorum* выпадает из цикла развития патогена.

Распространен во всех зонах возделывания подсолнечника: странах Северной и Южной Америки, Австралии [11], Иране [22], Европы – Болгарии, Венгрии, Польше, Румынии, Франции, Югославии [4], Молдавии, Украине, Казахстане [23], в приграничных с Украиной районах Беларуси [24], во многих регионах России – Северном Кавказе, Центральном Черноземье, Среднем Поволжье, Урале, Алтайском крае [23–25], Тамбовской области [12].

S. sclerotiorum проявляется в течение всего вегетационного периода в различных формах в зависимости

от возраста растений – корневой, прикорневой, стеблевой, корзиночной и поражения семян [8]. Распространенность разных форм болезни обусловлена условиями внешней среды и неодинакова по годам и по отдельным межфазным периодам.

Цель настоящих исследований – определить распространенность патогена и интенсивность поражения им подсолнечника, а также – сроки появления разных форм его проявления в Тамбовской области за последние 22 года (1993–2014 гг.).

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Обследовали посевы подсолнечника в центральных и южных районах Тамбовской области, где размещены основные посевные площади культуры. Работу проводили фазы 3–4 пар листьев, бутонизации, цветения, полной спелости. Интенсивность поражения растений определяли по пятибалльной шкале М.Д. Вронских [26]:

- 0 – пятно, занимающее до 10,0 % площади корзинки;
- 1 балл – пятно, занимающее 10,0–25,0 % площади корзинки;
- 2 балла – пятно, занимающее 26,0–50,0 % площади корзинки;
- 3 балла – пятно, занимающее 51,0–75,0 % площади корзинки;
- 4 балла – пятно, занимающее >75,0 % площади корзинки.

Распространенность возбудителя определяли по формуле, приведенной в работе А.Е. Чумакова [27]:

$$P = \frac{n \cdot 100}{N},$$

где P – распространенность болезни, %; n – количество больных растений в пробе, шт.; N – общее количество учетных растений, шт.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

В результате многолетних наблюдений (1993–2014 гг.) нами установлены распространенность белой гнили в нашей области, начало появления отдельных форм проявления патогена в зависимости от погодных условий и интенсивность поражения подсолнечника. При средней температуре воздуха в летние месяцы 15,0–17,9 °C (1993 г.), 17,5–19,8 °C (1996 г.), 13,2–19,4 °C (1997 г.), 10,4–22,8 °C (1999 г.), 14,0–20,7 °C (2003 г.), 17,0–22,9 °C (2007 г.), 15,4–22,9 °C (2009 г.), 17,2–24,0 °C (2014 г.) и некотором дефиците осадков в этот период распространенность болезни составляла 12,2–26,8 %. В то же время в 2000, 2001, 2004, 2006 гг., когда на фоне средней температуры воздуха в летние месяцы, достигающей 10,5–21,0 °C, 13,7–24,1 °C, 14,4–19,8 °C, 14,1–21 °C, соответственно, и обильных осадках, превышающих на 5,5–50,0 мм среднемноголетние значения, наблюдалась депрессия патогена. Среднюю, даже скопее невысокую распространенность патогена в нашей области (2,4–8,4 %) при интенсивности поражения до 10,0 % (0–1 балл) мы наблюдали в 1994, 1995, 2005, 2011 и 2013 гг. при средней температуре воздуха не выше 11,8–16,4 °C, 15,6–20,9 °C, 16,7–20,0 °C, 17,3–24,8 °C и 20,0–21,1 °C, соответственно, и значительном

дефиците влаги – на 78,7–145,9 мм меньше среднемноголетних показателей.

Корневая форма болезни в Тамбовской области проявляется уже через неделю после посева, поражая до 4,0 % всходов. Этой форме патогена способствует «высокий инфекционный потенциал возбудителя в почве» [16] – склероции и мицелий на семенах и склероции, сохранившиеся на перезимовавших растительных остатках в почве: пораженные ткани коричневеют, размягчаются, семядоли теряют тurgor, проростки и всходы погибают [5].

Прикорневая форма, по нашим наблюдениям, в Тамбовской области проявляется уже в период всходов (1–2 декады июня), в fazu 4–5 пар настоящих листьев и в более поздние сроки. В отдельные годы в центральных и южных районах области (Рассказовский, Сампурский Мучкапский, Мордовский, Тамбовский, Токаревский, Уваровский) при благоприятных погодных условиях – уже в конце мая (2004, 2009 гг.), при этом распространенность патогена достигает 6,1–10,0 %; при отсутствии таковых (температура воздуха 34–35 °C и отсутствие дождей) – одновременно со стеблевой и даже – к началу формирования (1996, 1997, 1998, 1999, 2005, 2006, 2010, 2011 гг.). В 2006 г., когда температура воздуха в мае–августе была 14,1 °C; 21,1 °C, 19,5 °C и 19,3 °C, соответственно, а количество осадков в этот период превышало среднемноголетние показатели на 14,9–34,9 мм, распространенность прикорневой формы белой гнили достигала 41,6 %. Однако чаще всего распространенность патогена в этот период развития подсолнечника составляет 0,1–0,3 % в годы депрессии патогена (2000, 2001, 2009, 2010 гг.) и 1,2–18,4 % – в другие годы. Интенсивность поражения растений при этом не превышала 10,0 % (менее 1 балла). Первоисточником прикорневой формы являются склероции в почве, в пораженных перезимовавших растительных остатках и мицелий на погибших всходах [20]. На околовпочвенной части стебля появляются светло-коричневые пятна, кольцевидно охватывающие стебель. В зоне пятен появляется белый, плотный войлочный – мицелий гриба, поднимающийся вверх по стеблю, распространяющийся также на корни, а в некоторых случаях – расстилающийся по земле и переходящий на соседнее растение [7]. Корневая шейка загнивает у самой поверхности почвы. Пораженное место буреет, размачливается, обнажая механические ткани, нередко растение надламывается. Листья теряют тurgor, поникают, затем все растение увядает. Прикорневое поражение в период всходов – цветения приводит растения к гибели, более позднее появление снижает урожай, увеличивая пустозерность в центре корзинки и уменьшая массу семянок [17]. О высокой вредоносности прикорневой формы *S. Sclerotiorum* в условиях Тамбовской области говорят также исследования К.Г. Коченковой и П.В. Полякова [12].

Стеблевая форма в области появляется в середине июля, в особо засушливые годы – в первой декаде августа, одновременно с корзиночной формой (2011 г.). Довольно часто склеротиния в этой форме проявляется на уже пораженных прикорневой формой растениях. Распространенность стеблевой формы в годы со средней температурой в период вегетации 18,8–22,8 °C и количеством осадков ниже среднемноголетних составляла 2,0 % (1999 г.), 10,8 % (2007 г.), 0,8–3,8 % (2008 г.), 2,5 % (2009 г.), 0,2 % (2010 г.), 2,0 % (2011 г.). К фазе

цветения распространенность белой гнили в стеблевой форме увеличивалась более чем в два раза и составляла 10,0–30,0 % с невысокой (менее 1 балла) интенсивностью поражения. Патоген в этой форме проявляется подобно прикорневой, отличается лишь по месту локализации болезни на стебле, который размачливается и ломается в местах поражения [7; 13; 28]. В месте поражения в стебле остаются нетронутыми только механические ткани. На поверхности и внутри стебля образуются мелкие округлые склероции [21]. Об аналогичности проявления прикорневой и стеблевой форм болезни сообщает также C. Lamarque [20].

По нашим наблюдениям, нет четкой зависимости распространенности возбудителя белой гнили в нашей области от количества осадков в период вегетации подсолнечника. Нашим выводам дает объяснение М.Ф. Коченкова [16], установившая, что выброс аспкоспор (источника массового распространения болезни) из прорастающих склероциев в большей степени зависит от температурных условий, чем от влажности воздуха и почвы.

Листовая форма в Тамбовской области проявляется в фазе 4–6 пар настоящих листьев, чаще всего одновременно с прикорневой. На листьях появляются водянистые пятна и белый войлочный мицелий – характерные признаки патогена, верхушки растений поникают, затем увядают, корзинка не формируется. В эти фазы мы регистрировали от единичных растений с такими симптомами в засушливые годы до 5,0–12,2 % – в годы с достаточным увлажнением. Наши наблюдения не совпадают с данными литературы о том, что экономического значения эта форма проявления патогена не имеет [29].

Корзиночная форма в годы с прохладной погодой проявляется уже в период формирования корзинок, одновременно с прикорневой и стеблевой формами болезни и продолжается до созревания семян. Распространенность болезни в начальные фазы развития подсолнечника составляет 15,3 %, при интенсивности поражения 1,1–5,4 %. Однако известно, что оптимальные условия для развития и распространения белой гнили – температура 15–20 °C и повышенная влажность. Такие условия в Тамбовской области, как правило, складываются к началу созревания культуры (первая декада августа) и позже (к уборке), что и способствует наибольшему распространению корзиночной формы склеротинии, достигающей в отдельные годы (1993, 1994, 1996, 2004, 2006, 2012 гг.) на отдельных полях 45,8–66,6 – 76,3–100,0 %, при интенсивности поражения 10,1 % (1 балл) и более – 31,6–53,6 % (2–3 балла), что, естественно, означает их гибель. Это притом, что распространенность болезни и интенсивность поражения при других формах проявления в эти годы была существенно ниже.

На тыльной стороне корзинки появляется бурое мокрое быстро растущее пятно, пораженная ткань становится водянистой, легко продавливается, загнивание переходит на плодущую сторону корзинок [7] и даже вниз по стеблю [21]. При сильном развитии болезни плодущий слой больных корзинок отваливается, на стебле остаются волокнистые тяжи сосудов и механических элементов [7; 21]. У большинства пораженных растений корзинки остаются на стебле, однако семянки в больших корзинках обволакиваются грибницей, склеиваются, семенные оболочки обесцвечиваются, ядра темнеют, семена приобретают затхлый запах и

горький вкус [7]. Семена теряют хозяйственную и товарную ценность: резко снижается их лабораторная [30] и полевая всхожесть, в несколько раз возрастает кислотное число масла [12]. Кроме того, зараженные семена являются источником инфекции *S. sclerotiorum* [2; 20; 26; 31]. О наибольшей вредоносности *S. Sclerotiorum* в фазы налива и созревания подсолнечника сообщают также E. Kurnik et al. [32] и W.E. Sackston [33].

Вредоносность *S. sclerotiorum* проявляется в ухудшении качества семян подсолнечника, повышении кислотного числа масла. При сильном поражении урожай семянок снижается до 15–85 %, масличность – на 10 %, содержание протеина – на 3 %, ухудшаются посевные качества семян [34–36]. При повышении содержания уровня свободных кислот в масле (более 6 мг КОН/г) оно переходит в разряд технического [37].

Источники инфекции. Основные источники инфекции *S. sclerotiorum* – склероции, сохранность которых зависит от многих факторов: глубины их залегания, типа, биологической активности, температуры и влажности почвы [4; 13]. Склероции служат также для консервации, перезимовки и распространения патогена. Патогенность склероциев в почве сохраняется от 1 до 3 лет [8]. В условиях Тамбовской области – до 8 лет, при этом вирулентность склероциев существенно снижается: через три года – на 36 %, через пять лет – еще на 30,0 % [17]. По данным этих авторов [17], после семилетнего пребывания в почве жизнеспособность склероциев на глубине до 5 см была 70 %, 5–10 см – 50 %, 10–20 – 49 % и 20–30 – 30 %, а вирулентность – на 56, 50, 39 и 26 %, соответственно; через восемь лет при жизнеспособности 20–30 % вирулентность склероциев была утрачена.

Дополнительные источники – обрывки мицелия, разносимые ветром [29], зараженные семена и проростки [38]. Однако по мере хранения зараженных семян происходит их естественное обеззараживание, обусловленное гибелю мицелия патогена [39].

ВЫВОДЫ

Таким образом, нами определено, что общая распространенность возбудителя белой гнили в области составляет 12,2–26,8 % при достаточно частых депрессиях патогена. По нашим наблюдениям, распространенность белой гнили в нашей области зависит, скорее, не от количества осадков в период вегетации подсолнечника (за исключением фазы созревания – уборки), а от температуры воздуха. Замечено, что прикорневая форма проявляется в основном в 1–2 декадах июня, в благоприятные годы (повышенная влажность, низкая температура) – уже в конце мая при распространенности 0,1–0,3 % в годы депрессии патогена и 1,2–18,4 % – в другие годы. Поражение стеблей наступает в середине июля, в особо засушливые годы – в первой декаде августа, одновременно с корзиночной формой. К фазе цветения распространенность белой гнили в стеблевой форме увеличивается более чем в два раза и составляет 10,0–30,0 %. Корзиночная форма в годы с прохладной погодой проявляется уже в период формирования корзинок, одновременно с прикорневой и стеблевой формами болезни при распространенности 15,3 % и интенсивности поражения 1,1–5,4 %. Однако наиболее благоприятные для *S. sclerotiorum* условия наступают чаще к началу созревания – началу уборки культуры, что и способствует наибольшей распространенности пато-

гена, достигающей 45,8–100,0 %, при интенсивности поражения 10,1–53,6 % (2–3 балла) в этот период.

ЛИТЕРАТУРА

1. Билай В.И., Гвоздяк Р.И., Скрипаль И.Г., Краев В.Г., Элланская И.А., Зирка Т.И., Мурас В.А. Микроорганизмы – возбудители болезней растений. Киев: Наукова Думка, 1988. 552 с.
2. Purdy L.H. Sclerotinia sclerotiorum. History, disease and symptomatology, host range, geographic distribution, and impact // Phytopathology. 1979. V. 69. № 8. P. 875-880.
3. Saur R., Locher F. Studies on the host range of Sclerotinia sclerotiorum// Badische Anilin und Soda Fabric // Agric. News. 1984. № 3. P. 7-12.
4. Караджова Л.В. Биологические аспекты защиты полевых культур от белой гнили // Сельское хозяйство за рубежом. 1981. № 2. С. 24-27.
5. Байдин В.А. Белая гниль подсолнечника в Восточном Казахстане, обоснование мер борьбы с ней: автореф. дис. ... канд. с.-х. наук. Алма-Ата, 1969.
6. Почапская Е.М. Белая гниль подсолнечника в условиях Харьковской области: автореф. дис. ... канд. биол. наук. Харьков, 1968.
7. Анащенко А.В. Болезни подсолнечника и современные способы борьбы с ними. М.: ВНИИЭСХ, 1982. 60 с.
8. Кукин В.Ф. Болезни подсолнечника и меры борьбы с ними. М.: Колос, 1982. 79 с.
9. Вронских М.Д., Плотников В.Ф. Способы и сроки учетов основных вредителей и болезней полевых культур // Защита растений. 1984. № 4. С. 40.
10. Наумова Н.А. Особенности развития склеротиниоза на подсолнечнике в условиях Воронежской области // Тр. Всесоюзного института защиты растений. Москва; Ленинград, 1954. Вып. 5. С. 62-82.
11. Егурзадова А.З. Защита подсолнечника от белой гнили // Сельское хозяйство за рубежом. 1982. № 6. С. 28-31.
12. Коченкова К.Г., Поляков П.В. Влияние почвенно-климатических условий на развитие склеротинии в условиях Тамбовской области // Научные труды Тамбовской государственной областной сельскохозяйственной станции. 1969. Вып. 1. С. 104-107.
13. Тихонов О.Н., Бочкарев И.Н., Дьяков А.Б. и др. Болезни и вредители подсолнечника и меры борьбы с ними // Биология, селекция и возделывание подсолнечника. М.: Агропромиздат, 1991. 281 с.
14. Смирнова А.Д. Влияние условий питания на развитие возбудителя склеротиниоза подсолнечника // Бюл. науч.-техн. информ. по маслич. культурам. Майкоп, 1967. Вып. 1 (7). С. 17-19.
15. Пивень В.Т., Алифирова Т.П. Особенности морфогенеза возбудителя белой гнили подсолнечника // Защита и карантин растений. 2001. № 2. С. 33-36.
16. Коченкова К.Г. Изучение некоторых вопросов биологии *Sclerotinia libertiana* F. // Сборник научных работ НИИСХ ЦЧП им. В.В. Докучаева. 1975. Т. 9. Вып. 1. С. 176-179.
17. Рогожева М.Ф., Коченкова К.Г. Белая и серая гнили подсолнечника // Защита растений. 1981. № 5. С. 20-21.
18. Sedun F.S., Brown J.F. Infection of sunflower leaves by ascospores of Sclerotinia sclerotiorum // Annals of Appl. Biol. 1987. V. 110. P. 275-284.
19. Пивень В.Т., Шуляк И.И., Мурадасилова Н.В. Защита подсолнечника // Защита и карантин растений. 2004. № 4. С. 42-46.
20. Lamarque C. Conditions climatiques nécessaires à la contamination du tournesol par Sclerotinia sclerotiorum: prévision des épidémies locales // Bull. OEPP. 1983. V. 13 (2). P. 75-78.
21. Мурадасилова Н.В. Патогенная микрофлора семян подсолнечника в условиях Западного Предкавказья и способы снижения ее вредоносности: автореф. дис. ... канд. биол. наук. Краснодар, 2007.
22. Ачимович М. Некоторые основные болезни подсолнечника в Иране // Материалы 7 Междунар. конф. по подсолнечнику. М.: Колос, 1978. С. 331-334.
23. Якупкин В.И. Районирование болезней подсолнечника в России и странах СНГ // Фитосанитарное оздоровление экосистем: материалы 2 Всерос. съезда по защите растений: в 2 т. СПб., 5-10 дек. 2005. Т. 1. С. 125-127.
24. Шашко Ю.К., Свиридова О.С. Оценка селекционного материала подсолнечника на устойчивость к белой гнили // Современные проблемы иммунитета растений к вредным организмам: материалы 2 Всерос. конф. СПб., 2008. С. 187-189.
25. Якупкин В.И. Болезни подсолнечника в России и борьба с ними // Защита и карантин растений. 2001. № 10. С. 26-29.
26. Вронских М.Д. Защита подсолнечника от болезней при индустриальной технологии // Масличные культуры. 1981. № 3. С. 34-37.
27. Чумаков А.Е., Минкевич И.И., Власов Ю.И., Гаврилова Е.А. Основные методы фитопатологических исследований. М.: Колос, 1974. 190 с.
28. Шкаликов В.А., Белошапкина О.О., Букреев Д.Д. и др. Защита растений от болезней: учебник. М.: КолосС, 2003. 255 с.
29. Cuk L. Infection of sunflower leaves by ascospores of Sclerotinia sclerotiorum // Helia, Fundulea. 1979. V. 2. P. 63-64.
30. Выприцкая А.А., Выприцкий А.С., Кузнецов А.А., Мустафин И.И. Видовой состав и вредоносность микобиоты семян подсолнечника в Тамбовской области // Масличные культуры: научно-технический бюллетень ВНИИМК. 2010. Вып. 1 (142-143). С. 62-67.
31. Aćimović M. Prouzrokovaci bolesti suncokreta I nihovo suzbijanje. Beograd: Nolit, 1983. 104 с.
32. Kurnik E. et al. "Pseudoresistance" phenomenon to head rot in Hungary // Proc. 87th Intern. Sunflower Conf. Minneapolis. Minn. 1978. P. 271-278.
33. Sackston W.E. The sunflower crop and disease: progress, problems and prospects // Plant disease. 1981. V. 65. № 8. P. 643.
34. Тихонов О.И., Бородуліна А.А., Тарасенко Т.Ф. Влияние болезней подсолнечника на посевые и товарные качества семян // Масложировая промышленность. 1976. № 8. С. 13-16.
35. Шуляк И.И. Вредоносность поражения подсолнечника склеротиниозом // Болезни подсолнечника: сб. науч. трудов. Краснодар, 1988.
36. Пивень В.Т. Защита подсолнечника от белой и серой гнилей // Защита и карантин растений. 1998. № 12. С. 38-39.
37. Щербаков В.Г., Лобанов В.Г. Лабораторный практикум по биохимии и товароведению масличного сырья. 3-е изд., перераб. и доп. М.: КолосС, 2007. 247 с.
38. Долгова Е.М. Способ оценки семян на зараженность возбудителями болезней // Болезни подсолнечника: сб. науч. трудов. Краснодар, 1988. С. 42-46.
39. Лукашевич А.И. Борьба со склеротиниозом // Защита растений. 1968. № 3. С. 19-20.

Поступила в редакцию 22 января 2015 г.

Выприцкая А.А., Кузнецов А.А., Мустафин И.И., Mazurina Z.I., Ivanov S.V., Chukhlantsev A.Y., Puchnin A.M. *SCLEROTINIA SCLEROTIORUM DE BY IN TAMBOV REGION*

Was defined that the general prevalence of white rot in Tambov region composes 12.2–26.8 %, at sufficiently often depressions of pathogen. Was stated that pre-root form shows at the end of May – beginning of June at prevalence 0.1–0.3 % in the years of depression of pathogen and 1.2–18.4 % – in other years; stem – from the middle of July till the first ten-day period of August and its spreading reaches 10.0–30.0 %; basket-form shows at the period of forming of baskets at the same time with pre-root and stem forms of illness at prevalence of 15.3 % and intensity of the lesion 1.1–5.4 % at the end of vegetation, at high humidity, its spread reaches 45.8–100.0 % at the intensity of the lesion 31.6–53.6 % (2–3 points). At the observation of the authors, prevalence of white rot in our region depends on rather not the amount of precipitation at the period of vegetation of sunflower (except for phase of ripen – harvesting), but on the temperature of the air.

Key words: sunflower; white rot; sclerotinia; sclerotia; apothecia; ascospores; form of manifestation; prevalence; the intensity of the lesion.

Выприцкая Ася Александровна, Среднерусский филиал Тамбовского научно-исследовательского института сельского хозяйства Российской академии сельскохозяйственных наук, п. Новая жизнь, Тамбовский район, Тамбовская область, Российская Федерация, кандидат биологических наук, руководитель группы болезней подсолнечника, e-mail: tmbsnifs@mail.ru

Vypritskaya Asia Aleksandrovna, Middle Russian branch of Tambov Research Institute of Agriculture of Russian Academy of Agriculture, settlement New Life, Tambov province, Tambov region, Russian Federation, Candidate of Biology, Senior Scientific Worker of Sunflower Diseases Group, e-mail: tmbsnifs@mail.ru

Кузнецов Александр Анатольевич, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российской Федерации, аспирант, кафедра биологии, e-mail: tmbsnifs@mail.ru

Kuznetsov Aleksander Anatolyevich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Post-graduate Student, Biology Department, e-mail: tmbsnifs@mail.ru

Мустафин Ильгиз Ибрагимович, Тамбовский научно-исследовательский институт сельского хозяйства Российской академии сельскохозяйственных наук, п. Жемчужный, Ржаксинский район, Тамбовская область, Российская Федерация, кандидат сельскохозяйственных наук, зав. отделом селекции подсолнечника, e-mail: tniish@mail.ru

Mustafin Ilgiz Ibragimovich, Tambov Research Institute of Agriculture of Russian Academy of Agriculture, settlement Zhemchuzhny, Rzhaksa province, Tambov region, Russian Federation, Candidate of Agriculture, Head of Sunflower Selection Department, e-mail: tniish@mail.ru

Мазурина Зинаида Ивановна, Тамбовский научно-исследовательский институт сельского хозяйства Российской академии сельскохозяйственных наук, п. Жемчужный, Ржаксинский район, Тамбовская область, Российская Федерация, младший научный сотрудник, e-mail: tniish@mail.ru

Mazurina Zinaida Ivanovna, Tambov Research Institute of Agriculture of Russian Academy of Agriculture, settlement Zhemchuzhny, Rzhaksa province, Tambov region, Russian Federation, Junior Scientific Worker, e-mail: tniish@mail.ru

Иванов Семен Валерьевич, Тамбовский научно-исследовательский институт сельского хозяйства Российской академии сельскохозяйственных наук, п. Жемчужный, Ржаксинский район, Тамбовская область, Российская Федерация, старший научный сотрудник, e-mail: tniish@mail.ru

Ivanov Semyon Valeryevich, Tambov Research Institute of Agriculture of Russian Academy of Agriculture, settlement Zhemchuzhny, Rzhaksa province, Tambov region, Russian Federation, Senior Scientific Worker, e-mail: tniish@mail.ru

Чухланцев Артем Юрьевич, Научно-производственный центр «Агропищепром», г. Мичуринск, Тамбовская область, Российская Федерация, кандидат сельскохозяйственных наук, заместитель директора по общим вопросам, e-mail: tmbsnifs@mail.ru

Chukhlantsev Artem Yuryevich, Scientific-producing center “Agropisheprom”, Michurinsk, Tambov region, Russian Federation, Candidate of Agriculture, Deputy of Head of General Questions, e-mail: tmbsnifs@mail.ru

Пучнин Алексей Михайлович, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российской Федерации, доктор сельскохозяйственных наук, профессор кафедры биологии, e-mail: danitsu@mail.ru

Puchnin Aleksey Mikhailovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Doctor of Agriculture, Professor of Biology Department, e-mail: danitsu@mail.ru

УДК 599.4

ГЕНЕТИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ПОПУЛЯЦИЙ *MYOTIS DAUBENTONII* (CHIROPTERA) НА САМАРСКОЙ ЛУКЕ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ISSR-АНАЛИЗА

© Д.Г. Смирнов, Ф.З. Башев, В.П. Вехник, Н.М. Курмаева

Ключевые слова: *Myotis daubentonii*; генетическая структура; межпопуляционная дифференциация; поток генов. С помощью ISSR-PCR метода изучена генетическая структура популяций *Myotis daubentonii*, обитающих в условиях Самарской Луки. Выявлен высокий уровень генетического полиморфизма ($R_{95} = 93,8\%$), где значительная часть разнообразия приходится на внутрипопуляционную составляющую. Оценка величины генного потока показала, что в большинстве случаев его значения не превышают единицы, что указывает на высокую генетическую подразделенность популяций. Однако поток генов не исключен и возможен во время осенних перемещений особей к местам зимовок и случайных посещений разных мест роений, а также за счет «не обремененных» импринтингом к местам зимовок молодых животных.

ВВЕДЕНИЕ

У оседлых видов рукокрылых, не совершающих длительных сезонных миграций, поток генов между популяциями более ограничен, чем у перелетных [1–3]. Как показывают исследования, многие из таких видов образуют летние колонии, состоящие из близкородственных особей [4–5], что в принципе предполагает наличие генетической подразделенности между популяциями. Поведение, известное как «роение», приходится на осень – основной период спаривания оседлых рукокрылых [5; 6–14]. Как правило, такое поведение наблюдается в местах зимовочных скоплений животных. Если особи из разных летних колоний встречаются в местах «роения» и спариваются в одном убежище с особями из другой летней колонии, то это должно привести к генетическому сходству между пространственно изолированными летними колониями. Такие колонии, при регулярном использовании одних и тех же мест «роения» и зимовочных убежищ [5, 15–16], будут соответствовать модели панмиксической популяции. И наоборот, если этого не происходит, то колонии должны быть в определенной степени генетически дифференцированы и принадлежать, в зависимости от мест «роения» и зимовки, уже к разным популяциям. Для того чтобы подтвердить или опровергнуть такой механизм дифференциации, мы попытались с помощью метода ISSR-PCR анализа изучить генетическую структуру популяций у оседлого вида *Myotis daubentonii* (Kuhl, 1817), установить уровень межпопуляционной дифференциации и поток генов. В этих исследованиях *M. daubentonii* является удачным модельным объектом, т. к. широко распространен в Европе, в ряде мест многочислен и образует крупные зимовочные скопления [17–18].

МАТЕРИАЛ И МЕТОДЫ

Материалом для работы послужили образцы тканей (биопсия перепонки крыла), собранные в летние и зимние периоды 2011–2013 гг. от 64 особей *M. daubentonii*

с территории Самарской Луки (Самарская обл.). В зимнее время животных добывали в местах их массовых зимовок, которые локализованы в четырех штольнях: Бурлак, Попова, СХТ-1 и Верблюд (рис. 2А). Штольни – это системы искусственных подземелий в правобережных волжских склонах Жигулевских гор. Подземелья находятся на расстоянии друг от друга от 1 (СХТ-1 – Попова) до 6 км (Бурлак – Верблюд). В летние периоды животных отлавливали паутинными сетями в местах их массовой кормежки. Отловы проводили в северной части Самарской Луки в окрестностях четырех поселков Жигулевского городского округа (Солнечная Поляна, Рижский, Бахилова Поляна и Бахилово) и в южной части Самарской Луки на о. Винновский. Минимальное расстояние между летними точками сбора составило 1 км (пос. Солнечная Поляна – пос. Рижский), а максимальное – 27 км (о. Винновский – пос. Рижский). Наименьшее расстояние от места летнего сбора до зимовочного убежища 5 км (пос. Солнечная Поляна – Бурлак), а максимальное – 31 км (пос. Бахилово – Верблюд).

Выделение ДНК из образцов тканей, анализ полиморфизма ДНК и количественную оценку степени полиморфизма проводили по ранее разработанной методике [15–16]. В качестве генетических маркеров использованы межмикросателлитные ISSR-маркеры. Из шести протестированных маркеров (ISSR-1, ISSR-2, ISSR-3, ISSR-4, ISSR-5, ISSR-6) лишь ISSR-2 (нуклеотидная последовательность – (GA)₉C) инициировал синтез полиморфного профиля, поэтому только он был использован для дальнейшего анализа.

Анализ молекулярно-генетического полиморфизма ДНК осуществляли с помощью компьютерного макрорасы GenAIEx6 и программы POPGENE ver. 1.31 с определением доли полиморфных локусов (при $P \leq 0,95$), общего числа аллелей (n_a), эффективного числа аллелей (n_e) [19–20]. В качестве показателей оценки генного разнообразия использовали показатели общего (Ht) и внутрипопуляционного (Hs) разнообразия, подразделенности популяций и субпопуляций (Gst и Gcs), показатель интенсивности потока генов (Nm) [21] и индекс

генетического разнообразия (H) [20]. Генетическое расстояние между популяциями определяли по М. Нею [22]. На основе матриц генетических расстояний выполняли кластерный анализ с алгоритмом UPGMA. Графическое изображение дендрограмм получено в программе TreeView (<http://taxonomist.zoology.gla.ac.uk/rod/treeview.html>) и Past 2.15.

Под популяцией у оседлых видов рукокрылых мы понимали совокупность особей одного вида, населяющих определенную область пространства. При этом ключевой территорией считали конкретное место зимовки или отдельное подземелье (штолню), куда на время холодного периода собирается почти весь половозрастной состав популяции, происходит осенне «кроение» и где большинство ее особей участвует в спаривании [12].

РЕЗУЛЬТАТЫ

В девяти изученных выборках выявлено 18 амплифицированных фрагментов ДНК, размеры которых составляли от 201 до 770 пн (рис. 1). Все фрагменты оказались полиморфными.

Эффективное число аллелей на локус в суммарной выборке *M. daubentonii* равно 1,65. Максимальное значение зафиксировано у популяции из штолни СХТ-1, а минимальное в выборке из окр. пос. Бахилово (табл. 1). Оценка числа полиморфных локусов показала, что наименьшим показателем обладает выборка из окр. пос. Бахилово. Среди зимующих популяций наиболее низкие значения получены для штолен Бурлак и Попова. Самый высокий показатель полиморфизма в местах летнего обитания был отмечен в выборке из пос. Солнечная Поляна, а в местах зимовок – в популяциях СХТ-1 и Верблюд. Генетический полиморфизм *M. daubentonii* в суммарной выборке составил 93,8 %.

Общее генное разнообразие в суммарной выборке составило 0,35 (H_t), а среднее выборочное генное разнообразие по всем локусам – 0,25 (H) (табл. 1). Таким образом, среднее значение для изученных популяций оказалось несколько ниже, чем в суммарной выборке. Большая часть этого разнообразия приходится на внутрипопуляционную составляющую ($H_s = 0,34$, $G_{cs} = 0,27$) и лишь незначительная – на межпопуляционную ($G_{st} = 0,023$). При разделении выборок по сезону года внутрипопуляционное разнообразие для выборок из летних мест обитания составило $H_s = 0,24$, а из мест зимовок – $H_s = 0,37$, в то время как уровень межпопуляционной дифференциации определен как 0,32 и 0,21 соответственно. Оценка генного потока показала, что

Таблица 1

Показатели генетического разнообразия в выборках *Myotis daubentonii* (n – объем выборки)

Выборки (n)	n_a	n_e	h	% P_{95}
Солнечная				
Поляна (13)	1,69	1,56	0,31	75,0
Рижский (6)	1,63	1,60	0,32	68,8
Бахилова				
Поляна (3)	1,50	1,45	0,25	56,3
Бахилово (4)	0,63	1,10	0,06	12,5
Винновский (5)	1,63	1,44	0,25	62,5
Бурлак (7)	1,38	1,43	0,23	50,0
Верблюд (9)	1,75	1,52	0,29	75,0
СХТ-1 (9)	1,81	1,62	0,35	87,5
Попова (8)	1,31	1,33	0,20	50,0

как в выборках из летних местообитания ($Nm = 0,53$), так и из зимующих популяций ($Nm = 0,92$) его значения не превышают единицы, что подтверждает высокую генетическую подразделенность между большинством выборок, собранных в пределах каждого сезона.

Результаты расчета генетических дистанций отражены на дендрограммах (рис. 2). В местах зимовок наибольшее сходство обнаружено у популяций из штолен СХТ-1 и Попова, а максимальную обособленность имеет популяция из штолни Верблюд. Популяция из штолни Бурлак максимально генетически близка к популяции из штолни СХТ-1 и удалена от популяции из штолни Попова.

По местам летнего обитания полное сходство демонстрируют выборки из географически близких пунктов – Солнечная Поляна и Рижский. Сестринский кластер образуют выборки, наоборот, из географически удаленных друг от друга пунктов – Бахилова Поляна и Винновский. Максимальную генетическую дистанцию от всех исследованных выборок имеет выборка из окр. пос. Бахилово.

Обобщенный анализ генетического сходства, проведенный одновременно для всех девяти выборок, позволил построить схему, где выборки разделены на три кластера (рис. 2Г). В первый кластер вошли три выборки из летних мест обитания и две из мест зимовок. Малой дистанцией здесь обладают выборками из окр. пос. Бахилова Поляна и из штолни СХТ-1. Максимально к ним приближены генетически однородные выборки из окр. пос. Солнечная Поляна и Рижский. Также общий с ними кластер образует популяция из штолни Верблюд. Второй кластер формируют выборки, взятые с о. Винновский и из штолни Бурлак. Наконец, сильнее всех генетически обособлен третий кластер, объединяющий выборки из окр. пос. Бахилово и штолни Попова.

ОБСУЖДЕНИЕ

На основании анализа фрагментов ДНК, амплифицированных в ходе полимерной цепной реакции (ПЦР) с использованием ISSR-праймера, установлено, что большинство популяций *M. daubentonii* характеризуются высоким уровнем полиморфизма и генетическим разнообразием. Исключение составляет лишь выборка из окр. пос. Бахилово, где зарегистрирована небольшая выравненность аллелей по частоте и очень низкие зна-

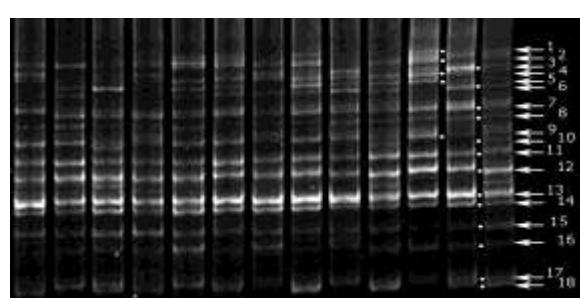


Рис. 1. PCR-спектр *Myotis daubentonii*, инициированный праймером ISSR-2

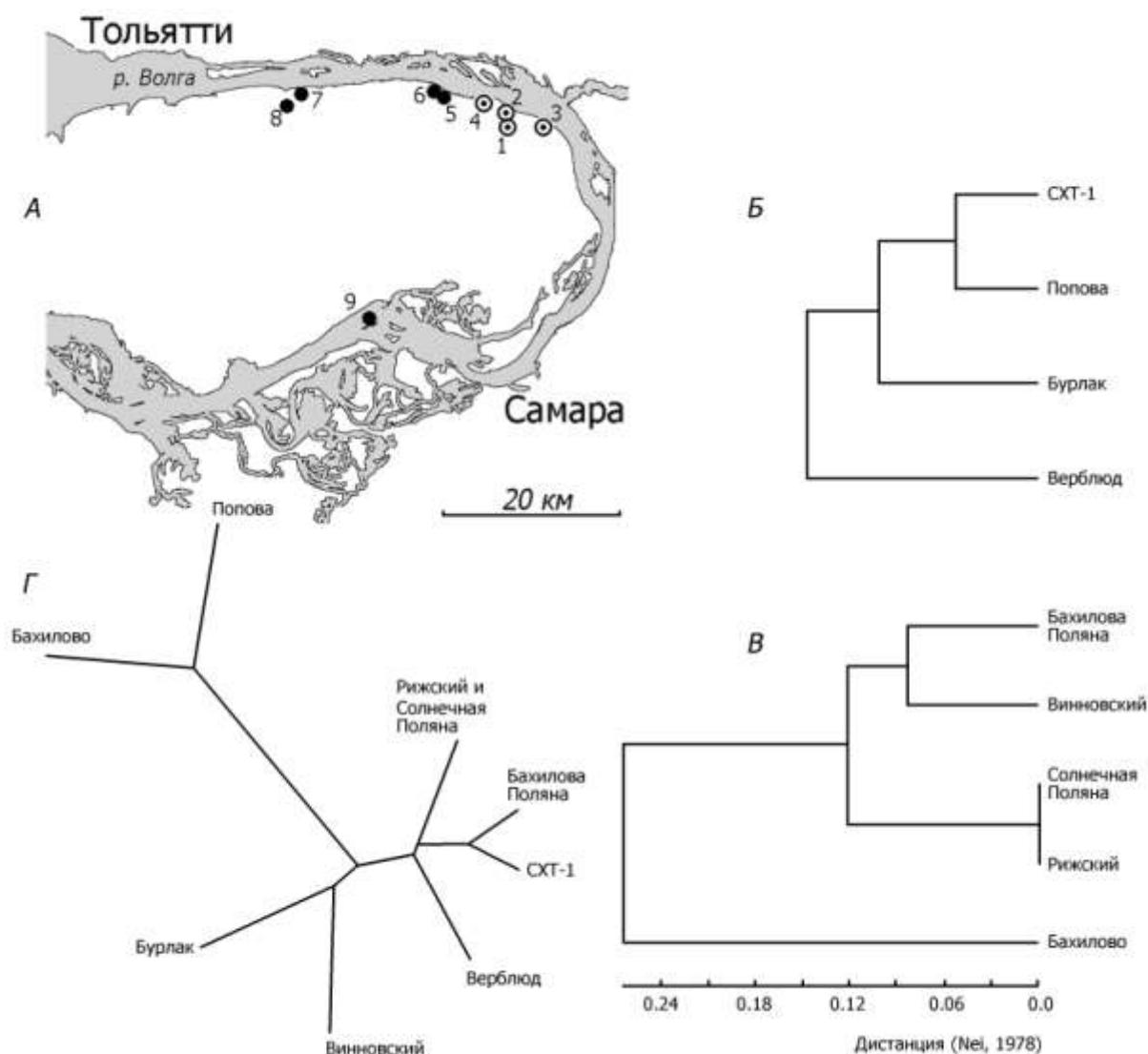


Рис. 2. Точки сбора материала (А: 1 – СХТ-1; 2 – Попова; 3 – Верблюд; 4 – Бурлак; 5 – Солнечная Поляна; 6 – Рижский; 7 – Бахилова Поляна; 8 – Бахилово; 9 – о. Винновский) и дендрограммы генетического сходства выборок особей *M. daubentonii*: места зимовок (Б); места летнего обитания (В); общая схема генетического сходства (Г)

чения генетических показателей. В целом полученные результаты демонстрируют относительно высокий уровень структурирования населения *M. daubentonii* на Самарской Луке, что подтверждают попарные значения индекса межпопуляционной дифференциации (табл. 2).

Проверка генетической изоляции расстоянием выявила положительную корреляцию между попарными Gst и географической удаленностью отдельно зимних ($R_{spirmen} = 0,30$) и летних ($R_{spirmen} = 0,31$) выборок. Однако прослеженная связь все же оказалась статистически недостоверной ($p > 0,05$), что связано с обратной зависимостью, выявленной между некоторыми выборками. Например, географически близко расположенные друг к другу выборки из окр. пос. Бахилова Поляна и Бахилово (3,74 км) оказались максимально генетически дифференцированы. Это обстоятельство указывает на отсутствие между ними потока генов и принадлежность их особей к разным популяциям. Кроме того, крайне низкое генетическое разнообразие в выборке из

последнего локалитета может свидетельствовать еще и о высокой изолированности ее популяции, и, возможно, о большом уровне инбридинга. Другие две близко расположенные летние выборки, взятые из окр. пос. Солнечная Поляна и Рижский (1,25 км), наоборот, демонстрируют абсолютную генетическую идентичность и, по-видимому, являются частями одной популяции.

Популяции, которые формируются в местах зимовок, в зимнее время полностью изолированы друг от друга. Это отличает их от зимовок рукокрылых, известных в Средней Европе, где из-за мягких зим перемещение особей между убежищами происходит регулярно [23–26]. В условиях Средней полосы России и в частности на Самарской Луке с помощью массового кольцевания и многочисленных последующих возвратов нами было зарегистрировано [17], что рукокрылые крайне консервативны к своим зимовочным подземельям. Выбрав один раз одно из них, они никогда более не встречаются в других даже близко расположенных подземных убежищах. Так как спаривание

Таблица 2

Парные значения коэффициентов Gst (ниже диагонали) и Nm (выше диагонали)

Выборка	Рижский	Солнечная Поляна	Бахилова Поляна	Бахилово	Винновский	Бурлак	Верблуд	CXT-1	Попова
Рижский		19,79	1,48	0,61	1,15	1,21	2,29	3,10	1,57
Солнечная Поляна	0,013		1,45	0,57	1,18	1,53	2,05	2,92	1,48
Бахилова Поляна	0,144	0,147		0,32	1,30	1,17	1,65	2,41	0,85
Бахилово	0,293	0,305	0,439		0,25	0,37	0,32	0,81	0,67
Винновский	0,179	0,175	0,161	0,497		1,30	1,24	1,56	0,58
Бурлак	0,171	0,141	0,176	0,401	0,162		1,03	2,07	0,97
Верблуд	0,098	0,109	0,132	0,439	0,168	0,195		1,94	0,88
CXT-1	0,075	0,079	0,094	0,235	0,138	0,108	0,114		2,36
Попова	0,136	0,145	0,228	0,273	0,302	0,204	0,221	0,096	

преимущественно происходит на местах зимовок, то в зимнее время между такими популяциями, находящимися в разных подземельях, поток генов должен быть исключен.

Как было уже нами отмечено, рассмотренные зимующие в разных штолнях популяции вида в целом характеризуются высоким уровнем дифференциации, однако этого нельзя сказать для некоторых из них в отдельности. Так, минимальной генетической дистанцией по отношению ко всем другим зимним популяциям обладает популяция из штолни CXT-1. При отсутствии возможности в зимнее время перелетать из одного подземелья в другие многие особи все же могут это осуществлять осенью в период перемещения от мест летнего обитания к местам зимовок и роения. Возможно, что некоторые животные, зимующие в штолне CXT-1 или в других похожих убежищах, посещают не только свои места роения, но и «чужие», участвуя здесь в спаривании. По-видимому, именно так можно объяснить выявленный у популяции из штолни CXT-1 по отношению к другим таким же популяциям относительно небольшой уровень межпопуляционной дифференциации ($Gst < 0,11$), умеренный поток генов ($Nm > 1,90$) и самое высокое ее генетическое разнообразие. Стремление особей в период осенних перекочевок использовать не только свои места роения, где происходит их спаривание, но и посещать чужие также может объяснить тот факт, что уровень межпопуляционной дифференциации в целом на местах зимовок оказался меньше, чем на местах летнего обитания, а внутрипопуляционное разнообразие, наоборот, больше. Последнее обстоятельство связано еще и с тем, что на места зимовок особи собираются со значительной по площади территории и формирующиеся здесь популяции представлены большим числом колоний из разных летних мест обитания.

Мы также допускаем вероятность того, что дополнительный приток генов и увеличение генетического разнообразия популяций в местах зимовок могут привносить молодые особи. После распада выводковых колоний молодые животные, как правило, живут обособленно от взрослых и осенью выбирают маршруты следования к местам зимовок самостоятельно. Во время таких перемещений они могут быть случайно привлечены к любому месту роения или зимовочному под-

земелью, которое, например, не используется особями «родной» популяции, и остаться здесь на зимовку. Впоследствии импринтинг и свойственный консерватизм склонят их регулярно в последующие годы возвращаться и использовать для зимовок только эти места. В качестве подтверждения такой точки зрения мы можем привести, к сожалению, пока единственный имеющийся в нашем распоряжении пример по этому виду, когда окольцованный нами в июле 2013 г. в окр. пос. Солнечная Поляна молодой самец был обнаружен в конце ноября этого же года на зимовке в пещере Бурлак.

По всей видимости, летние выборки из окр. пос. Солнечная Поляна, так же, как и из окр. пос. Рижский и Бахилова Поляна, могут считаться частью одной популяции, зимующей в штолне CXT-1, т. к. имеют с ней минимальную генетическую дистанцию и наибольший поток генов (табл. 2). Поэтому повторно отловленный нами зверек, который был упомянут выше, мог оказаться на зимовке в штолне Бурлак по причине того, что это подземелье находится на пути между пос. Солнечная Поляна и штолней CXT-1. Также не исключено, что часть особей, рожденных и проводящих лето в этих поселках, может зимовать в штолнях Попова и Верблуд. Из-за низких значений Nm (0,31–0,80) между выборкой из окр. пос. Бахилова и зимующими популяциями исключается возможность зимовки ее особей в изученных подземельях. Что же касается географически удаленной выборки с о. Винновский, то зимовка ее особей в этих подземельях не исключена.

Таким образом, проведенный анализ генетической изменчивости популяций *M. daubentonii*, обитающих в условиях Самарской Луки, позволил выявить степень их неоднородности и уровень генетической подразделенности. Зимующие в разных искусственных подземельях особи формируют отдельные популяции, которые абсолютно изолированы в зимний период времени. Уровень их дифференциации относительно высок, но при этом поток генов не исключен и возможен во время осенних перемещений особей к местам зимовок и случайных посещений разных мест роений, а также за счет «не обремененных» импринтингом к местам зимовок молодых животных. Все это также может объяснить высокий уровень полиморфизма популяций. По окончании спячки особи из мест зимовок разлетаются

на разное от них расстояние в разные места летнего обитания. При этом допускаем, что одно и то же летнее местообитание может использоваться животными из разных зимовочных убежищ.

Полученные и описанные нами результаты по генетической структуре популяций *M. daubentonii* в условиях Самарской Луки пока могут считаться лишь предварительными, т. к. предполагаемое в последующих исследованиях увеличение числа выборок по местам летнего обитания и применение новых молекулярных маркеров позволит не только более точно показать уровень структурированности популяций, их генетические взаимоотношения, но и значительно повысить представительность самих результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Petit E., Mayer F.* Male dispersal in the noctule bat (*Nyctalus noctula*): where are the limits? // Proc. Roy. Soc. London Ser. B. 1999. V. 266. P. 1717-1722.
2. *Burland T.M., Worthington Wilmer J.* Seeing in the dark: molecular approaches to the study of bat populations // Biol. Rev. 2001. V. 76. P. 389-409.
3. *Webster M.S., Marra P.P., Haig S.M., Bensch S., Holmes R.T.* Links between worlds: unravelling migratory connectivity // Trends Ecol. Evol. 2002. V. 17. № 2. P. 76-83.
4. *Kerth G., Safi K., Konig B.* Mean colony relatedness is a poor predictor of colony structure and female philopatry in the communally breeding Bechstein's bat (*Myotis bechsteinii*) // Behav. Ecol. Sociobiol. 2002. V. 52. P. 203-210.
5. Смирнов Д.Г. Организация сообществ и популяций рукокрылых (Mammalia: Chiroptera) в условиях умеренно-континентального климата России: автореф. дис. ... д-ра биол. наук. Пенза, 2013.
6. *Davis W.H., Hitchcock H.B.* Biology and migration of the bat *Myotis lucifugus* in New England // J. Mammal. 1965. V. 46. P. 296-313.
7. *Hall J.S., Brenner F.J.* Summer netting of bats at a cave in Pennsylvania // J. Mammal. 1968. V. 49. № 4. P. 779-781.
8. *Fenton M.B.* Summer activity of *Myotis lucifugus* (Chiroptera: Vespertilionidae) at hibernacula in Ontario and Quebec // Can. J. Zool. 1969. V. 47. P. 597-602.
9. *Horacek I., Zima J.* Net-revealed cave visitation and cave-dwelling in European bats // Folia Zool. 1978. V. 27. P. 135-148.
10. *Thomas D.W., Fenton M.B., Barclay R.M.R.* Social behavior of the Little Brown Bat, *Myotis lucifugus*. I. Mating behavior // Behav. Ecol. Sociobiol. 1979. V. 6. P. 129-136.
11. *Bauerova Z., Zima J.* Seasonal changes in visits to a cave by bats // Folia Zool. 1988. V. 37. P. 97-111.
12. *Furmaniak J.* Mating behaviour of the brown long-eared bat *Plecotus auritus* // Bat Res. News. 2002. № 43. P. 84-85.
13. *Furmaniak J., Gorniak J.* Seasonal changes in number and diversity of bat species (Chiroptera) in the Stolec mine (SW Poland) // Przr Sud Zach. Supplement. 2002. № 2. P. 49-70.
14. *Parsons K.N., Jones G., Davidson-Watts I., Greenaway F.* Swarming of bats at underground sites in Britain – implications for conservation // Biol. Conserv. 2003. V. 111. P. 63-70.
15. Башнев Ф.З., Смирнов Д.Г., Вехник В.П. Изучение генетического разнообразия популяций *Eptesicus nilssonii* (Chiroptera, Vespertilionidae), зимующих в искусственных подземельях Самарской Луки // Самарская Лука: проблемы региональной и глобальной экологии. 2014. Т. 23. № 24. С. 86-95.
16. Башнев Ф.З., Смирнов Д.Г., Вехник В.П., Курмаева Н.М., Титов С.В. Генетическое разнообразие *Myotis daubentonii* и *Eptesicus nilssonii* (Mammalia: Chiroptera) в условиях Жигулевских гор // Известия Самарского научного центра РАН. 2014. Т. 16. № 5-1. С. 380-385.
17. Смирнов Д.Г., Вехник В.П., Курмаева Н.М., Шепелев А.А., Ильин В.Ю. Видовая структура и динамика сообщества рукокрылых (Chiroptera: Vespertilionidae), зимующих в искусственных подземельях Самарской Луки // Известия РАН. Сер. биол. 2007. № 5. С. 608-618.
18. Смирнов Д.Г., Вехник В.П. Численность и структура сообществ рукокрылых (Chiroptera: Vespertilionidae), зимующих в искусственных подземельях Самарской Луки // Экология. 2011. № 1. С. 64-72.
19. *Yeh F.C., Boyle T.J.B.* Population genetic analysis of co-dominant and dominant markers and quantitative traits // Belgian Journal of Botany. 1997. V. 129. P. 157.
20. *Peakall R., Smouse P.E.* GenAIEx V6: Genetic analysis in Excel. Population genetic software for teaching and research // Mol. Ecol. 2006. V. 6. № 1. P. 288-295.
21. Хедрик Ф. Мир биологии: генетика популяций. М.: Техносфера, 2003. 592 с.
22. *Nei M.* Estimation of average heterozygosity and genetic distance from a small number of individuals // Genetics. 1978. V. 89. P. 583-590.
23. Krzanowski A. Some major aspects of population turnover in wintering bats in the cave at Pulawy (Poland) // Acta Theriolog. 1959. V. 3. № 3. P. 27-42.
24. Haensel J. Searching for intermediate quarters during seasonal migrations in the large mouse-eared bat (*Myotis myotis*) // Proc. 4-th Int. Bat Res. Conf. Nairobi. 1978. P. 231-237.
25. Bogdanowicz W., Urbanizyk Z. Some ecological aspects of bats hibernating in city of Poznań // Acta Theriolog. 1983. V. 28. № 24. P. 371-385.
26. Lesinski G. Ecology of Bats Hibernating Underground in Central Poland // Acta Theriolog. 1986. V. 31. № 37. P. 507-521.

БЛАГОДАРНОСТИ: Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 15-04-01055а. Авторы выражают благодарность С.В. Титову за помощь при проведении молекулярно-генетических работ.

Поступила в редакцию 29 января 2015 г.

Smirnov D.G., Baishev F.Z., Vekhnik V.P., Kurmaeva N.M.
THE GENETIC STRUCTURE OF POPULATIONS OF *MYOTIS DAUBENTONII* (CHIROPTEA) ON THE SAMARA BEND AS A RESULT OF ISSR-ANALYSIS

Using ISSR-PCR method the genetic structure of populations of *Myotis daubentonii*, living in conditions of the Samara Bend, was studied. The high level of genetic polymorphism ($R_{95} = 93.8\%$) was revealed, where much of the diversity accounts for inner population component. An estimate of gene flow has shown that in most cases it does not exceed the value of unity, indicating a high genetic subdivision of populations. However, gene flow cannot be ruled out during the autumn movements of animals to wintering sites and random visits to different places swarming, as well as due to the “unencumbered” imprinting to the wintering grounds in young animals.

Key words: *Myotis daubentonii*; genetic structure; interpopulation differentiation; gene flow.

Смирнов Дмитрий Григорьевич, Пензенский государственный университет, г. Пенза, Российская Федерация, доктор биологических наук, профессор кафедры зоологии и экологии, e-mail: eptesicus@mail.ru

Smirnov Dmitry Grigorovich, Penza State University, Penza, Russian Federation, Doctor of Biology, Professor of Zoology and Ecology Department, e-mail: eptesicus@mail.ru

Башнев Фарид Зиннатович, Пензенский государственный университет, г. Пенза, Российская Федерация, аспирант, кафедра зоологии и экологии, e-mail: baishev-91@mail.ru

Baishev Farid Zinnyatovich, Penza State University, Penza, Russian Federation, Post-graduate Student, Zoology and Ecology Department, e-mail: baishev-91@mail.ru

Вехник Владимир Петрович, Жигулевский государственный природный биосферный заповедник им. И.И. Спрыгина, с. Бахилова Поляна, г. Жигулевск, Самарская область, Российская Федерация, старший научный сотрудник, e-mail: vekhnik@mail.ru

Vekhnik Vladimir Petrovich, Zhigulevsky State Biosphere Reserve named after I.I. Sprygin, village Bahilova Polana, Zhigulyovsk, Samarskaya region, Russian Federation, Senior Scientific Worker, e-mail: vekhnik@mail.ru

Курмаева Наиля Мухамметшановна, Пензенский государственный университет, г. Пенза, Российская Федерация, кандидат биологических наук, доцент, доцент кафедры зоологии и экологии, e-mail: nmk74d@yandex.ru

Kurmaeva Naila Muhammetshanovna, Penza State University, Penza, Russian Federation, Candidate of Biology, Associate Professor, Associate Professor of Zoology and Ecology Department, e-mail: nmk74d@yandex.ru

УДК 597.6:598.1:598.2:599

К ФАУНЕ НАЗЕМНЫХ ПОЗВОНОЧНЫХ ЧЕЛНАВСКОГО ЛЕСНИЧЕСТВА (СОСНОВСКИЙ РАЙОН ТАМБОВСКОЙ ОБЛАСТИ)

© А.С. Соколов, Г.А. Лада, Т.А. Миронова, Е.В. Калинкина, М.А. Орлов

Ключевые слова: фауна; наземные позвоночные; амфибии; рептилии; птицы; млекопитающие; редкие виды; Красная книга; Челнавское лесничество; Тамбовская область.

Статья содержит оригинальные сведения по биоразнообразию, предпочтаемым биотопам, численности и некоторым другим биологическим особенностям наземных позвоночных (амфибий, рептилий, птиц и млекопитающих) Челнавского лесничества (Сосновский район Тамбовской области). Особое внимание уделено редким видам из Красной книги Тамбовской области.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая статья является продолжением серии публикаций, посвященных фауне позвоночных Тамбовской области [1–6]. Она выполняется в рамках программы по составлению и ведению регионального кадастра животного мира. В ней рассматривается видовой состав и численность наземных позвоночных Челнавского лесничества (Сосновский район Тамбовской области).

Сведений по данному вопросу в известной нам научной литературе очень мало.

В «Атласе Тамбовской области» [7] значками на картах показано, что в районе исследования встречаются отдельные виды птиц – тетерев и «утка» (в т. ч. кряква, серая утка, «чикор», свиязь, широконоска) [8] и млекопитающих – выхухоль, белка, заяц-русак, горностай, «норка» (вероятно, *Mustela lutreola*), лесная куница, барсук, лисица и лось [8–10].

В следующем издании «Атласа Тамбовской области» [11] к этому списку добавились речной бобр, ондатра и благородный олень [12], а также мелкие млекопитающие – обыкновенная бурозубка, обыкновенная кутюра, рыжая, обыкновенная и водяная полевки, полевая, лесная, желтогорлая и домовая мыши, мышь-малютка [13].

Кроме того, в литературе можно встретить упоминания о тростниковой камышевке [14] и малой буронубке [15–16].

МАТЕРИАЛ И МЕТОДЫ

Сбор материала проводился в период с 20 по 27 июня 2011 г. в Челнавском лесничестве, а именно в той его части, которая выделяется под названием «Комсомольское участковое лесничество». Маршруты экскурсий прошли по территории, включающей на севере кварталы №№ 55–62, с востока ограниченной проселком, идущим от северо-восточного угла квартала № 62 до проселка, пересекающего кварталы №№ 85–88, с юга – проселком, пересекающим кварталы №№ 85–88, с запада – западной опушкой леса [17].

Большая часть исследованной территории занимает правый склон долины р. Челновая, сильно изрезанный оврагами. Ширина водораздела не превышает 1 км, на нем находятся 7 западин, занятых осоковыми болотами. Самое крупное из них расположено в квартале № 83. В древесном покрове доминируют разновозрастные (преимущественно 50–60-летние) культуры обыкновенной сосны (*Pinus sylvestris*). Значительная площадь их пострадала от мощного урагана 2007 г. и пожаров 2010 г. Следы урагана в виде массового ветролома сохранились, несмотря на то, что после него прошло уже 4 года. Кроме того, многие устоявшие под натиском ветра деревья позже стали засыхать, что, вероятно, также следует отнести к последствиям урагана. Оба этих фактора вызвали преждевременную рубку. Этим объясняется множество открытых пространств – лесосек, на целом ряде которых уже осуществлен начальный этап лесовосстановительных работ. Флора в культурах сосны оказалась крайне бедной. Мы не смогли найти здесь свойственный борам правобережья Цны комплекс видов – обыкновенный можжевельник (*Juniperus communis*), плауны (*Lycopodium*), обыкновенный вереск (*Calluna vulgaris*), сон-траву (*Pulsatilla patens*) и многие другие. Брусника (*Vaccinium vitis-idaea*) и черника (*Vaccinium myrtillus*), как очень редкие растения, были отмечены в ряде выделов спелого березняка, вероятно, выросшем на месте сведенного бора. Здесь же встречены грушанка малая (*Pyrola minor*) и ортилия однобокая (*Orthilia secunda*). Доминантами среди травянистых растений были вейник наземный (*Calamagrostis epigeios*), чистотел большой (*Chelidonium majus*), земляника обыкновенная (*Fragaria vesca*), во многих выделах хмель вьющийся (*Humulus lupulus*). Обычными видами являлись желтушник лакфилетовый (*Erysimum cheiranthoides*), очиток большой (*Sedum maximum*), молочай прутевидный (*Euphorbia virgata*), полынь обыкновенная (*Artemisia vulgaris*). Нередко встречался горошек кашубский (*Vicia cassubica*).

Мелколиственные леса произрастают только на узкой полосе водораздела. Широколиственные леса занимают овраги и отдельные участки по склону долины р. Челновая.

Таблица 1

Видовой состав и численность птиц в районе исследования

№	Виды	Число особей	Численность (особей на 1 км маршрута)
1	Черный коршун <i>Milvus migrans</i>	1	0,01
2	Тетеревятник <i>Accipiter gentilis</i>	1	0,01
3	Перепелятник <i>Accipiter nisus</i>	1	0,01
4	Обыкновенный канюк <i>Buteo buteo</i>	13	0,17
5	Перепел <i>Coturnix coturnix</i> *	—	—
6	Обыкновенная горлица <i>Streptopelea turtur</i>	2	0,03
7	Обыкновенная кукушка <i>Cuculus canorus</i>	21	0,27
8	Серая неясыть <i>Strix aluco</i> *	—	—
9	Длиннохвостая неясыть <i>Strix uralensis</i>	2	0,03
10	Обыкновенный козодой <i>Caprimulgus europaeus</i>	1	0,01
11	Пестрый дятел <i>Dendrocopos major</i>	66	0,86
12	Малый дятел <i>Dendrocopos minor</i>	1	0,01
13	Вертишейка <i>Jynx torquilla</i> *	—	—
14	Полевой жаворонок <i>Alauda arvensis</i>	1	0,01
15	Лесной жаворонок, или юла <i>Lullula arborea</i>	4	0,05
16	Деревенская ласточка <i>Hirundo rustica</i>	9	0,12
17	Береговая ласточка <i>Riparia riparia</i>	9	0,12
18	Лесной конек <i>Anthus trivialis</i>	152	1,97
19	Белая трясогузка <i>Motacilla alba</i>	8	0,10
20	Обыкновенный жулан <i>Lanius collurio</i>	3	0,04
21	Деряба <i>Turdus viscivorus</i>	1	0,01
22	Певчий дрозд <i>Turdus philomelos</i>	21	0,27
23	Черный дрозд <i>Turdus merula</i>	21	0,27
24	Луговой чекан <i>Saxicola ruberta</i>	12	0,16
25	Обыкновенный соловей <i>Luscinia luscinia</i>	40	0,52
26	Зарянка <i>Erithacus rubecula</i>	38	0,49
27	Пеночка-весничка <i>Phylloscopus trochilus</i>	35	0,45
28	Пеночка-теньковка <i>Phylloscopus collybita</i>	112	1,45
29	Пеночка-трещотка <i>Phylloscopus sibilatrix</i>	11	0,14
30	Зеленая пересмешка <i>Hippolais icterina</i>	12	0,16
31	Садовая славка <i>Sylvia borin</i>	165	2,14
32	Славка-черноголовка <i>Sylvia atricapilla</i>	48	0,62
33	Серая славка <i>Sylvia communis</i>	8	0,10
34	Серая мухоловка <i>Muscicapa striata</i>	5	0,06
35	Мухоловка-пеструшка <i>Ficedula hypoleuca</i>	3	0,04
36	Мухоловка-белощёйка <i>Ficedula albicollis</i>	3	0,04
37	Малая мухоловка <i>Ficedula parva</i>	3	0,04
38	Большая синица <i>Parus major</i>	25	0,32
39	Гаичка <i>Parus</i> sp.**	4	0,05
40	Обыкновенный поползень <i>Sitta europaea</i>	23	0,30
41	Обыкновенная овсянка <i>Emberiza citrinella</i>	47	0,61
42	Зеленушка <i>Chloris chloris</i>	9	0,12
43	Черноголовый щегол <i>Carduelis carduelis</i>	2	0,03
44	Обыкновенная чечевица <i>Carpodacus erythrinus</i>	35	0,45
45	Зяблик <i>Fringilla coelebs</i>	313	4,06
46	Обыкновенная иволга <i>Oriolus oriolus</i>	36	0,47
47	Ворон <i>Corvus corax</i>	16	0,21
48	Сойка <i>Garrulus glandarius</i>	1	0,01

Примечание: * – вид встречен не на маршруте; ** – до вида не определена.

Прохождение маршрутов в значительной степени затруднялось сложностью ориентации на местности, обусловленной рядом причин. Главной из них было то, что большинство просек заросло, и передвигаться можно было преимущественно по проселкам. Кроме того, определенные трудности внесли многие лесосеки,

изменившие в ряде мест существовавшую сеть дорог, указанную на картах.

Нами использовались метод маршрутного учета и эпизодические визуальные наблюдения. Учет на маршрутах в основном проводился в утренние часы, а также днем, что было связано с погодными условиями.

Общая протяженность маршрутов составила 77 км. Эпизодические визуальные наблюдения имели место в различное время суток, включаяочные часы.

Отлов мелких млекопитающих осуществлялся методом ловушко-линий с применением давилок Геро и трапиковых живоловок. Ловушки ставились в линию на расстоянии 5–7 м друг от друга, со стандартной приманкой (хлеб с растительным маслом) на одни, редко двое суток. Проверялись они раз в сутки – в утренние часы. Ловушки расставлялись по возможности под естественными укрытиями (поваленными стволами, кустами, корнями деревьев и т. п.). В общей сложности за время проведения исследований было обработано 714 ловушко-суток (л/с), из них 210 живоловками и 504 давилками. Из-за сходства результатов, при анализе данные по живоловкам и давилкам Геро рассматривались вместе.

У отловленных живоловками серых полевок и желтогорлых мышей были изучены кариотипы. Препараты метафазных хромосом получали из клеток костного мозга по общепринятой методике воздушно-высушенных препаратов. Кариотипический статус особей определен на базе лаборатории микрозволюции млекопитающих Института проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН к.б.н. с.н.с. М.И. Баскевич.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В районе исследования отмечено всего 4 вида амфибий: обыкновенная чесночница (*Pelobates fuscus*), серая жаба (*Bufo bufo*), озерная (*Pelophylax ridibundus*) и прудовая (*P. lessonae*) лягушки. Среди них только серая жаба включена в Красную книгу Тамбовской области [18].

Весьма обеднен и список зарегистрированных видов рептилий. Он включает только два самых обычных вида пресмыкающихся нашего региона – прыткую ящерицу *Lacerta agilis* (относительная численность 0,43 ос./км маршрута) и обыкновенного ужа *Natrix natrix* (0,06 ос./км маршрута).

Сведения о видовом составе и численности птиц приводятся в табл. 1.

Из табл. 1 видно, что в общей сложности отмечено 48 видов птиц. Наиболее многочисленны зяблик, садовая славка, лесной конек и пеночка-теньковка. Обычны пестрый дятел, славка-черноголовка, обыкновенная овсянка, обыкновенный соловей, зарянка, обыкновенная иволга, пеночка-весничка и некоторые другие.

Отмечены два вида птиц, включенных в Красную книгу Тамбовской области [19]: длиннохвостая нясыть и лесной жаворонок. Гнездо длиннохвостой нясыти было обнаружено 23 июня и наблюдалось до 27 июня. Оно располагалось в северо-западной части квартала № 56 в углублении на верхушке сломанной березы, на высоте 4,5 метра. В гнезде находились два птенца. Рядом с гнездом регулярно держалась взрослая особь.

Поющие самцы лесного жаворонка наблюдались 22 и 24–26 июня в нескольких подходящих для данного вида местообитаниях на крупных лесосеках, занятых молодыми культурами сосны.

Из млекопитающих отмечено 15 видов: обыкновенный еж (*Erinaceus europaeus*), нетопырь Куля (*Pipistrellus kuhlii*), речной бобр (*Castor fiber*), рыжая лесная полевка (*Clethrionomys glareolus*), темная полевка (*Microtus agrestis*), обыкновенная полевка (*Microtus arvalis obscurus*), полевая мышь (*Apodemus agrarius*), малая лесная мышь (*Sylvaemus uralensis*), желтогорлая мышь (*Sylvaemus flavigollis*), обыкновенная лисица (*Vulpes vulpes*), лесная куница (*Martes martes*), барсук (*Meles meles*), кабан (*Sus scrofa*), косуля (*Capreolus capreolus*), лось (*Alces alces*). В Красную книгу Тамбовской области [20] включен один вид – барсук.

Обнаруженная нами колония нетопыря Куля – вторая известная в области. Первая находка вида относится к областному центру [21–22]. Этот вид рукокрылых, демонстрирующий в XX–XXI вв. быстрое расширение своего ареала к северу, населяет на «захваченных» территориях каменные постройки, как правило, приуроченные к крупным населенным пунктам. В Челнавском лесничестве колония вида найдена в кирпичном сарае при небольшом «охотничем домике», расположеннем на опушке лесного массива.

Сведения о видовом составе грызунов приводятся в табл. 2.

Из табл. 2 видно, что численность грызунов в июне 2011 г. составила менее двух зверьков на 100 ловушко-суток, что характеризуется как депрессия численности. В отлавах преобладали мыши родов *Apodemus* и *Sylvaemus*, их доля в населении мелких млекопитающих составляла 80 %. Рыжая, обыкновенная и темная полевки оказались малочисленны.

По особенностям строения кариотипа в пределах вида обыкновенной полевки выделяют виды-двойники. Кариологический анализ двух особей серых полевок показал, что на исследуемом участке обитает обыкновенная полевка *Microtus arvalis* формы «*obscurus*». Второй зверек оказался темной полевкой *Microtus agrestis*.

Таблица 2

Видовой состав и численность грызунов в районе исследования

№	Виды	Число особей	Численность (особей на 100 ловушко-суток)
1	Рыжая полевка <i>Clethrionomys glareolus</i>	3	0,42
2	Темная полевка <i>Microtus agrestis</i>	1	0,14
3	Обыкновенная полевка <i>Microtus arvalis obscurus</i>	1	0,14
4	Серая полевка <i>Microtus sp.*</i>	4	0,56
5	Полевая мышь <i>Apodemus agrarius</i>	10	1,40
6	Малая лесная мышь <i>Sylvaemus uralensis</i>	15	2,10
7	Желтогорлая мышь <i>Sylvaemus flavigollis</i>	12	1,68

Примечание: * – до вида не определена.

У желтогорлых мышей по числу и размерам добавочных хромосом выявлен внутри- и межпопуляционный полиморфизм. В кариотипах некоторых особей встречается от 1 до 7 акроцентрических В-хромосом. Предполагается, что изменчивость по В-хромосомам имеет случайный характер. Было изучено 6 особей желтогорлых мышей, ни у одной дополнительных хромосом не отмечено.

Следует отметить относительно высокую численность кабана – отмечены следы 35 особей (0,45 следа на 1 км маршрута) и косули – 23 особей (0,30).

В целом, полученные нами результаты свидетельствуют о бедности видового состава наземных позвоночных животных изучаемого участка. По всей видимости, это объясняется заметной деградацией лесных угодий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соколов А.С., Лада Г.А. К фауне позвоночных Ярковского лесничества // Державинские чтения: материалы научной конференции преподавателей и аспирантов. Тамбов, 2000. С. 48-49.
2. Соколов А.С., Лада Г.А. К фауне позвоночных Серповского лесхоза (Тамбовская область, Моршанский район) // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2001. Т. 6. Вып. 4. С. 472-474.
3. Соколов А.С., Лада Г.А. К фауне наземных позвоночных северо-восточной части Иловай-Воронежского лесного массива // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2003. Т. 8. Вып. 1. С. 62.
4. Соколов А.С., Лада Г.А. К фауне позвоночных бассейна среднего и нижнего течения р. Хмелина // Растения и животные Тамбовской области: экология, кадастр, мониторинг, охрана: сб. науч. тр. Мичуринск, 2005. Вып. 3. С. 195-204.
5. Соколов А.С., Лада Г.А. К фауне наземных позвоночных государственного природного заповедника «Воронинский» // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2006. Т. 11. Вып. 2. С. 149-155.
6. Соколов А.С., Лада Г.А. К фауне наземных позвоночных бассейна среднего течения реки Керша // Фауна и флора Черноземья: сб. науч. ст. Тамбов, 2007. С. 141-153.
7. Атлас Тамбовской области. М.: ГУГК, 1966. 34 с.
8. Херувимов В.Д. Зоогеографическая карта // Атлас Тамбовской области. М., 1966. С. 10.
9. Асоксова Н.И. Заготовка шкурок выхухоли // Атлас Тамбовской области. М., 1966. С. 11.
10. Асоксова Н.И., Херувимов В.Д. Изменения в охотничьепромысловый фауне // Атлас Тамбовской области. М., 1966. С. 11.
11. Атлас Тамбовской области. М.: ГУГК, 1981. 34 с.
12. Ганюжа Е.А., Херувимов В.Д. Зоогеографическая карта // Атлас Тамбовской области. М., 1981. С. 14.
13. Смолякова Е.А. Мелкие млекопитающие // Атлас Тамбовской области. М., 1981. С. 15.
14. Щеголев В.И. Тростниковая камышевка *Acrocephalus scirpaceus* (Hermann, 1804) // Красная книга Тамбовской области: животные. Тамбов, 2000. С. 309.
15. Ганюжа Е.А. Ландшафтное распределение булавоусых чешуекрылых, грызунов и насекомоядных Тамбовской области: автореф. дис. ... канд. биол. наук. М., 1980.
16. Ганюжа Е.А. Малая буровзобка *Sorex minutus* Linnaeus, 1766 // Красная книга Тамбовской области: животные. Тамбов, 2000. С. 320.
17. Карта-схема лесонасаждений Челнавского лесничества Тамбовской области. Лесоустройство 2003 г. Воронеж: Воронежлеспрект, 2008.
18. Лада Г.А., Соколов А.С. Раздел 5. Земноводные Amphibia // Красная книга Тамбовской области: животные. Тамбов, 2012. С. 204-210.
19. Гудина А.Н., Соколов А.С., Лада Г.А., Околев А.Ю., Захаров Ю.В. Раздел 7. Птицы Aves // Красная книга Тамбовской области: животные. Тамбов, 2012. С. 219-317.
20. Соколов А.С., Лада Г.А., Калинкина Е.В., Миронова Т.А., Емельянов А.В. Раздел 8. Млекопитающие Mammalia // Красная книга Тамбовской области: животные. Тамбов, 2012. С. 318-341.
21. Лада Г.А. Находка нетопыря Кулья (*Pipistrellus kuhlii*) в Тамбовской области // Зоологический журнал. 2010. Т. 89. № 7. С. 888-890.
22. Орлов М.А., Лада Г.А. К фауне рукокрылых (Chiroptera) Тамбовской области // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2013. Т. 18. Вып. 4. С. 1255-1257.

БЛАГОДАРНОСТИ: Мы искренне благодарны А.Г. Неверову (Охотничье хозяйство «Талисман») за помощь в организации полевого исследования в Челнавском лесничестве и М.И. Баскевич (Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН) за кариотипирование грызунов из нашего материала.

Поступила в редакцию 4 февраля 2015 г.

Sokolov A.S., Lada G.A., Mironova T.A., Kalinkina E.V., Orlov M.A. TO THE FAUNA OF LAND VERTEBRATES OF CHELNAVSKOYE FORESTRY (SOSNOVSKII DISTRICT OF TAMBOV PROVINCE)

The paper contains the original data on biodiversity, preferable to biotopes, animal numbers and some other biological characters of land vertebrates (amphibians, reptiles, birds and mammals) of Chelnavskoye Forestry (Sosnovskii district of Tambov province). A special attention is paid to rare species from Red Data List of Tambov province.

Key words: fauna; land vertebrates; amphibians; reptiles; birds; mammals; rare species; Red Data List; Chelnavskoye forestry; Tambov province.

Соколов Александр Сергеевич, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, доцент кафедры биологии, e-mail: vipera5@rambler.ru
Sokolov Aleksander Sergeevich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Associate Professor of Biology Department, e-mail: vipera5@rambler.ru

Лада Георгий Аркадьевич, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, доктор биологических наук, доцент, зав. кафедрой биологии, e-mail: esculenta@mail.ru

Lada Georgy Arkadievich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Doctor of Biology, Associate Professor, Head of Biology Department, e-mail: esculenta@mail.ru

Миронова Татьяна Александровна, Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН, г. Москва, Российская Федерация, кандидат биологических наук, научный сотрудник, научный сотрудник лаборатории микропротеинов млекопитающих, e-mail: talimir84@mail.ru

Mironova Tatyana Aleksandrovna, A.N. Severtsov Institute of Ecology and Evolution of RAS, Moscow, Russian Federation, Candidate of Biology, Scientific Worker, Scientific Worker of Microevolution of Mammals Laboratory, e-mail: talimir84@mail.ru

Калинкина Елена Валерьевна, Центр гигиены и эпидемиологии в Тамбовской области, г. Тамбов, Российская Федерация, начальник зоологического отделения, e-mail: el-kalinkina@yandex.ru

Kalinkina Elena Valeryevna, Centre of Hygiene and Epidemiology in Tambov region, Tambov, Russian Federation, Head of Zoological Department, e-mail: el-kalinkina@yandex.ru

Орлов Максим Александрович, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, аспирант, кафедра биологии, e-mail: orlov.maksim@bk.ru

Orlov Maksim Aleksandrovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Post-graduate Student, Biology Department, e-mail: orlov.maksim@bk.ru

УДК 631.95; 632.4.01/08

ПОДБОР ИЗОЛЯТОВ *STAGONOSPORA NODORUM*, ВЫЗЫВАЮЩИХ СЕПТОРИОЗ ПШЕНИЦЫ, ДЛЯ СОЗДАНИЯ ИСКУССТВЕННОГО ИНФЕКЦИОННОГО ФОНА

© Ю.В. Зеленева, В.П. Судникова

Ключевые слова: септориоз; искусственный инфекционный фон; пшеница; пятнистости листьев.

В Центральном Черноземье большую часть пашни занимают зерновые культуры. Сорта яровой и озимой пшеницы, возделываемые в регионе, отличаются высокой потенциальной урожайностью. Однако реализовать этот потенциал удается далеко не всегда. Успех получения качественной сельскохозяйственной продукции зависит в первую очередь от гидрометеорологических условий, складывающихся в вегетационный период, а также от интенсивности поражения растений различными фитопатогенами, которые могут снижать урожайность на 20–40 %. Вид *S. nodorum* поражает все надземные органы пшеницы на протяжении всех фаз вегетации, но, как правило, преобладает на взрослых растениях. Для оценки селекционного материала пшеницы на устойчивость к септориозу необходимо создание искусственного инфекционного фона. Для обоснования качественного состава биоматериала, обеспечивающего сравнительно объективную иммунологическую характеристику сортов, изучали патогенные свойства изолятов гриба *S. nodorum*, обладающие высокой спорулирующей способностью. Для создания искусственного инфекционного фона на озимой пшенице можно рекомендовать изолят 148-09 как наиболее высокопатогенный. Для создания искусственного инфекционного фона на яровой пшенице больше всего подходят изоляты 203-09 и 205-09.

ВВЕДЕНИЕ

Потери урожая, вызываемые паразитированием гриба *S. nodorum*, в годы эпифитотии могут составлять от 10–20 до 30–50 % [1].

Возбудитель поражает все надземные органы пшеницы во все фазы вегетации, но, как правило, наибольший экономический ущерб причиняет, паразитируя на взрослых растениях [2–3].

Для оценки селекционного материала пшеницы на устойчивость к септориозу необходимо создание искусственного инфекционного фона. Искусственный инфекционный фон необходим для проведения оценки устойчивости сорта, в особенности при тех условиях, когда естественное развитие инфекции угнетено или распространенность возбудителя снижена по разным причинам. Большое значение имеет знание состава инокулума. Для подбора изолятов необходимо выбирать наиболее патогенные из них. Имеются данные, что изоляты *S. nodorum*, имеющие разные морфотипы колоний, могут различаться по патогенности на разных сортах пшеницы [4–5].

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Для обоснования качественного состава биоматериала, обеспечивающего сравнительно объективную иммунологическую характеристику сортов, изучали патогенные свойства грибов вида *S. nodorum*, обладающие высокой спорулирующей способностью. В исследование были включены 3 изолята, выделенные с яровой пшеницы в 2013 г. Это изоляты получены с яровых сортов Бузенчукская 139, Фаворит, Валентина. А также 6 изолятов, выделенных с озимой пшеницы Московская 70, Волжская 100, Дон 93, Белгородская 16, Синтетик и Круиз (табл. 1).

Зарожение растений пшеницы поводили споровой суспензией в фазу 2–3 листьев, согласно разработанной ранее методике [6].

Для оценки реакции сортов на поражение септориозом применялась модифицированная Международная шкала Джеймса – оценки пораженности септориозом листьев, колосьев, стеблей пшеницы в процентах, и Международная шкала Сарри и Петерсона [6].

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Результаты заражения сортов пшеницы отдельными изолятами *Stagonospora nodorum* представлены в табл. 2–7. Все представленные в исследовании колонии изолятов характеризовались высоким уровнем споруляции.

Сортообразцы, использованные в исследовании, различаются по степени пораженности данным патогеном. Это касается как озимых, так и яровых сортов.

Результаты изучения патогенности изолятов *S. nodorum* на озимой пшенице сорта Бузенчукская 380 представлены в табл. 2. Самым высокопатогенным был изолят 148-14 (среднее значение степени поражения листа – 34,4 %), в то время как все оставшиеся изоляты были достоверно менее патогенными (группа по статистической обработке от –2 до –3).

При заражении изолятами *S. nodorum* сорта озимой пшеницы Мироновская 808 были получены следующие результаты: высокий уровень патогенности отмечен у изолята 148-14 (среднее значение степени поражения листа – 69,7 %); остальные изоляты (группа по статистической обработке от –2 до –5) оказались менее патогенными (табл. 3).

Данные по изучению патогенности изолятов на сорте Синтетик подтвердили результаты по отношению к изоляту 148-14, представленные в табл. 2–3 (табл. 4). Так, по результатам учета степень поражения

Таблица 1

Морфолого-культуральные свойства изолятов *Stagonospora nodorum*

Тип колонии	Описание колонии характеристика морфологического типа	Споруляция in vitro
Темный (II)	a , темно-бурая гранулированная, мицелий редкий воздушный, пикnid много	более 150 тыс. спор в 1 см ² колонии

Таблица 2

Патогенность изолятов *S. nodorum* на сорте озимой пшеницы Бузенчукская 380

Изолят	Степень поражения листа, %			Среднее	Группа по стат. обр.
	I	II	III		
203-14	13,8	22,7	15,6	17,4	-2
195-14	10,0	8,3	9,5	9,3	-3
205-14	5,5	5,3	13,7	8,2	-3
142-14	15,3	23,2	19,0	19,2	-2
143-14	21,2	18,2	15,2	18,2	-2
121-14	23,0	21,0	12,2	18,7	-2
148-14	33,0	31,0	39,3	34,4	0
119-14	14,5	19,5	9,3	14,4	-2
134-14	19,5	18,3	17,0	18,3	-2
HCP = 7,29					

Таблица 3

Патогенность изолятов *S. nodorum* на озимой пшенице сорта Мироновская 808

Изолят	Степень поражения листа, %			Среднее	Группа по стат. обр.
	I	II	III		
203-14	17,7	23,1	19,7	20,2	-5
195-14	34,5	29,0	36,2	33,2	-4
205-14	23,3	34,3	33,8	30,5	-4
142-14	46,5	52,3	49,7	49,5	-2
143-14	52,8	60,0	42,0	51,6	-2
121-14	49,0	65,0	41,8	51,9	-2
148-14	62,7	73,0	73,3	69,7	0
119-14	17,5	18,2	10,0	15,2	-5
134-14	23,3	29,2	18,5	23,7	-4
HCP = 9,74					

Таблица 4

Патогенность изолятов *S. nodorum* на озимой пшенице сорта Синтетик

Изолят	Степень поражения листа, %			Среднее	Группа по стат. обр.
	I	II	III		
203-14	27,6	29,5	28,4	28,5	-1
195-14	19,2	6,8	11,2	12,4	-3
205-14	16,0	15,5	13,8	15,1	-3
142-14	41,0	46,3	46,8	44,7	0
143-14	19,2	24,8	30,3	24,8	-2
121-14	18,0	28,2	23,2	23,1	-2
148-14	51,0	44,7	38,7	44,8	0
119-14	12,7	25,0	21,8	19,8	-2
134-14	17,5	31,8	19,3	22,7	-2
HCP = 9,12					

растений была выше при инокуляции их изолятом 148-14 (44,8 %). Высокий уровень патогенности отмечен при заражении растений изолятом 142-14 (44,7 %). Другие изоляты имели достоверно более низкий уровень патогенности (группа по статистической обработке от -1 до -3).

Таким образом, для создания искусственного инфекционного фона на озимой пшенице можно реко-

мендовать изолят 148-09 как наиболее высокопатогенный. Данный изолят был выделен с сорта озимой пшеницы Белгородская 16.

Высокопатогенными на сортах яровой пшеницы Воронежская 7 и Прохоровка были изоляты 203-14 и 205-14 (средние значения степени поражения растений сорта Воронежская 7 – 27,3 и 31,1 % соответственно; сорта Прохоровка – 50,8 и 59,1 %) (табл. 5–6).

Таблица 5

Патогенность изолятов *S. nodorum* на яровой пшенице сорта Воронежская 7

Изолят	Степень поражения листа, %			Среднее	Группа по стат. обр.
	I	II	III		
203-14	24,5	22,6	34,9	27,3	0
195-14	18,7	20,9	27,9	22,5	-1
205-14	28,1	30,1	35,2	31,1	0
142-14	8,6	18,1	10,2	12,3	-2
143-14	11,9	14,2	6,8	11,0	-2
121-14	7,7	8,5	6,7	7,6	-3
148-14	2,0	13,5	3,5	6,3	-3
119-14	2,7	3,2	0,8	2,2	-4
134-14	1,0	1,3	2,2	1,5	-4
HCP = 7,21					

Таблица 6

Патогенность изолятов *S. nodorum* на яровой пшенице сорта Прохоровка

Изолят	Степень поражения листа, %			Среднее	Группа по стат. обр.
	I	II	III		
203-14	51,1	52,8	48,6	50,8	0
195-14	16,5	24,2	1,7	14,1	-3
205-14	57,5	55,6	64,1	59,1	0
142-14	46,5	36,7	32,5	38,6	-1
143-14	36,2	43,4	31,4	37,0	-1
121-14	13,2	20,2	17,2	16,9	-3
148-14	22,5	22,7	33,7	26,3	-2
119-14	8,0	9,3	14,3	10,5	-4
134-14	11,3	7,8	23,5	14,2	-3
HCP = 11,82					

Таблица 7

Патогенность изолятов *S. nodorum* на яровой пшенице сорта Оренбургская 10

Изолят	Степень поражения листа, %			Среднее	Группа по стат. обр.
	I	II	III		
203-14	47,9	45,6	49,8	47,8	-1
195-14	27,2	29,3	20,1	25,5	-3
205-14	61,7	59,9	67,0	62,9	0
142-14	32,5	32,5	40,5	35,2	-2
143-14	40,7	40,2	28,0	36,3	-2
121-14	18,3	20,0	7,7	15,3	-4
148-14	37,3	60,2	51,3	49,6	-1
119-14	20,1	9,0	13,8	14,3	-4
134-14	27,5	13,5	13,2	18,1	-3
HCP = 11,84					

Уровень патогенности изолятов 195-14, 142-14, 143-14, 121-14, 148-14, 119-14, 134-14 ниже (группа по статистической обработке от -1 до -4).

В исследовании патогенности изолятов *S. nodorum* на яровой пшенице сорта Оренбургская 10 были получены следующие данные. Высокий уровень патогенности был отмечен у изолята 205-09 (среднее значение степени поражения листа – 62,9 %). Все оставшиеся изоляты по своему уровню патогенности оказались достоверно ниже (группа по статистической обработке от -1 до -4) (табл. 7).

Таким образом, для создания искусственного инфекционного фона на яровой пшенице больше всего подходят изоляты 203-09 и 205-09 как обладающие наиболее высоким уровнем патогенности. Следует отметить, что оба изолята были получены с яровых сортов пшеницы – Безенчукская 139 и Валентина соответственно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изоляты с высокой спорулирующей способностью *in vitro* различаются по патогенным свойствам *in vivo*.

Сорт-хозяин влияет на патогенные свойства возбудителя *Stagonospora nodorum*.

При создании инфекционных питомников по оценке сортообразцов к возбудителю *Stagonospora nodorum* необходимо ежегодно проводить мониторинг патогенности, отбирать наиболее патогенные изоляты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Spadafora H., Coie Ir., Frank J.A. Effects of leaf and glume blotch cause by Leptosphaeria nodorum on yield and yield components of soft red winter wheat in Pennsylvania // *Phytopathology*. 1987. V. 77. P. 1326-1329.
2. Joerger M.S., Hirata L.T., Baxter M.A. Research and development of enzyme-linked immunosorbent assays for the detection of the wheat pathogens *S. nodorum* and *S. tritici* // Brighton crop protection conference – Pests and diseases. 1992. Р. 7A.
3. Пыжикова Г.В. Септориоз зерновых культур. Обзорная информация. М., 1984. 63 с.
4. Krupinsky J.M., Scharen A.L., Schillinder J.A. Pathogenic variation in *Septoria nodorum* (Berk) Berk, in relation to organ specificity, apparent photosynthetic rate and yield of wheat // *Physiological Plant Pathology*. 1973. V. 3. Р. 187-194.
5. Козачек А.В. Влияние деятельности по обеспечению рационального природопользования и защиты окружающей среды на экономическое развитие региона // Вопросы современной науки и практики. Университет им. В.И. Вернадского. 2009. № 2 (16). С. 153-158.
6. Судникова В.П., Плахотник В.В., Зеленева Ю.В. Возбудители септориоза пшеницы, изучение популяций по морфолого-физиологическим свойствам, устойчивость сортообразцов к патогену. Тамбов: Издат. дом ТГУ им. Г.Р. Державина, 2011. 35 с.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена по проекту № 14-34-50290, финансируемому РФФИ в 2014 г.

Поступила в редакцию 24 января 2015 г.

Zeleneva Y.V., Sudnikova V.P. SELECTION ISOLATES *STAGONOSPORA NODORUM*, WHICH CAUSES SEPTORIA WHEAT, TO CREATE AN ARTIFICIAL INFECTIOUS BACKGROUND

In the Central Chernozem region most of the arable land occupied by crops. Varieties of spring and winter wheat cultivated in the region, have a high potential yield. However, realizing this potential is not always possible. The success of obtaining high-quality agricultural products depends primarily on hydro-meteorological conditions prevailing during the growing season, as well as the intensity of plant infestation by various pathogens that can reduce yields by 20–40 %. View of *S.-nodorum* attacks all aerial organs of wheat during all phases of vegetation, but usually prevails on adult plants. For the evaluation of breeding material of wheat for resistance to Septoria it is necessary to create artificial infectious background. To substantiate the qualitative composition of the biomaterial, providing a relatively objective immunological characterization of the varieties studied pathogenic properties of isolates of the fungus *S.-nodorum* with high spirulina ability. For artificial infectious background on winter wheat can be recommended to isolate 148-09 as the most highly pathogenic. For artificial infectious background on spring wheat are best suited isolates 203-09 and 205-09.

Key words: septoriosis; artificial infection background; wheat; leaf spot.

Зеленева Юлия Витальевна, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат сельскохозяйственных наук, доцент кафедры медицинской биологии с курсом инфекционных болезней, e-mail: zelenewa@mail.ru

Zeleneva Yuliya Vitalyevna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate of Agriculture, Associate Professor of Medical Biology with a Course of Infectious Diseases Department, e-mail: zelenewa@mail.ru

Судникова Валентина Павловна, Среднерусский филиал Тамбовского научно-исследовательского института сельского хозяйства Российской академии сельскохозяйственных наук, п. Новая Жизнь, Тамбовский район, Тамбовская область, Российская Федерация, кандидат сельскохозяйственных наук, старший научный сотрудник лаборатории иммунитета растений, e-mail: tmbsnifs@mail.ru

Sudnikova Valentina Pavlovna, Middle Russian branch of Tambov Research Institute of Agriculture of Russian Academy of Agriculture, settlement New Life, Tambov province, Tambov region, Russian Federation, Candidate of Agriculture, Senior Scientific Worker of Plant Immunity Laboratory, e-mail: tmbsnifs@mail.ru

УДК 67.03; 67.08

ЗАГРЯЗНЕННОСТЬ АТМОСФЕРНОГО ВОЗДУХА ТАМБОВСКОЙ ОБЛАСТИ В СВЕТЕ НЕОБХОДИМОСТИ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЗДОРОВЬЯ НАСЕЛЕНИЯ

© А.В. Козачек, Ю.В. Зеленева, Н.П. Беляева, К.А. Конькова,
М.И. Михайлин, Т.В. Скопинцева, А.Г. Синельников

Ключевые слова: атмосферное загрязнение; стационарные и передвижные источники; заболевания; эмиссия загрязняющих веществ.

В настоящее время проблема атмосферного загрязнения занимает важное место в числе экологических проблем. Описывается сравнительный анализ динамики загрязненности атмосферного воздуха Тамбовской области в общем объеме атмосферных загрязнений Российской Федерации и методика ее оценки. Задачей нашего исследования в связи с этим является изучение такого вклада и определение его динамики с целью разработки в дальнейшем мероприятий, если это необходимо, для улучшения экологической ситуации в регионе. За модельный регион принята Тамбовская область. Полученные результаты и предлагаемая методика могут быть использованы для организации процесса аналогичной оценки в любом регионе СКФО. Проведенное нами исследование позволило не просто выделить проблему, поставленную ранее, а определить ее численные рамки и увидеть ее в динамике. Это позволит нам в дальнейшем оценить возможную долю бюджета нашего региона либо предполагаемых предприятий на снижение загрязнения атмосферного воздуха с тем, чтобы наш регион не выделялся среди других регионов как вносящий достаточно значительный вклад в общее загрязнение атмосферы страны и имел имидж экологически чистого региона.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время проблема атмосферного загрязнения занимает важное место в числе экологических проблем. Атмосферные загрязнения влияют на изменение климата, истощение озонового слоя и вызывают другие вредные экологические воздействия. Одними из главных источников загрязнения атмосферы являются предприятия и автотранспорт.

По данным Федеральной службы по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека, в Российской Федерации выделяют такие наиболее значимые по приоритетности определяющие факторы среды обитания, как [1]:

- 1) химические, биологические и физические факторы;
- 2) социальные факторы;
- 3) факторы образа жизни.

Ориентировочная доля наиболее подверженного населения для факторов первой группы, к которым относится загрязнение атмосферного воздуха, составляет 72,9 %, для факторов второй группы – 58,4 % и для третьей группы факторов – 55,3 % [1].

Наиболее неблагоприятные условия проживания населения в Российской Федерации формируются в Сибирском, Уральском, Дальневосточном федеральных округах, что обусловлено влиянием на уровни загрязнения атмосферного воздуха природно-климатических факторов, которые препятствуют рассеиванию техногенных выбросов.

Среди веществ, выбрасываемых в атмосферный воздух промышленными предприятиями и автотранспортом, к приоритетным загрязняющим веществам, т. е. к загрязнителям, по которым регистрируется увеличение доли проб, превышающих гигиенические нормативы, относятся [1]: взвешенные вещества, сернистый ангидрид, диоксид азота, оксид углерода, сажа, бенз(а)пирен, марганец и его соединения, бензол, этилбензол, хром (VI), свинец и его соединения, формальдегид, никель и его соединения.

В 27 субъектах Российской Федерации наблюдаемую заболеваемость населения болезнями органов дыхания связывают именно с состоянием атмосферного воздуха.

В среднем по стране доля болезней органов дыхания, обусловленных выбросами загрязняющих веществ в атмосферу, составляет порядка 1851,8 случаев на 100 тыс. населения, или около 5,6 % заболеваний по указанной причине [1].

Взвешенные вещества, оксиды азота, сернистый ангидрид, оксид углерода, бенз(а)пирен и формальдегид являются приоритетными по степени воздействия на здоровье населения и формируют порядка 18 тыс. дополнительных случаев смертей населения страны от болезней органов дыхания, кровообращения и новообразований и дополнительные случаи заболеваний и порядка 3,98 млн дополнительных случаев заболеваний органов дыхания, кровообращения, эндокринной системы, новообразований, болезней глаз, крови и патологии перинатального периода [1].

Необходимо отметить, что общее загрязнение атмосферы на всей территории страны складывается из атмосферных загрязнений, привносимых регионами. Особое значение это имеет и для регионов Северо-Кавказского федерального округа (СКФО).

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Задачей нашего исследования в связи с этим является изучение такого вклада и определение его дина-

ники с целью разработки в дальнейшем мероприятий, если это необходимо, для улучшения экологической ситуации в регионе. За модельный регион принята Тамбовская область. Полученные результаты и предлагаемая методика могут быть использованы для организации процесса аналогичной оценки в любом регионе СКФО.

Тамбовская область, являясь как индустриальным, так и аграрным регионом, вносит свой вклад в общее атмосферное загрязнение страны. По данным Управления по охране окружающей среды и природопользованию Тамбовской области за 2013 г., наибольший удельный вес проб атмосферного воздуха в городах Тамбовской области с уровнем загрязнения, превышающим гигиенические нормативы, приходится на: оксид углерода (5,3%), диоксид азота (1,5%), формальдегид (0,6%) и фенол (0,6%) [2].

Как отмечено в материалах Управления Роспотребнадзора по Тамбовской области, последние несколько лет ведущими загрязнителями атмосферного воздуха в Тамбовской области (превышающими ПДК от 2 до 5 раз) являются бенз(а)пирен и взвешенные вещества. Под воздействием загрязняющих веществ атмосферного воздуха в Тамбовской области находится 306797 человек [3].

Для решения поставленной задачи нами привлекались в первую очередь официальные источники информации, к которым относятся Государственные доклады Российской Федерации об охране окружающей среды и Доклады о состоянии окружающей среды Тамбовской области, в которых имеется статистическая информация по атмосферным загрязнениям. Выбор именно таких источников обусловлен тем, что они представляют официальные данные, которые получены путем комплексных исследований на территории всей Тамбовской области или всей страны, а такие возможности не всегда имеются у отдельных научных или научных коллективов.

Исследуемый период мы выбрали с 2007 по 2013 гг. Выбор 2007 г. обусловлен тем, что именно в это время появились предпосылки мирового экономического кризиса. 2013 г. выбран потому, что за 2014 г. общие данные пока еще не получены.

На графике, построенном с использованием данных Министерства природных ресурсов и экологии Российской Федерации [4–5], который изображен на рис. 1, мы видим динамику объемов выбросов загрязняющих веществ в атмосферу от стационарных и передвижных источников в Российской Федерации за 2007–2013 гг.

С 2007 по 2010 гг. наблюдался спад объемов выбросов в среднем на 9,57 %. Это было связано с общим спадом производства в условиях мирового финансово-экономического кризиса. В 2011 г. произошел рост выбросов загрязняющих веществ в атмосферу в среднем 0,9 %, что связано с экономическим ростом. Спад выбросов в период с 2011–2013 гг. отмечается на 1,9 %. Это можно связать с принятием в России закона, согласно которому действует норма Евро-4 в качестве основного стандарта подтверждения экологического качества для автомобилей. Экологи говорят, что переход на Евро-4 позволит снизить содержание в воздухе твердых веществ на 9 %, а количество диоксида серы и вовсе снизится почти в четыре раза.

Таким образом, спад выбросов после 2011 г. связан с принятием в России стандартов Евро, и, скорее всего, можно прогнозировать дальнейшее сокращение выбросов от передвижных источников.

График, изображенный на рис. 2, также построенный по данным Министерства природных ресурсов и экологии Российской Федерации [4–5], показывает нам изменения общего объема выбросов в атмосферу по Тамбовской области с 2007 по 2013 гг. Мы можем наблюдать, что объемы выбросов варьируются в широких диапазонах. Например, пик выбросов загрязнителей пришелся на 2009 г. и составил 191,2 тыс. т, что можно объяснить недостаточной очисткой выбрасываемых в



Рис. 1. Общий объем выбросов от стационарных и автомобильных источников на территории РФ, тыс. т/год



Рис. 2. Общий объем выбросов от стационарных и автомобильных источников на территории Тамбовской области, тыс. т/год

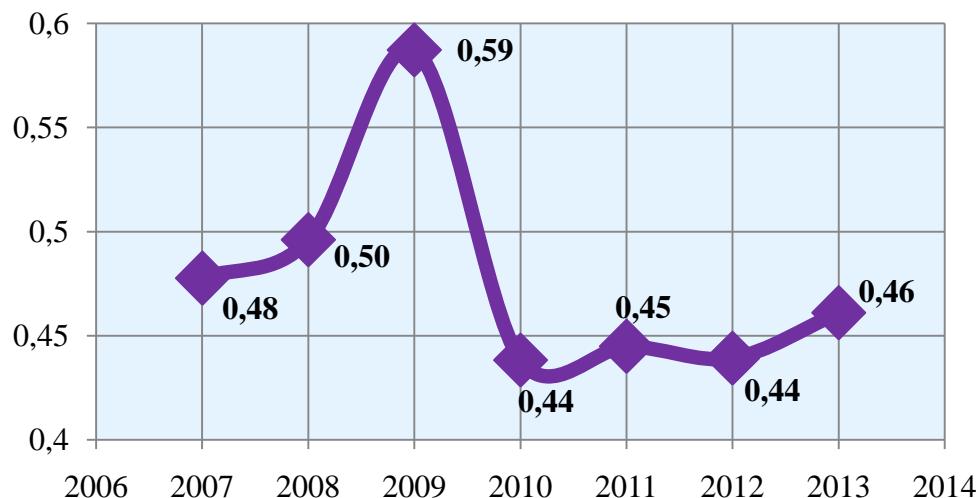


Рис. 3. Отношение объемов атмосферных загрязнений Тамбовской области к общим объемам загрязнения атмосферы РФ за период 2007–2013 гг.

атмосферу газовоздушных смесей. После стремительного спада выбросов в 2010 г. наблюдается их незначительный рост в период времени с 2010 по 2013 гг. Это связано с фактическим уменьшением выбросов в атмосферу за счет повышения эффективности и усовершенствования технологических процессов, ликвидации источников загрязнения атмосферы.

Далее нам нужно определить вклад Тамбовской области в общую сумму атмосферных загрязнений Российской Федерации. Для этого мы предлагаем алгоритм, согласно которому для каждого года определяется отношение объемов атмосферных загрязнений Тамбовской области к объемам атмосферных загрязнений Российской Федерации. Результаты расчета мы представили в виде графика, изображенного на рис. 3.

Каждый год Тамбовская область вносит разный процент в общие выбросы по РФ. В 2007 г. этот процент составлял 0,48 %, в 2008 г. – 0,496 %, в 2009 г. – 0,59 %. За этот период мы видим, что процент выбро-

сов возрастал. Однако с 2009 по 2010 гг. произошел резкий спад до 0,44 %, после чего в 2011 г. 0,45 %, а в 2012 г. 0,44 % и в 2013 г. 0,46 %. На этом периоде мы видим небольшое повышение.

Если сравнить два графика, а именно объемы атмосферных выбросов на всей территории Российской Федерации (рис. 1), и данные, полученные с помощью проведенных нами расчетов (рис. 2), то мы увидим, что общий объем выбросов в атмосферу по России с 2007 г. значительно снизился. Можно наблюдать, что в период с 2007 по 2010 гг. по России в целом шло интенсивное снижение объемов выбросов в атмосферу. Но в период с 2010 по 2011 гг. выбросы стали увеличиваться, после чего до 2013 г. объемы выбросов стали уменьшаться.

График Тамбовской области за тот же период будет совершенно другим и будет вести себя иначе. С 2006 г. объемы выбросов увеличивались вплоть до 2009 г. После чего в период с 2009 по 2010 гг. произошло рез-

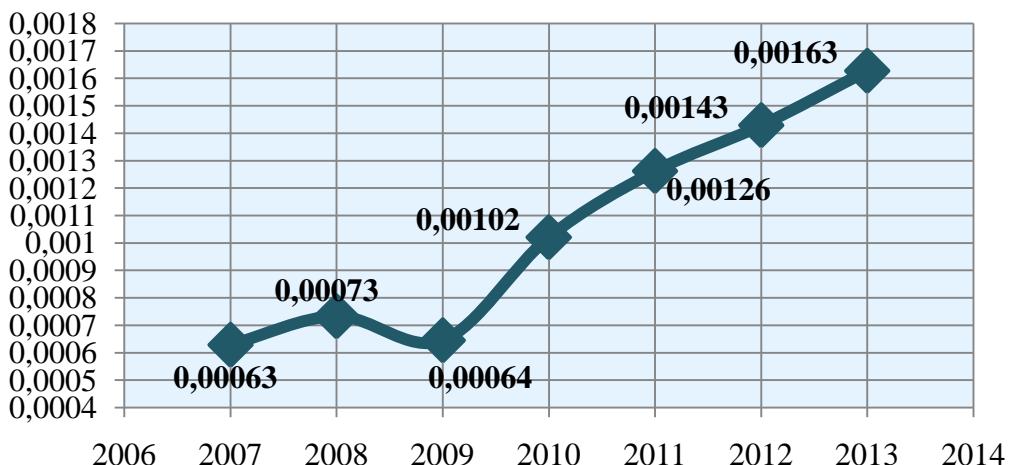


Рис. 4. Доля внутреннего валового продукта региона (ВВП), которая идет на решение проблем атмосферных загрязнений в Тамбовской области

кое уменьшение объемов выбросов в атмосферу. И с 2010 по 2013 гг. мы наблюдаем увеличение объемов выбросов в атмосферу.

Исследуя график стоимости выбросов, мы можем заметить, что с каждым годом стоимость выбросов будет неумолимо расти.

Далее необходимо отметить, что загрязнение атмосферы требует определенных денежных затрат на последующее улучшение состояния атмосферного воздуха, например, технологическими, экономическими и другими методами. Поэтому можно говорить о том, что каждая единица объема атмосферных загрязняющих веществ требует в дальнейшем некоторой доли денежных средств из бюджета страны, региона. Для того чтобы определить такое соотношение для Тамбовской области, мы, пользуясь статистической информацией Управления по охране окружающей среды и природопользованию Тамбовской области [2], определили долю внутреннего валового продукта региона (ВВП), которая идет на решение проблем атмосферных загрязнений в нашей области. Результаты такого расчета в динамике за период с 2007–2013 гг. представлены на рис. 4.

Доля ВВП региона, которая идет на решение проблем атмосферных загрязнений в Тамбовской области, неумолимо растет. Это можно наблюдать на рис. 4. В период с 2007 по 2009 гг. доля не превышала 0,00073 руб.

А вот в период с 2009 по 2013 г. произошел постоянный рост этой доли, и она увеличилась больше чем в 2 раза и достигла максимального значения на этот период – 0,00163 руб.

При сравнении рис. 3 и 4 мы видим, что в то время, как в целом по стране наблюдается снижение объемов атмосферных загрязнений, в Тамбовской области за тот же период – перепады, но примечательно, что при общем снижении атмосферного загрязнения в стране в нашем регионе в обоих случаях происходит увеличение вклада Тамбовской области в указанные общие объемы. Одновременно отметим, что единица (например, одна тонна) объема выброса загрязняющих веществ в нашем регионе стоит с каждым годом все больше.

Таким образом, проведенное нами исследование позволило не просто выделить проблему, поставленную ранее, а определить ее численные рамки и увидеть ее в динамике. Это позволит в дальнейшем оценить возможную долю бюджета нашего региона либо предполагаемых предприятий на снижение загрязнения атмосферного воздуха с тем, чтобы наш регион не выделялся среди других регионов как вносящий достаточно значительный вклад в общее загрязнение атмосферы страны и имел имидж экологически чистого региона.

ВЫВОДЫ

1. Нами была поставлена проблема анализа влияния регионов на общее экологическое состояние в стране.
2. Изучены соответствующие официальные источники.
3. Проведены расчеты, позволяющие в динамике провести сравнительный анализ вклада Тамбовской области в общее атмосферное загрязнение страны, построены соответствующие графики.
4. Определен один из экономических параметров оценки такого вклада.

Предлагаемая методика оценки универсальна и может быть рекомендована для использования в любом регионе СКФО. Полученные по результатам применения данной методики данные по Тамбовской области являются примером реализации методики непосредственно для определенной территории и могут быть применены в качестве ориентира для оценки загрязнения атмосферного воздуха в регионах СКФО.

ЛИТЕРАТУРА

1. О состоянии санитарно-эпидемиологического благополучия населения в Российской Федерации в 2013 г.: государственный доклад. М.: Федеральная служба по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека, 2014. 191 с.
2. Доклад о состоянии и охране окружающей среды Тамбовской области в 2013 г. Тамбов: ООО «Издательство «Юлис», 2014. 137 с.
3. О состоянии санитарно-эпидемиологического благополучия населения в Тамбовской области в 2013 г.: государственный доклад.

- URL: <http://68.rosptrebnadzor.ru/s/68/files/documents/regional/doklad/104915.pdf> (дата обращения: 22.01.2015).
4. О состоянии и об охране окружающей среды Российской Федерации в 2013 г.: государственный доклад. URL: <http://www.mnr.gov.ru/upload/iblock/6c7/gosdokladeco.pdf> (дата обращения: 22.01.2015).
 5. О состоянии и об охране окружающей среды Российской Федерации в 2011 г.: государственный доклад. URL: <http://www.mnr.gov.ru/upload/iblock/a76/gosdoklad2011.pdf> (дата обращения: 22.01.2015).

Поступила в редакцию 24 января 2015 г.

Kozachek A.V., Zeleneva Y.V., Belyaeva N.P., Konkova K.A., Mikhailin M.I., Skopintseva T.V., Sinelnikov A.G.
POLLUTION OF ATMOSPHERIC AIR OF THE TAMBOV REGION IN LIGHT OF THE NEED TO ENSURE THE HEALTH OF THE POPULATION

At present the problem of air pollution has an important place among the environmental problems. Was described a comparative analysis of the dynamics of air pollution in the Tambov

region in the total volume of atmospheric pollution of the Russian Federation and methods of its evaluation. The goals of our research in this regard is the study of such contribution and the definition of its dynamics with the aim of developing further measures, if necessary, to improve the environmental situation in the region. For the model region adopted the Tambov region. The results and the proposed method can be used to process similar estimates in any region of North Caucasus Federal district. Our research has allowed us not just to highlight the problem raised earlier, and to determine its numerical framework and to see her in the dynamics. This will allow us to evaluate the possible share of the budget of our region or alleged enterprises on the reduction of air pollution so that our region does not stand out among the other regions as making a considerable contribution to the overall pollution of the country and had the image of ecologically clean region.

Key words: air pollution; stationary and mobile sources; diseases; pollutants emission.

Козачек Артемий Владимирович, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры «Природопользование и защита окружающей среды»; Объединенный университет им. В.И. Вернадского, г. Тамбов, Российская Федерация, исполнительный директор, e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Kozachek Artemiy Vladimirovich, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Candidate of Pedagogy, Associate Professor, Associate Professor of “Nature Use and Environment Protection” Department; United University named after V.I. Vernadsky, Tambov, Russian Federation, Executive Director, e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Зеленева Юлия Витальевна, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат сельскохозяйственных наук, доцент кафедры медицинской биологии с курсом инфекционных болезней, e-mail: zelenewa@mail.ru

Zeleneva Yuliya Vitalyevna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate of Agriculture, Associate Professor of Medical Biology with a Course of Infectious Diseases Department, e-mail: zelenewa@mail.ru

Беляева Наталья Петровна, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, ассистент кафедры «Природопользование и защита окружающей среды», e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Belyaeva Nataliya Petrovna, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Assistant of “Nature Use and Environment Protection” Department, e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Конькова Ксения Алексеевна, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, студент технологического института, кафедра «Природопользование и защита окружающей среды», e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Konkova Kseniya Alekseevna, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Student of Technologic Institute, “Nature Use and Environment Protection” Department, e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Михайлин Максим Игоревич, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, студент технологического института, кафедра «Природопользование и защита окружающей среды», e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Mikhailin Maksim Igorevich, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Student of Technologic Institute, “Nature Use and Environment Protection” Department, e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Скопинцева Татьяна Вячеславовна, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, студент технологического института, кафедра «Природопользование и защита окружающей среды», e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Skopintseva Tatyana Vyacheslavovna, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Student of Technologic Institute, “Nature Use and Environment Protection” Department, e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Синельников Альберт Геннадьевич, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, студент технологического института, кафедра «Природопользование и защита окружающей среды», e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Sinelnikov Albert Gennadevich, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Student of Technologic Institute, “Nature Use and Environment Protection” Department, e-mail: artem_kozachek@mail.ru

УДК 67.03; 67.08

БЕЗОПАСНОСТЬ ВОДНЫХ ЭКОСИСТЕМ И ПРОБЛЕМЫ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ОЧИСТКИ СТОЧНЫХ ВОД ОТ БИОГЕННЫХ ВЕЩЕСТВ

**© А.В. Козачек, Ю.В. Зеленева, Т.В. Скопинцева,
А.Г. Синельников, К.А. Конькова, М.И. Михайлин**

Ключевые слова: человек; здоровье; фосфаты; биологическая очистка; проблемы.

В настоящее время очистка сточной воды от фосфатов является важной, т. к. фосфаты присутствуют практически во всех бытовых химических веществах, и по сетям канализации попадают в водоемы. Рассмотрено влияние фосфатов на здоровье человека и окружающую среду. При биологическом удалении фосфора из воды может возникнуть и такая проблема, как выделение фосфора из ила раньше, чем ил будет удален из реактора. Следовательно, наиболее важным условием является малый возраст ила. При этом из отечественных разработок мы предлагаем дополнить датскую схему стадией коагуляции, когда перед биологической очисткой добавляется в сточную воду коагулянт, например, оксихлорид алюминия или сульфат алюминия, и поликарбамид.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время очистка сточной воды от фосфатов является важной, т. к. фосфаты присутствуют практически во всех бытовых химических веществах и по сетям канализации попадают в водоемы. Фосфатные соединения делают воду мягче и улучшают ее моющие свойства, поэтому и большинство моющих средств содержат фосфаты. Фосфаты экономически выгодны и позволяют получить приличные доходы производителям бытовых средств. Но в свою очередь фосфаты оказывают вредное влияние как на человека, так и на окружающую среду.

Есть определенные нормы содержания фосфатов в питьевой воде и в воде для рыбного хозяйства. На сегодняшний день количество фосфатов и в том, и другом случае превышает допустимые значения. Для питьевой воды нормальные показатели наличия фосфатов – это 3,5 мг/л. Различные соединения по-разному могут влиять на организм человека. Так, например, переизбыток фосфата натрия может восприниматься как слабительное, переизбыток фосфата калия приводит к нарушению микрофлоры кишечника. Для водоемов рыбного промысла норма содержания фосфатов значительно ниже 0,2 мг/л. Это обусловлено тем, что фосфаты являются очень хорошими удобрениями для водорослей, которые поглощают кислород, необходимый для рыбы, раков и других обитателей водоемов. Однако при этом фактически разрушается нормальная биологическая цепочка, что уже должно быть тревожным сигналом для нас. Вы сами, наверное, уже увидели это в реальной жизни, большинство водоемов просто превращаются в цветущее болото. Представьте себе количество фосфатов, которое мы ежедневно сливаем в нашу канализацию, ведь это действительно проблема.

Еще в 60-е гг. XX в. в СССР проводились исследования по влиянию синтетических моющих средств (СМС) на окружающую среду и человеческий организм. Результаты исследований советских специалистов совпали с результатами их европейских коллег.

Однако в европейских странах либо ограничили допустимое содержание вредных веществ в порошках, либо запретили их вообще, а в СССР тревожные факты не всегда были открыты для общества и специалистов.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Ученые установили, что основная причина негативного влияния чистящих средств на здоровье людей – содержание в их составе соединений фосфора (фосфатов), нарушающих кислотно-щелочной баланс клеток кожи, который отвечает за защиту. От этого прежде всего появляются дерматологические заболевания. Кроме воздействия на кожу, фосфаты влияют и на работу организма в целом, т. к. через кожу они проникают в кровь и изменяют в ней процентное содержание гемоглобина, меняют плотность сыворотки крови, содержание белка. Из-за этого нарушаются функции почек, печени, скелетных мышц, что приводит в свою очередь к тяжелым отравлениям, нарушению обменных процессов и обострению хронических заболеваний.

Научно установлено, что основной механизм воздействия соединений фосфора – взаимодействие их с липидно-белковыми мембранами и проникновение через них в различные структурные элементы клетки, вызывая тем самым тонкие, глубокие изменения в биохимических и биофизических процессах.

Наличие фосфатных добавок в порошках усиливает токсические свойства поверхностно-активных веществ (ПАВ) для вспенивания и смывания жира. Фосфаты создают условия для более интенсивного проникновения ПАВ через кожу, где они также всасываются в кровь и распространяются по организму. Это приводит к изменению физико-химических свойств крови и нарушению иммунитета. ПАВ также могут накапливаться в органах. К примеру, в мозге оседает 1,9 % общего количества ПАВ, попавших на незащищенную кожу, в печени – 0,6 % и т. д. Они действуют как яды: в легких вызывают гиперемию, эмфизему, в печени повреждают функцию клеток, что приводит к увеличению холесте-

рина и усиливает явления атеросклероза в сосудах сердца и мозга, нарушают передачу нервных импульсов в центральной и периферической нервной системах.

Таким образом, можно сказать, что проблема влияния фосфатов на водоемы и здоровье человека существует. Поэтому вопрос очистки сточных вод от фосфатсодержащих соединений актуален, т. к. от эффективности очистки воды зависит количество попадающих в водоем соединений фосфора.

Проблема очистки сточных вод от фосфатсодержащих соединений включает следующие вопросы:

- моральное и физическое устаревание прежних способов;
- возрастающую степень направленности промышленного развития предприятия на экономические показатели, а не на утилизацию отходов.

В связи с этим активно применяется способ биологической очистки сточных вод, достоинствами которого являются:

- дешевизна;
- высокая продуктивность;
- перспективность.

Биологический метод предполагает выращивание специальных фосфороаккумулирующих организмов (ФАО) с их последующим отделением. Процесс требует строительства больших специальных аэротенков и флотаторов для отделения ФАО.

Общая схема процесса биологической очистки, реализующаяся в России, представлена на рис. 1.

Уравнение массового баланса по фосфору для данной схемы представляется подобным образом:

$$\begin{aligned} \text{Вещество на входе} &= \text{Вещество на выходе} + \\ &+ \text{Структурный фосфор в избыточном иле} + \\ &+ \text{Полифосфаты в избыточном иле} \end{aligned}$$

Но существует множество условий, которые нужно учитывать при биологической очистке.

По схеме, представленной на рис. 1, может осуществляться процесс биологического удаления фосфора, но здесь главным образом считается не допустить процесса нитрификации летом. Важным условием является молодой ил. Поэтому в связи с сезонностью климатических условий России, т. к. большинство систем биологической очистки сточных вод в нашей стране работают открытым способом, предлагаем изменить конструкцию аппаратов очистки, например, накрыв их специальным куполом или полностью конструкцию сделать закрытой изначально.

Проблемой для наилучшего протекания процесса является наличие в сточных водах нитрата в анаэробном реакторе. Нитрат конкурирует с фосфором за потребление летучих жирных кислот. Для решения этой проблемы нужно сократить количество нитрата в возвратном иле, этого можно достигнуть путем улучшения денитрификации. Также можно поместить денитрификатор на пути возвратного ила, как это показано на рис. 2.

Также для уменьшения конкуренции нужно добавлять легко разлагаемые органические вещества. М. Хенце предлагает, что на 1 кг растворенного фосфора нужно 20 кг ХПК легкоразлагаемого вещества ($S_A + S_B$). Под легко разлагаемым веществом он подразумевает уксусную кислоту или аналогичные небольшие органические молекулы (например, промышленные стоки) [1].

При биологическом удалении фосфора может возникнуть и такая проблема, как выделение фосфора из ила раньше, чем ил будет удален из реактора. Следовательно, наиболее важным условием является малый возраст ила.

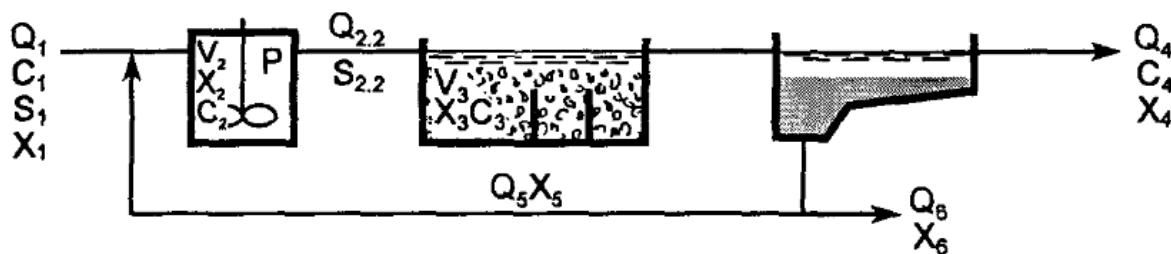


Рис. 1. Схема процесса биологического удаления фосфора (P) [1]. V_2 – анаэробный реактор удаления фосфора; V_3 – анаэробный/аноксический реактор; C – общая концентрация (взвешенное + растворенное вещество); S – концентрация растворенного вещества (концентрация субстрата); Q – объемная скорость потока; X – концентрация взвешенных веществ

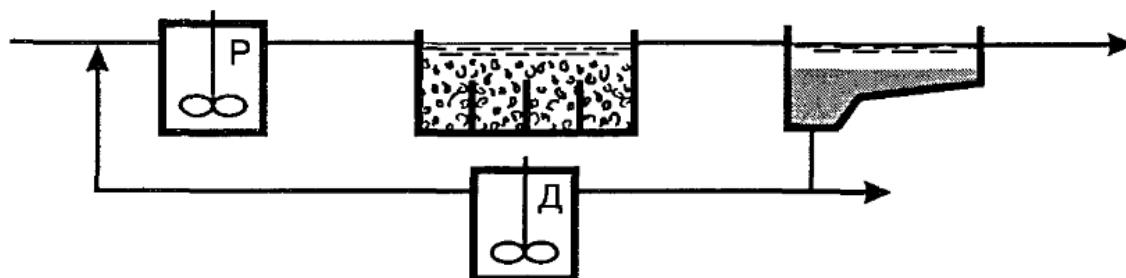


Рис. 2. Схема процесса биологического удаления фосфора с использованием аноксической стабилизации ила [2]

Таблица 1

Результаты реагентной дефосфоризации с аэрацией (исходная концентрация фосфат-ионов в сточной воде после аэротенков – 10,6 мг/дм³) [2]

Коагулянт	Доза коагулянта, по Al ₂ O ₃ , мг/дм ³	Концентрация фосфатов в очищенной воде, мг/л (эффективность очистки, %)
Оксихлорид алюминия	15	1,8 (83 %)
	25	0,8 (92,5 %)
Сульфат алюминия	15	1,5 (86 %)
	25	0,5 (95,2 %)

При этом из отечественных разработок мы предлагаем дополнить датскую схему стадией коагуляции, когда перед биологической очисткой добавляется в сточную воду коагулянт, например, оксихлорид алюминия или сульфат алюминия, и полиакриламид.

Соединение отечественных и зарубежных разработок позволит решить поставленные ранее проблемы.

Как видно из табл. 1, реализация такого совместного способа позволяет снизить концентрацию фосфатов в сточной воде на выходе из системы очистки до значений ниже предельно-допустимых.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В итоге, нами предложен комплексный метод решения поставленной проблемы обеспечения здоровья водных организмов и человека с использованием технологических решений.

ЛИТЕРАТУРА

- Хенце М., Армюэс П., Ля-Кур-Янсен Й., Арван Э. Очистка сточных вод. М.: Мир, 2004. 480 с.

- Колесников В.П., Вильсон Е.В. Современное развитие технологических процессов очистки сточных вод в комбинированных сооружениях / под ред. В.К. Гордеева-Гаврикова. Ростов н/Д: Изд-во «ЮГ», 2005. 212 с.

Поступила в редакцию 26 января 2015 г.

Kozachek A.V., Zelenava Y.V., Skopintseva T.V., Sinelnikov A.G., Konkova K.A., Mikhailin M.I. THE SAFETY OF AQUATIC ECOSYSTEMS AND PROBLEMS OF REALIZATION OF PROCESS WASTE WATER FROM NUTRIENTS

Currently, the treatment of waste water from phosphates is important because phosphates are present in almost all household chemicals and sewage into the water bodies. The influence of phosphate on human health and the environment is reviewed. In biological phosphorus removal from the water, it may be another problem such as the release of phosphorus from sludge before the sludge is removed from the reactor. Therefore, the most important condition is the young age of the sludge. Thus from domestic developments, we propose to complement the Danish scheme-stage coagulation, when biological treatment is added to the waste water coagulant, such as aluminum oxychloride or aluminum sulfate, and polyacrylamide.

Key words: people; health; phosphates; biological treatment; problems.

Козачек Артемий Владимирович, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры «Природопользование и защита окружающей среды», Объединенный университет им. В.И. Вернадского, г. Тамбов, Российская Федерация, исполнительный директор, e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Kozachek Artemiy Vladimirovich, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Candidate of Pedagogy, Associate Professor, Associate Professor of “Nature Use and Environment Protection” Department; United University named after V. I. Vernadsky, Tambov, Russian Federation, Executive Director, e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Зеленева Юлия Витальевна, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат сельскохозяйственных наук, доцент кафедры медицинской биологии с курсом инфекционных болезней, e-mail: zelenewa@mail.ru

Zelenava Yuliya Vitalyevna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate of Agriculture, Associate Professor of Medical Biology with a Course of Infectious Diseases Department, e-mail: zelenewa@mail.ru

Скопинцева Татьяна Вячеславовна, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, студент технологического института, кафедра «Природопользование и защита окружающей среды», e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Skopintseva Tatyana Vyacheslavovna, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Student of Technologic Institute, “Nature Use and Environment Protection” Department, e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Синельников Альберт Геннадьевич, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, студент технологического института, кафедра «Природопользование и защита окружающей среды», e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Sinelnikov Albert Gennadevich, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Student of Technologic Institute, “Nature Use and Environment Protection” Department, e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Конькова Ксения Алексеевна, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, студент технологического института, кафедра «Природопользование и защита окружающей среды», e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Konkova Kseniya Alekseevna, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Student of Technologic Institute, “Nature Use and Environment Protection” Department, e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Михайлин Максим Игоревич, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, студент технологического института, кафедра «Природопользование и защита окружающей среды», e-mail: artem_kozachek@mail.ru

Mikhailin Maksim Igorevich, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Student of Technologic Institute, “Nature Use and Environment Protection” Department, e-mail: artem_kozachek@mail.ru

УДК 539.1.01...04, 539.16, 621.039.83.002

АНАЛИЗ ПОСЛЕАВАРИЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ЧАЭС

© А.И. Жакин

Ключевые слова: ионизирующее излучение; высокотемпературный нагрев; энергия; электрон; протон; нейtron. Суммируются феноменологические модели воздействия высокоэнергетического излучения на конденсированную среду типа горных пород и строительных материалов. Рассматривается деградация среды под действием ионизирующего излучения и высокотемпературного нагрева. Анализируются теплофизические процессы образования ЛТСМ после взрыва 4-го блока ЧАЭС.

ВВЕДЕНИЕ

Взаимодействие радиоактивного излучения с твердыми телами вызывает неослабевающий интерес не только в связи с изучением процессов, происходящих в конструкциях атомных реакторов, но и с многочисленными научными проблемами и практическими приложениями. Можно указать такие задачи, как диагностика состояния горных радиоактивных руд, проблемы захоронения радиоактивных отходов АЭС, исследование процессов взаимодействия жесткого космического излучения с космическими телами и, наконец, проблема состояния радиоактивных продуктов Чернобыльской АЭС [1–8].

Актуальность исследования проблем ЧАЭС не подлежит дискуссии. Важнейшей задачей является, пожалуй, изучение предсказанного авторами [8] процесса катастрофического превращения т. н. лавового топливосодержащего материала (ЛТСМ) в субмикронную пыль. Если учесть, что суммарная масса ЛТСМ составляет более 1200 т [1; 4], и в нем содержится от 90 до 130 т урана (плюс десятки тонн радиоактивной графитовой кладки), то возможное выдувание радиоактивной пыли из щелей совершенно негерметичного «саркофага» (общая площадь щелей около 1000 м² [1]) может вызвать катастрофу буквально планетарного масштаба. Действительно, по различным оценкам [1–2] в результате взрыва в атмосферу было выброшено порядка 7 т радиоактивных продуктов, в основном в виде газов и пыли, поэтому даже несколько процентов гипотетически «выднутого» пылевого ЛТСМ по эффекту заражения будут сравнимы с Чернобыльской аварией. Малая информированность широкой научной общественности и отсутствие дискуссий по проблемам катастрофы на ЧАЭС, на наш взгляд, снижает эффективность проводимых исследований послеаварийных процессов и порождает опасный прецедент повторения подобных аварий.

В настоящее время накоплена обширная информация по исследованию воздействия излучения на вещество, систематическое изложение которого можно найти, например, в научной [9], технической [10–13] и учебной [14–15] литературе, а также в многочисленных статьях и отчетах [1–7]. Исследования позволили понять физику процессов на микроскопическом уровне и

получить соответствующие расчетные формулы по длинам пробега, структуре треков ионизирующих частиц, энергетическим потерям и тепловыделению в среде при различных типах и интенсивностях излучения. Однако до сих пор не проводился анализ поведения твердой среды, содержащей радиоактивные включения, «в целом», когда имеют место коллективные эффекты. Например, концентрация энергии излучения в определенных областях тела может привести к неравномерному нагреву, который в свою очередь может привести к появлению трещин в бетонных конструкциях [13].

В данной работе суммируются феноменологические подходы к описанию воздействия высокоэнергетического излучения на конденсированную среду типа горных пород и строительных материалов (бетон, цемент и др.). Учитываются не только температурный нагрев, но и деградация среды за счет разрыва химических связей как ионизирующим излучением, так и высокотемпературным воздействием. Рассмотрения проводятся в неразрывной связи с реальной структурой и текстурой облучаемой среды (например, бетона). Основной задачей в части приложений является попытка осмыслить механизм образования и состояние радиоактивных материалов, образовавшихся после взрыва 4-го блока ЧАЭС (ЛТСМ, «бетонных наплывов» и др.).

1. Феноменологическое описание радиационного воздействия на конденсированную среду. Радиоактивные элементы излучают частицы в довольно широком диапазоне их начальной энергии E_0 , средняя длина пробега которых $l = 1/\mu$ зависит от плотности среды ρ и типа излучения (μ – коэффициент поглощения). Типичные усредненные значения E_0 и параметра $l_m = \rho l = \rho/\mu$ представлены в табл. 1 [14].

Кроме этих факторов большое значение в воздействии ионизирующего излучения на вещество оказывают потери кинетической энергии ионизирующей частицы $E = mV^2/2$ на единицу длины (m , V – масса и скорость ионизирующей частицы). В случае тяжелых и заряженных частиц (атомных ядер, нуклонов) ионизационные потери в однородной среде можно оценить формулами [14] для тяжелых частиц

Таблица 1

Основные характеристики ионизирующих излучений

Вид излучения	Начальная энергия E_0 , МэВ	Вторичные ионизирующие частицы	$l_m = \rho/\mu$, г/см ²	Длина волны λ , $\text{Å} (10^{-10} \text{ м})$
Рентгеновские лучи	0,01–0,4	электрон	$10^{-4} - 5 \cdot 10^{-2}$	1,24–0,031
γ -лучи	0,01–3	электрон	$10^{-4} - 0,7$	1,24–0,0041
γ -лучи	1–10	электрон	$5 \cdot 10^{-2} - 1,4$	$(1,2 - 0,12) \cdot 10^{-2}$
γ -лучи	10–30	электрон	$1,4 - 3,5$	$(1,2 - 0,41) \cdot 10^{-3}$
β -лучи	0,01–5	электрон	$10^{-4} - 3$	$1,23 - 2,2 \cdot 10^{-3}$
α -частицы	5–10	α -частицы	$3 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-2}$	$(6,4 - 4,5) \cdot 10^{-6}$
Медленные нейтроны	0,1 эВ	протон, ядро, электрон	10^{-3} (для протонов)	$9,1 \cdot 10^{-2}$
Быстрые нейтроны	0,1–10	протон	$10^{-4} - 4,8 \cdot 10^{-2}$	$0,091 - 9 \cdot 10^{-5}$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e^2 Z^2}{m_e} \left(\frac{q}{V} \right)^2 n_e \left[\ln \frac{2m_e^2}{I(Z)} - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right], \quad (1)$$

для электронов

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi n_e e^2}{m_e c^2 \beta^2} \left[\ln \frac{m_e c^2 \beta^2 E}{2(1 - \beta^2) I(Z)} + \ln 2 \right] \left[\left(2\sqrt{1 - \beta^2} - 1 + \beta^2 \right) + \left(1 - \beta^2 \right) \right]. \quad (2)$$

Здесь n_e – число электронов в 1 см³ среды; Z – атомный номер среды поглотителя; $I(Z)$ – средний ионизационный потенциал атомов среды, равный 13,5· Z эВ; m_e , e – масса и заряд электрона; q – заряд ионизирующей частицы; $\beta = V/c$, c – скорость света.

Формулы (1), (2) были получены Блохом применительно к однокомпонентному газу, поэтому их правильность сомнительна для конденсированных многокомпонентных сред. В этом случае пользуются эмпирическими формулами. Например, длину свободного пробега в произвольной среде можно оценить с помощью эмпирической формулы Брега–Климмена [14]:

$$l = l_B (\rho_B / \rho) \sqrt{A/A_B}, \quad (3)$$

где ρ_B , A_B (ρ , A) – массовая плотность и среднее массовое число воздуха (среды); $l_B(l)$ – длина свободного пробега в воздухе (среде).

Что касается ионизационных потерь энергии в конденсированной среде, то здесь необходимо принимать во внимание не только энергию ионизирующей частицы и потенциал ионизации атома, но и свойства кристаллической решетки (т. е. энергию межатомного взаимодействия), а также микроструктуру вещества (наличие пор, зерен, дислокаций и т. д.) [11]. Так, если на ионизацию атома расходуется энергия 10–70 эВ (по оценкам [15] в среднем около 22 эВ), то на смещение атома в кристаллической решетке металла около 25 эВ, полупроводника 12–15 эВ [9, с. 53]. Нарушение кристаллической решетки приводит к образованию вакансий,

появлению межузельных и примесных атомов. Эти процессы сопровождаются ионизацией атомов, возбуждением электронов и образованием т. н. температурных пиков (появление атомов в кристаллической решетке, имеющих повышенную энергию колебаний), наконец, химической перестройкой (чаще всего – коррозией) и появлением пор и микротрешин.

При оценке степени радиационного разрушения вещества обычно используют следующие параметры: E_d – пороговая энергия, необходимая для смещения атома в кристаллической решетке (обычно 12–30 эВ, средняя ~25 эВ); E_m и E_{cp} – соответственно, максимальная и средняя энергии, которые могут быть переданы ионизирующей частицей атому ядра. Так, в случае облучения фотонами и электронами с начальной энергией E максимальная E_m и средняя E_{cp} энергии определяются как [9, с. 55]:

$$E_m = \frac{2(E + 2m_e c^2)}{m_a c^2} E, \quad E_{cp} = \frac{E_m E_d}{E_m - E_d} \ln \frac{E_m}{E_d}. \quad (4)$$

Здесь m_a – масса облучаемого атома, причем $m_e \ll m_a$, $E \ll m_a c^2$.

Минимальная энергия ионизирующей частицы E_* , при которой она способна сместить атом среды, определяется следующим образом [9]:
в случае ионов (включая протоны)

$$E_* = \frac{m_1 + m_2}{4m_1 m_2} E_d, \quad (5)$$

в случае электронов и γ -квантов

$$E_* = \frac{1}{2} m_e c^2 \left(\sqrt{\frac{2m_2}{m_e} \frac{E_d}{m_e c^2}} + 1 - 1 \right), \quad (6)$$

где m_1 (m_2) – масса ионизирующей частицы (атома среды), m_e – электрона.

Выражая $m_2 = 1836m_e A$, где A – массовое число атома среды, с учетом $m_e c^2 = 0,5$ МэВ, выражение (6) можно записать как:

$$E_* = 0,25 \left(\sqrt{0,73 \cdot 10^{-2} E_d A + 1} - 1 \right) \text{ МэВ}, \quad (7)$$

где E_d измеряется в эВ.

Зависимость E_* от A при $E_d = 25$ эВ представлена на рис. 1.

Энергия, передаваемая протонами или α -частицами, проходящими на расстоянии r от покоящегося атома с массой m_a , выражается в виде [9]

$$\Delta E = \frac{m q^2 q_a^2}{m_a E r^2}, \quad (8)$$

где $m, q (m_a, q_a)$ – масса и заряд налетающей частицы (атома и его ядра); E – ее начальная энергия.

Оценим количество смешанных атомов водорода в кристаллосвязанной воде (например, в цементном камне бетона, см. ниже) при энергии γ -квантов $E_\gamma = 1$ МэВ. Как известно, γ -кванты вначале ионизируют среду, выбивая из атомов электроны, которые, в свою очередь, сталкиваясь с ядрами атомов, смещают их. Так как протон в воде связан водородной связью с энергией $\sim 0,1$ эВ, энергия связи электрона в атоме ~ 10 эВ, то при γ -облучении энергия γ -кванта расходуется в основном на ионизацию, т. е. следует полагать $E_d \sim 10$ эВ. Принимая $A = 1$, из (7) получаем $E_* \sim 1$ КэВ. Если энергия γ -кванта составляет 2 МэВ и 50 % расходуется на тепловой нагрев среды, то один γ -квант может сместить около 10^3 атомов водорода в кристаллосвязанной воде.

Используя (5) и соответствующие физические соображения, можно построить элементарную модель передачи энергии среде потоком заряженных частиц при следующих допущениях: 1) передача энергии ядру происходит согласно (8); 2) энергия возбуждения локализированных электронов значительно меньше энергии, расходуемой на ионизацию атома.

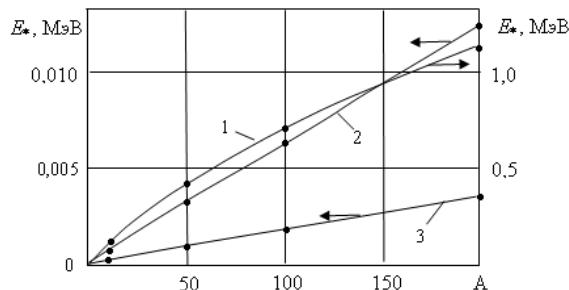


Рис. 1. Зависимость энергии E_* от атомного веса выбиваемого атома ($E_d = 25$ эВ): 1 – нейтроны, протоны; 2 – электроны, γ -кванты; 3 – α -частицы

В этом случае энергия $\Delta \dot{E}_a$, передаваемая ядру в единицу времени потоком заряженных частиц плотностью j , выражается как:

$$\Delta \dot{E}_a = \int_{r_a}^{r_a} \Delta E d\dot{N} = a_1 \frac{j}{E}, \quad a_1 = \frac{2\pi q^2 q_a^2}{m_a} \ln \frac{r_a}{r_a}, \quad (9)$$

где $d\dot{N} = 2\pi j r dr$ – число частиц, пересекающих в единицу времени кольцевой слой ширины dr , находящийся на расстоянии r от центра ядра; $r_a (r_a)$ – радиус ядра (атома).

Обозначим через $\Delta \dot{E}_i$ энергию, расходуемую потоком на ионизацию одиночного атома в единицу времени. Величину $\Delta \dot{E}_i$ можно оценить следующим образом. Обозначим через I_i среднюю энергию ионизации атома ($I_i = \sum_n W_n I_n$, I_n – энергия ионизации n -го уровня, W_n – вероятность ионизации) и через $\dot{N} = j \langle \sigma \rangle$ – число падающих на атом частиц в единицу времени ($\langle \sigma \rangle$ – сечение ионизации). Тогда $\Delta \dot{E}_i = I_i \dot{N}$. Из физических соображений следует, что вероятность ионизации n -го электронного уровня в атоме W_n зависит от энергии налетающей частицы E : $W_n = W_n(E)$, причем $W_n(0) = 0$. Поэтому в первом приближении будем принимать $W_n = g_n E$ ($g_n = \text{const}$), что подразумевает не слишком высокие энергии падающих частиц. В этом случае

$$\Delta \dot{E}_i = g_{i1} E_j, \quad (10)$$

где g_{i1} – экспериментально определяемый параметр. Очевидно, суммарная энергия, передаваемая атому в единицу времени $\Delta \dot{E}$, связана со средней энергией, отдаваемой одиночным атомом ΔE , и числом падающих в единицу времени частиц \dot{N} соотношением $\Delta \dot{E} = -\Delta E \dot{N} = \Delta \dot{E}_a + \Delta \dot{E}_i$ (знак «минус» – из-за того, что ΔE отрицательна). Отсюда получаем следующее уравнение изменения средней энергии падающей частицы вдоль направления потока (x – координата, вдоль которой распространяется поток):

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{1}{dN} (\Delta \dot{E}_a + \Delta \dot{E}_i) = \frac{a}{E} + g_i E, \quad (11)$$

$$a = \frac{a_1}{d \langle \sigma \rangle}, \quad g_i = \frac{g_{i1}}{d \langle \sigma \rangle},$$

где $d \approx (n_0)^{-1/3}$ – среднее расстояние между атомами среды (n_0 – объемная плотность числа атомов среды).

Решение уравнения (11) при начальных условиях $E = E_0$ при $x = 0$ имеет вид

$$E = \sqrt{(E_i^2 + E_0^2)e^{-x/l_i} - E_i^2}, \quad (12)$$

$$E_i^2 = a l_i / 2, \quad l_i = 1/(2 g_i).$$

Параметр E_i можно определить как характерную энергию взаимодействия ионизирующего излучения с кристаллической решеткой (ядрами атомов среды). Характерная длина энергетического пробега $x = l_s$, на которой происходит ионизация атомов и дислокационные разрушения среды, определяется из условия $E(l_s) = 0$, что дает

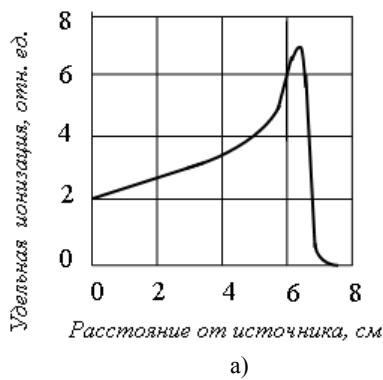
$$l_s = l_i \ln(1 + E_0^2/E_i^2). \quad (13)$$

В области низких энергий потока, когда $g_i E \ll a/E$, имеем $E = \sqrt{E_0^2 - 2ax}$, $l_s = E_0^2/(2a)$; при высокоенергетических потоках при $E_0 \gg E_i$ имеем $E \approx E_0 e^{-x/(2l_i)}$, $l_s = 2l_i \ln(E_0/E_i)$.

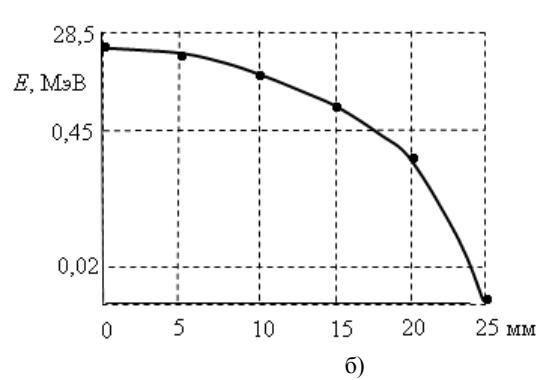
Представляет интерес изучение закономерностей изменения плотности потока ионизированных частиц j вдоль направления излучения, тем более, что эта закономерность достаточно хорошо изучена в газах [14]. Так же, как и в предыдущем случае, будем исходить из наиболее простой модели, предполагая выполнение следующих типичных условий: 1) среда квазинейтральна, т. е. концентрации положительных и отрицательных частиц (электронов) совпадают; 2) вероятность ионизации атома среды линейна по энергии падающей частицы; 3) ионизация среды определяется плотностью потока падающих заряженных частиц $j(x)$.

В этом случае изменение $j(x)$ вдоль направления потока (координата x) определяется уравнением

$$dj/dx = \dot{\xi}_u + \dot{\xi}_n,$$



а)



б)

Рис. 2. а) Кривая Брэгга; б) изменение энергии α -частиц в воздухе на начальном участке в случае высокоенергетических потоков [14]

где $\dot{\xi}_u$ ($\dot{\xi}_n$) – скорость рождения (поглощения) заряженных частиц.

Величина $\dot{\xi}_u$ пропорциональна числу атомов среды n_0 и вероятности их ионизации в единицу времени \dot{W} : $\dot{\xi}_u = \dot{W} n_0$. Далее вероятность \dot{W} пропорциональна числу падающих частиц $j\langle\sigma\rangle$, вероятности ионизации атома W_i и среднему числу вторичных электронов β : $\dot{W} = \beta W_i j\langle\sigma\rangle$. Для W_i используем линейную аппроксимацию по энергии частиц: $W_i = (dW_i/dE)E$, так что $\dot{\xi}_u = K_i j E$ ($K_i = \text{const}$).

Скорость поглощения частиц определяется процессом их рассеяния и захвата (член $-\mu j$; μ – коэффициент поглощения) и рекомбинацией положительных и отрицательных зарядов (член $-\alpha j^2$), так что $\dot{\xi}_n = -\mu j - \alpha j^2$. Таким образом, плотность ионизационного потока можно описать уравнением

$$\frac{dj}{dx} = K_i j E - \mu j - \alpha j^2. \quad (14)$$

На конечном участке, как правило, происходит резкий спад ионизации, который объясняют интенсивной рекомбинацией электронов и положительных ионов [14, с. 30]. На этом участке в уравнении (14) ионизационный член $K_i j E$ можно опустить и, принимая $j = j_*$ при $x \sim l_s$ ($E(x_*) \sim 0$), получим

$$j = j_* \frac{e^{-s/l}}{1 + \beta(1 - e^{-s/l})}, \quad (15)$$

$$s = x - x_*, \quad \beta = \alpha j_*/\mu, \quad l = 1/\mu.$$

Большая интенсивность рекомбинации означает $\beta \gg 1$, что обеспечивает резкий спад интенсивности потока на конечном участке ионизационного трека (рис. 2).

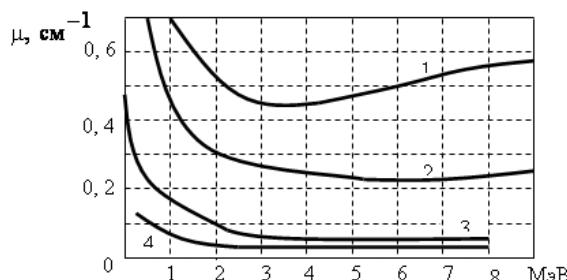


Рис. 3. Зависимость коэффициента поглощения γ -квантов от их энергии для различных веществ: 1 – свинец; 2 – чугун; 3 – бетон; 4 – вода

Разумеется, проведенный анализ имеет качественный характер, т. к. не учитывает ряд факторов: многокомпонентный состав зарядов, линейность интенсивности ионизации (и взаимодействия с ядрами) по энергии E , наконец, довольно сложные зависимости коэффициентов μ , α от энергии частиц E (рис. 3).

Тем не менее проведенный анализ позволяет не только уяснить физику взаимодействия ионизирующего потока с конденсированной средой, но и, на наш взгляд, при надлежащем определении зависимостей $\mu(E)$, $\alpha(E)$, $W_n(E)$ дать количественную оценку. Наша уверенность основывается на том, что при выводе уравнений (11), (14) были учтены реальные физические взаимодействия, и имеет место качественное согласование теории с экспериментом.

Таким образом, на ионизационной кривой $j(x)$ можно выделить два основных размера: длина l_1 , на которой происходит ионизация и дислокация атомов среды, и размер l_2 , на котором происходит только тепловой нагрев.

2. Основные радиационные и высокотемпературные эффекты в материалах строительных конструкций. Ионизация атомов и их дислокационные смещения с макроскопической точки зрения проявляются в изменении механических, теплофизических, электрических и магнитных свойств среды, ее структуры, появлении пор и трещин. В силу того, что основными конструкционными материалами АЭС являются металлы и керлита, в научно-технической литературе

значительное внимание уделяется этим материалам, причем в основном при нейтронном облучении. Основные изменения материалов, подверженных облучению, следующие.

Упрочнение и охрупчивание металлов. Типичная диаграмма напряженно-деформированного состояния нержавеющей стали 348 в необлученном и облученном состояниях [13] приведена на рис. 4а.

Радиационное распухание (свилинг) материалов. Это явление обусловливается образованием пор и пузырей, в которых скапливаются инертные газы Kr-85, Xe-133 и He-4. Распухание характеризуется отношением увеличения объема ΔV к начальному объему V и сильно зависит не только от интенсивности облучения, но и от температуры (рис. 4б). Для прогноза величины распухания используют эмпирические формулы, например [13]:

$$\frac{\Delta V}{V} = A \left(\frac{\Phi(t)}{\Phi_0} \right)^n e^{-\frac{Q}{RT}}, \quad (16)$$

где $\Phi(t)$ – поток нейтронов в момент времени t ; Φ_0 – пороговый поток; Q – энергия активации процесса; R – газовая постоянная; A , n – эмпирические константы; T – абсолютная температура.

Принято считать, что керамические материалы и керлита, подверженные нейтронному облучению, более стабильны, чем металлы. Поэтому экспериментальные данные для металлов можно использовать при оценке влияния излучения на керамику и керлита [13, с. 217].

Воздействие температуры и гамма-нейтронного облучения на бетон. Особое внимание следует уделить воздействию радиации на бетон не только потому, что он является основным защитным материалом от нейтронного и γ -излучений в АЭС, но и в связи с важной проблемой распыления ЛТСМ в разрушенном блоке Чернобыльской АЭС.

В атомных станциях используется обычный бетон ($\rho \approx 2,4 \text{ г}/\text{см}^3$) и специальный ($\rho = 3,5 - 5,5 \text{ г}/\text{см}^3$) [12]. Они различаются тем, что в обычном бетоне в качестве заполнителей используются силикаты (гравий, песок), а в специальном – барит BaSO_4 или витерит BaCO_3 ,

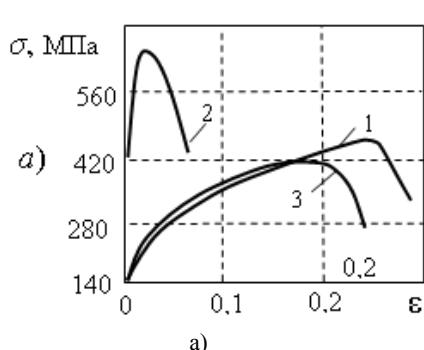
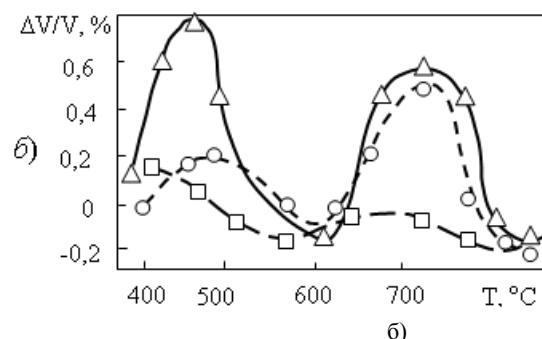


Рис. 4. а) Диаграмма растяжения нержавеющей стали 348 при 350 °C: 1 – необлученная сталь; 2 – облученная сталь при 400 °C и потоке $3,3 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-2}$; 3 – облученная сталь при 650 °C и $4,6 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-2}$; б) температурные зависимости распухания аустенитированной и холоднодеформированной на 20 % стали. \square – $(0,75-1,25) \cdot 10^{22} \text{ см}^{-2}$; \circ – $(1,8-3) \cdot 10^{22} \text{ см}^{-2}$; Δ – $(3,1-5,1) \cdot 10^{22} \text{ см}^{-2}$



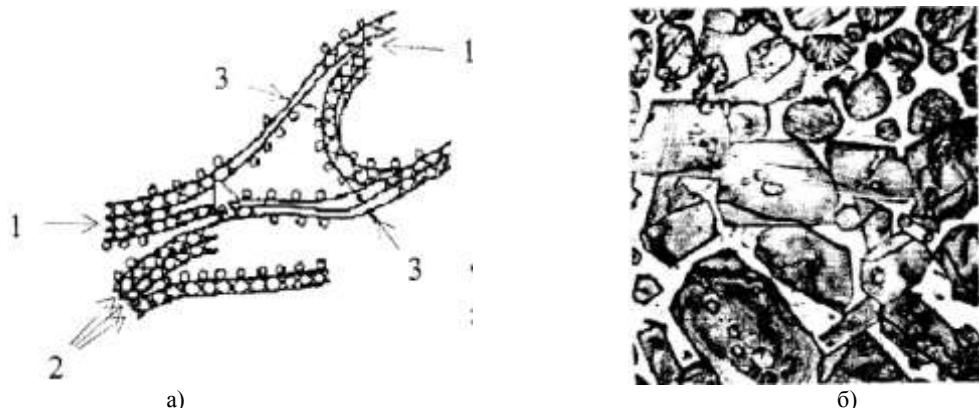


Рис. 5. Микроструктура ЦК: а) структура геля С–S–Н [18]: 1 – типы межплоскостных связей; 2 – пластинки С–S–Н; 3 – дефекты, вызываемые неорганизованными слоями; 4 – физически адсорбированная вода; 5 – межслойная вода; б) полированный шлиф портландцементного клинкера. ○ – 4; × – 5

лимонит $2\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ и железный скарп. Так, баритовый бетон содержит по массе BaSO_4 до 60 %, лимонита – до 22 % и имеет $\rho = 3,5 \text{ г/см}^3$; железобетон содержит железного скарпа до 57 %, лимонита – до 26 %, $\rho \approx 4,5 \text{ г/см}^3$.

Основным связующим веществом любого бетона является отвердевший цементный раствор, который в литературе по стройматериалам называют цементным камнем (ЦК) [16–17]. Практически во всех типах бетонов цементный камень составляет по массе 11–13 % и представляет собой довольно специфическое образование, определяющее уникальные свойства бетона (значительная прочность на сжатие, высокая жаростойкость и т. д.). Высокое содержание воды (по массе около 10 % или $(1,2–1,5) \cdot 10^{22}$ атомов Н в 1 см^3) определяет его как дешевый материал для защиты от нейтронного и γ -излучений. Уникальные свойства бетона объясняются специфической структурой цементного камня, которая схематически показана на рис. 5а, 5б [18].

В теории бетона используются следующие обозначения: А обозначает Al_2O_3 ; С – CaO ; F – Fe_2O_3 ; Н – H_2O ; К – K_2O ; М – MgO ; N – Na_2O ; S – SiO_2 . Например, C_4AH_{10} обозначает $4\text{CaO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$. Из рис. 6 видно, что цементный камень состоит в основном из чешуйчатых кристаллитов CSH, состав которых не постоянен, средний состав оценивается как $\text{C}_{1,5}\text{SH}_{1,5}$ и существенно зависит от водотвердого отношения (в отечественной литературе – водоцементное отношение В/Ц) и времени затвердевания бетона (время зрелости). Размеры кристаллитов могут быть самыми разными: от сотен ангстрем до нескольких микрометров (рис. 6б), причем форма может также меняться (игольчатая, шаровидная и т.д.). Кристаллиты в местах контактов связаны между собой дисперсионными силами Ван-дер-Ваальса, кремнекислородными $-\text{Si}-\text{O}-\text{Si}-$, водородными и кальциево-кремнеземными $-\text{Si}-\text{O}-\text{Ca}-\text{O}-$ связями.

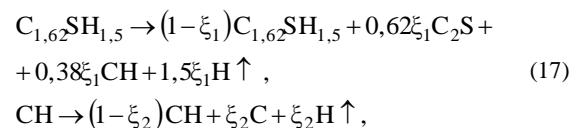
Между кристаллитами имеется т. н. поровое пространство, заполненное гелем С–S–Н. Суммарный объем пор в ЦК варьируется от 20 до 50 % [18]. В по-

рах содержится т. н. «свободная вода», которая может мигрировать по порам в результате сушки, скажем, нагрева среды, или под действием градиента давления.

При постоянной влажности кристаллиты CSH находятся в химическом равновесии с гелем С–S–Н. Однако при избытке влаги равновесие нарушается, и кристаллиты переходят в гелеобразное состояние. Этот процесс приводит к довольно сложной зависимости прочностных свойств бетона от его влажности (рис. 6).

Из рис. 7 видно, что при высыпывании влажного ЦК модуль Юнга имеет локальные минимумы и максимумы, возрастаая в области низкой влажности ($\sim 10 \%$), а затем резко уменьшаясь при переходе в сухое состояние. Наоборот, при увлажнении сухого ЦК модуль Юнга монотонно возрастает, резко увеличиваясь в области высокой влажности ($\geq 60 \%$).

В области высоких температур ($\geq 200^\circ\text{C}$) имеет место разложение кристаллогидратов. В случае портландцемента (C_3S – 60 %, C_2S – 15 %, C_3A – (4–8) %, C_4AF – (13–15) %) разрушение ЦК происходит согласно реакциям [19]



где ξ_1 , ξ_2 – коэффициенты хода реакции, зависимость которых от температуры приведена на рис. 7.

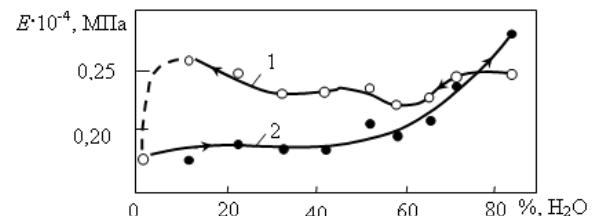


Рис. 6. Модуль Юнга цементной пасты при сжатии в функции от относительной влажности при В/Ц = 0,5: 1 – высыпывание; 2 – увлажнение

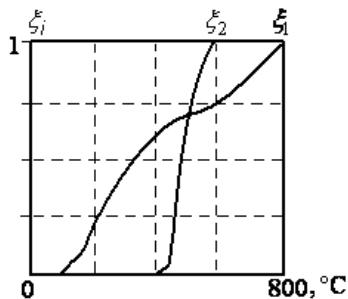


Рис. 7. Зависимость ξ_1, ξ_2 от температуры [19]

Скорости химических реакций (18) можно оценить из характерного времени разложения ЦК, которое при температурах $\sim 400\text{--}800$ °C составляет около 2 ч.

Особый интерес представляет случай одностороннего температурного воздействия, что типично при пожарах и воздействии высокотемпературного расплава на бетон, как в случае аварии на ЧАЭС. Этот подход был разработан в работах [20–21], где на примере модельной задачи (с постоянными теплофизическими характеристиками) были выявлены основные закономерности поведения бетона при одностороннем высокотемпературном воздействии. Этот подход можно использовать при оценке влияния расплавленного топлива на бетон строительных конструкций ЧАЭС (см. ниже).

3. Чернобыльская авария и проблема ЛТСМ. Исследования [1–2] показали, что после взрыва 4-го блока ЧАЭС было выброшено в атмосферу около 7 т урана (~ 3 % от общей массы ~ 190 т [10]), около 50–70 т топлива около 700 т радиоактивного реакторного графита на территорию АЭС и примерно 90–135 т урана переплавилось с металлом (цирконий, сталь) и строительным материалом в лавовый топливосодержащий материал (ЛТСМ) [6]. Согласно [2], температура топлива непосредственно после взрыва была 1300–1500 °C. В дальнейшем температура начала снижаться за счет отдачи тепла графитовой кладке и конструкциям реактора, однако на шестые сутки вновь стала возрастать примерно до 2000 °C и только после двух недель снизилась до ~ 600 °C (рис. 8а, данные [2]).

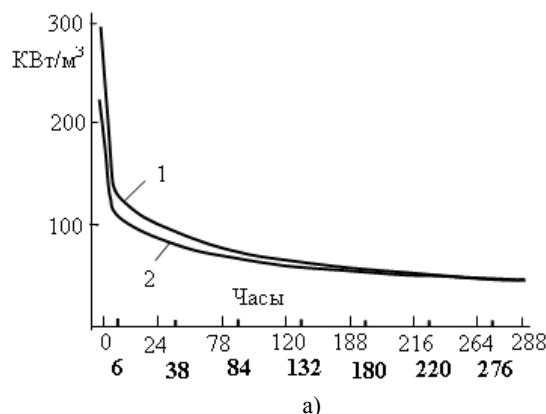
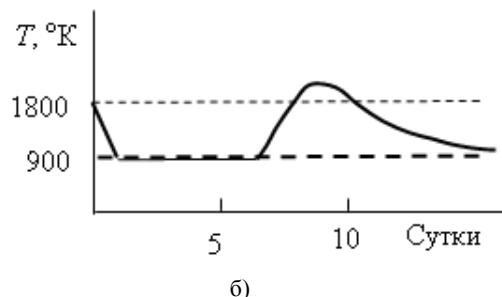


Рис. 8. Временные зависимости а) мощности тепловыделения топлива разрушенного реактора 4-го блока ЧАЭС: 1 – суммарная; 2 – с учетом вылета летучих компонентов [1]; б) изменение температуры топлива [2]

Если считать, что температура расплава пропорциональна тепловыделению из него, то данные на рис. 8б контрастируют с результатами [1] по удельному тепловыделению из топлива, представленными на рис. 8а. В этой работе автор на основании многочисленных экспериментальных данных по физико-химическому составу продуктов разрушения и условий их образования предположил последовательность развития послеаварийных процессов от момента взрыва и разрушения строительных и технологических конструкций до растекания расплавленного топлива и его сплавления с материалами реактора, металлическими и силикатными конструкциями. В силу неоднозначности трактовок послеаварийных процессов на ЧАЭС, естественно рассмотреть более подробно как причины аварии, так и сценарий ее развития согласно самым последним данным [1–7].

Образование ЛТСМ. Неконтролируемая ядерная реакция привела к расплавлению уранового топлива в срединных частях кассет твэлов с образованием урано-циркониевого расплава и к возгоранию циркония и графитовой кладки. Расплавившаяся часть топлива (согласно [6] около 88 т U, или 100 т UO_2) образовала ураново-циркониевый расплав (общее количество циркония в трубах технологических каналов и ТВС около 177 т). Далее расплав начал сплавляться с обрушившимся в шахту бетоном строительных конструкций, металлом трубных коммуникаций, со сталебетонными плитами, интенсивно взаимодействуя с вытекающей из прорванных труб водой и растекаясь по боковым и нижним помещениям станции. Контакт расплава с элементами конструкций по существу представляет собой одностороннее температурное воздействие, поэтому для анализа процессов тепломассообмена можно использовать теорию одностороннего высокотемпературного (огневого) воздействия на бетон [20–21]. Картины проплавления влажного бетона схематически можно представить следующим образом (рис. 9). Во-первых, на границе расплава должен формироваться слой сухого бетона, который граничит с влажным бетоном зоной испарения (пунктирная линия на рис. 9). В сухой области идут реакции разложения ЦК (15), продукты которого попадают в расплав. В расплавленной области происходит гравитационное разделение бетонных фракций: тяжелые компоненты (силикаты –



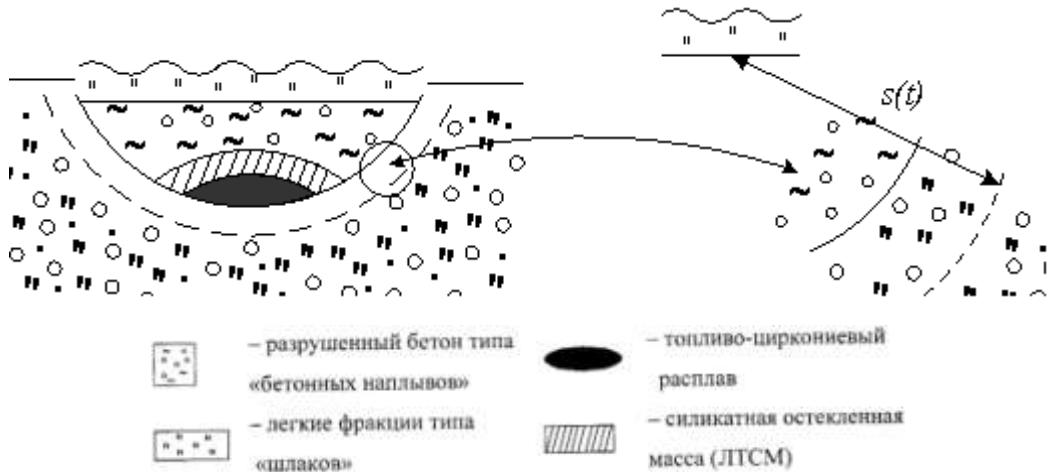


Рис. 9. Схема образования ЛТСМ

гравий, песок) опускаются вниз, а легкие («шлаки»: карбонаты, алюмосиликаты и др.) поднимаются вверх. В области контакта с расплавленным топливом при температурах выше плавления кремнезема (1713°C) топливо-циркониевый расплав сплавляется с кремнеземом, образуя остеекленную керамику ЛТСМ.

Таким образом, радиоактивный расплав, во-первых, остывает за счет передачи внутренней энергии бетону и, во-вторых, присоединяет расплавленные компоненты бетона (в основном двуокись кремния), что приводит к уменьшению удельного тепловыделения за счет радиоактивности (остаточного тепловыделения).

Ради простоты считаем, что все теплофизические характеристики постоянны. В этом случае температура в переплавленной области $T(x,t)$ и закон движения границы расплава $s = s(t)$ определяются краевой задачей [21]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (0 \leq x \leq s(t)); \quad (18)$$

$$x=0 : T = T_p;$$

$$x=s(t) : -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = r_{пл} \rho_2 \frac{\partial s(t)}{\partial t}, \quad T = T_{пл}, \quad (19)$$

где ρ_2 , $r_{пл}$ – массовая плотность и усредненная теплота плавления бетона (или серпентинита), $\chi = \lambda / (\rho_1 c_1)$ – коэффициент температуропроводности, ρ_1 , c_1 , λ – массовая плотность, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности образовавшегося расплава (лавы).

Решение задачи (18), (19) имеет вид

$$T = T_p - (T_p - T_*) \Phi(\xi), \quad \xi = x / (2\sqrt{\chi t}), \quad (20)$$

$$\Phi(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-u^2} du, \quad s(t) = 2\alpha\sqrt{\chi t}. \quad (21)$$

Здесь параметры α , T_* определяются уравнениями

$$\alpha \exp(\alpha^2) = B, \quad B = \frac{(T_p - T_*) \rho_1 c_1}{\rho_2 r_{пл}}; \\ T_* = T_p - (T_p - T_{пл}) / \Phi(\alpha).$$

Проверим оценку времени плавления оливинфорстерита, являющегося основным компонентом серпентинитовой засыпки нижней плиты ОР [1] и имеющего самую высокую температуру плавления из входящих в серпентинит компонентов. Согласно данным [6], $T_p = 2200^{\circ}\text{C}$, $T_{пл} = 1890^{\circ}\text{C}$, $\rho_1 = 3000 \text{ кг}/\text{м}^3$, $\lambda = 0,22 \text{ ккал}/(\text{м} \cdot \text{ч} \cdot \text{град})$, $c_1 = 0,27 \text{ ккал}/(\text{кг} \cdot \text{град})$, $\rho_2 = 2200 \text{ кг}/\text{м}^3$, $r_{пл} = 37 \text{ ккал}/\text{кг}$, получаем $\alpha \sim 1$, $\beta \sim 3$, $T_* \sim T_{пл}$. Поэтому время расплава $t_{пл}$ можно оценить из соотношения $s(t_{пл}) \sim 2\sqrt{\chi t_{пл}}$. Полагая $s(t_{пл}) = 2 \text{ м}$, с учетом $\chi = 1/2700 \text{ м}^2/\text{час}$ получаем $t_{пл} \sim 2700 \text{ час.} \sim 112 \text{ сут.}$ Отметим, что полученное значение является оценкой снизу, т. к. в серпентините содержится (по весу) 13 % воды и 10 % кремнезема. Таким образом, даже грубая оценка показывает, что учет кинетики плавления значительно увеличивает время образования ЛТСМ, полученную в [6] (около 10 сут.). Если учсть потерю тепла на тепловое излучение, то оценка $t_{пл} \sim 112 \text{ сут.}$ значительно возрастет. Действительно, при температуре $T = 1000 \text{ К}$ тепловое излучение с 1 м^2 за сутки составит $W(1 \text{ сут.}) \cong 5 \cdot 10^9 \text{ Дж}/\text{м}^2$, а за месяц, скажем, с поверхности $s = 10 \text{ м}^2$, будет $Q = W(1 \text{ сут.}) \cdot 30 \cdot 10 = 1,5 \cdot 10^{12} \text{ Дж}$, что сопоставимо с суммарным остаточным тепловыделением.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Для анализа деградации строительных материалов, подверженных радиационному облучению, необходимо учитывать структуру веществ (энергию химических связей, энергию ионизации атомов, кристаллическую структуру и т. д.).

2. Оценку времени образования ЛТСМ необходимо проводить с позиции кинетической теории, а не на основании балансовых термодинамических соотношений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Институт проблем безопасности развития атомной энергетики Российской академии наук. URL: <http://www.ibrae.sci/russian/che-sarkofag.html> (дата обращения: 08.11.2014).
2. Non Official Chernobyl. URL: <http://www.stopatom.slavutich.kiev.ua> (дата обращения: 09.11.2014).
3. Боровой А.А., Галкин Б.Я., Криницын А.И., Маркушев В.М., Пазухин Э.М., Херувимов А.Н., Чечеров К.И. Новообразованные продукты взаимодействия топлива с конструкционными материалами 4-го блока Чернобыльской АЭС. Сообщения 1-2 // Радиохимия. 1990. Т. 32. Вып. 6. С. 103-113.
4. Боровой А.А., Галкин Б.Я., Криницын А.И., Маркушев В.М., Пазухин Э.М., Херувимов А.Н., Чечеров К.И. Новообразованные продукты взаимодействия топлива с конструкционными материалами 4-го блока Чернобыльской АЭС. Сообщение 3 // Радиохимия. 1991. Т. 33. Вып. 4. С. 177-196.
5. Боровой А.А., Галкин Б.Я., Криницын А.И., Маркушев В.М., Пазухин Э.М., Херувимов А.Н., Чечеров К.И. Новообразованные продукты взаимодействия топлива с конструкционными материалами 4-го блока Чернобыльской АЭС. Сообщение 4 // Радиохимия. 1991. Т. 33. Вып. 4. С. 197-210.
6. Пазухин Э.М. Лавообразные топливосодержащие массы 4-го блока Чернобыльской АЭС: топография, физико-химические свойства, сценарий образования // Радиохимия. 1994. Т. 36. Вып. 2. С. 97-142.
7. Шматко Е.С. Чернобыльская катастрофа – единство закономерности и случайности // «UNIVERSITATES». Университеты. Наука и просвещение». Изд-во Харьковского национального университета. 2007. № 4. С. 6-14.
8. Baryakhtar V., Gonchar V., Zhidkov A., Zhidkov V. Radiation damage and self-sputtering of high radioactive dielectrics: spontaneous emission of 231ubimicron dust particles // Condensed Matter Physics. 2002. V. 5. № 3 (31). P. 449-471.
9. Келли Б. Радиационное повреждение твердых тел / пер. с англ. М.: Атомиздат, 1970. 240 с.
10. Должаль Н.А., Емельянов Н.Я. Канальный ядерный энергетический реактор. М., 1980. 208 с.
11. Тепловыделение в ядерном реакторе / под ред. Н.Н. Пономарева-Степного. М.: Энергоиздат, 1985. 160 с.
12. Бродер Д.Л., Зайцев Д.Н., Комочков М.М. и др. Бетон в защите ядерных установок. М.: Атомиздат, 1966. 238 с.
13. Ма Б.М. Материалы ядерных энергетических установок. М.: Энергия, 1987. 408 с.
14. Вальтер А.К., Залибовский И.И. Ядерная физика. Изд. 2-е, перераб. и доп. Харьков: Вища школа, 1974. 388 с.
15. Мухин К.Н. Экспериментальная ядерная физика: в 2 т. М.: Атомиздат, 1974. Т. 1. Физика атомного ядра. 584 с.
16. Милованов А.Ф. Огнестойкость железобетонных конструкций. М.: Стройиздат, 1986. 225 с.
17. Рамачандран В., Фельдман Р., Бодуэн Дж. Наука о бетоне / пер. с англ. М.: Стройиздат, 1986. 278 с.
18. Ли Ф.М. Химия цемента и бетона / пер. с англ. М.: Госстройиздат, 1961. 645 с.
19. Бартелеми Б., Крюппа Ж. Огнестойкость строительных конструкций / пер. с фр. М.: Стройиздат, 1985. 216 с.
20. Жакин А.И., Веревичева М.А. Континуальная модель тепломассообмена в мелкопористых средах в условиях интенсивных тепловых потоков. Исследование модели // Теплофизика высоких температур. 1998. Т. 36. № 6. С. 933-038.
21. Жакин А.И., Веревичева М.А. Континуальная модель тепломассообмена в мелкопористых средах в условиях интенсивных тепловых потоков. Теоретическая модель // Теплофизика высоких температур. 1999. Т. 36. № 1. С. 111-116.

Поступила в редакцию 10 декабря 2014 г.

Zhakin A.I. ANALYSIS OF POST-ACCIDENT PROCESSES OF CHNPS

Phenomenological models on influence of high energy radiation on condensed media (for example rocks and building materials) are discussed. Environmental degeneration of media subjected to ionizing radiation and high temperature heating is considered. Thermal physics processes of LTSM formations after 4-th block Chernobyl AES explosion are analyzed.

Key words: ionizing radiation; high temperature heating; energy; electron; proton; neutron.

Жакин Анатолий Иванович, Юго-Западный государственный университет, г. Курск, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей и прикладной физики, e-mail: zhakin@mail.ru

Zhakin Anatoly Ivanovich, South-West State University, Kursk, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor of General and Applied Physics Department, e-mail: zhakin@mail.ru

УДК 621.39

ИНФОРМАЦИОННАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ МОДЕЛИ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ АЛГОРИТМАХ МАРШРУТИЗАЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАРАМЕТРА КИБЕРНЕТИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ

© К.А. Литвинов, И.И. Пасечников

Ключевые слова: имитационное моделирование информационной сети; телекоммуникационная сеть; КПД в смысле передачи информации.

Осуществлена оценка информационной эффективности телекоммуникационной сети (ТКС) при использовании различных алгоритмов маршрутизации: имитационная модель информационной сети предназначена для определения основных характеристик путем моделирования основных процессов канального и сетевого уровня сегмента ТКС. В качестве показателей информационной эффективности используются: производительность ТКС, средняя временная задержка передаваемых пакетов, потери (в виде количества не дошедших до адресата пакетов) и коэффициент полезного действия (КПД) ТКС в смысле передачи информации. Для получения КПД ТКС в смысле передачи информации используется кибернетическая мощность ТКС.

Целью работы является определение информационной эффективности телекоммуникационной сети (ТКС) с использованием коэффициента полезного действия (КПД) сети в смысле передачи информации.

Топология сети представлена случайным графом $G(V,E)$, где V – множество вершин графа, а E – множество его ребер. Для реализации информационного обмена в модели используется дискретное системное время, при этом имитация процессов реализуется через равные промежутки времени – тики.

Считается, что для каждой линии связи существует отдельный канал для передачи служебной информации. При этом служебная информация имеет малый размер, а каналы ее передачи способны обрабатывать всю служебную информацию практически мгновенно, поэтому в модели не учитывается время обработки служебной информации. При маршрутизации предполагается, что маршрутизатор всегда обладает своевременной текущей информацией. Цифровые каналы связи (ЦКС), характеризующие ребра графа, представляются каналами с памятью. В результате каждый узел, соответствующий вершине графа, имеет в своем составе буферное запоминающее устройство БЗУ (для хранения входящих пакетов) и запоминающее устройство (ЗУ) цифрового канала связи.

Входной поток пакетов задается в виде пуассоновского потока, который генерируется для каждого узла. Протокол обслуживания в буфере устройства основывается на принципе «первый пришел – первый вышел». На каждом шаге моделирования происходит расчет необходимых параметров оценки качества ТКС.

Алгоритм работы сети состоит в выполнении следующих шагов.

Шаг 0. Подготовка к моделированию. Генерация графа сети и всех параметров сети, сохранение значений параметров в файл.

Шаг 1. Инициализация сети. Загрузка графа из файла. Инициализация констант и всех необходимых параметров сети.

Шаг 2. Решение задачи маршрутизации (выбор кратчайших путей).

Шаг 3. Имитация процессов передачи пакетов (моделирование задач канального уровня модели OSI).

Шаг 4. Сбор статистики, показателей качества работы ТКС, расчет полной и мгновенной кибернетической мощности информационной сети.

ФОРМИРОВАНИЕ ТОПОЛОГИИ

Граф ТКС $G(V,E)$ формируется случайным образом путем использованием параметра p – вероятности существования связи между узлами сети. Дополнительным ограничением для графа служит параметр k – связанность сети. Алгоритм генерации топологии состоит в выполнении следующей последовательности операций.

Шаг 1. Инициализация системы.

Шаг 2. Генерация n узлов.

Шаг 3. Генерация случайного количества связей между узлами сети на основе вероятности p .

Шаг 4. Проверка связности [1] сети с помощью алгоритма поиска максимального потока на графике (алгоритм Диница [2]).

Шаг 5. Если сеть k -связана, то сгенерированный график сохраняется в файл, иначе переход к шагу 3.

В результате, формируется топология, которая удовлетворяет одновременно параметрам p и k .

ПРОЦЕСС ГЕНЕРАЦИИ ВХОДНОГО ПОТОКА ПАКЕТОВ

Пуассоновский поток входящих в сеть пакетов задается интенсивностью:

$$\Lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i,$$

где λ_i – интенсивность пуссоновского потока пакетов для i -го узла сети. В модели предполагается равновероятное распределение пакетов между всеми узлами коммутации сети (УК).

Алгоритм генерации входного потока пакетов для i -го узла сети описывается следующей последовательностью шагов.

1. Исходя из заданного значения и условия равновероятного распределения входного потока пакетов между узлами, для каждого узла вычисляется интенсивность:

$$\lambda_i = \frac{\Lambda}{n},$$

и соответствующий средний интервал между поступлением пакетов:

$$\Delta t_i = 1 / \lambda_i.$$

2. Для каждого узла сети генерируется время ожидания следующего пакета в соответствии с распределением Пуассона [3]. Средний интервал между поступлением пакетов для каждого узла определяется общей интенсивностью и количеством узлов, т. е.

$$\Delta t = \frac{n}{\Lambda} [c].$$

3. Для каждого типа: если сетевое время больше или равно времени ожидания для i -го узла сети, то генерируется пакет, который помещается в его буфер. В противном случае – переход к шагу 2.

ПРАВИЛА ОБСЛУЖИВАНИЯ ПАКЕТОВ В УК

Извлечение пакетов из буфера запоминающего устройства (БЗУ) осуществляется исходя из протокола обслуживания «первый пришел – первый вышел» (основан на типе данных очередь [4]). При поступлении в узел пакетов из канала связи (КС), они направляются БЗУ. В соответствии с протоколом передачи очередной пакет изымается из очереди БЗУ и помещается в буфер для передачи по каналу связи. При этом в текущий момент времени имитируется его передача по КС с соответствующей задержкой (в зависимости от скорости передачи по КС). В результате успешной передачи пакета последний удаляется из очереди узла отправителя (ЗУ КС) и помещается в очередь БЗУ узла получателя. В случае неудачной передачи пакет откладывается в буфер ожидания и изымается из него через случайный промежуток времени.

Алгоритм изъятия пакетов из БЗУ и ЗУ КС в процессе их передачи по КС включает в себя следующие шаги.

Шаг 1. Анализируется занятость ЦКС. Если время ожидания пакетов в ЗУ КС подошло к концу, то реализуется процесс передачи. Иначе извлекается пакет из БЗУ узла-отправителя и реализуется процесс передачи.

Шаг 2. При успешной передаче пакеты изымаются из БЗУ узла отправителя и буфера его КС и помещают-

ся в БЗУ узла получателя. В противном случае увеличивается значение счетчика попытки отправки пакета до значения k .

Шаг 3. В случае, если пакет отправлялся неудачно $k = 5$ раз, то изъять пакет из ЗУ КС и поместить его в буфер ожидания. Задать случайное время ожидания пакета в буфере ожидания. Перейти к шагу 1.

АЛГОРИТМ ПЕРЕДАЧИ ПАКЕТОВ В СЕТИ

Передающий и приемный узлы (устройства) построены по принципу конечных автоматов. Процесс их взаимодействия описывается следующей последовательностью шагов.

Шаг 1. Все устройства сети – в режиме инициализации.

Шаг 2. Во всех устройствах, имеющих пакеты для передачи в буферах, извлекаются пакеты из БЗУ и перемещаются в буфера передатчиков. При этом посылаются запросы приемным узлам в соответствии с таблицей маршрутизации. Приемники находятся в режиме приема запросов от всех передатчиков в соответствии с топологией сети.

Шаг 3. После передачи запросов передающие устройства находятся в режиме ожидания ответа. Приемник обрабатывает запрос и посыпает ответ – разрешение на передачу узлу отправителю. В случае поступления на прием узлу нескольких запросов одновременно приемник выбирается один из них случайным образом. Эта задача решается с помощью протокола единичного захвата пакета.

Шаг 4. При получении передающим узлом разрешения на передачу он начинает транзакцию обработки пакета. Приемное устройство узла получателя реализует прием захваченного пакета путем помещения его в БЗУ. В случае отсутствия такового (в интервале рассмотрения) передающий узел переходит в состояние «ожидание».

Шаг 5. Передатчик отправляет пакет непрерывно в течение необходимого количества тиков, в то время как приемник принимает пакет. Данный процесс продолжается, пока пакет полностью не передастся. Количество тиков для передачи пакета вычисляется следующим образом:

$$N_{tik} = \frac{S}{V * \Delta t_{tik}},$$

где S – размер пакета в битах; V – скорость передачи информации КС в бит/с; Δt_{tik} – продолжительность тика в секундах.

Шаг 6. Фаза завершения приема и отправки. Переход обоих устройств в состояние «ожидание».

Блок-схема алгоритма приведена на рис. 1.

ПРОЦЕСС РАСЧЕТА РАЗЛИЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ

Для оценки качества работы способов маршрутизации рассматриваются следующие сетевые характеристики: временная задержка пакетов, производительность ТКС, информационные потери, суммарное накопление в узлах коммутации, кибернетическая мощность ТКС.

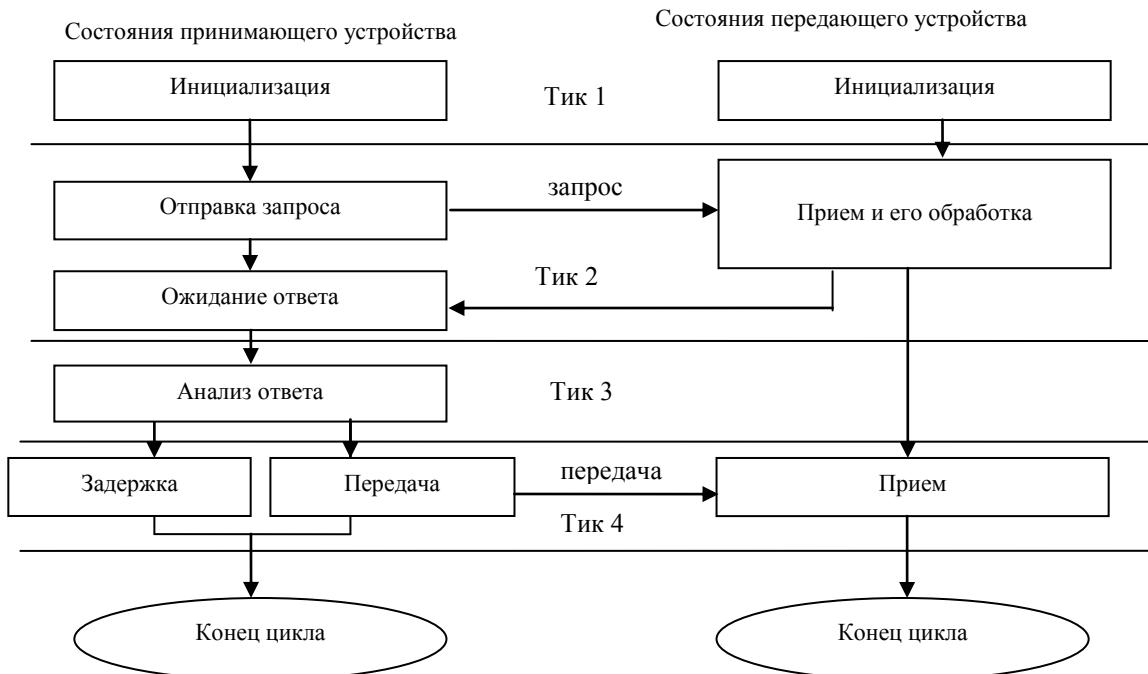


Рис. 1. Схема взаимодействия передающего и принимающего устройства

Временная задержка

Каждый пакет имеет время его рождения t_p и время доставки адресату t_d . Время рождения дается пакету при поступлении его в сеть. Время доставки – время доведения пакета конечному адресату. Исходя из постановки задачи, временная задержка для (i, k) -пары определяется выражением:

$$T_{ik} = t_d - t_p.$$

Средняя временная задержка определяется:

$$T_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n T_{ik}}{L_d},$$

где L_d – количество доставленных пакетов.

Производительность сети

Производительность сети определяется количеством доставленных адресатам пакетов за единицу времени.

Информационные потери

Информационные потери количественно характеризуются числом потерянных пакетов и рассчитываются как разность поступивших в сеть пакетов и доставленных пакетов при заданной интенсивности входного потока:

$$L_n = L - L_d.$$

Суммарное накопление

Суммарное накопление определяется суммой длин всех очередей БЗУ в сети.

Кибернетическая мощность ТКС и КПД в смысле передачи информации

Кибернетическая мощность ТКС определяется выражением [5]:

$$P_{IC} = NG|_{T_d},$$

где N – количество пакетов, находящихся в ТКС и определяемое как сумма пакетов в БЗУ УК и БЗУ КС (т. е. находящихся в режиме передачи); G – производительность сети; T_d – ограничение на временную задержку пакетов в сети (в модели это соответствует времени жизни пакетов в ТКС). Для определения КПД в смысле передачи информации используется выражение [5]

$$\eta = \frac{P_{IC}}{P_{IC_{id}}},$$

где $P_{IC_{id}}$ – кибернетическая мощность модели идеальной ТКС. Ее можно найти, если сеть представить в виде определенным образом соотносящихся одноканальных систем (ОС).

Количество пакетов в ОС определяется формулой Литтла, на основе использования усредненных величин:

$$N = \gamma T,$$

где γ – интенсивность входного потока; T – среднее время нахождения пакета в ОС. В рассматриваемом случае $T \equiv T_d$. Очевидно, предельно возможная, теоретически допустимая мощность ТКС определяется суммой мощностей каждого элемента сети, т. е. ОС. Так

как скорости передачи по КС заданы величиной V (значение пропускной способности), то при фиксированном размере пакета S (в битах) производительность OCR_i – количество пакетов, обслуживаемое в единицу времени ОС, при заданном T_o будет вычисляться:

$$R_i = \frac{V}{S}.$$

Учитывая то, что N_i – количество пакетов в ОС есть число пакетов БЗУ и один пакет в обслуживаемом устройстве – канале связи, то при заданном ограничении T_o в ОС может находиться не более $N_{i_{max}}$ пакетов (остальные уничтожаются, т. к. время жизни пакета становится больше T_o). В результате:

$$P_{II_{Cu0}} = \sum_{i=1}^{n_{OC}} N_{i_{max}} R_i|_{T_o},$$

где n_{OC} – количество ОС в модели идеальной ТКС. Таким образом, значение информационной мощности модели идеальной КС соответствует значению полной кибернетической мощности ТКС.

МАРШРУТИЗАЦИЯ В МОДЕЛИ ТКС

В качестве алгоритма маршрутизации используется алгоритм, основанный на построении кратчайших путей. В процессе решения задачи маршрутизации применяются таблицы маршрутизации (ТМ). При этом каждый узел сети имеет свою собственную ТМ, которая, в зависимости от алгоритма маршрутизации, может быть статической или динамической. Модель предусматривает применение различных алгоритмов маршрутизации. В связи с этим алгоритмы маршрутизации могут взаимодействовать с моделью КС только посредством ТМ, тем самым изменяя движение пакетов в сети. В ячейках таблицы хранится следующий узел, на который должен быть перенаправлен пакет после текущего (что соответствует таблице соседей).

A. Алгоритм маршрутизации, основанный на кратчайших путях

Особенность алгоритма маршрутизации состоит в следующем:

- движение пакетов из i -го узла в j -му только по одному маршруту;
- неизменность маршрутов движения пакетов (статичность ТМ).

Процедуре выбора маршрутов пакетов предшествует процедура построения ТМ для каждого узла, при этом сформированная ТМ остается неизменной до окончания моделирования. Процесс построения ТМ включает:

Шаг 1. Выбор метрики из вариантов: обобщенный показатель, скорость передачи данных в каналах связи, количество транзитных участков.

Шаг 2. Поиск кратчайших путей в графе между всеми вершинами на основе одной из метрик с помощью алгоритма Флойда–Уоршелла [6].

Шаг 3. Проход по ребрам всех полученных путей и заполнение соответствующих таблиц маршрутизации.

На каждом шаге алгоритм генерирует матрицу M . Матрица M содержит длины кратчайших путей между всеми вершинами графа. Перед работой алгоритма

матрица M заполняется длинами ребер графа. В реальных сетях для определения кратчайших путей используется асинхронный алгоритм Беллмана–Форда. Но в силу того, что алгоритм Беллмана–Форда и алгоритм Флойда–Уоршелла генерируют одинаковые кратчайшие пути, а алгоритм Флойда–Уоршелла имеет более высокую скорость расчетов при моделировании [1], то последний был выбран как основной алгоритм для поиска кратчайших путей.

Б. Алгоритм маршрутизации, основанный на кратчайших путях с учетом накоплений

Особенностью алгоритма маршрутизации является относительная динамичность (каждые 30 с маршрут перестраивается в зависимости от текущей сетевой обстановки). Построение кратчайших путей осуществляется на основе пропускных способностей каналов. В случае, если существуют несколько кратчайших путей, выбирается тот, который имеет наименьшее суммарное накопление на всех транзитных участках. Вместо пропускных способностей она должна содержать пары чисел: пропускная способность – накопление (далее по тексту ПСН-пара). Причем накопление считается как сумма накоплений в БЗУ, соединенных соответствующими КС. Для каждой введены операции сравнения. ПСН-пара больше другой пары в том случае, если пропускная способность первой пары больше пропускной способности второй. Если пропускные способности ПСН-пар равны, первая пара больше второй в том случае, когда накопление первой пары больше накопления второй. Если накопления и пропускные способности ПСН-пар равны, то пары считаются равными. Работа алгоритма построения состоит в следующем.

Шаг 1. Заполнение таблицы смежности графа параметрами чисел ПСН.

Шаг 2. Поиск кратчайших путей на графе с помощью алгоритма Флойда–Уоршелла [6].

Шаг 3. Проход по ребрам всех полученных путей и заполнение соответствующих таблиц маршрутизации.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МАРШРУТИЗАЦИИ, ОСНОВАННОЙ НА ПОИСКЕ КРАТЧАЙШИХ ПУТЕЙ НА ГРАФЕ

Исходные данные моделирования: время моделирования 600 с, дискретность системного времени 1 мс, размер пакета 400 бит, время жизни пакета 1 с, пропускные способности каналов 64000 бит/с, количество узлов 8, топология сети показана на рис. 2, алгоритм маршрутизации А, алгоритм маршрутизации Б.

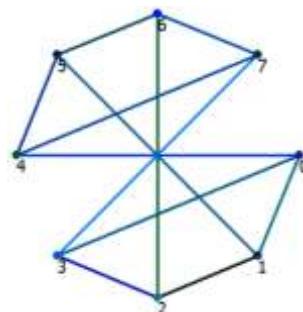


Рис. 2. Топология графа ТКС

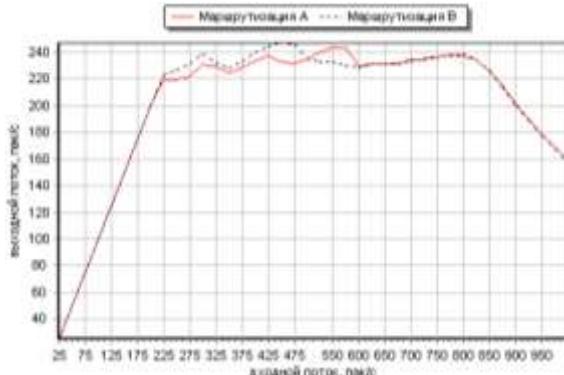


Рис. 3. Производительность модели ТКС

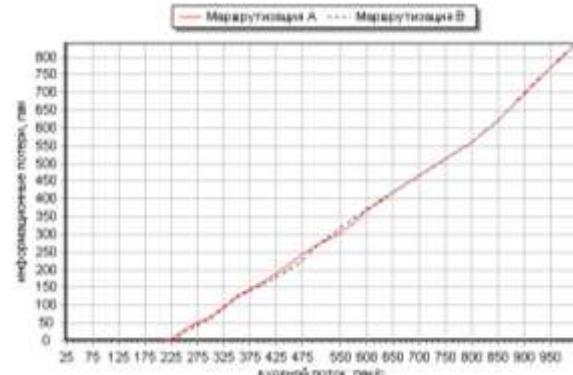


Рис. 6. Информационные потери

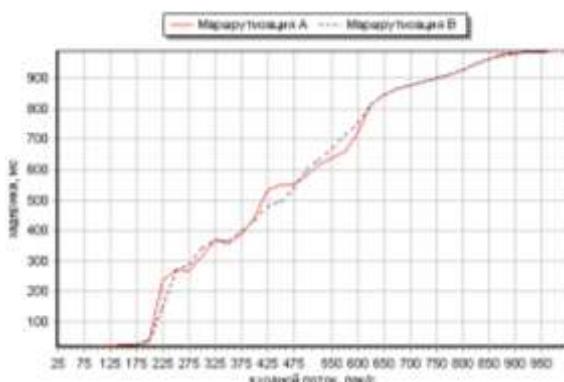


Рис. 4. Задержка в модели ТКС

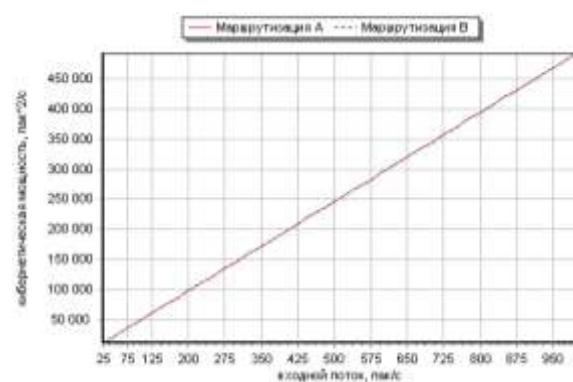


Рис. 7. Кибернетическая мощность идеальной модели информационной сети

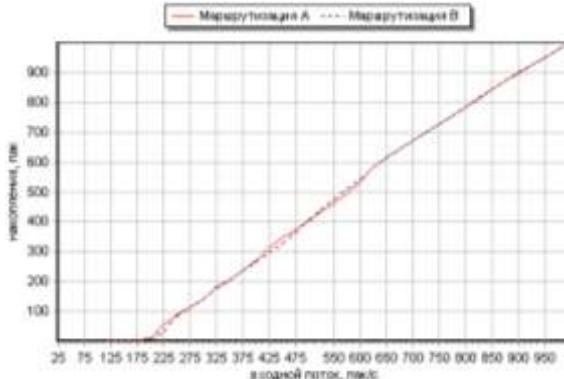


Рис. 5. Суммарное накопление в модели информационной сети

Для идеальной модели ТКС (состоящей из несочлененных ОС) одновременно могут передаваться только n_{OC} пакетов, где n_{OC} – число узлов в сети. При этом ее максимальная теоретически достижимая при заданных условиях равна (при $n_{OC} = 12$):

$$G = n_{OC} \frac{V}{S} = 12 \cdot \frac{64000}{400} = 1920 \frac{nac}{c}$$

На рис. 3–9 представлены результаты моделирования. Из рис. 3–9 видно три явно выраженных участка



Рис. 8. Кибернетическая мощность ТКС, полученная в результате моделирования

поведения сети, характеризующиеся следующими особенностями.

Сеть не нагружена (входной поток 0–200 пак/с). Этот участок характеризуется почти линейным возрастанием производительности в силу того, что соседние потоки пакетов практически не мешают друг другу.

Данные передаются без длительного хранения, время доведения пакетов минимально.

Сеть нагружена (входной поток 200–800 пак/с). Данный участок графиков характеризуется колебанием производительности в коридоре 220–240 пак/с. Наблю-

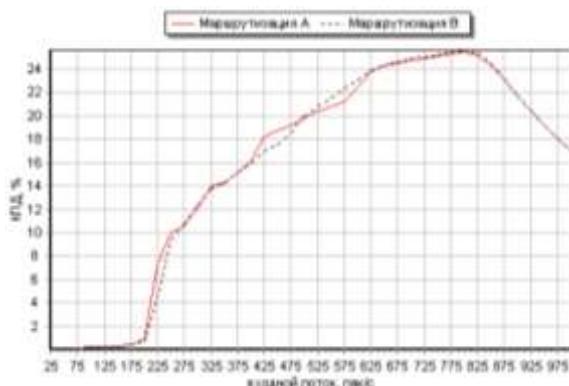


Рис. 9. КПД информационной в смысле передачи информации

дается резкий рост времени доведения пакетов. Суммарные накопления в узлах сети возрастают. Появляются информационные потери пакетов.

Сеть перегружена (входной поток более 800 пак/с), при этом задержки пакетов стремятся к их времени жизни. Информационные потери и суммарные накопления приобретают линейную зависимость от входного потока. Производительность снижается из-за влияния соседних потоков (в силу отсутствия решения задачи динамической маршрутизации).

Оценка информационной эффективности ТКС с использованием значения кибернетической мощности модели ТКС и КПД в смысле передачи информации показана на рис. 7–9. Размерность мощности пак²/с обозначена на рис. 7–9 в виде пак/с.

Алгоритмы маршрутизации ведут себя практически одинаково, т. к. при моделировании не используются методы динамической маршрутизации.

Результаты показывают одинаковые характерные особенности поведения сети как при использовании общезвестных показателей информационной эффек-

тивности. При этом дополнительной особенностью

является то, что КПД сети в смысле передачи информации показывает степень близости сети к идеальной. В связи с этим применение обобщенных показателей – мощность сети и КПД сети в смысле передачи информации, является необходимым с целью определения степени качества функционирования сети.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бертsekas D., Галлагер Р. Сети передачи данных. М.: Мир, 1989. 544 с.
2. Липский В. Комбинаторика для программистов. М.: Мир, 1988. 137 с.
3. Кнут Д. Искусство программирования: в 4 т. М.: Вильямс, 2010. Т. 2. 832 с.
4. Ахо А., Хопкрофт Д., Ульман Д. Структуры данных и алгоритмы. М.: Вильямс, 2010. 400 с.
5. Пасечников И.И. Методология анализа и синтеза предельно нагруженных информационных сетей. М.: Машиностроение, 2004. 216 с.
6. Белоусов А.И. Дискретная математика. М., 2004. 744 с.

Поступила в редакцию 28 января 2015 г.

Litvinov K.A., Pasechnikov I.I. INFORMATIONAL EFFICIENCY OF THE MODEL OF THE NET WITH DIFFERENT ROUTING ALGORITHMS AND CYBERNETIC POWER OF THE NET

Was estimated the informational efficiency of the telecommunications net (TCN) at use of different algorithms of routing: imitational model of informational net is for defining basic characteristics by modeling basic processes of canal and net level of segment TCN. As indicators of informational efficiency are used: productivity of TCN, average time delay of transferring packets, loses (as amount of non delivered to the destination packets) and coefficient of useful efficiency(CUE). TCN as for transferring information. For getting CUE TNC as transferring information are used cybernetic power of TCN.

Key words: imitational modeling of informational net; telecommunications net; TCN as for transferring information.

Литвинов Кирилл Александрович, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, аспирант, кафедра алгебры и геометрии, e-mail: aib@tsu.tmb.ru

Litvinov Kirill Aleksandrovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Post-graduate Student, Algebra and Geometry Department, e-mail: aib@tsu.tmb.ru

Пасечников Иван Иванович, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры общей физики, e-mail: pasechnikov_ivan@mail.ru

Pasechnikov Ivan Ivanovich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Doctor of Technics, Professor, Professor of General Physics Department, e-mail: pasechnikov_ivan@mail.ru

УДК 656.225.073.235

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ ПРИ ВЫБОРЕ ВАРИАНТА КОНТРЕЙЛЕРНОЙ ТЕХНОЛОГИИ

© Д.В. Кузьмин

Ключевые слова: контрейлерные перевозки; метод анализа иерархий; организация перевозок; транспортная инфраструктура; транспортный терминал; железнодорожный подвижной состав.

Организация работы объектов транспортной инфраструктуры зачастую происходит в условиях неопределенности, т. е. ограниченного объема информации, большого количества различных мнений, отсутствия статистических данных, невозможности произвести точный расчет и оценить последствия принимаемых решений и т. д. Разнообразие современных контрейлерных технологий ставит перед специалистами в области организации производства на транспорте задачу многокритериального выбора. Зачастую принятие решений при организации работы элементов транспортной инфраструктуры не является очевидным и может изменяться в зависимости от внешних условий и специфики решаемых задач. Рассматривается вопрос использования метода анализа иерархий при выборе контрейлерной терминальной технологии. Предлагается ряд критериев, которые автор условно делит на четыре блока. Описывается механизм влияния выбранных факторов на работу контрейлерного терминала. После чего автором осуществляется выбор наиболее предпочтительного варианта контрейлерной системы по совокупности рассматриваемых критериев. По результатам расчетов можно сделать вывод, что в условиях нестабильного и плохо прогнозируемого спроса на контрейлерные перевозки, с точки зрения бизнес-стратегии, высокая адаптивность контрейлерной системы является большим преимуществом.

На этапе организации производства неизбежно возникают вопросы, решение которых определяет эффективность его деятельности в будущем. Организация работы объектов транспортной инфраструктуры зачастую происходит в условиях неопределенности, т. е. ограниченного объема информации, большого количества различных мнений, отсутствия статистических данных, невозможности произвести точный расчет и оценить последствия принимаемых решений и т. д.

Принятие решений при выборе альтернативы является междисциплинарной областью исследования операций, в которой участвуют математики, инженеры, экономисты, программисты и т. д. Это усложняет процесс принятия решений, поскольку, как правило, знания участвующих экспертов ограничены только определенной областью. Задача выбора системы контрейлерного терминала осложняется еще тем, что является слабоструктурированной, т. е. качественной, неподдающейся детальному количественному анализу. Поэтому решение задачи выбора контрейлерной системы должно заключаться в анализе и структуризации.

Вышеперечисленным требованиям удовлетворяет метод анализа иерархий, разработанный американским математиком Т. Саати, в основе которого лежат декомпозиция и синтез [1].

Метод парных сравнений Т. Саати заключается в попарном сравнении элементов одного уровня, которое происходит на основе опыта и знаний участвующего экспертного лица. При этом уровень важности рассматриваемых элементов определяется числовыми значениями, приведенными в табл. 1.

Результаты заносятся в таблицу парных сравнений. Элементы таблицы a_{ij} , $i, j = 1$ представляют собой количественную оценку степени предпочтения i -го объекта, находящегося в j -й строке, по отношению к j -му объек-

ту, находящемуся в i -м столбце. При этом, если $a_{ij} = a$, то $a_{ji} = \frac{1}{a}$. Если сравниваемые элементы имеют одинаковую относительную важность, то $a_{ij} = 1$, $a_{ji} = 1$, и, как следствие, $a_{ii} = 1$.

$$a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}, (i, j = 1, 2, \dots, n). \quad (1)$$

Количество сравнений определим по формуле:

$$N_{\text{срав}} = \frac{n(n-1)}{2}, \quad (2)$$

где n – количество сравниваемых элементов. Таким образом, таблицу парных сравнений можно представить в виде обратно симметричной матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 1/a_{12} & 1 & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & 1 & \cdots \\ 1/a_{1n} & 1/a_{2n} & \cdots & 1 \end{bmatrix}.$$

Количество матриц парных сравнений зависит от количества рассматриваемых уровней, а также критериев и подкriterиев. При наиболее простом варианте трехуровневой иерархии необходимо произвести сравнение учитываемых критериев и рассматриваемых альтернатив.

При большом количестве критериев увеличиваются риски, связанные с противоречивостью степеней предпочтения, раздаваемых экспертами в ходе парного сравнения. Возникает необходимость проверки экспертных оценок на отсутствие противоречивости. Все собственные значения идеально согласованной матрицы A равны нулю, кроме единственного наибольшего

Таблица 1

Фундаментальная шкала абсолютных значений для оценки силы суждений

Степень предпочтения	Определение	Комментарий
1	Равная предпочтительность	Две альтернативы одинаково предпочтительны с точки зрения цели
2	Слабая степень предпочтения	Промежуточная градация между равным и средним предпочтением
3	Средняя степень предпочтения	Опыт эксперта позволяет считать одну из альтернатив немного предпочтительнее другой
4	Предпочтение выше среднего	Промежуточная граница между умеренно сильным и очень сильным предпочтением
5	Умеренно сильное предпочтение	Опыт эксперта позволяет считать одну из альтернатив явно предпочтительнее другой
6	Сильное предпочтение	Промежуточная градация между умеренно сильным и очень сильным предпочтением
7	Очевидное предпочтение	Опыт эксперта позволяет считать одну из альтернатив гораздо предпочтительнее другой: доминирование альтернативы подтверждено практикой
8	Очень сильное предпочтение	Промежуточная градация между очень сильным и абсолютным предпочтением
9	Абсолютное предпочтение	Очевидность подавляющей предпочтительности одной альтернативы над другой имеет неоспоримое подтверждение

Таблица 2

Среднее значение индекса согласованности в зависимости от размера матрицы

Размер матрицы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
СИ	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49	1,51	1,48	1,56	1,57	1,59

значения, равного n , обозначив которое через λ_{max} , получим $\lambda_{max} = n$ [2, с. 6].

На практике добиться полной непротиворечивости (согласованности мнений экспертов) невозможно, поэтому величина a_{ij} отличается от идеальных, тем самым будут иметь место небольшие колебания величин a_{ij} . Известно, что собственные значения матрицы A непрерывно зависят от величин a_{ij} , поэтому небольшие возмущения элементов положительной обратно симметричной матрицы приводят к незначительным изменениям собственных значений.

Отсюда можно сделать вывод, что нахождение весов объектов иерархии по полученной парными сравнениями матрице A заключается в определении собственного вектора w , соответствующего максимальному собственному значению, т. е. в решении уравнения:

$$Aw = \lambda_{max} w. \quad (3)$$

Как уже было сказано выше, если матрица A является согласованной, то $\lambda_{max} = n$. В случае $\lambda_{max} > n$ величина отклонения $\lambda_{max} - n$ является мерой согласованности элементов матрицы. Данную величину выражают как индекс согласованности (ИС) и определяют по формуле:

$$\text{ИС} = \frac{\lambda_{max} - n}{n-1}. \quad (4)$$

Оценка уровня согласованности происходит путем сравнения ИС с средним значением индекса случайной согласованности (СИ), который представляет собой ИС, сгенерированный случайным образом по шкале от 1 до 9 обратно симметричной матрицы с соответствующими обратными величинами. В работе [1] автором подсчитаны средние значения СИ для матриц, включающих до 15 критериев сравнения. Средние значения случайного индекса согласованности в зависимости от размерности матрицы представлены в табл. 2.

Отношение согласованности определим по формуле:

$$\text{ОС} = \frac{\text{ИС}}{\text{СИ}}. \quad (5)$$

Отношение согласованности (ОС) характеризует то, насколько оцениваемая степень согласованности сходится со степенью согласованности самого неидеального эксперимента. Приемлемым считается значение, при котором $\text{ОС} \leq 0,1$. В случае, если $\text{ОС} \geq 0,1$, необходима процедура пересмотра суждений [3, с. 38; 4, с. 28].

Прямой алгоритм решения уравнения $Aw = \lambda_{max} w$ происходит в несколько этапов. Матрица A является идеально согласованной, т. е.

$$A = \begin{pmatrix} v_1/v_1 & v_1/v_2 & \dots & v_1/v_n \\ v_2/v_1 & v_2/v_2 & \dots & v_2/v_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_n/v_1 & v_n/v_2 & \dots & v_n/v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_i \\ v_j \end{pmatrix}$$

$$i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}. \quad (6)$$

На первом этапе построчно определим среднее геометрическое матрицы A по формуле:

$$\sqrt[n]{\prod_{j=1}^n \frac{v_i}{v_j}} = \frac{v_i}{\sqrt[n]{\prod_{j=1}^n v_j}} ; i = \overline{1, n}. \quad (7)$$

Далее вычислим сумму средних геометрических:

$$\sum_{i=1}^n \frac{v_i}{\sqrt[n]{\prod_{j=1}^n v_j}} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{\sqrt[n]{\prod_{j=1}^n v_j}}. \quad (8)$$

После определим нормированное значение собственного вектора путем деления среднего геометрического каждой строки матрицы A на сумму средних геометрических строк:

$$\frac{v_i}{\sqrt[n]{\prod_{j=1}^n v_j}} / \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{\sqrt[n]{\prod_{j=1}^n v_j}} = \frac{v_i}{\sum_{i=1}^n v_i}; i = \overline{1, n}. \quad (9)$$

Процедура вычисления λ_{\max} заключается в определении суммы элементов каждого столбца матрицы A и скалярного произведения векторов, которые в случае идеально согласованной матрицы соответствуют максимальному собственному числу:

$$\sum_{i=1}^n \frac{v_i}{v_j} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{v_j}; j = \overline{1, n}; \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{v_i}{\sum_{i=1}^n v_i} \cdot \frac{\sum_{j=1}^n v_j}{v_i} = n. \quad (11)$$

На заключительном этапе метода анализа иерархий реализуется принцип синтеза [5, с. 37]. Здесь производится оценка альтернатив с учетом всех критериев путем построения рейтингов. Это достигается путем определения суммы произведений весов рассматриваемых критериев и значения каждой из рассматриваемых альтернатив.

$$R_j = \sum_{i=1}^n w_i V_{ij}, \quad (12)$$

где w_i – вес i -го критерия; V_{ij} – вес j -й альтернативы по i -му критерию.

Приведем пример выбора контрейлерной системы методом анализа иерархий.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Примем за множество альтернатив различные контрейлерные системы, приведенные в табл. 3, которые подлежат анализу, для последующего выбора наилучшего варианта $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. Зададим множество критериев, по совокупности которых будем оценивать каждую из рассматриваемых альтернатив $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$. Необходимо определить наилучшую альтернативу по совокупности рассматриваемых критериев [6, с. 101; 7, с. 137; 8, с. 8].

Выбор контрейлерной системы предлагается осуществлять по следующим критериям:

- К₁. Стоимость строительства терминала;
- К₂. Стоимость специализированного вагона;
- К₃. Стоимость эксплуатации;
- К₄. Количество персонала, участвующего в погрузочно-разгрузочных работах;
- К₅. Необходимость наличия дополнительного оборудования и техники, участвующей в погрузке и разгрузке состава;
- К₆. Возможность осуществления параллельной погрузки и выгрузки состава;
- К₇. Универсальность перевозки. Возможность осуществить как сопровождаемую, так и несопровождаемую перевозку;
- К₈. Наличие сложных технических узлов вагонов и терминалов, чувствительных к внешним условиям и имеющих ограничения по работе в определенных климатических зонах;
- К₉. Необходимость строгого позиционирования состава по фронту погрузки или выгрузки;
- К₁₀. Возможность подключения перевозимого трейлера к электропитанию вагона для обогрева двигателя или поддержания необходимой температуры в причепе;
- К₁₁. Возможность перевозки транспортных контейнеров;
- К₁₂. Возможность осуществления погрузочно-разгрузочных работ под контактным проводом;
- К₁₃. Возможность автоматизированной смены колеи;
- К₁₄. Количество вагонов в составе поезда;
- К₁₅. Опыт эксплуатации системы (К – концепция, И – испытания, АИ – активное использование).

Таблица 3

Контрейлерные системы и критерии их сравнения

Название \ Критерий	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈	K ₉	K ₁₀	K ₁₁	K ₁₂	K ₁₃	K ₁₄	K ₁₅
Modalohr	3 млн €	355000 €	0,05 €/км	+	+	+	+	+	–	–	+	–	60	АИ	
CargoSpeed	2,3 млн €	120000 €	0,06 €/км	+	+	+	+	+	–	–	+	–	55	АИ	
Flexi Wagon	0 млн €	175000 €	0,06 €/км	Вод-ль	–	+	–	+	–	+	–	+	–	56	АИ
CargoBeamer	1,2 млн €	105000 €	0,063 €/км	+	+	+	+	+	–	–	+	+	+	54	АИ
13-9961	0	Ниже конк-тов	Ниже конк-тов	+	+	+/-	+	–	–	–	+	+	–	48	И

При проведении декомпозиции проблемы рассматриваемый набор критерииев можно условно рассортировать на четыре блока (подцели), каждый из которых обладает определенным набором критериев:

- минимизация затрат;
- максимизация перерабатывающей способности;
- универсальность;
- удобство эксплуатации.

Первый блок включает в себя критерии инвестиционного характера, такие как стоимость строительства терминала (K_1) и стоимость специализированного вагона платформы (K_2), а также критерии, влияющие на затраты производства, вызванные эксплуатацией терминала и техники (K_3, K_5), а также оплатой труда (K_4). Зачастую данные критерии обратнозависимы, например, как правило, организация работы высокоятоматизированной контрейлерной системы, не требующей большого количества сопутствующей техники и персонала, ведет к существенному увеличению инвестиционных вливаний на этапе проектирования и организации, но впоследствии позитивно отражается на экономической эффективности проекта, т. к. позволяет существенно сокращать затраты, связанные с покупкой, обслуживанием и эксплуатацией дополнительной техники, а также экономить на зарплатном фонде за счет сокращения количества персонала, участвующего в обработке автопоездов.

Критерии второго блока косвенно или напрямую влияют на перерабатывающую способность (ПС) терминала. Под ПС будем понимать максимально возможное количество вагонов, обрабатываемых КТ за сутки при оптимальном использовании терминальной инфраструктуры и технического оснащения. К ним можно отнести: возможность осуществления параллельной погрузки и выгрузки вагонов (K_6), возможность осуществления как сопровождаемой, так и несопровождаемой перевозки (K_7), максимальное количество вагонов в составе поезда (K_{14}) и возможность автоматизированной смены ширины колеи (K_{13}). Критерий K_6 характеризует скорость заполнения состава. Параллельная погрузка-выгрузка обеспечивает высокую автономность контрейлерной системы за счет отсутствия зависимости от внешних технических условий, например, таких как производительность и занятость погрузочно-разгрузочных машин и т. д. Большое количество современных контрейлерных систем (Modalohr, CargoSpeed, CargoBeamer, Flexi Wagon и т. д.) позволяет осуществлять как фрагментарную, так и параллельную погрузку и выгрузку всего состава, тем самым позволяет экономить время обработки. Организация контрейлерных перевозок в современных условиях должна ориентироваться в первую очередь на современные эффективные технологии, обеспечивающие существенный резерв производственных мощностей на случай повышения спроса на контрейлерную услугу. Из этого следует, что K_6 является одним из наиболее приоритетных критериев, поэтому целесообразнее рассматривать контрейлерные системы с возможностью параллельной погрузки.

Количество вагонов в составе контрейлерного поезда характеризует его вместимость и влияет на стоимость перевозки одной единицы груза K_{14} , а также увеличивает ПС терминала. Длина контрейлерного поезда ограничивается длиной принимающих путей, поэтому наиболее эффективными с точки зрения повышения ПС будут являться наиболее компактные вагоны.

Формат перевозки также оказывает существенное влияние на специфику и, как следствие, на ПС. При несопровождаемой перевозке водитель с тягачом покидает КТ, не дожидаясь процедуры погрузки прицепа на вагон-платформу, которая проходит при участии персонала КТ с использованием терминальных тягачей. Такие условия вынуждают увеличивать штат обслуживающего персонала, закупать и обслуживать дополнительную технику, увеличивать площади зон накопления прицепов и техники. Помимо этого, несопровождаемая перевозка увеличивает время грузовых операций с вагонами за счет увеличения количества встречных потоков техники в зоне погрузки, всевозможных дополнительных операций, таких как отцепление прицепов и т. д. Также при несопровождаемой перевозке возможно увеличение времени погрузки состава, т. к. количество параллельно загружаемых/разгружаемых вагонов будет ограничиваться количеством участвующих тягачей.

К третьему блоку критериев отнесем факторы, влияющие на диапазон предоставляемых услуг. Критерий K_7 характеризует количество потенциальных клиентов. Так, вариативность сопровождения контрейлерной перевозки позволяет обеспечить заинтересованность в отправке как в сегменте коротких дистанций, так и дальних перевозок. Технологии, позволяющие осуществлять сопровождаемую контрейлерную перевозку, более удобны на коротких дистанциях, а также при использовании КП в качестве паромного решения. С другой стороны, при перевозках на большие расстояния длительные пассивные пробеги тягача в качестве груза являются крайне нежелательными, т. к. со стороны отправителя ведут к «смертьвлению» средства труда по причине невозможности его активного использования в производственных процессах, а с другой стороны – к удорожанию перевозки, т. к. имеется необходимость создавать дополнительные условия для водителей, увеличивается нетто вес поезда и т. д.

Некоторые контрейлерные технологии имеют конструкционные особенности подвижного состава, которые требуют организации специфических инфраструктурных условий, необходимых для осуществления погрузочно-разгрузочных работ. Зачастую различные узлы и агрегаты таких систем представляют собой сложные инженерно-технические решения, что накладывает определенные ограничения в их использовании. Например, присутствие пневматических и гидравлических приводов в конструкции грузового фронта и вагонов накладывает ограничения при использовании в отрицательных температурах. Поэтому, учитывая географию контрейлерных перевозок «пространства 1520» и потенциал их развития, имеется необходимость рассматривать при анализе критерий K_8 .

Критерий K_{11} характеризует универсальность использования подвижного состава с точки зрения возможности перевозки транспортных контейнеров. Общественность контейнерной перевозки позволит снизить долю порожнего пробега по отношению к груженому и, как следствие, повысит эффективность перевозок.

Факторы четвертого блока косвенно характеризуют рассматриваемые системы с точки зрения удобства эксплуатации и сложности. Критерий K_9 учитывает необходимость точного позиционирования состава по фронту грузовых работ, которая присутствует в некоторых контрейлерных системах. Данная процедура усложняет маневровые работы и требует участия до-

полнительного персонала, что отрицательно влияет на эффективность работы терминала. К₁₀ принимает в расчет возможность подключения перевозимого прицепа к электропитанию вагона с целью удовлетворения различных потребностей, возникающих при перевозках специализированных грузов. Например, обеспечение электропитанием холодильных установок рефрижераторных прицепов.

Погрузочно-разгрузочные работы могут осуществляться как горизонтально, так и вертикально. Последний вариант более неудобен, т. к. не допускает электрификацию фронта работ. С данной точки зрения, наиболее удобными в эксплуатации являются системы, позволяющие осуществлять погрузочно-разгрузочные работы под проводом контактной сети. Данную возможность будем учитывать с помощью К₁₂.

Опишем связи предложенной выше декомпозиции с помощью иерархии, представленной на рис. 1.

На первом этапе процедуры сравнения необходимо определить важность каждого из рассматриваемых

блоков критериев по отношению к цели (вершине иерархии). Для этого, пользуясь шкалой значений, приведенной в табл. 1, оценим каждый из рассматриваемых блоков по отношению к другим. Результаты сведем в табл. 4.

Представив табличные значения в виде матрицы A , определим максимальное собственное значение ($\lambda_{max} = 4,222$) и индекс согласованности по формуле 4:

$$\text{ИС} = \frac{4,222 - 4}{4 - 1} = 0,074.$$

Так как размерность матрицы равна 4, среднее значение индекса согласованности, согласно табл. 2, составит 0,9. Определим отношение согласованности по формуле (5):

$$\text{ОС} = \frac{0,074}{0,9} = 0,082.$$

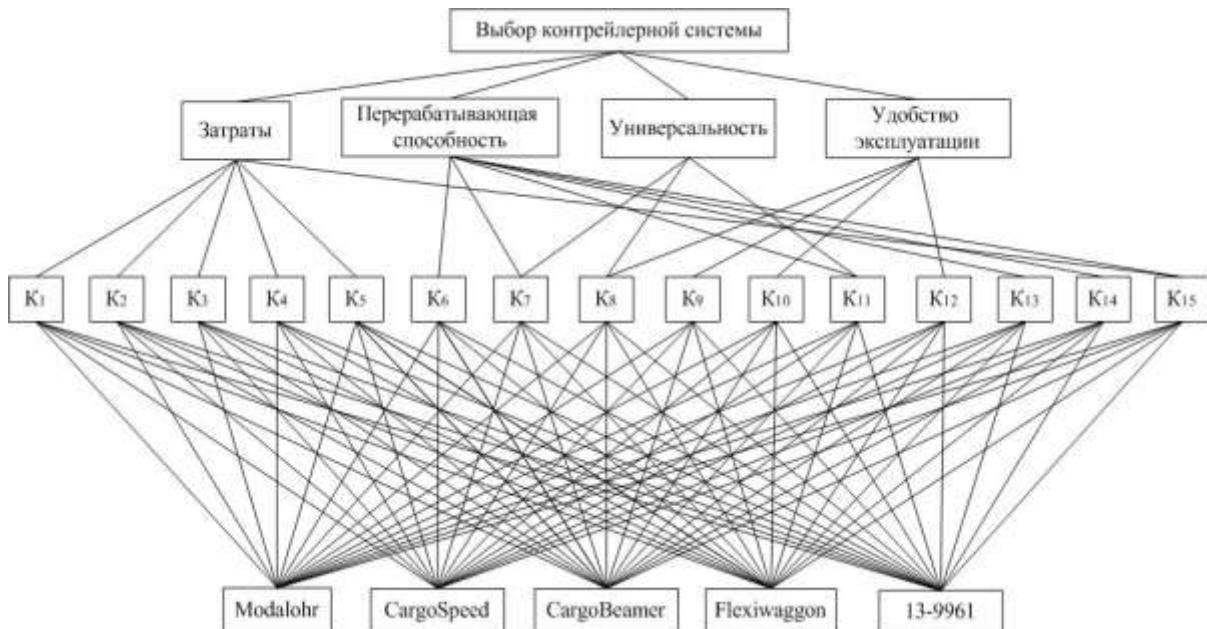


Рис. 1. Иерархическое представление процедуры выбора контейнерной системы

Таблица 4

Расчет весов блоков критериев

Блок критериев	Затраты	Перерабатывающая способность	Универсальность	Удобство эксплуатации	Вес
Затраты	1	1/5	1/2	4	0,139
Перерабатывающая способность	5	1	4	6	0,589
Универсальность	2	1/4	1	5	0,218
Удобство эксплуатации	1/4	1/6	1/5	1	0,055

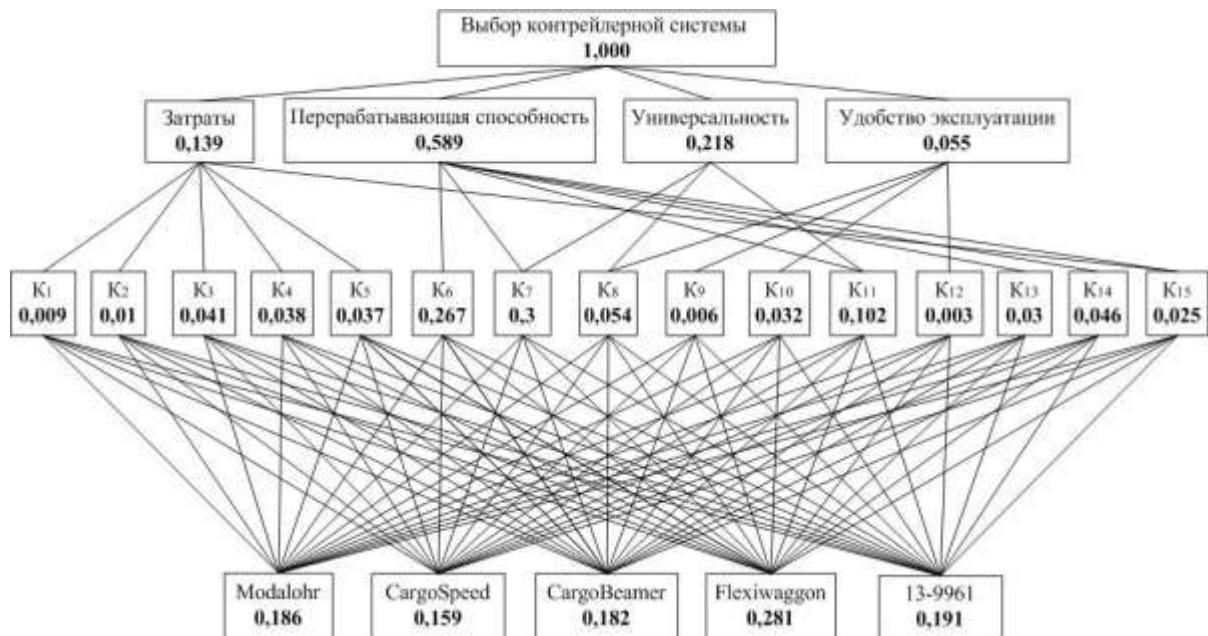


Рис. 2. Полученные веса значимости элементов иерархии выбора контейлерной системы

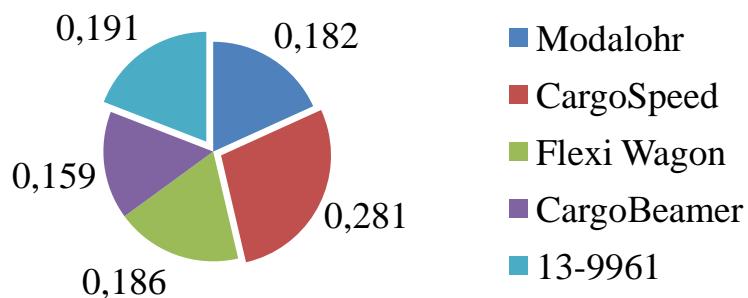


Рис. 3. Результаты вычислений рейтингов контейлерных систем

Так как отношение согласованности не превышает 0,1, найденное значение будет являться приемлемым. Аналогичным образом произведем сравнения элементов иерархии на различных уровнях.

Определим важность критериев, рассматриваемых в рамках конкретных блоков. Итоговые веса элементов иерархии выбора контейлерной системы приведены на рис. 2.

Для наглядного отображения результатов вычислений рейтингов контейлерных систем представим их в виде диаграммы (рис. 3).

Как видно, наиболее предпочтительной альтернативой по совокупности рассматриваемых критериев является шведская контейлерная система Flexi Wagon. Существенным преимуществом данного варианта является отсутствие необходимости строительства специализированных контейлерных терминалов на всем маршруте следования и, как следствие, экономия затрат при организации перевозок и обслуживании терминальной инфраструктуры. Помимо этого система позволяет осуществлять параллельные погрузочно-разгрузочные работы силами одного водителя, не привлекая дополнительного персонала или техники.

В транспортных узлах с интенсивной грузовой и коммерческой работой для эффективной организации работы системы необходима организация специализированной контейлерной площадки, тогда как в промежуточных пунктах с небольшими объемами спроса на данную услугу достаточно небольшой модернизации принимающих железнодорожных станций. Это существенно упрощает организацию контейлерного сообщения и делает его более адаптивным, т. е. обеспечивает возможность более оперативного реагирования при колебаниях спроса на услугу на внешних транспортных рынках и организации новых маршрутов или корректировки уже использующихся, в соответствии с требованиями рынка [9].

В условиях нестабильного и плохо прогнозируемого спроса на контейлерные перевозки, с точки зрения бизнес-стратегии, высокая адаптивность контейлерной системы является большим преимуществом. В совокупности с высокой производительностью и низким уровнем постоянных затрат, связанных с оплатой труда специализированного персонала и обслуживанием технически сложной терминальной инфраструктуры, варианты автономных контейлерных систем, подобные Flexi Wagon, являются наиболее рациональными.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Саати Т.* Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1993. 320 с.
2. *Саркисян Р.Е.* Упорядочение факторов по важности на основе метода анализа иерархий: метод. указания. М.: МИИТ, 2002. 24 с.
3. *Рыков А.С.* Системный анализ: модели и методы принятия решений и поисковой оптимизации. М.: Издат. дом МИСиС, 2009. 608 с.
4. *Ларичев О.И.* Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных Странах: учебник. Изд. 3-е, перераб. и доп. М.: Университет. книга; Логос, 2008. 392 с.
5. *Саати Т.Л.* Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети. Изд. 3-е / пер. с англ. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011. 360 с.
6. *Гохман О.Г.* Экспертное оценивание: учеб. пособие. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1991. 152 с.
7. *Басовский Л.Е., Протасьев В.Б.* Управление качеством: Б27: учебник. М.: ИНФРА-М, 2001. 212 с.
8. *Лисенков А.Н., Ярковская Т.В.* Экспертное оценивание в задачах менеджмента: учеб. пособие. М.: МИИТ, 2009. 24 с.
9. *Donegan H.A., Dodd F.J.* A note on saaty's random indexes. Department of Mathematics, University of Ulster. Shore Road, Newtown Abbey, Northern Ireland // Mathl. Comput. Modelling. 1991. V. 15. № 10. P. 135-137.

Поступила в редакцию 27 января 2015 г.

Kuzmin D.V. PROCESS OF PIGGYBACK TECHNOLOGY SELECTION WHILE USING THE ANALYTIC HIERARCHY

The organization of the transport infrastructure often occurs under conditions of uncertainty, that is, limited amount of information, a lot of different opinions, the lack of statistics, it is impossible to make an exact calculation and to evaluate the consequences of decisions, etc. The diversity of modern technology poses piggyback experts in the organization of production in the transport problem of multi-criteria selection. Often, decision-making in the organization of the elements of the transport infrastructure is not obvious, and may vary depending on environmental conditions and specific usage. Is discussed the use of the analytic hierarchy process in choosing piggyback terminal technology. Proposed a number of criteria, which the author arbitrarily divides into four blocks. Described the mechanism of influence of selected factors on the job piggyback terminal. After that, the author selects the most preferred embodiment of piggyback system jointly considered criteria. The calculations can be concluded that in an uncertain and poorly projected demand for piggyback, in terms of business strategy, high adaptability piggyback system is a great advantage.

Key words: piggyback; analytic hierarchy process; organization of transportsations; transport infrastructure; transport terminal; rolling stock.

Кузьмин Дмитрий Владимирович, Московский государственный университет путей сообщения, г. Москва, Российская Федерация, аспирант, ассистент кафедры «Логистика и управление транспортными системами», e-mail: kuzmindmitrywork@gmail.com

Kuzmin Dmitry Vladimirovich, Moscow State University of Railway Engineering, Moscow, Post-graduate Student, Assistant of “Logistics and Management of Transport Systems” Department, e-mail: kuzmindmitrywork@gmail.com

УДК 66.081.6

КЛАССИФИКАЦИЯ ЭЛЕКТРОБАРОМЕМБРАННЫХ АППАРАТОВ

© С.В. Ковалев

Ключевые слова: классификация; аппарат; раствор; мембрана.

Разработана классификация электробаромембранных аппаратов. Представлена конструкция электробаромембранного аппарата трубчатого типа, позволяющая выделять ионы веществ из раствора и охлаждать пермеат.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в промышленности остро стоит проблема разделения, очистки и особенно выделения веществ, т. к. промышленные производства постоянно модернизируются и становятся более производительными при наличии больших объемов промывных и сточных вод. При этом требуется разработать классификацию электробаромембранных аппаратов, т. к. на основе ее проще подобрать электробаромембранный аппарат на конкретный тип сточных вод и растворов.

Основными работами по методам электробаромембранного разделения растворов являются труды Ю.И. Дытнерского с соавторами, принципы разделения растворов неорганических солей были заложены ими [1–4]. Данный метод разделения растворов с одновременным воздействием электрического тока и разности давлений до и после мембранны был назван электроосмосфильтрацией, исследовался впоследствии отечественными учеными, в т. ч. и для разделения растворов, содержащих органические и неорганические соединения [5–7]. Перенести в явном виде полученные принципы разделения растворов на специфические типы мембран ультрафильтрации и микрофильтрации в чистом виде нельзя, т. к. ультрафильтрационные и микрофильтрационные мембранны не обладают механизмом ионной проницаемости. В литературных источниках встречаются некоторые работы, в которых используются неорганические мембранны для изучения процесса электромикрофильтрации при разделении неорганических веществ, они носят отрывистый характер и требуют дальнейшего изучения [8].

Необходимым условием в настоящем столетии является приданье вектора развития процессам электробаромембранной технологии, т. к. перспективность применения данных методов электробаромембранного разделения и выделения растворов является очевидной. Стоит отметить, что в настоящей работе логичным является некоторое прогнозное состояние развития конструкций на перспективу, что позволит расширить в дальнейшем следующий арсенал конструктивного оформления электробаромембранного разделения растворов. В проанализированных литературных источниках не выявлено в полной мере какой-либо классификации электробаромембранный аппаратуры, за исключением принадлежности к определенному классу аппаратов, которая явным образом «перетекла» в эту об-

ласть из процессов баромембранного разделения растворов и направление вектора развития при повышении эффективности электробаромембранных процессов.

Цель работы: разработка классификации электробаромембранных аппаратов, повышение их эффективности и разработка перспективной конструкции аппарата трубчатого типа.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Обобщим имеющиеся конструкции электробаромембранных устройств и разработаем классификацию электробаромембранных аппаратов. Коренным этапом для разработки классификации электробаромембранный аппаратуры является близость конструктивного оформления баромембранный аппаратуры, перенесенная в область наложения электрического тока. При этом стоит учитывать, что электробаромембранные аппараты в промышленном использовании, как и аппараты баромембранного разделения, применяются также после предварительной очистки исследуемого раствора (предочистка).

В основе разработанной классификации лежат процессы электробаромембранного разделения и выделения веществ: электроосмосфильтрация и электромикрофильтрация, применяемые с соответствующими типами мембран (органическими и неорганическими) [5–8]. На основе преимущественно процесса электроосмосфильтрационного разделения растворов отечественными учеными разработано различное конструктивное оформление, основные блоки которого показаны на рис. 1.

Для разработанной классификации электробаромембранных аппаратов на основе процессов электроосмосфильтрации, электроультрафильтрации и электромикрофильтрации выделим рабочие блоки:

1. **По принципу применения электробаромембранного процесса разделения растворов.** Применение электробаромембранного процесса разделения растворов зависит от необходимости разделения конкретного вида сточных вод и промышленных растворов. Для конкретных стоков проводится выбор конкретного типа мембран (органические и неорганические), который зависит от необходимой производительности мембран и выделяющей или задерживающей способности конкретного катиона и аниона органического и неорганического вещества или комплекса при определенной плотности тока (постоянного, перемен-

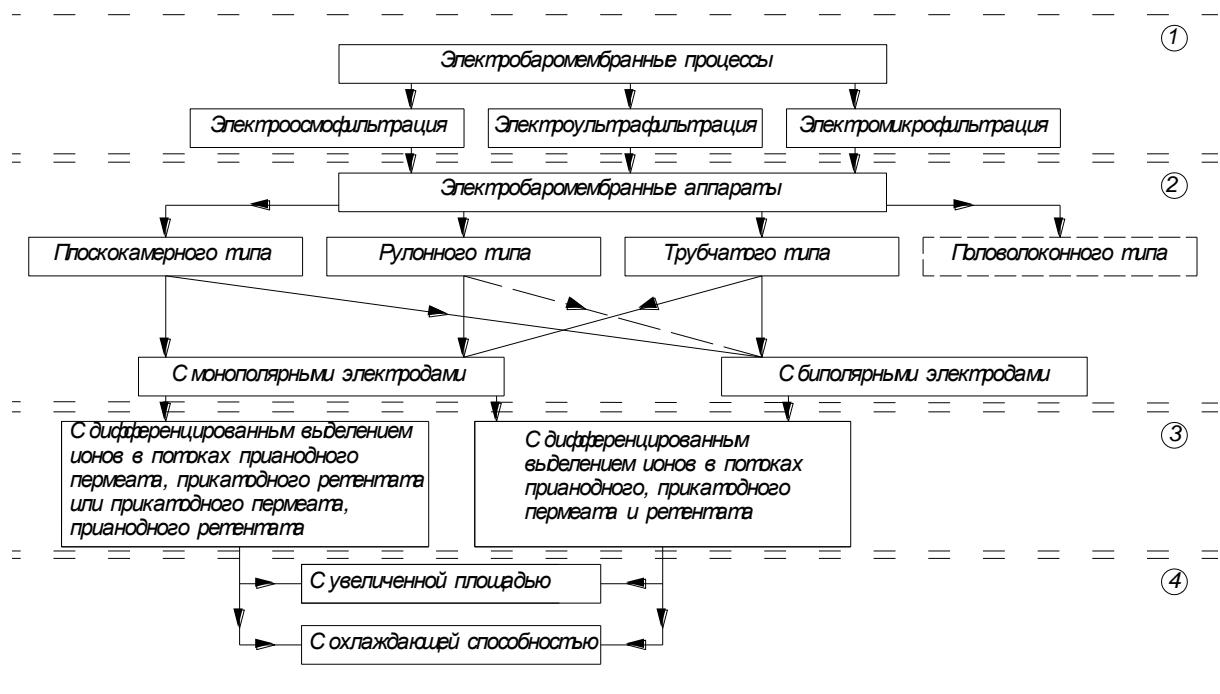


Рис. 1. Схема классификации электробаромембранных аппаратов

ного), пропускаемого через систему мембрана–раствор.

2. По конструктивному оформлению электробаромембранных аппаратов и принципу подвода электродов к мембранам. В настоящее время существуют аппараты плоскокамерного, трубчатого, рулонного типа, которые описаны в литературных источниках [5–6; 9–10].

В отечественных и зарубежных работах отсутствуют конструкции головолоконных аппаратов, т. к. для этого конструктивного оформления имеется существенное ограничение в виде сложности подвода монополярных электродов в полое волокно и ограничение на возможность использования электродов очень малого диаметра в сечении. Вероятное развитие конструирования данных аппаратов можно проводить с применением электродов в виде волокна графитовой ткани, которая сама будет служить дренажным материалом для отвода пермеата с учетом подвода разделяемого раствора в межволоконное пространство.

В настоящее время существуют следующие принципы подвода электродов к мембранам и элементам аппарата:

- с монополярными электродами, когда их подвод к мембранам и элементам аппарата (дренажные сетки) осуществлен независимым образом через специальные конструктивные отверстия или элементы (шпильки, клеммы) [11–14];

- с биполярными электродами, когда их подвод к мембранам и элементам аппарата произведен к крайним электродам на фланцах или кожуху и центральной трубке трубчатого аппарата, а промежуточные камеры аппарата имеют соединение электродов проводником, непосредственно не подключенным к клеммам или шпилькам устройства для подвода постоянного электрического тока, и являются электронейтральными [15–16].

3. По организации процесса выделения ионов в потоках пермеата и рентентата. На основе 2 блока классификации можно определить, в каких пространствах расположены монополярные или биполярные электроды. Расположение двух монополярных электродов анода и катода под поверхностью мембран позволяет выделять ионы (катионы и анионы) в потоках прианодного, прианодного пермеата и рентентата. При разделении некоторых растворов с растворенными органическими и неорганическими веществами проявляется процесс электрохимического синтеза нового соединения на прианодной мемbrane при наложении на систему мембрана–раствор электрического тока [17]. Чтобы избавиться от негативного влияния этого явления, представлена следующая схема выделения веществ, при которой отпадает необходимость регенерации прианодных мембран. Расположение одного монополярного электрода в межмембранным пространстве (сетка-турбулизатор), а второго под поверхностью мембраны в дренаже позволяет выделять ионы (анионы и катионы) в потоках прианодного пермеата и прикатодного рентентата или прикатодного пермеата и прианодного рентентата в зависимости от схемы подключения электродов «плюс» или «минус» [18].

4. С увеличивающей эффективностью процесса разделения растворов при выделении ионов в потоках пермеата и рентентата. Для электробаромембранных аппаратов при выделении ионов в потоках пермеата или рентентата увеличивающей эффективностью является: 1) получение потоков большим объемом, что связано с созданием аппаратов увеличенной площадью разделения растворов [19–21]; 2) борьба с тепловыделением на электродах при пропускании через систему мембрана–раствор постоянного тока определенной плотности, которая достигается путем охлаждения пермеата и электродов через теплопередающую стенку [22–23].

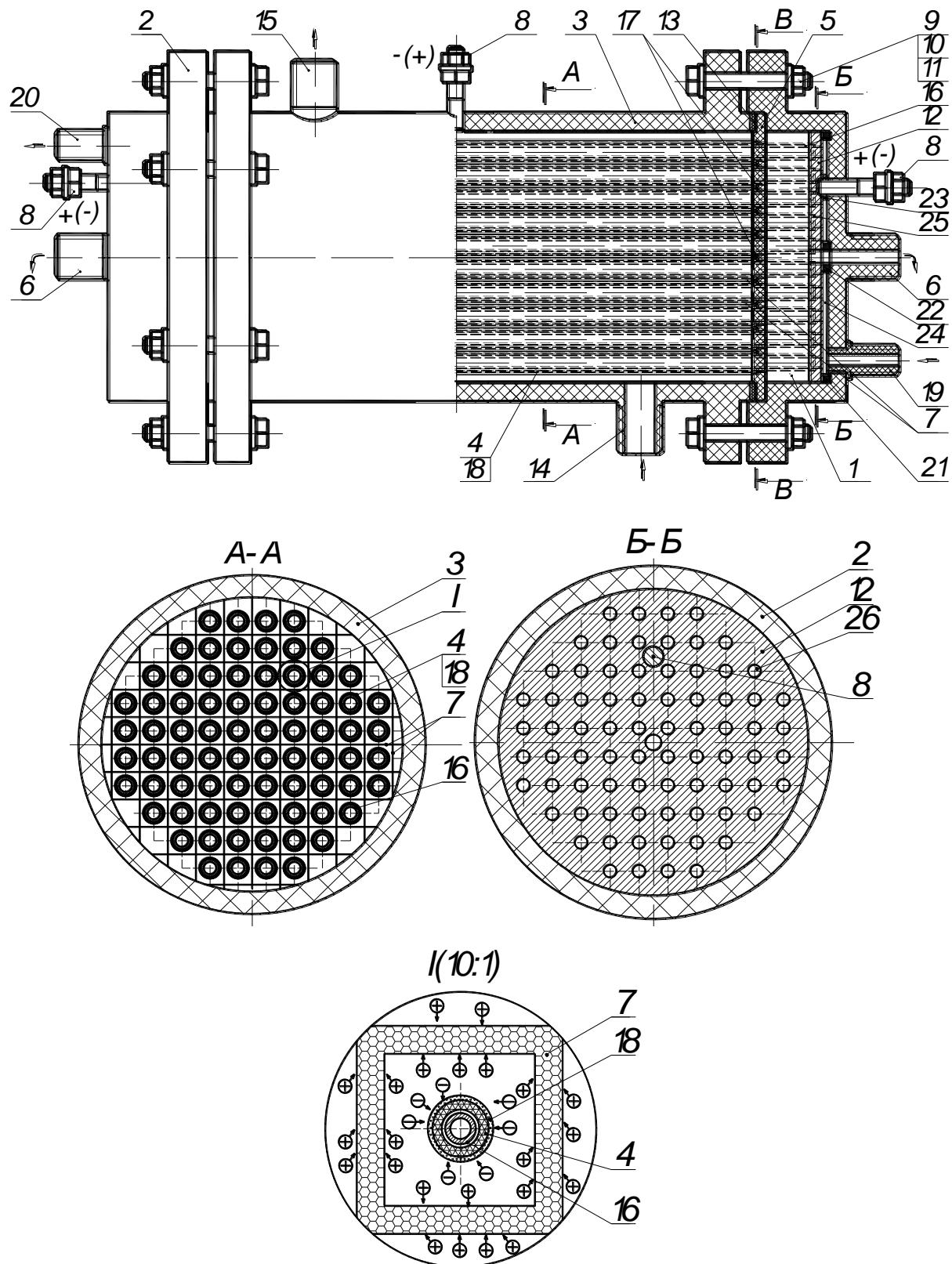


Рис. 2. Электробаромембранный аппарат трубчатого типа: 1 – сборник пермеата; 2 – торцевые фланцы; 3 – цилиндрический корпус аппарата с ответными фланцами; 4 – трубка; 5 – трубная решетка; 6 – штуцер вывода прианодного или прикатодного пермеата; 7 – сетка-турбулизатор; 8 – клеммы устройства для подвода электрического тока; 9, 10, 11 – болт, гайка, шайба; 12 – монополярный электрод; 13 – прокладки; 14 – штуцер ввода исходного раствора; 15 – штуцер вывода прикатодного или прианодного ретентата; 16 – полые щупы цилиндрические; 17 – кольцевые прокладки; 18 – прикатодные или прианодные мембранны; 19, 20 – штуцера ввода и вывода охлаждающей жидкости; 21, 22 – кольцевые прокладки; 23 – кольцевые втулки; 24 – коллектор охлаждающей жидкости; 25 – прокладка; 26 – малые окружности

Процесс тепловыделения может негативно сказаться на задерживающей способности мембран, т. к. некоторые типы мембран, например, ацетатцеллюлозные, при повышении температуры выше 323 К склонны к гидролизу.

Представленные на рис. 1 рабочие блоки классификации указывают на то, что пути совершенствования мембранных процессов не должны упираться только в чистую модификацию структуры мембран, данные о которых известны, например [24–25], но и совершенствовать аппаратурное оформление процесса электробаромембранныго разделения растворов.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

К выделенному 4 блоку классификации относится перспективная конструкция аппарата трубчатого типа (рис. 2).

Представленная конструкция аппарата позволяет охлаждать пермеат непосредственно при электробаромембранным разделении растворов, т. к. процесс тепловыделения на электродах может негативно сказаться на выделении веществ.

Аппарат работает следующим образом. Исходный раствор под давлением, превышающим осмотическое давление растворенных в нем веществ (рис. 2), через штуцер ввода исходного раствора 14 подается во внутреннее пространство цилиндрического корпуса аппарата с ответными фланцами 3, где постепенно заполняет весь объем.

В этот же момент времени к аппарату подводится внешнее постоянное электрическое поле, вызывающее определенную плотность тока в растворе путем подключения клемм устройства для подвода электрического тока 8, – анод и катод, через монополярные электроды 12 с полыми шупами цилиндрическими 16 и монополярный электрод сетки-турбулизатор 7.

Раствор протекает в межмембранным пространстве между цилиндрическим корпусом аппарата с ответными фланцами 3, трубной решеткой 5 и прианодной или прикатодной мембраной, в зависимости от схемы подключения электродов «плюс» или «минус», расположенной на трубке 4; двигаясь, турбулизируется при помощи монополярного электрода сетки-турбулизатора 7.

В межмембранным пространстве вещество, растворенное в жидкости, под действием электрического тока диссоциирует на ионы, при этом анионы или катионы проникают через прианодную или прикатодную мембранны 18, далее сквозь трубы 4 и попадают в зазор между внутренней частью трубы 4 и внешней частью полого шупа цилиндрического 16, а затем выдавливаются с пермеатом и газом, образующимся на электроде в результате электрохимических реакций, попадая в сборники пермеата 1, образованные зазором между монополярными электродами 12 с полыми шупами цилиндрическими 16 и трубной решеткой 5, через штуцера вывода прианодного или прикатодного пермеата 6, в зависимости от схемы подключения электродов «плюс» или «минус» в виде кислот или оснований и растворенного газа.

А катионы и газ, образующиеся на монополярном электроде сетке-турбулизаторе 7 в результате электрохимических реакций, движутся в ядре потока монополярного электрода сетки-турбулизатора 7 по всему объему внутренней части цилиндрического корпуса аппарата с ответными фланцами 3 и отводятся через

штуцер вывода прикатодного или прианодного ретената 15 в виде оснований или кислот и растворенного газа, в зависимости от схемы подключения электродов «минус» или «плюс».

Одновременно с подачей исходного раствора (рис. 2) подается охлаждающая жидкость через штуцер ввода охлаждающей жидкости 19, расположенный на внешней поверхности торцевого фланца 2 под углом $-\pi/2$ от горизонтальной оси, заполняющая коллектор охлаждающей жидкости 24, образованный между монополярным электродом 12 с полыми шупами цилиндрическими 16, кольцевыми прокладками 21, 22, кольцевыми втулками 23 и внутренней поверхностью торцевых фланцев 2; далее охлаждающая жидкость, равномерно распределяясь, прокачивается через все полые шупы цилиндрические, попадая в такой же коллектор охлаждающей жидкости 24 с противоположной стороны аппарата, выводится через штуцер вывода охлаждающей жидкости 20 (рис. 2), расположенный на внешней поверхности торцевого фланца 2 под углом $\pi/2$ от горизонтальной оси.

Таким образом, из раствора, последовательно проходящего по всему межмембранным пространству электробаромембранныго аппарата трубчатого типа, образованного между цилиндрическим корпусом аппарата с ответными фланцами 3, трубной решеткой 5 и прианодной или прикатодной мембраной, в зависимости от схемы подключения электродов «плюс» или «минус», в котором расположена монополярный электрод сетка-турбулизатор 7, в виде анионов или катионов удаляются растворенные вещества.

Общая площадь прианодных или прикатодных мембран электробаромембранныго аппарата трубчатого типа в зависимости от схемы подключения электродов «плюс» или «минус» находится по формуле:

$$F_a^{+,-} = 2\pi \cdot R \cdot L \cdot n, \quad (1)$$

где R – радиус внешней окружности трубы с мембраной, м; L – длина трубы с прикатодной или прианодной мембраной, м; n – количество трубок с прикатодной или прианодной мембраной.

Общая площадь поверхности теплопередачи в электробаромембранным аппарате трубчатого типа определяется по формуле:

$$F_T = F_{\text{пол.}} \cdot n_T + 2F_{\text{мон.}} - 2F_{\text{вых.}} - 2F_{\text{кольц.}} - \\ - 2F_{\text{клемм.}} - 2F_1 \text{кольц.} - 2F_2 \text{кольц.} - 2 \cdot n_{\text{окр.}} \cdot F_{\text{окр.}} \quad (2)$$

где $F_{\text{пол.}}$ – площадь поверхности теплопередачи полотна шупа цилиндрического, м^2 ; $F_{\text{мон.}}$ – площадь поверхности теплопередачи монополярного электрода, м^2 ; $F_{\text{вых.}}$ – площадь отверстия выхода пермеата в монополярном электроде, м^2 ; $F_{\text{кольц.}}$ – площадь кольцевой втулки, экранирующей часть поверхности теплопередачи, м^2 ; $F_{\text{клемм.}}$ – площадь сечения клеммы устройства устр.

для подвода электрического тока, вкрученной в монополярный электрод и экранирующей часть поверхности теплопередачи, м^2 ; $F_{1 \text{ кольц. пр.}}$ – площадь кольцевой прокладки 1, экранирующей часть поверхности теплопередачи, м^2 ; $F_{2 \text{ кольц. пр.}}$ – площадь кольцевой прокладки 2, экранирующей часть поверхности теплопередачи, м^2 ; $F_{\text{окр.}}$ – площадь малых окружностей в монополярном электроде, м^2 .

Выражение (2) преобразуем с учетом геометрических параметров аппарата:

$$F_T = \left(\begin{array}{l} \pi \cdot d_{\text{вн}} \cdot L_T \cdot n_T + 2\pi \cdot R_{\text{мон. эл.}}^2 - 2\pi \cdot R_{\text{вых. перм.}}^2 - \\ - 2\pi \cdot (R_{\text{кольц. вт.}}^2 - r_{\text{кольц. вт.}}^2) - 2\pi \cdot R_{\text{клемм. устр.}}^2 - \\ - 2\pi \cdot (R_{1 \text{ кольц. пр.}}^2 - r_{1 \text{ кольц. пр.}}^2) - \\ - 2\pi \cdot (R_{2 \text{ кольц. пр.}}^2 - r_{2 \text{ кольц. пр.}}^2) - 2 \cdot n_{\text{окр.}} \cdot \pi \cdot R_{\text{окр.}}^2 \end{array} \right), \quad (3)$$

где $d_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр полого щупа цилиндрического, м ; L_T – длина полого щупа цилиндрического, м ; n_T – количество полых щупов цилиндрических; $R_{\text{мон. эл.}}$ – радиус окружности монополярного электрода, м ; $R_{\text{вых. перм.}}$ – радиус отверстия выхода пермеата в перм.

монополярном электроде, м ; $R_{\text{кольц. вт.}}$, $r_{\text{кольц. вт.}}$ – внешний и внутренний радиусы кольцевой втулки, м ; $R_{\text{клемм. устр.}}$ – радиус сечения клеммы устройства для подвода электрического тока, вкрученной в монополярный электрод, м ; $R_{1 \text{ кольц. пр.}}$, $r_{1 \text{ кольц. пр.}}$ – внешний и внутренний радиусы кольцевой прокладки 1, м ; $R_{2 \text{ кольц. пр.}}$, $r_{2 \text{ кольц. пр.}}$ – внешний и внутренний радиусы кольцевой прокладки 2, м ; $R_{\text{окр.}}$ – радиус малой окружности в монополярном электроде, м ; $n_{\text{окр.}}$ – количество малых окружностей в монополярном электроде.

Отношение общей площади поверхности теплопередачи к общей площади прианодных или прикатодных мембран в зависимости от схемы подключения электродов «плюс» или «минус» определяется из отношения:

$$\frac{F_T}{F_a^{+,-}} = \frac{\left(\begin{array}{l} \pi \cdot d_{\text{вн}} \cdot L_T \cdot n_T + 2\pi \cdot R_{\text{мон. эл.}}^2 - 2\pi \cdot R_{\text{вых. перм.}}^2 - \\ - 2\pi \cdot (R_{\text{кольц. вт.}}^2 - r_{\text{кольц. вт.}}^2) - 2\pi \cdot R_{\text{клемм. устр.}}^2 - \\ - 2\pi \cdot (R_{1 \text{ кольц. пр.}}^2 - r_{1 \text{ кольц. пр.}}^2) - \\ - 2\pi \cdot (R_{2 \text{ кольц. пр.}}^2 - r_{2 \text{ кольц. пр.}}^2) - 2 \cdot n_{\text{окр.}} \cdot \pi \cdot R_{\text{окр.окр.}}^2 \end{array} \right)}{2\pi \cdot R \cdot L \cdot n}. \quad (4)$$

Отношение площадей поверхности теплопередачи к общей площади прианодных или прикатодных мембран в аппарате назовем критерием эффективности охлаждения пермеата, физический смысл которого заключается в определении эффективности охлаждения пермеата через теплопередающую стенку, чем больше отношение $F_T / F_a^{+,-}$, тем больше эффективность.

Интенсивность охлаждения пермеата зависит от скорости протекания охлаждающей жидкости по полым щупам цилиндрическим всего аппарата и плотности постоянного электрического тока, пропускаемого через систему: электрод–мембрана–раствор.

Геометрические параметры аппарата, общая площадь поверхности теплопередачи и площадь прианодных или прикатодных мембран представлены в табл. 1.

Монополярные электроды 12 (рис. 2) имеют посадочные поверхности под прокладки 25, в которые упираются торцевые поверхности полых щупов цилиндрических 16, причем малые окружности 26, в монополярном электроде 12, совпадают с внутренним диаметром полого щупа цилиндрического 16, которые обеспечивают протекание охлаждающей жидкости.

Торцевые концы трубок 4 (рис. 2) с прикатодными или прианодными мембранными 18 закреплены в трубных решетках 5 при помощи кольцевых прокладок 17,

Таблица 1

Геометрические параметры для определения общей площади мембран и поверхности теплопередачи

Элемент	Трубчатый
$L, \text{м}$	2,3
$R, \text{м}$	0,035
$n = n_T$	76
$2n_{\text{окр.}}$	152
$L_T, \text{м}$	2,7
$d_{\text{вн}}$	0,04
$D_{\text{вн}}, \text{м}$	1,0
$R_{\text{мон. эл.}} = R_{1 \text{ кольц. пр.}}$	0,5
$R_{\text{вых. перм.}}, \text{м}$	0,025
$R_{\text{кольц. вт.}}, \text{м}$	0,045
$r_{\text{кольц. вт.}}, \text{м}$	0,03
$R_{\text{клемм. устр.}}, \text{м}$	0,03
$r_{1 \text{ кольц. пр.}}, \text{м}$	0,48
$R_{2 \text{ кольц. пр.}}, \text{м}$	0,045
$r_{2 \text{ кольц. пр.}}, \text{м}$	0,025
$R_{\text{окр.}}, \text{м}$	0,02
$F_a^{+,-}, \text{м}^2$	38,4
$F_T, \text{м}^2$	27
$S = F_a^{+,-} / F_T$	0,7

вставленных в посадочную поверхность на внутренней стороне трубных решеток 5, и кольцевые прокладки 17 охватывают торцевые концы трубок 4 с внешней стороны и препятствуют протеканию разделляемого раствора в сборник пермеата 1.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Разработанная классификация электробаромембранных аппаратов, учитывающая четыре рабочих блока, влияет на выбор конкретного электробаромембранного аппарата для разделения конкретного типа стока и раствора.

Повышение качества и эффективности разделения растворов, уменьшение скорости гидролиза мембран и интенсивное охлаждение прианодного или прикатодного пермеата достигается за счет того, что прикатодный или прианодный пермеат в зависимости от схемы подключения электродов «плос» или «минус», попадая в зазор между внутренней частью трубы 4, внешней частью полого щупа цилиндрического 16, выдавливаемый с пермеатом и газом, образующимся на электроде в результате электрохимических реакций и попадающий в сборники пермеата 1, образованные зазором между монополярными электродами 12 с полыми щупами цилиндрическими 16 и трубной решеткой 5, интенсивно охлаждается через теплопередающие стенки монополярного электрода 12 и полого щупа цилиндрического 16. При этом полые щупы цилиндрические 16 не успевают сильно нагреваться, и, как следствие, не успевает нагреться трубка 4 и расположенная на ней прианодная или прикатодная мембрана 18; таким образом, уменьшается скорость гидролиза полимерных мембран и повышается качество и эффективность разделения растворов. Необходимость охлаждения пермеата возникает при разделении растворов солей с применением мембран, например, МГА-80П, -95, -100, ОПМ-К и ESPA и т. д.

Конструкция электробаромембранного аппарата трубчатого типа (рис. 2) позволит оптимально проводить процедуру монтажа и демонтажа всего аппарата и его отдельных узлов (мембран с трубками, полых щупов цилиндрических и т. д.), а кроме этого – получать поток прианодного или прикатодного пермеата увеличенного объема, по сравнению с известными аппаратурными решениями, например, в работах [3–4; 15–16]. Таким образом, можно отметить, что потоки прикатодного пермеата и прианодного ретентата или, наоборот, легче перерабатывать после разделения.

На разработанной конструкции электробаромембранного аппарата трубчатого типа без наложения электрического поля можно проводить баромембранные процессы, например, микрофильтрацию, ультрафильтрацию, нанофильтрацию и гиперфильтрацию. При этом через мембранные будет проникать преимущественно растворитель с незначительной долей растворенного вещества.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработана классификация электробаромембранных аппаратов, учитывающая: 1) принцип применения электробаромембранного процесса разделения растворов (электроосмофильтрация, электроультрафильтрация и электромикрофильтрация); 2) конструктивное оформление электробаромембранных аппаратов

и принцип подвода электродов к мембранам; 3) организацию процесса выделения ионов в потоках пермеата и ретентата; 4) увеличивающую эффективность процесса разделения растворов при выделении ионов в потоках пермеата и ретентата (увеличение площади разделения растворов, интенсивное охлаждение пермеата).

2. Разработан электробаромембранный аппарат трубчатого типа и представлен принцип его работы. Данная конструкция позволяет определить критерий эффективности охлаждения пермеата. Отмечено, что данное конструктивное оформление электробаромембранного аппарата трубчатого типа может использоваться с соответствующими типами специфических мембран для процессов баромембранного разделения растворов при выделении через мембранны обедненного растворенными веществами пермеата.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дытнерский Ю.И., Савкин А.Е., Соболев В.Д., Чураев Н.В. Влияние переменного тока на селективность обратноосмотических мембран // ТОХТ. 1981. Т. 15. № 3. С. 349-354.
2. Кармин Ю.В., Чуйков В.Ю., Дытнерский Ю.И. Диссоциация воды на границе мембрана-раствор при обратном осмосе и электромикрофильтрации // Электрохимия. 1996. Т. 32. № 6. С. 698-701.
3. Дытнерский Ю.И. Обратный осмос и ультрафильтрация. М.: Химия, 1978. 352 с.
4. Дытнерский Ю.И. Баромембранные процессы. Теория и расчет. М.: Химия, 1986. 272 с.
5. Горбачев А.С. Кинетика электробаромембранного разделения водных сульфатсодержащих растворов (в производстве оптических отбелителей): автореф. дис. ... канд. тех. наук. Тамбов, 2006.
6. Лазарев С.И. Научные основы электрохимических и баромембранных методов очистки, выделения и получения органических веществ из промышленных стоков: автореф. дис. ... д-ра тех. наук. Тамбов, 2001.
7. Карпин Ю.В. Влияние электрического поля на ионный транспорт через обратноосмотические мембранны: автореф. дис. ... канд. хим. наук. М., 1984.
8. Гончарук В.В., Дульнева Т.Ю., Кучерук Д.Д. Очистка воды от гидрокомплексов тяжелых металлов электромикрофильтрацией при помощи неорганических мембран // Хим. и техн. воды. 2010. Т. 32. № 2. С. 173-182.
9. Патент РФ № 2324529. В01D 61/42. Лазарев С.И., Вязовов С.А., Рябинский М.А. Электробаромембранный аппарат плоскокамерного типа. 2006. Бюл. № 05.
10. Патент РФ № 2268085. В01D 61/42. Лазарев С.И., Горбачев А.С., Абоносимов О.А. Электробаромембранный аппарат рулонного типа. 2006. Бюл. № 02.
11. Патент РФ № 2403957. В01D61/42, В01D61/46. Ковалев С.В., Лазарев С.И., Чепеник П.А., Данилов А.Ю., Лазарев К.С. Электробаромембранный аппарат плоскокамерного типа. 2010. Бюл. № 32.
12. Лазарев К.С., Ковалев С.В., Лазарев С.И., Кочетов В.И. Проектирование и расчет электробаромембранных аппаратов плоскокамерного типа для очистки промышленных стоков // Хим. и нефт. маш. 2013. № 5. С. 5-9.
13. Патент РФ № 2326721. В01D 61/42. Лазарев С.И., Абоносимов О.А., Рябинский М.А. Электробаромембранный аппарат рулонного типа. 2008. Бюл. № 11.
14. Ковалев С.В. Электробаромембранный аппарат трубчатого типа с интенсивной турбулизацией разделляемого раствора // Научная индустрия европейского континента-2013: 9 междунар. науч.-практ. конф. Экология. Praha: Publishing House «Education and Science» s.r.o., 2013. Т. 29. С. 39-41.
15. Лазарев С.И., Коробов В.Б., Коновалов В.И. Мембранный аппарат. А.с. 1681926 СССР // Б. И. 1991. № 37. С. 7.
16. Лазарев С.И., Коробов В.Б., Коновалов В.И. Мембранный аппарат с плоскими фильтрующими элементами. А.с. 1745284 СССР // Б. И. 1992. № 25. С. 6.
17. Лазарев С.И., Ковалев С.В., Казаков В.Г. Электробаромембранный очистка промывных вод производства 2,2'-дibenзотиазол-дисульфида // Вестник ТГУ. 2013. Т. 19. № 3. С. 614-618.
18. Патент РФ № 2411986. В01D 61/46. Лазарев С.И., Ковалев С.В., Абоносимов О.А., Ансимова З.А., Лазарев К.С. Электробаромембранный аппарат рулонного типа. 2008. Бюл. № 11.
19. Ковалев С.В. Повышение эффективности электробаромембранного аппарата плоскокамерного типа // Хим. и нефт. маш. 2014. № 1. С. 13-17.

20. Патент РФ № 2447930. B01D61/42, B01D61/14. *Ковалев С.В., Лазарев С.И., Корнильцин Г.С., Лазарев К.С., Ковалева Т.Д., Ворожейкин Ю.А.*. Электробаромембранный аппарат плоскокамерного типа. 2012. Бюл. № 11.
21. Патент РФ № 2273512. B01D 61/42. *Лазарев С.И., Головашин В.Л., Мамонтов В.В.* Электробаромембранный аппарат трубчатого типа. 2006. Бюл. № 10.
22. Патент РФ № 2487746. B01D 61/42. *Ковалев С.В., Лазарев С.И., Соломина О.А., Лазарев К.С.* Электробаромембранный аппарат рулонного типа. 2013. Бюл. № 20.
23. Положительное решение о выдаче патента на изобретение № 2013117190/05(025497). Дата приоритета 15.04.2013 г. B01D 61/42. *Ковалев С.В., Лазарев С.И., Соломина О.А., Лазарев К.С., Абоносимов О.А.* Электробаромембранный аппарат рулонного типа.
24. *Очкина К.А., Фомичев С.В., Кулов Н.Н.* Транспортные характеристики полiamидных и полисульфоновых обратноосмотических мембран, модифицированных краун-эфирами // TOXT. 1998. Т. 32. № 1. С. 51.
25. *Ochkina K.A., Butilkin A.Yu , Fomichev S.V., Kulov N.N.* Transport properties of revers-osmosis polyamide membranes modified by liquid with crown ether microadditives // Teoretical foundations of chemical engineering. 1996. Т. 30. № 3. Р. 273-276.

Поступила в редакцию 30 января 2015 г.

Kovalev S.V. CLASSIFICATION OF ELEKTROBAROMEMBRANE DEVICES

Was developed classification of elektrobaromembrane devices. Presented the design of the elektrobaromembrane device of tubular type allowing allocating ions of substances from solution and to cool permeate.

Key words: classification; device; solution; membrane.

Ковалев Сергей Владимирович, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной геометрии и компьютерной графики, e-mail: sseedd@mail.ru

Kovalev Sergey Vladimirovich, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Candidate of Techniques, Associate Professor of Applied Geometry and Computer Graphics Department, e-mail: sseedd@mail.ru

УДК 66.081.6

ОСОБЕННОСТИ ЭЛЕКТРОГИПЕРФИЛЬТРАЦИОННОГО ИЗВЛЕЧЕНИЯ 2-МЕРКАПТОБЕНЗИАЗОЛА ИЗ ПРОМЫВНЫХ ВОД ПРОИЗВОДСТВА ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОГО СИНТЕЗА 2,2'-ДИБЕНЗИАЗОЛДИСУЛЬФИДА

© С.В. Ковалев, С.И. Лазарев, Р.В. Попов

Ключевые слова: мембрана; раствор; вещество; аппарат.

Проведены экспериментальные исследования и представлены особенности электробаромембранных выделения 2-меркаптобензизола из промывных вод электрохимического синтеза химикатов-добавок для полимерных материалов.

ВВЕДЕНИЕ

При обработке сточных и промывных вод химических предприятий наряду с традиционными методами активно применяются перспективные мембранные методы разделения, которые доказали свои несомненные преимущества [1–3]. Промывные воды, полученные при отмывке целевых продуктов (реагентов, например, – альтакс (2,2'-дibenзизолдисульфид), используемых при производстве резины, отличаются высокой токсичностью и перед сбрасыванием в водоемы подвергаются глубокой очистке.

По сравнению с традиционными промышленно применяемыми методами обработки растворов мембранные методы широкого внедрения в промышленности пока не получили. Все это связано с отсутствием технологии процесса обработки растворов с применением стадии обратноосмотического или электробаромембранного разделения при обработке конкретного вида стоков и с необходимостью разработки аппаратов выделения веществ.

Цель работы – исследование особенностей процесса электробаромембранного выделения каптакса (2-меркаптобензизол) и гидроксида натрия из промывных вод процесса электрохимического синтеза альтакса (2,2'-дibenзизолдисульфид).

Применяемые в промышленности и лабораторной практике принципиальные технологические схемы баромембранного разделения жидких смесей с их достоинствами и недостатками широко описаны в литературных источниках [1–3]. Для данных методов основным недостатком является невозможность целевого извлечения (выделения) ценных веществ из растворов, что требует значительных усилий при дальнейшей переработке потока ретентата.

Перспективными мембранными процессами разделения растворов являются электробаромембранные методы, особенностью которых является наличие на выходе из аппарата прикатодного, прианодного пермеата и потока ретентата, которые в свою очередь легче перерабатывать или возвращать в технологическую линию производства определенного целевого продукта [4–7].

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

В процессе электрохимического синтеза альтакса образуются промывные воды со стадии отмычки целевого продукта. Промывные воды содержат непрореагировавшую натриевую соль каптакса и гидроксид натрия. Сбрасывать такие воды без предварительной очистки нельзя из экологических соображений. Кроме того, в них содержатся ценные вещества, которые могут быть вторично использованы в производстве альтакса. Эти обстоятельства требуют разработки способа разделения и очистки промывных вод.

Экспериментальные исследования проводились на установке, представленной на рис. 1, при значениях параметров варьирования $P = (1,5\text{--}3,0 \text{ МПа})$, $i = 0,075 \text{ А/м}^2$, $t = 295 \text{ К}$ для реальных промывных вод, взятых в НОЦ «Электрохимия» [8], ФГБОУ ВПО ТГТУ – ИФХЭ РАН им. А.М. Фрумкина и модельных растворов, имитирующих реальные стоки $P = (1,5\text{--}3,0 \text{ МПа})$, при $i = 0,064; 5,12; 15,384 \text{ А/м}^2$.

Принцип работы установки заключался в следующем: из исходной емкости 2 через систему вентилей высокого давления рабочий раствор нагнетался в камеры разделения электробаромембранный ячейки плоскокамерного типа 9 плунжерным насосом 3 (обозначение НД 100/63). Пройдя электробаромембранный ячейку плоскокамерного типа 9, дроссель 10 и поплавковые ротаметры 11, разделяемый раствор возвращался обратно в исходную емкость 2. Для сглаживания пульсаций давления и расхода рабочего раствора в системе установлен ресивер 5 с манометром 6. Ресивер 5 представляет собой цилиндрический сварной сосуд (объемом $V = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$), предварительно заполненный сжатым воздухом до давления, составляющего 30–40 % от рабочего, компрессором высокого давления 4. Давление в установке контролируется образцовым манометром 7. В качестве измерительного манометра в установке использовался электроконтактный манометр 8, который выключает плунжерный насос 3 с помощью электроконтактного реле при повышении давления выше установленного значения. Расход раствора задавался рабочим ходом плунжерного насоса 3. Регулиро-

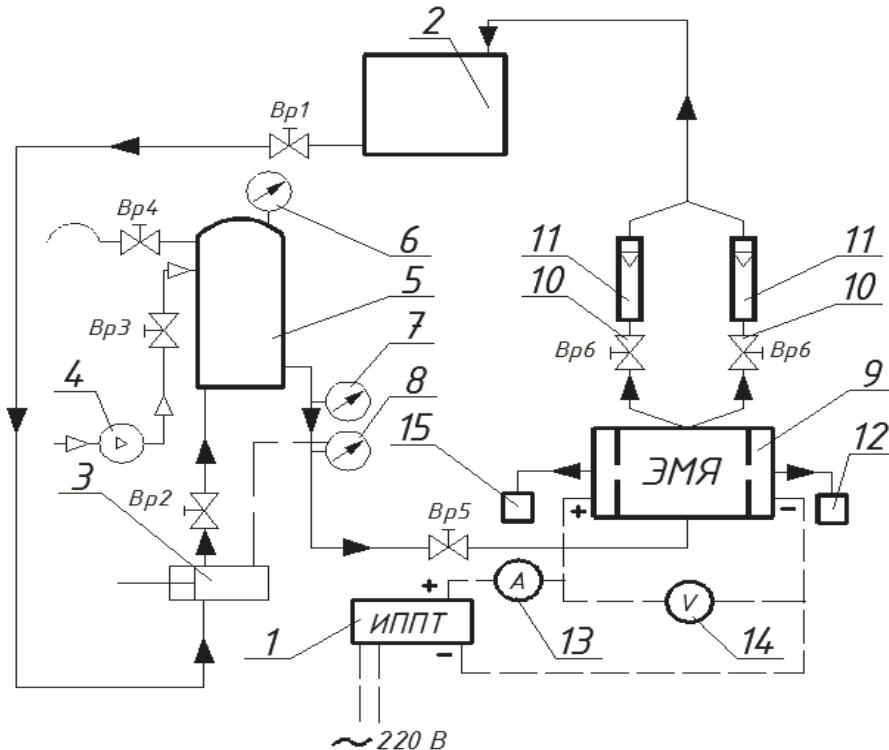


Рис. 1. Схема электробаромембранный установки: 1 – источник питания постоянного тока; 2 – исходная емкость; 3 – плунжерный насос; 4 – компрессор; 5 – ресивер; 6 – манометр; 7 – образцовый манометр; 8 – электроконтактный манометр; 9 – электрохимическая мембранныя ячейка; 10 – дроссель; 11 – поплавковый ротаметр; 12 – емкость прикатодного пермеата; 13 – амперметр; 14 – вольтметр; 15 – емкость прианодного пермеата

Эксперименты проводились по следующей методике. Перед началом экспериментальных исследований собирали электробаромембранный ячейку плоскокамерного типа 9, при этом предварительно подготовленную мембрану (проверка на дефекты, вымачивание в дистиллированной воде, обжатие при паспортном давлении) располагали на прокладке (ватмане) активным слоем к раствору.

После этого задавали рабочий расход раствора изменением хода плунжера насоса 3 и заполняли систему рабочим раствором. Затем устанавливали подачу воды в систему промывки сальников и охлаждения плунжера насоса 3, полностью закрывали игольчатые дроссели 10 и включали насос. По мере увеличения избыточного давления в системе открывали перепускные игольчатые дроссели 10, пока колебания стрелок манометров 7 и 8 не останавливались около заданного значения давления. Одновременно проверяли и наличие утечек раствора в электробаромембранный ячейке 9. Раствор, прошедший через мембранны, собирали в емкости 15, 12. По этой схеме проводили холостой опыт в течение 30 мин. Затем выключали установку и сбрасывали в системе давление игольчатым дросселем 10. Собранный раствор из емкостей прианодного и прикатодного пермеата 15, 12 выливали в исходную емкость 2. После восьмичасовой выдержки раствор сливал из установки, хорошо перемешивали и заливали в объеме $5 \cdot 10^{-3}$ м³. В той же последовательности запускали установку и выводили ее на рабочий режим.

Удельный поток рассчитывался по формуле (1):

$$J^{+,-} = \frac{V}{F_m \cdot \tau}, \quad (1)$$

где $J^{+,-}$ – удельный поток прианодной и прикатодной мембран, м³/(м²с); V – объем собранного пермеата, м³; F – рабочая площадь, м²; m – мембрана; τ – время проведения эксперимента, с.

Значения коэффициентов задержания и выделения прикатодной и прианодной мембран определяли по формулам:

$$R = 1 - \frac{C_{per}}{C_0}, \quad (2)$$

где R – коэффициент задержания; C – концентрация растворенного вещества, кг/м³.

$$R_v = 1 - R. \quad (3)$$

где R_v – коэффициент выделения.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

При анализе экспериментальных данных по кинетическим коэффициентам электробаромембранного разделения растворов, представленных в табл. 1, при варьировании рядом параметров известно, что одна

Таблица 1

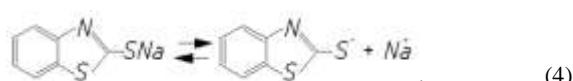
Результаты экспериментальных исследований коэффициента выделения и удельного потока прианодной и прикатодной мембранны ESPA

Раствор	$C_{0,1}$, кг/м ³	$C_{0,2}$, кг/м ³	P , МПа	$C_{per,2}$, кг/м ³	$C_{per,1}$, кг/м ³	$R_{v,2}$	$R_{v,1}$	$J \cdot 10^6$, м ³ /м ² ·с	Электрод
Промывная вода производства альтакса	11,604	3,824	1,5	1,981	0,080	0,518	0,007	2,800	Анод
	11,557	2,436	3,0	1,346	0,059	0,553	0,005	6,036	
	9,200	2,330	2,5	1,240	0,038	0,544	0,004	6,150	
	7,942	2,180	2,0	1,113	0,029	0,511	0,004	6,036	
	11,604	3,824	1,5	1,880	0,403	0,492	0,035	1,890	Катод
	11,557	2,436	3,0	1,608	0,302	0,660	0,026	3,560	
	9,200	2,330	2,5	1,280	0,220	0,561	0,024	4,580	
	7,942	2,180	2,0	1,072	0,061	0,492	0,008	5,090	
Модельный раствор	5,0	5,0	1,5	2,398	0,01	0,479	0,002	4,750	Анод
			2,0	2,34	0,015	0,468	0,003	5,780	
			2,5	2,32	0,02	0,464	0,004	6,970	
			3,0	1,99	0,025	0,398	0,005	8,040	
			1,5	3,426	0,729	0,685	0,1458	4,790	Катод
			2,0	2,96	0,347	0,592	0,0694	5,920	
			2,5	2,97	0,308	0,594	0,0616	6,900	
			3,0	2,43	0,217	0,485	0,0434	7,920	
			1,5	2,10	0,005	0,420	0,0010	5,710	Анод
			2,0	2,08	0,005	0,416	0,0011	7,200	
			2,5	2,27	0,010	0,454	0,0020	8,12	
			3,0	2,15	0,018	0,430	0,0037	10,10	
			1,5	2,14	0,290	0,428	0,0580	5,710	Катод
			2,0	1,96	0,156	0,392	0,0313	6,710	
			2,5	2,23	0,166	0,446	0,0332	7,820	
			3,0	2,13	0,185	0,426	0,0371	9,820	
			1,5	1,38	0,013	0,276	0,0026	7,300	Анод
			2,0	2,05	0,003	0,410	0,0007	7,200	
			2,5	2,08	0,012	0,415	0,0024	7,530	
			3,0	2,07	0,008	0,414	0,0016	6,410	
			1,5	1,78	0,223	0,356	0,0446	8,146	Катод
			2,0	2,33	0,298	0,466	0,0596	7,530	
			2,5	2,38	0,311	0,476	0,0622	7,290	
			3,0	2,60	0,322	0,520	0,0644	6,410	

Примечание: P – рабочее давление, МПа. Индексы: 0,1 – начальное значение каптакса (2-меркаптобензотиазола); 0,2 – начальное значение гидроксида натрия; пер.1 – значение каптакса (2-меркаптобензотиазола) в пермеате; пер.2 – значение гидроксида натрия в пермеате; v,1 – значение по каптаксу (2-меркаптобензотиазолу); v,2 – значение по гидроксиду натрия.

мембрана в результате наложения на систему мембрана – раствор электрического тока начинает забиваться, и на ее поверхности образуется слой осадка из-за протекания процесса электрополимеризации нового соединения, вероятно, альтакса.

Схема диссоциации натриевой соли каптакса выглядит следующим образом:



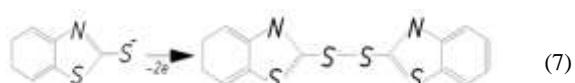
Электрохимическая реакция на катоде:



Электрохимическая реакция на аноде:



Электрохимическая реакция, протекающая на прианодной мемbrane, выражается образованием осадка на поверхности мембраны по следующей формуле в виде альтакса:



Вероятно, меркаптобензотиазолятный анион, отдавая два электрона, переходит в альтакс, т. е. возрастает его молекулярная масса, что видно из уравнения, и альтакс высаживается на поверхности мембраны. Косвенно этот факт подтверждают отработанные образцы мембран прикатодной и прианодной (рис. 2а и 2б) с поверхностным микрорельефом сделанных на микропротерометре МИИ-4, на прианодной мембране ярко выраженным образом видны шероховатости и неровности.

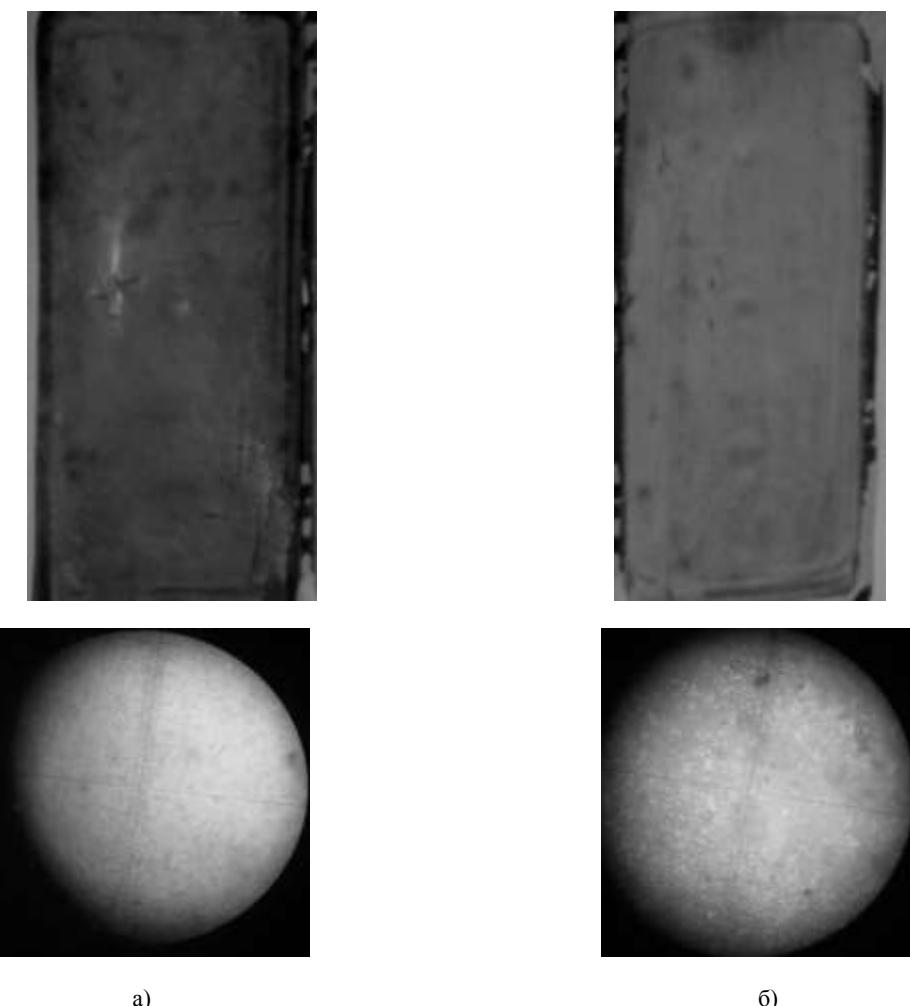


Рис. 2. Отработанные образцы мембран: а) прикатодная; б) прианодная

В результате проведенных исследований выявлено, что удельный поток, представленный в табл. 1, снижается при росте концентрации разделяемого раствора реальных промывных вод.

Для прикатодной мембранны удельный поток немного меньше, чем для прианодной, т. к. вероятное влияние на него оказывала неодинаковая гидродинамическая обстановка над поверхностью мембранны и предпочтительное проникновение сквозь прианодную мембрану менее концентрированного водного раствора гидроксида натрия, т. к. там не высаживался альтакс.

При варьировании рабочим давлением и плотностью постоянного электрического тока при разделении исследуемых растворов получены кинетические коэффициенты, представленные в табл. 1, для прикатодной и прианодной мембранны ESPA (фирма-производитель «Hydranautics», США). Анализируя значения концентраций по каптаксу и гидроксиду натрия при наложении тока, можно отметить, что значения коэффициентов выделения больше для прикатодной мембранны, чем для прианодной. Сквозь поры прикатодной мембранны проскаивает большее количество гидроксида натрия и каптакса, чем для прианодной. Гидроксид натрия в растворе является растворителем для каптакса, что,

вероятно, сказывается на проскоке меркаптобензотиазолятного аниона через поры, что и подтверждается экспериментальными данными и отработанным образцом мембранны, микрорельеф этой поверхности более гладкий (рис. 2а).

Анализируя данные для модельных растворов, имитирующих концентрации реальных промывных вод, можно отметить, что с увеличением плотности постоянного электрического тока, при одинаковой исходной концентрации растворенных веществ, удельный поток начинает уменьшаться, что может быть связано с более быстрым образованием альтакса, который при некоторых определенных условиях может полностью привести к электрополимеризации его на поверхности мембранны, т. е. ее модифицировать.

Можно отметить, что процесс образования альтакса более интенсивен в тех областях, где расположены открытые поры мембранны, но менее интенсивен в межпоровом пространстве (рис. 2б).

На основании данных утверждений стоит отметить, что быстрая отработка мембранны является нерациональной и приводящей к большим затратам материальных средств предприятий, занимающихся электрохимическим синтезом реагентов для производства резины. Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что

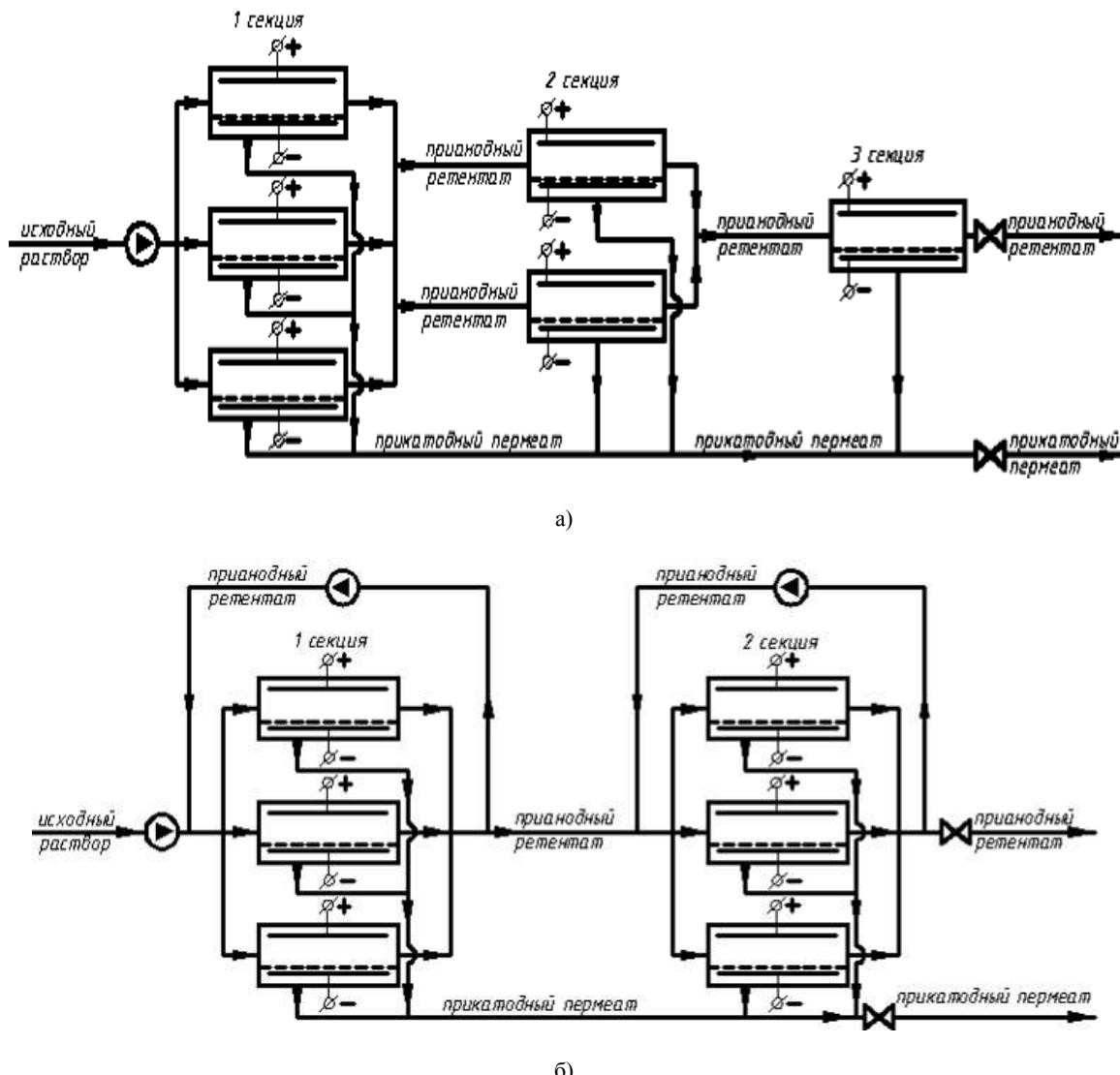


Рис. 3. Принципиальная схема электробаромембранного разделения: а) трехсекционная; б) рециркуляционная

имеется необходимость разработки новых принципиальных схем электробаромембранного разделения промывных вод и выделения ценных веществ. Отличительной особенностью в таких схемах является наличие на выходе из аппарата прикатодного пермеата и прианодного ретентата или, наоборот, в зависимости от схемы подключения электродов в электробаромембранных аппаратах и от того, на каком электроде возможно выпадение осадка.

На основании данного утверждения представим принципиальное технологическое оформление схем электробаромембранного разделения и выделения растворов для схемы трехсекционной установки и рециркуляционной установки (рис. 3а и 3б).

Анализируя особенности разделения промывных вод производства альтакса электробаромембранными методами, можно отметить, что, вероятно, дальнейшее изучение особенностей данного эффекта позволит модифицировать стандартные образцы мембран ESPA с получением определенных функциональных свойств, появится возможность регулировать поверхностную

структурную форму мембраны, изменять размер пор и их общее число при наложении электрического тока и появится возможность задерживать (выделять) определенные органические вещества, ведь значения удельного потока для прианодной и прикатодной мембран для модельных растворов изменяются незначительно, что отмечено в табл. 1. В литературных источниках встречаются работы по модификации полиамидных обратноосмотических мембран, например, работа [9], в которой изучено изменение селективности и проницаемости жидкими кристаллами с микродобавками краун-эфира дibenзо-18-краун-6, в зависимости от температуры, или в работе [10] модификация микродобавками краун-эфиров полисульфоновых обратноосмотических мембран, в которой отмечено влияние модификации на задерживающую способность и проницаемость. Определенных характеристик можно добиться при разработке трудов представленного подхода с мембранами ESPA при их модификации в присутствии органических и неорганических реагентов.

ВЫВОДЫ

Представлены результаты экспериментальных исследований по электробаромембранным разделению промывных вод производства альтакса. На основании проведенных исследований показано, что на поверхности прианодной мембраны происходит образование осадка в виде альтакса. По результатам проведенных исследований и анализу результатов обоснованы особенности для разработки принципиальных схем электробаромембранного выделения, которые можно применять с конструкциями электробаромембранных аппаратов [11–13]. Использование данных технологических и конструктивных особенностей позволит выделить несомненные преимущества данного метода: получить на выходе из аппарата потоки прикатодного пермеата и прианодного ретентата, т. е. избавить промышленные производства, использующие мембранные схемы очистки, от необходимости регенерации прианодных мембран, например, таких как содержащие слой осадка альтакса после электробаромембранного разделения промывных вод, содержащих каптакс и гидроксид натрия, и выделить излишки непрореагировавших в процессе электрохимического синтеза реагентов, а затем вернуть эти реагенты в производство.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочаров Р.Г., Караганов Г.Г. Расчет установок мембранныго разделения жидких смесей. М.: РХТУ им. Д.И. Менделеева, 2001. 128 с.
2. Ясминов А.А., Орлов А.К., Карелин Ф.Н., Рапопорт Я.Д. Обработка воды обратным осмосом и ультрафильтрацией. М.: СТРОЙИЗДАТ, 1978. 121 с.
3. Савицков А.А. Введение в мембранные технологии. М.: Дели принт, 2007. 208 с.
4. Патент № 2273512 РФ, МКИ B01D61/42. Электробаромембранный аппарат трубчатого типа.
5. Патент № 2268085 РФ, МКИ B01D61/42. Электробаромембранный аппарат рулонного типа.
6. Патент № 2324529 РФ, МКИ B01D61/42. Электробаромембранный аппарат плоскокамерного типа.
7. Патент № 2326721 РФ, МКИ B01D61/42. Электробаромембранный аппарат рулонного типа.
8. Лазарев С.И., Ковалев С.В., Казаков В.Г. // Вестник ТГТУ. 2013. Т. 19. № 3. С. 614–618.
9. Очкина К.А., Бутылкин А.Ю., Фомичев С.В., Кулов Н.Н. // Теоретические основы хим. технологии. 1996. Т. 30. № 3. С. 273–276.
10. Очкина К.А., Кулов Н.Н., Фомичев С.В. // Теоретические основы хим. технологии. 1998. Т. 32. № 1. С. 51–54.
11. Патент № 2403957 РФ, МКИ B01D61/42. Электробаромембранный аппарат плоскокамерного типа.
12. Патент № 2411986 РФ, МКИ B01D61/42. Электробаромембранный аппарат рулонного типа.
13. Патент № 2447930 РФ, МКИ B01D61/42. Электробаромембранный аппарат плоскокамерного типа.

Поступила в редакцию 3 февраля 2015 г.

Kovalev S.V., Lazarev S.I., Popov R.V. PECULIARITIES OF ELECTROHYPERFILTRATION EXTRACTION 2-MERCAPTOBENZOTHIAZOLE FROM WASH WATERS OF PRODUCING OF ELECTROCHEMICAL SYNTHESIS OF 2,2'-DIBENZOTIAZOLDISULFID

Experimental studies were made are presented and features electrobaromembrane allocation 2-mercaptopbenzothiazole from the wash water electrochemical synthesis of chemical additives for polymeric materials.

Key words: membrane; solution; substance; apparatus.

Ковалев Сергей Владимирович, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной геометрии и компьютерной графики, e-mail: sseedd@mail.ru

Kovalev Sergey Vladimirovich, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Candidate of Technics, Associate Professor of Applied Geometry and Computer Graphics Department, e-mail: sseedd@mail.ru

Лазарев Сергей Иванович, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой прикладной геометрии и компьютерной графики, e-mail: sseedd@mail.ru

Lazarev Sergey Ivanovich, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Doctor of Technics, Professor, Head of Applied Geometry and Computer Graphics Department, e-mail: sseedd@mail.ru

Попов Роман Викторович, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, аспирант, кафедра прикладной геометрии и компьютерной графики, e-mail: geometry@mail.nnn.tstu.ru

Popov Roman Vichtorovich, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Post-graduate Student, Applied Geometry and Computer Graphics Department, e-mail: geometry@mail.nnn.tstu.ru

УДК 681.335

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ АРТЕРИАЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ

© Е.И. Глинкин

Ключевые слова: метод измерения; артериальное давление; информативные параметры; предельная амплитуда; постоянная времени; аппроксимация осцилограммы.

Предложен осциллографический метод измерения артериального давления по динамическим калибровочным характеристикам с оптимизацией информативных параметров по двум амплитудам в кратные моменты времени.

Изобретение относится к медицине, в частности, к физиологии и кардиологии, может быть использовано как в клинических, так и в экспериментальных исследованиях [1–5]. Определяют величину диастолического и систолического давления по величине давления в пережимной измерительной манжете. При этом определяют предельные значения амплитуды и постоянной времени [1; 5] по двум значениям амплитуды и моментам времени. Метод повышает точность измерения артериального давления за счет аппроксимации осцилограмм по экспоненциальному закону.

Известен способ определения артериального давления (АД) методом Короткова [2], по которому измеряют диастолическое и систолическое артериальные давления. Недостатками этого решения являются необходимость создания высоких уровней давления в пережимной манжете, превышающих величину систолического давления в артерии, а также то, что между измерением диастолического и систолического давления проходит время не менее 15–20 с. Таким образом, измеряемые величины давления относятся к сердечным циклам, отстоящим далеко друг от друга.

Известен также тахоосциллографический метод (ТО) измерения АД, предложенный Н.Н. Савицким [3]. В основе ТО метода лежит принцип измерения изменения объема конечности, которое происходит под действием пульсирующего тока крови в магистральных сосудах. Этот метод позволяет измерять диастолическое (P_{\min}), среднее динамическое (P_{cp}), боковое систолическое (P_{bc}) и конечное (P_{max}) систолические давления в магистральном артериальном сосуде конечности, на которую наложена пережимная измерительная манжета. По указанным выше значениям АД рассчитывают величины пульсового (dP P_{bc} , P_{\min}) и ударного (P_{ud} , P_{max} , P_{bc}) АД. Погрешность измерения первых четырех показателей АД по данным автора составляет 5 мм рт. ст. при скорости подъема давления в пережимной манжете 4–5 мм рт. ст./с.

Недостатками этого способа являются ряд инструментальных и методических недоработок, которые резко увеличивают погрешность измерений.

За прототип принят способ измерения артериального давления [4], включающий регистрацию и анализ осцилограмм артериальных сосудов в процессе нарастания давления в пережимной измерительной манжете с последующим электрическим и графическим преоб-

разованием. Регистрацию и анализ объемной осцилограммы (ОСГ) артериальных сосудов производят в полосе частот от 0–0,1 до 40–60 Гц, компрессию пережимной измерительной манжеты продолжают до момента появления волн ОСГ с максимальной амплитудой при выходе на плато диастолической части кривой ОСГ, величину диастолического артериального давления (P_d) определяют в момент начала отклонения вниз диастолической части кривой ОСГ по величине давления в пережимной измерительной манжете, величину среднего динамического артериального давления (P_{cp}) определяют по величине давления в пережимной измерительной манжете в момент прекращения компрессии, после чего боковое систолическое давление рассчитывают по формуле $P_c = P_d + (A2/A1)(P_{cp} P_d)$, где A1 – среднее арифметическое амплитуд, составляющих один цикл осцилограммы до появления признака диастолического давления на осцилограмме; A2 – максимальная амплитуда ОСГ в этом цикле; P_d и P_{cp} – измеренные диастолическое и среднее динамическое артериальные давления соответственно.

Недостатком прототипа является низкая точность измерений за счет графического метода анализа осцилограмм с линейной аппроксимацией, что приводит к субъективной оценке давления и его неопределенности из-за отсутствия нормированных мер отсчета, т. к. амплитудные характеристики изменяются также от времени. Это вызывает методическую и динамическую погрешности.

Технической задачей метода является повышение точности за счет проведения аппроксимации по экспоненциальному закону.

Поставленная техническая задача достигается тем, что в методе измерения артериального давления, **в отличие от прототипа**, вводят меру отсчета в виде информативных параметров динамической характеристики, а именно, предельного значения амплитуды и постоянной времени, для этого на диастолической части осцилограммы регистрируют текущую амплитуду в первый момент времени и измеряют вторую амплитуду в кратный момент времени от первоначального значения времени, по двум значениям амплитуды и моментам времени находят информативные параметры, а по постоянной времени определяют диастолическое давление, аналогично находят систолическое давление.

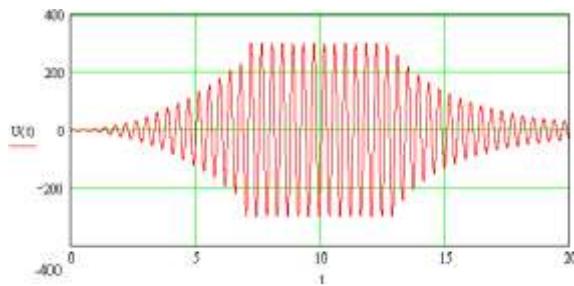


Рис. 1. Модель осциллограммы

Принцип измерения артериального давления основан [5] на регистрации и анализе осциллограммы (рис. 1) артериальных сосудов в процессе нарастания давления в пережимной измерительной манжете с последующим электрическим преобразованием. Регистрацию и анализ объемной осциллограммы (ОСГ) артериальных сосудов производят в полосе частот от 0–0,1 до 40–60 Гц. Компрессию пережимной измерительной манжеты продолжают до момента появления волн ОСГ с максимальной амплитудой при выходе на плато диастолической части кривой ОСГ, величину диастолического артериального давления (P_d) определяют в момент начала отклонения вниз диастолической части кривой ОСГ по величине давления в пережимной измерительной манжете.

Предлагаемый метод реализует четыре режима работы:

- 1) определение меры отсчета в виде информативных параметров диастолической части (рис. 2);
- 2) определение меры отсчета в виде информативных параметров систолической части (рис. 3);
- 3) измерение диастолического давления (рис. 4);
- 4) измерение систолического давления.

1. Определяем меру отсчета в виде информативных параметров диастолической части.

Для этого на диастолической части осциллограммы регистрируем текущую амплитуду U_1 в первый момент времени t_1 и измеряем вторую амплитуду U_2 в кратный момент времени t_2 от первоначального значения времени, по двум значениям амплитуды и моментам времени находим информативные параметры (рис. 2).

Диастолическую часть наилучшим образом целесообразно аппроксимировать экспоненциальной зависимостью (рис. 2):

$$U_1 = U_0 \left(e^{\frac{t}{T_D}} - 1 \right). \quad (1)$$

Составим систему уравнений, из которой найдем информативные параметры: U_D и T_D , соответствующие предельному значению амплитуды и постоянной времени:

$$\begin{cases} U_1 = U_D \left(e^{\frac{t_1}{T_D}} - 1 \right) \\ U_2 = U_D \left(e^{\frac{t_2}{T_D}} - 1 \right) \end{cases}. \quad (2)$$

Решая систему уравнений (2), находим алгоритмы для определения информативных параметров.

Разделим U_2 на U_1 :

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{e^{t_2/T_D} - 1}{e^{t_1/T_D} - 1}; \text{ примем, что } t_2 = 2t_1;$$

тогда можно записать:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{e^{2t_1/T_D} - 1}{e^{t_1/T_D} - 1} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = e^{t_1/T_D} + 1,$$

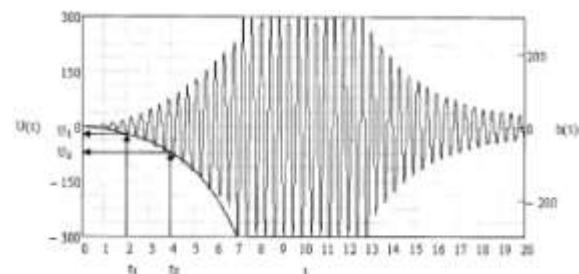


Рис. 2. Аппроксимация диастолической части

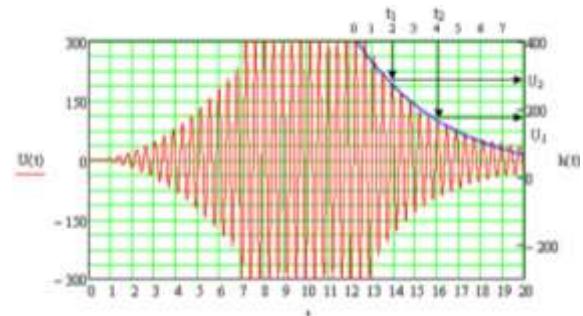


Рис. 3. Аппроксимация систолической части

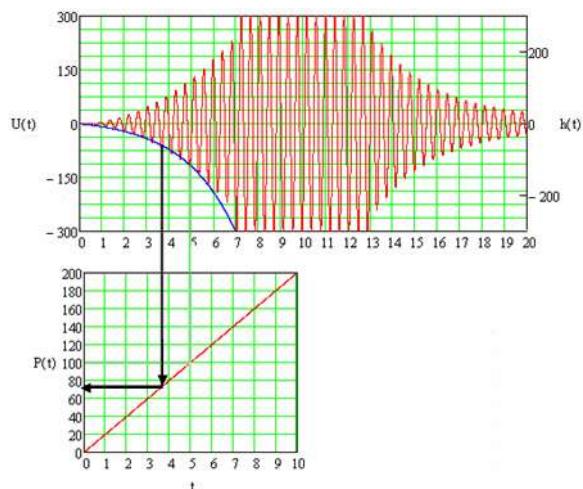


Рис. 4. Определение диастолического давления по экспериментальным данным

отсюда следует:

$$\frac{U_2}{U_1} - 1 = e^{t_1/T_D}.$$

После логарифмирования

$$\ln\left(\frac{U_2}{U_1} - 1\right) = \frac{t_1}{T_D},$$

находим постоянную времени T_D :

$$T_D = \frac{t_1}{\ln\left(\frac{U_2}{U_1} - 1\right)}, \quad (3)$$

а из первого уравнения системы (2) – параметр амплитуды:

$$U_D = \frac{U_1}{\frac{U_2}{U_1} - 2}. \quad (4)$$

Подставляя измеренные значения U_1 и U_2 , t_1 и t_2 в алгоритмы (3) и (4), определяем информативные параметры диастолической части, а именно, постоянную времени T_D и предельное значение амплитуды U_D .

Найденные значения U_D и T_D являются мерой отсчета в виде информативных параметров динамической характеристики для измерения диастолического давления.

2. Определяем меру отсчета в виде информативных параметров систолической части.

Для этого на систолической части осцилограммы регистрируем текущую амплитуду U_1 в первый момент времени t_1 и измеряем вторую амплитуду U_2 в кратный момент времени t_2 от первоначального значения времени, по двум значениям амплитуды и моментам времени находим информативные параметры (рис. 3).

Составим систему уравнений, из которой найдем информативные параметры: U_S и T_S , соответствующие предельному значению амплитуды и постоянной времени:

$$\begin{cases} U_1 = U_S e^{-\frac{t_1}{T_S}} \\ U_2 = U_S e^{-\frac{t_2}{T_S}} \end{cases} \quad (5)$$

Из системы уравнений (5) найдем информативные параметры: U_S и T_S .

Разделим U_2 на U_1 :

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{e^{-t_2/T_S}}{e^{-t_1/T_S}}; \text{ примем, что } t_2 = 2t_1;$$

тогда получим отношение:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{e^{-2t_1/T_S}}{e^{-t_1/T_S}} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = e^{-t_1/T_S}.$$

После логарифмирования определим параметр T_S :

$$\ln\left(\frac{U_1}{U_2}\right) = \frac{t_1}{T_S}; \Rightarrow T_S = \frac{t_1}{\ln\left(\frac{U_1}{U_2}\right)}; \quad (6)$$

а из первого уравнения системы (5) – второй параметр U_S :

$$U_S = \frac{U_1^2}{U_2}. \quad (7)$$

Подставляя измеренные значения U_1 и U_2 , t_1 и t_2 в алгоритмы (6) и (7), определяем информативные параметры систолической части, а именно, постоянную времени T_S и предельное значение амплитуды U_S .

Найденные значения T_S и U_S являются мерой отсчета в виде информативных параметров динамической характеристики для измерения систолического давления.

3. Аппроксимируя осциллограмму по зависимости (1), вводят меру отсчета, которая равна постоянной времени T (рис. 4)

$$T = t / \ln\left(\frac{U}{U_0} + 1\right). \quad (8)$$

Для диастолической части модели $t = T_D$, поэтому для измеряемого давления $P = vt$ по линейному закону:

$$P_D = vT_D, \quad (9)$$

где v – скорость линейного набора давления в перекрываемой измерительной манжете.

Находим диастолическое давление

$$P_D = 20 \cdot 3,6 = 72 \text{ мм рт. ст.}$$

На рис. 4 представлена модель осциллограммы, где указаны точки измерения показателей АД для диастолической части осциллограммы. В данном примере диастолическое давление равно 72 мм рт. ст., т. е. разница давлений по способу, предлагаемому в прототипе, и инновационному способу составляет 8 мм рт. ст.

4. Аналогично для систолической части вводят меру отсчета, которая равна постоянной времени T_S , и измеряют систолическое давление:

$$P_S = vT_S.$$

Оценим на примере погрешность измерения диастолического давления.

Таблица 1

Погрешность измерения диастолического давления

P_i , мм рт. ст.	63	80	105
ε , %	13	11	46

При графическом преобразовании осцилограммы прямыми линиями разброс диастолического давления составляет: $63 \leq P_i \leq 105$ мм рт. ст. Таким образом, погрешность измерения диастолического давления P_D данного способа по отношению к прототипу P_i будет:

$$\varepsilon = \left| \frac{P_D - P_i}{P_D} \right| \cdot 100\% . \quad (10)$$

Данные погрешности измерения диастолического давления, рассчитанные по формуле 10, оформим в виде табл. 1.

Следовательно, разброс погрешности составляет 10–50 %.

Таким образом, введение меры отсчета в виде информативных параметров динамической характеристики в предлагаемом методе, а также аппроксимация

осциллографами экспоненциальной зависимостью, в отличие от прототипа, позволяют повысить точность измерения на 10–50 %.

ЛИТЕРАТУРА

- Глинкин Е.И. Адекватность инноваций // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2014. Т. 19. Вып. 3. С. 869–875.
- Медицинские приборы. Разработка и применение / под ред. С.В. Ревенко. М.: Медицинская книга, 2004. С. 326–330.
- Савицкий Н.Н. Некоторые методы исследования и функциональной оценки системы кровообращения. М.: Медгиз, 1956.
- Патент № 2088143 РФ кл. A 61 B5/02. Способ измерения артериального давления / В.А. Дегтярев, В.Н. Рагозин и др. Б.И. № от 27.08.1997.
- Патент № 2441581 РФ кл. A 61 B 5/022. Способ измерения артериального давления / Е.И. Глинкин и др. Б.И., 2012. № 4.

Поступила в редакцию 7 февраля 2015 г.

Glinkin E.I. METHOD OF MEASUREMENT OF ARTERIAL PRESSURE

The oscillographic method of measurement of arterial pressure according to dynamic calibration characteristics with optimization of informative parameters on two amplitudes in multiple time points is offered.

Key words: measurement method; arterial pressure; informative parameters; limit amplitude; time constant; approximation of the oscillogram.

Глинкин Евгений Иванович, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов, Российская Федерация, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры биомедицинской техники, заслуженный изобретатель Российской Федерации, e-mail: glinkinei@rambler.ru

Glinkin Evgeniy Ivanovich, Tambov State Technical University, Tambov, Russian Federation, Doctor of Technics, Professor, Professor of Bio-medical Technics Department, Honored Inventor of Russian Federation, e-mail: glinkinei@rambler.ru

УДК 004.942; 622.24

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТЕЧЕНИЯ ПРОМЫВОЧНОЙ ЖИДКОСТИ ИЗ НАСАДКИ БУРОВОГО ДОЛОТА В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ ANSYS FLUENT

© Д.В. Сморкалов, А.В. Тютяев, А.М. Штеренберг

Ключевые слова: промывочная жидкость; затопленная струя; численное моделирование; CFD расчет; ANSYS Fluent; двухфазная среда; дискретная фаза.

Построена трехмерная модель цилиндрической внешней насадки, находящейся в затопленном пространстве на расстоянии четырех диаметров от породы. Была наложена тетраэдрическая сетка на заполненное жидкостью пространство, а также гексаэдрическая сетка на часть модели, имитирующую породу. Вблизи стенок создан пограничный слой. В результате расчета получена картина воздействия струи на породу, подобно воздействию струи промывочной жидкости на забой во время бурения. Получены распределения давлений, вектора скоростей, изменение объемной доли породы и глубина проникновения струи.

ВВЕДЕНИЕ

Современные методы проектирования породоразрушающего инструмента находятся на высоком уровне, но для получения максимального КПД от долота при бурении нефтяных и газовых скважин необходимо учитывать множество факторов [1]. Одними из этих факторов являются гидродинамические параметры потока промывочной жидкости в процессе бурения. Так как проводить анализ процессов, происходящих при бурении скважины, довольно сложно из-за большой глубины, то решением данной задачи может быть моделирование физических процессов бурения методом конечных элементов. В настоящее время инженерами по всему миру используется множество инструментов для проведения CFD расчетов, однако международный многолетний опыт использования программ данного типа говорит о преимуществе программного комплекса ANSYS Fluent для конкретной задачи. Важным в данном исследовании является то, что в программном комплексе ANSYS Fluent есть возможность моделирования двухфазных и многокомпонентных сред, в т. ч. дискретных гранулированных частиц, образующихся в результате разрушения породы. Для выполнения расчетов данного типа необходимы большие вычислительные мощности, однако использование средних параметров среды позволяет определить оптимальное соотношение между точностью получения результатов и временем, затраченным на расчет. Такой подход позволит создать методику расчетов конструкций буровых долот на стадии проектирования породоразрушающего инструмента, а также системы промывки буровых долот, что значительно повысит основные показатели бурения, такие как механическая скорость и величина проходки на долото.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В данной задаче моделируется истечение промывочной жидкости из сопла долота в забой с размытием породы. В качестве промывочной жидкости для начала

исследования были использованы параметры воды. Решение такой задачи основывается на численном решении уравнения Навье–Стокса, реализованного в ANSYS Fluent, а момент перехода от ламинарного режима к турбулентному определяется критерием Рейнольдса [2], определяющим соотношение вязких и инерционных сил в потоке:

$$R_e = \frac{\rho \vartheta D_\Gamma}{\eta},$$

где ρ – плотность среды; D_Γ – гидравлический диаметр; ϑ – скорость потока жидкости; η – динамическая вязкость среды.

Для моделирования гидродинамики течения использовалась двухфазная модель, где одна фаза представляет собой дискретные гранулированные частицы горной породы, другая фаза – промывочная жидкость [3–4]. Для описания изменения свойств породы использовались эмпирические данные, полученные в работах [5–8].

Изменение вязкости гранулированных частиц описывается уравнением Gidaspow [6]:

$$\mu_{s,kin} = \frac{10\rho_s d_s \sqrt{\Theta_s \pi}}{96\alpha_s (1+e_{ss}) g_{0,ss}} \left[1 + \frac{4}{5} g_{0,ss} \alpha_s (1+e_{ss}) \right]^2 \alpha_s.$$

Объемная вязкость сыпучих веществ определяет сопротивление при расширении и сжатии. Ее можно выразить соотношением [7]:

$$\lambda_s = \frac{4}{3} \alpha_s \rho_s d_s g_{0,ss} (1+e_{ss}) \left(\frac{\Theta_s}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

В плотных потоках при низкой скорости сдвига, где высокий предел концентрации твердых частиц, возникают напряжения в основном за счет трения между

частицами. Вязкость твердых частиц вычисляется по умолчанию не может, поэтому при определении вязкостного трения используется уравнение [8]:

$$\mu_{s,f,r} = \frac{\rho_s \sin \varphi}{2\sqrt{I_{2D}}},$$

где ρ_s – давление твердых частиц; φ – угол внутреннего трения; а I_{2D} – второй инвариант девиатора тензора напряжений.

В потоках с высокой объемной долей твердого вещества мгновенное столкновение является менее важным. Применение кинетической теории для таких потоков больше не является необходимостью, т. к. частицы находятся в контакте и в результате трения напряжения должны быть приняты во внимание.

В данной части исследование началось с расчета мягких пород, 1–2 по коду IADC, что соответствует очень мягким и мягким породам с углом внутреннего трения 14–23°.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Для выполнения CFD расчета была построена сеточная модель (рис. 1а), состоящая из тетраэдрической

и гексаэдрической сеток на двух доменах, соединенных проницаемым интерфейсом. Размерность сетки 7,5 млн элементов с максимальной скошенностью 0,84. Также был создан призматический пограничный слой толщиной 1 мм (рис. 1б).

Задача решалась в нестационарной постановке, с использованием модели турбулентности $k-\epsilon$. Было получено, что при расходе в 1 кг/с промывочной жидкости через затопленную цилиндрическую насадку диаметром 20 мм через 1 секунду течение выходит на установившийся режим (рис. 2).

В результате получены картины распределения параметров по сечениям модели, которые позволяют получить необходимые для верификации данные (рис. 3–4). На рис. 3а, 3б, 3в, 3г показано изменение объемной доли породы со временем.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам расчета видно, что в данной постановке задачи для мягких и очень мягких пород глубина проникновения промывочной жидкости в породу составила порядка четырех диаметров отверстия насадки, что говорит о приближенности численного моделирования к реальности [1]. Но для продолжения исследования необходимо проведение верификации модели и расчет для других типов пород. А также учет напряженно-дефор-

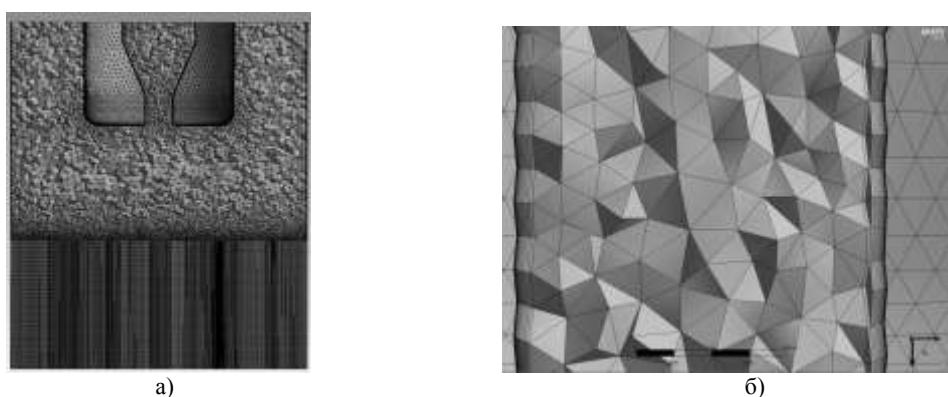


Рис. 1. Сеточная модель: а) всей расчетной области; б) канала и пограничного слоя

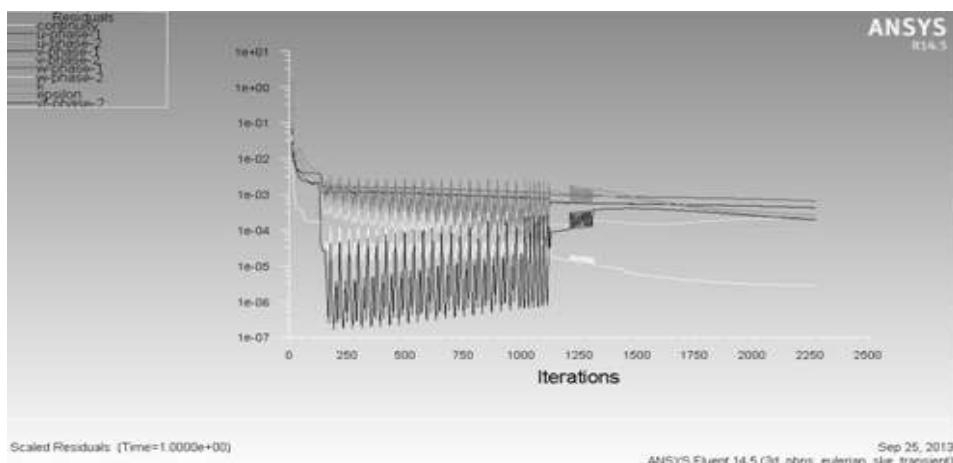


Рис. 2. График сходимости решения задачи

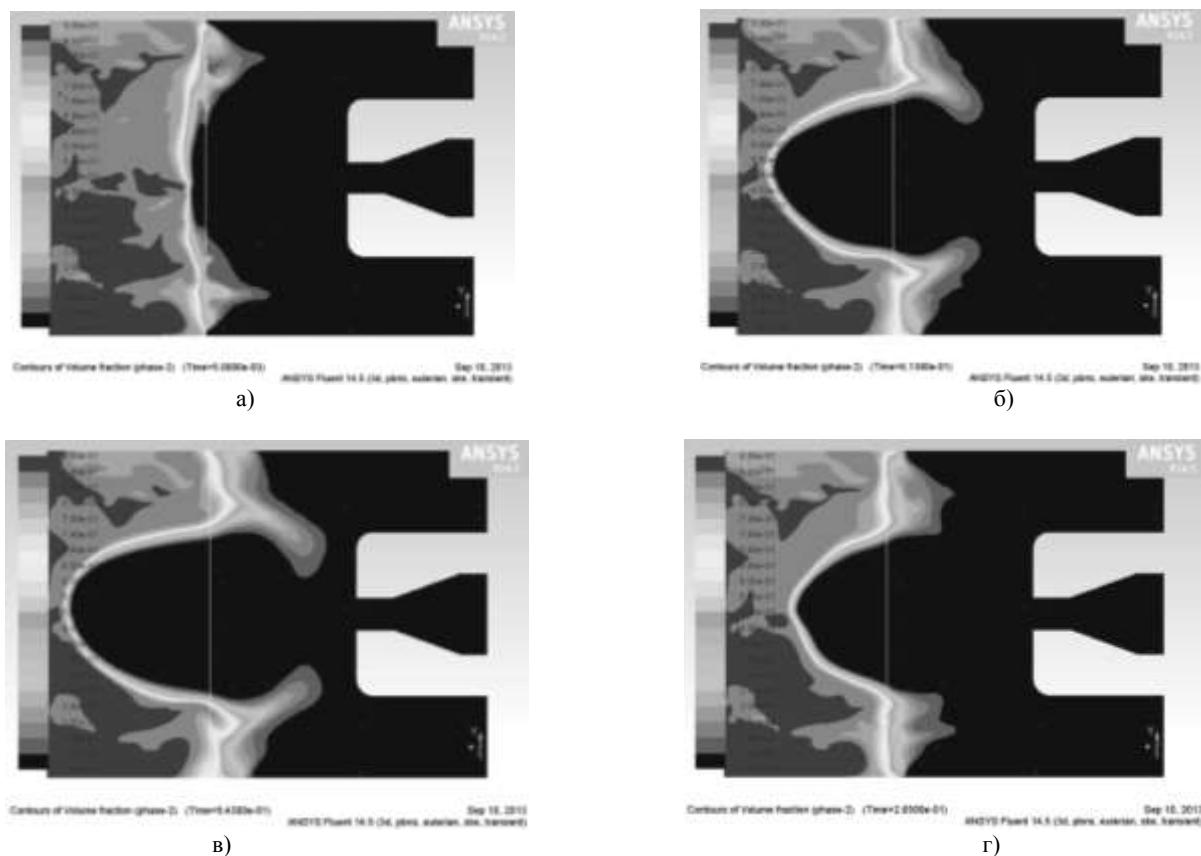


Рис. 3. Распределение объемной доли твердой породы в разные промежутки времени: а) время расчета 0,005 с; б) время расчета 0,26 с; в) время расчета 0,613 с; г) время расчета 0,943 с

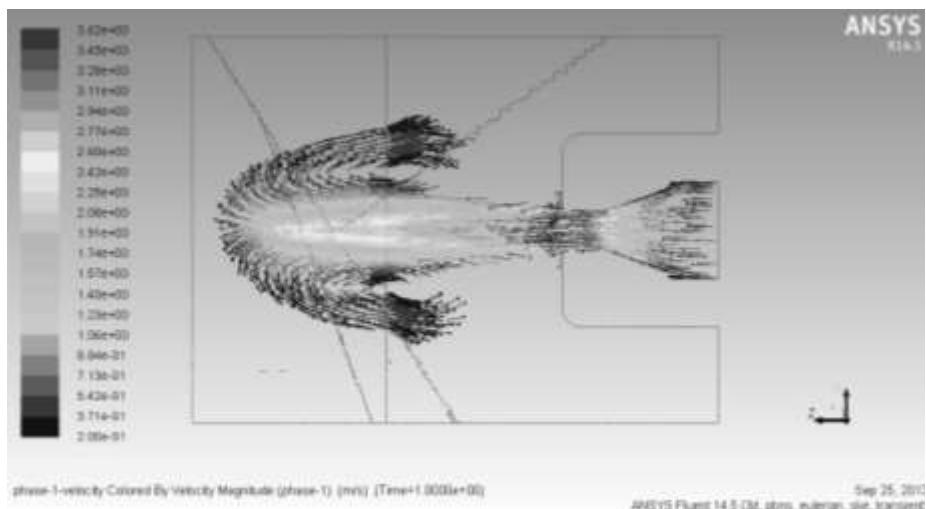


Рис. 4. Вектора скоростей истечения промывочной жидкости

формированного состояния забоя и неравномерность свойств породы вследствие этого. Данная методика расчета также позволяет оценивать вынос шлама, образовавшегося в результате воздействия струи промывочной жидкости на забой. Его количество и зоны максимальной концентрации в затрубном пространстве, что косвенно может говорить о возможном сальниковом образовании.

ЛИТЕРАТУРА

- Шацов Н.И. Бурение нефтяных и газовых скважин. М.: Гос. науч.-тех. изд-во нефтяной и горно-топливной литературы, 1961. 666 с.
- Крамченко В.В., Савичев О.Г. Гидравлика: в 2 ч. Томск: Изд-во Томск. политех. ун-та, 2009. Ч. 2. 124 с.
- Маковей Н. Гидравлика бурения / пер. с рум. М.: Недра, 1986. 536 с.

4. Armsfield S., Street R. The Fractional-Step Method for the Navier-Stokes Equations on Staggered Grids: Accuracy of Three Variations // J. of Computational Physics. 1999. V. 153. P. 660-665.
5. Gidaspow Ding and D. A Bubbling Fluidization Model Using Kinetic Theory of Granular Flow // AIChE J. 1990. V. 36 (4). P. 523-538.
6. Gidaspow D., Bezburau R., Ding J. Hydrodynamics of Circulating Fluidized Beds, Kinetic Theory Approach // In Fluidization VII, Proceedings of the 7th Engineering Foundation Conference on Fluidization. 1992. P. 75-82.
7. Lun C.K.K., Savage S.B., Jeffrey D.J., Chepurniy N. Kinetic Theories for Granular Flow: Inelastic Particles in Couette Flow and Slightly Inelastic Particles in a General Flow Field // J. Fluid Mech. 1984. V. 140. P. 223-256.
8. Schaeffer D.G. Instability in the Evolution Equations Describing Incompressible Granular Flow // J. Diff. Eq. 1987. V. 66. P. 19-50.

Поступила в редакцию 15 января 2015 г.

Smorkalov D.V., Tyutyaev A.V., Shterenberg A.M. MODELLING OF PHYSICAL PROCESSES DRILLING OIL AND GAS WELLS IN USING ANSYS FLUENT

The 3D-model of the cylindrical outer nozzle located in the flooded area at a distance of four diameters ranging from rock was built. Was imposed on the tetrahedral mesh filled with fluid space, as well as hexahedral mesh on part of the model that simulates the soil. Near the walls created by the boundary layer. As a result of the calculation was gotten a picture on the impact of the jet rock, like the effects of jet wash liquid to the bottom hole during drilling. The distributions of pressure, velocity vector, changing the volume fraction o the rocks and the depth of penetration of the jet were received.

Key words: washing liquid; submerged jet; numerical simulation; CFD calculations; ANSYS Fluent; two-phase medium; discontinuous phase.

Смокалов Дмитрий Владимирович, Самарский государственный технический университет, г. Самара, Российская Федерация, аспирант, кафедра «Общая физика и физика нефтегазового производства», e-mail: sdv89@bk.ru

Smorkalov Dmitry Vladimirovich, Samara State Technical University, Samara, Russian Federation, Post-graduate Student, “General Physics and Physics of Oil and Gas Production” Department, e-mail: sdv89@bk.ru

Тютяев Андрей Васильевич, Самарский государственный технический университет, г. Самара, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Общая физика и физика нефтегазового производства», e-mail: tyutyaev@mail.ru

Tyutyaev Andrey Vasilyevich, Samara State Technical University, Samara, Russian Federation, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor of “General Physics and Physics of Oil and Gas Production” Department, e-mail: tyutyaev@mail.ru

Штеренберг Александр Моисеевич, Самарский государственный технический университет, г. Самара, Российская Федерация, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры «Общая физика и физика нефтегазового производства», e-mail: ashter53@mail.ru

Shterenberg Aleksander Moiseevich., Samara State Technical University, Samara, Russian Federation, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Professor of “General Physics and Physics of Oil and Gas Production” Department, e-mail: ashter53@mail.ru